1.4 Interferenz und Beugung

Mit $\vec{E}_1$ und $\vec{E}_2$ sind auch $\vec{E} = a\vec{E}_1 + b\vec{E}_2$

Lösung der Wellengleichung: $\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$

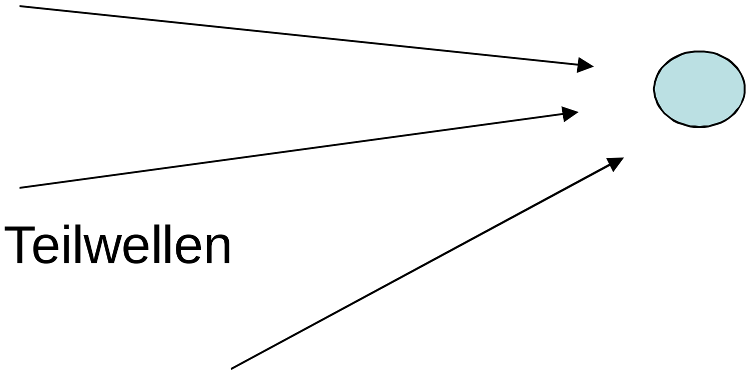
Superpositionsprinzip: $\vec{E}(\vec{r},t) = \sum_m \vec{A}_m(\vec{r},t)\cdot e^{i\varphi_m}$

Überlagerung:
Interferenz

Amplitude + Phase

Welches sind die Bedingungen an die Quellen?

Gesamtintensität: $I(\vec{r},t) \sim |\,\vec{E}(\vec{r},t)\,|^2$



$P(\vec{r},t)$

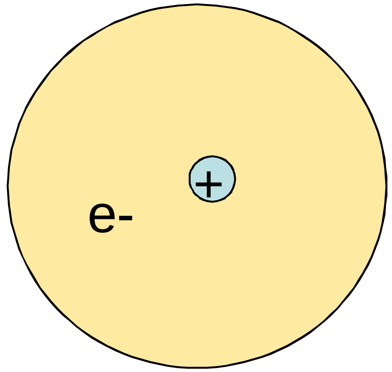
Teilwellen

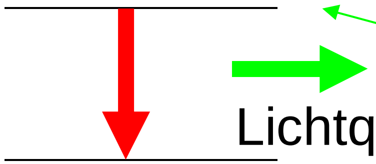
Phasendifferenzen zwischen beliebigen Teilwellen $\Delta\varphi = \varphi_j - \varphi_k$

Die Beobachtungszeit φt darf sich nur um weniger als 2´ ändern!!!!

1.4.1 Zeitliche Kohärenzbedingung

Licht entsteht aus atomaren Übergängen:

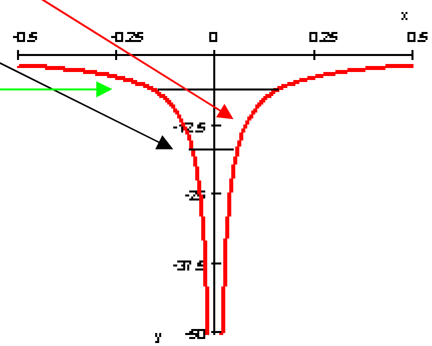




Lichtquant

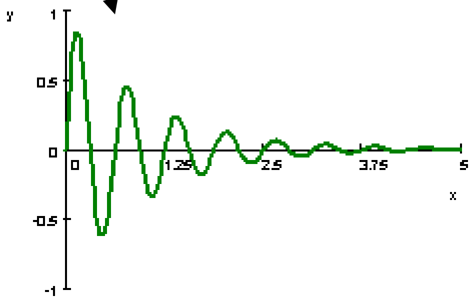
Grundzustand

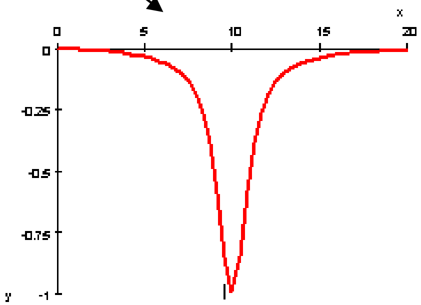
Angeregter Zustand



Coulomb-Potential

Dauert eine endliche Zeit : → Frequenzspektrum





ϒ 0

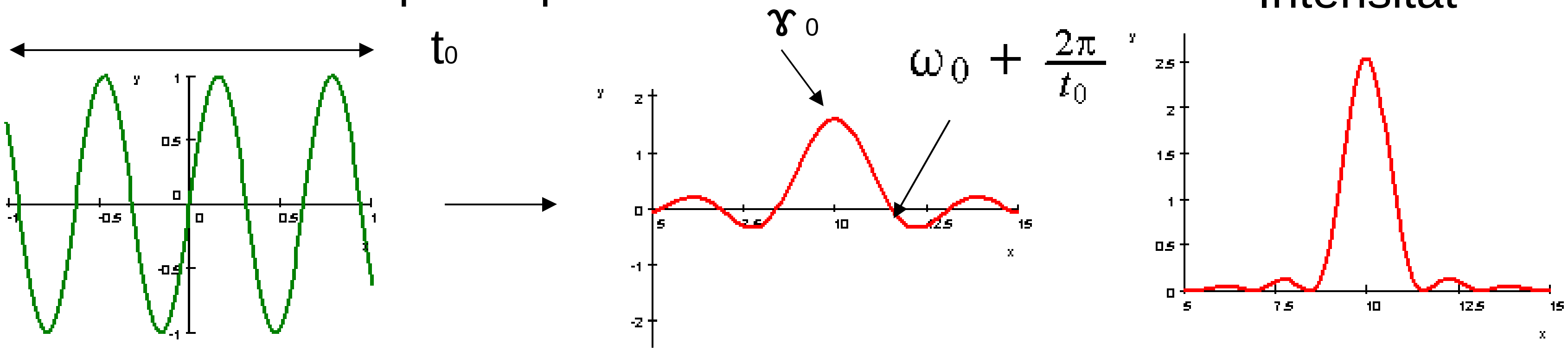
Fourier-Transformation

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} d\omega$$

f(t) → f(ϒ)

Schon allein die Endlichkeit eines monochromatischen Wellenzugs führt zu einem Frequenzspektrum:



f(t) f(ν) I(ν)

z.B.: zwei Teilwellen mit zwei versch. Frequenzen: $\Delta\varphi(t) = 2\pi(\nu_2 - \nu_1)t$

Kohärenzzeit:

Wächst linear in der Zeit

$$\Delta t_k = \frac{1}{\Delta \nu_k}$$

Vorgegeben s.o. durch

$$\Delta\varphi(\Delta t_k) = 2\pi$$

z.B.: Weißes Licht: ĂSehr kurzeñ Kohärenzzeiten!!!

Monochromatisches Licht: ĂLange Kohärenzzeitenñ

Beispiel: Lebensdauer eines angeregten Zustands im Atom: 10^{-8} s

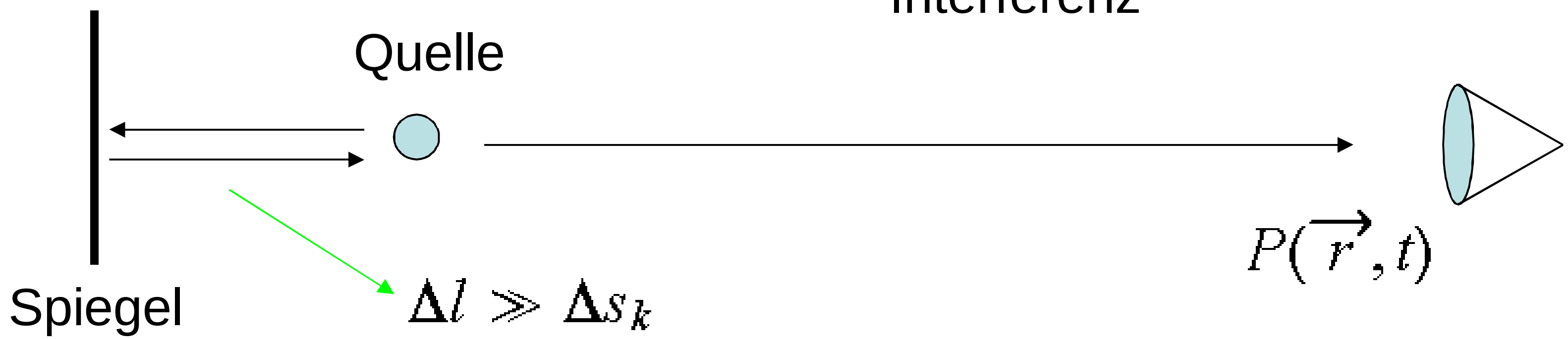
$\longrightarrow$ Kohärenzlänge: $\Delta s_k = c \cdot \Delta t_k$ =3m

Entladungslampe: 2mm

LASER: x km erreichbar

z.B.: in der Praxis:

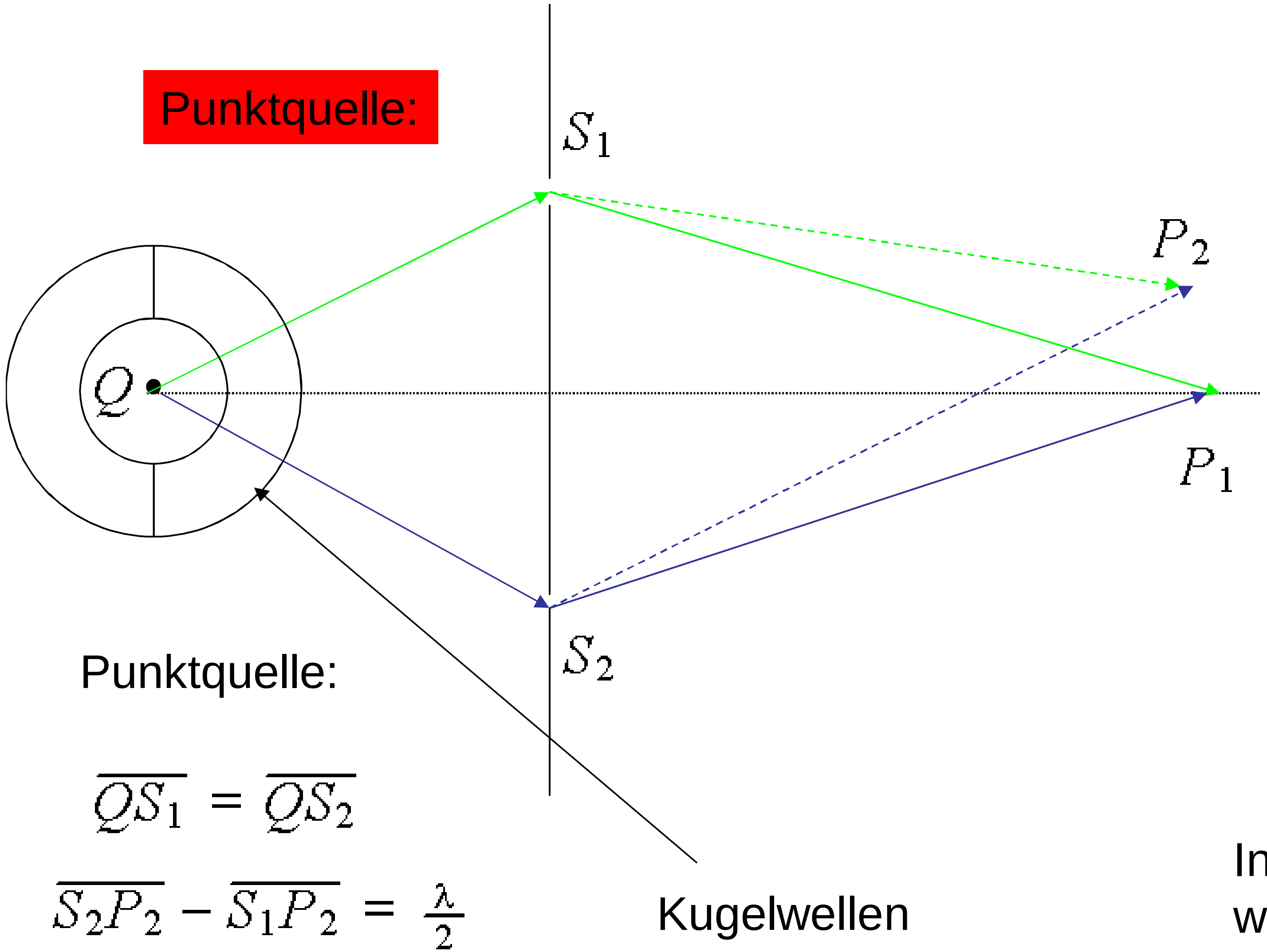
Beobachter sieht keine Interferenz

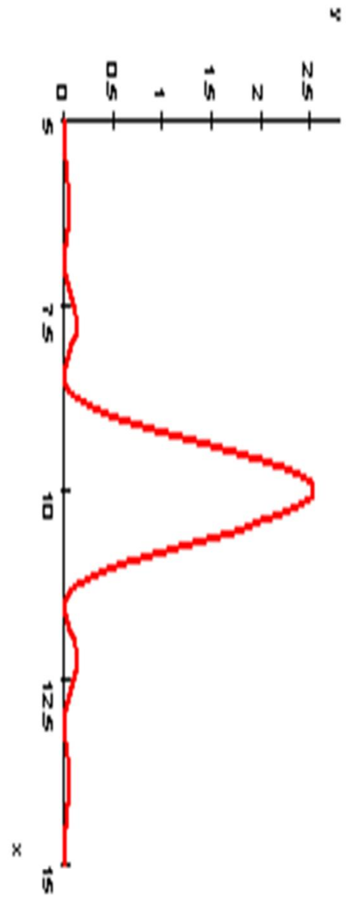


Frequenzfilter $\longrightarrow$ Verlängern der Kohärenzzeit

1.4.2. Räumliche Kohärenzlänge

Punktquelle:





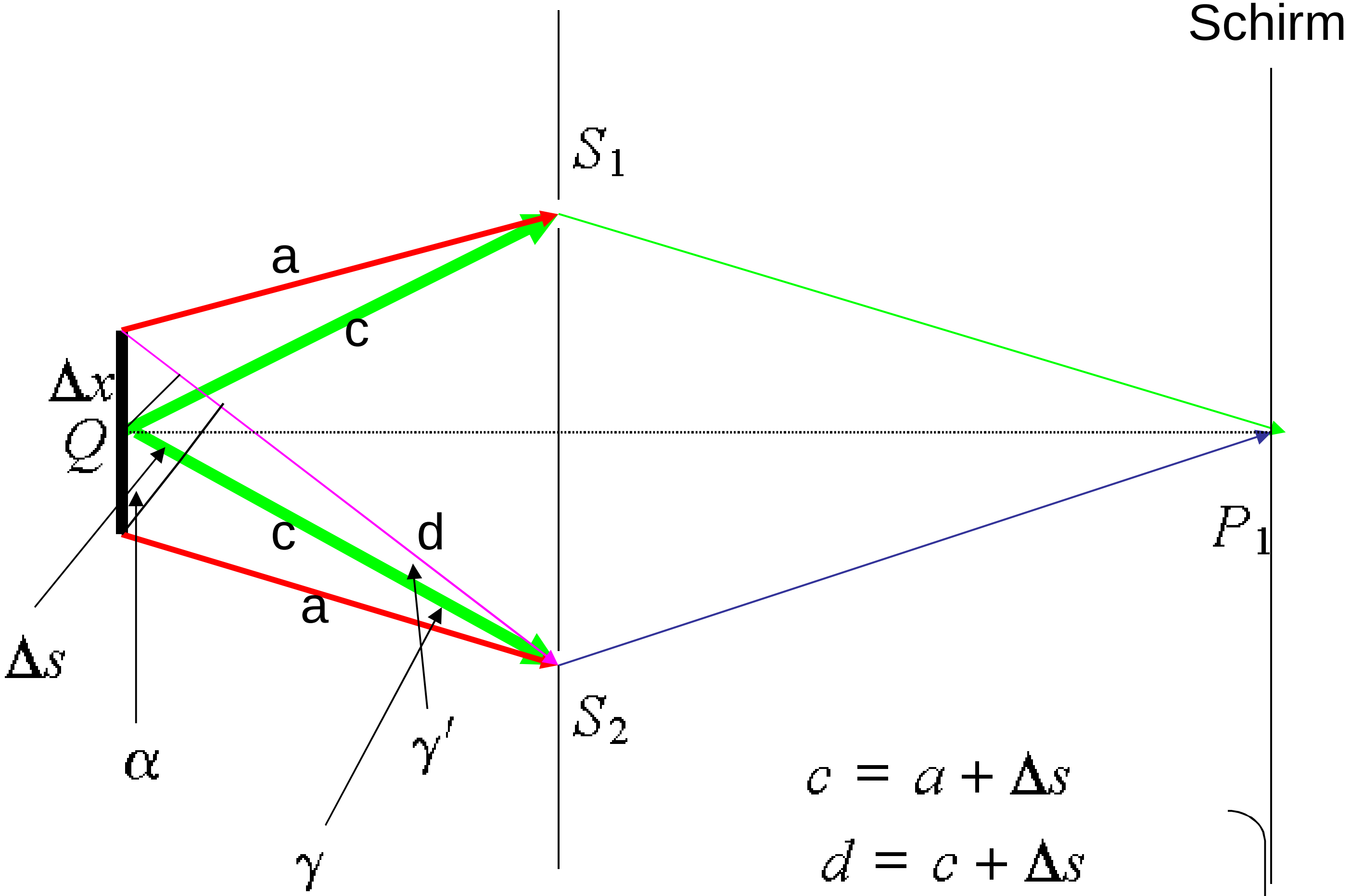
Punktquelle:

$$\overline{QS_1} = \overline{QS_2}$$

$$\overline{S_2P_2} - \overline{S_1P_2} = \frac{\lambda}{2}$$

Intensität auch bei weißem Licht!!!!

Ausdehnung einer Lichtquelle Δx



Wie groß darf

Δx sein,

damit das Interferenzmuster auf dem Schirm nicht verschwindet ?

$$\boxed{d - a \prec \frac{\lambda}{2}}$$

$$\gamma \approx \gamma' \ll 1$$

$$c = a + \Delta s$$

$$d = c + \Delta s$$

$$d - a = 2 \cdot \Delta s$$

$$\Delta s = \Delta x \cdot \sin \alpha$$

$$2 \cdot \Delta s = \underbrace{2 \cdot \Delta x}_{\Delta l} \cdot \sin \alpha$$

$$\boxed{\Delta l \cdot \sin \alpha \prec \frac{\lambda}{2}}$$

$$\boxed{\Delta l \cdot \sin\alpha \prec \frac{\lambda}{2}}$$

Vorgriff: Umschreibung auf einen Teilchenstrahl mit den de Broglie Beziehungen:

$$\vec{p} = \vec{k} \cdot \hbar$$

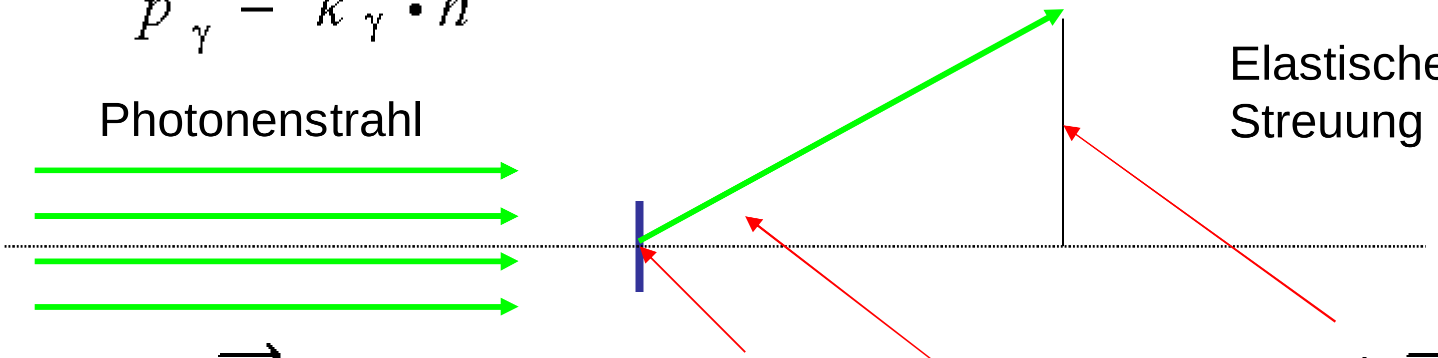
$$E = \hbar \cdot \omega$$

Für einen Photonenstrahl:

$$\vec{p}_\gamma = \vec{k}_\gamma \cdot \hbar$$

Photonenstrahl

Elastische Streuung



$\vec{p}_\gamma$

Materie: Δl

α

$$\Delta p_{\gamma_x} = |\vec{p}_\gamma| \cdot \sin\alpha$$

$$\Delta l \cdot \sin\alpha \prec \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda \cdot \pi}{2\pi} = \frac{\pi \cdot \hbar}{k \cdot \hbar} = \frac{\pi \cdot \hbar}{|\vec{p}_\gamma|}$$

$$\Delta l \prec \frac{\pi \cdot \hbar}{\underbrace{|\vec{p}_\gamma| \cdot \sin\alpha}_{\Delta p_{\gamma_x}}}$$

$$\rightarrow \Delta l \cdot \Delta p_{\gamma_x} \prec \frac{h}{2}$$

Bedingung für kohärente Streuung

Heisenberg:

Unschärfe-relation:

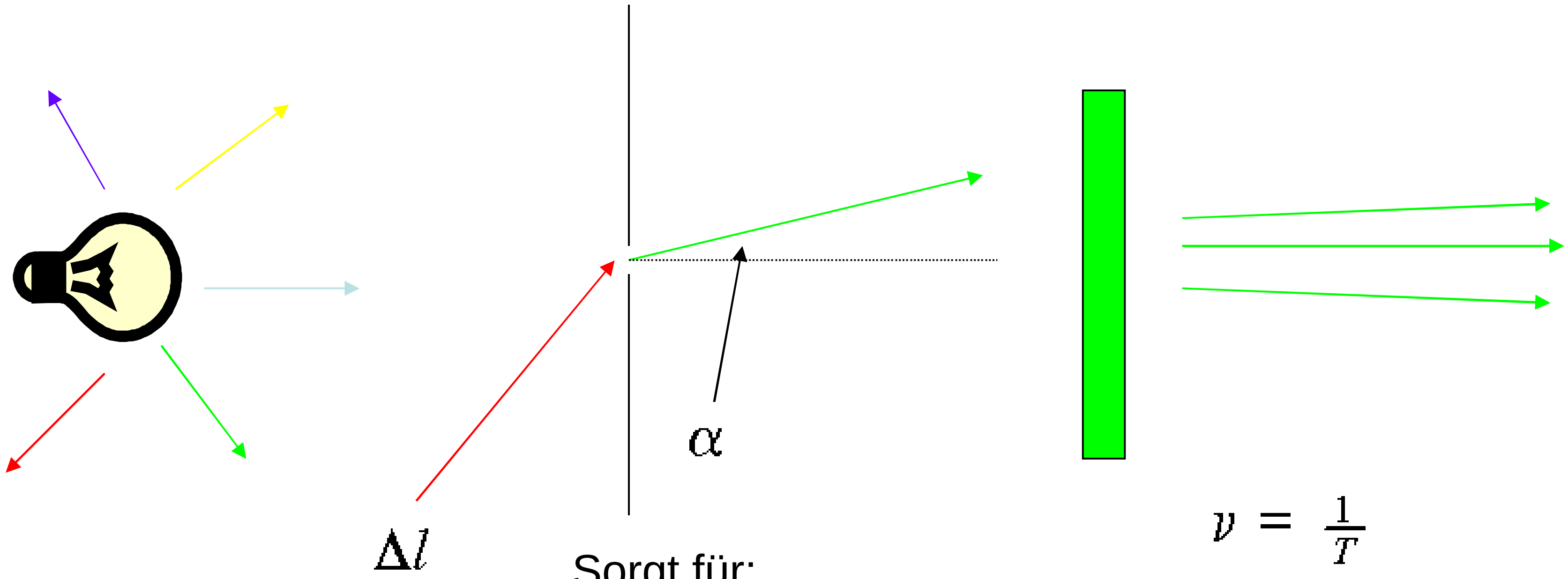
$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p \succeq h}$$

Präparation einer kohärenten Quelle

Glühlampe:
strahlt
inkohärentes
Licht ab

1.Schritt:
Räumliche
Kohärenz
durch
Kollimator

2.Schritt:
Farbfilter:
Dadurch Verlängerung
der zeitlichen
Kohärenzlänge



Sorgt für:

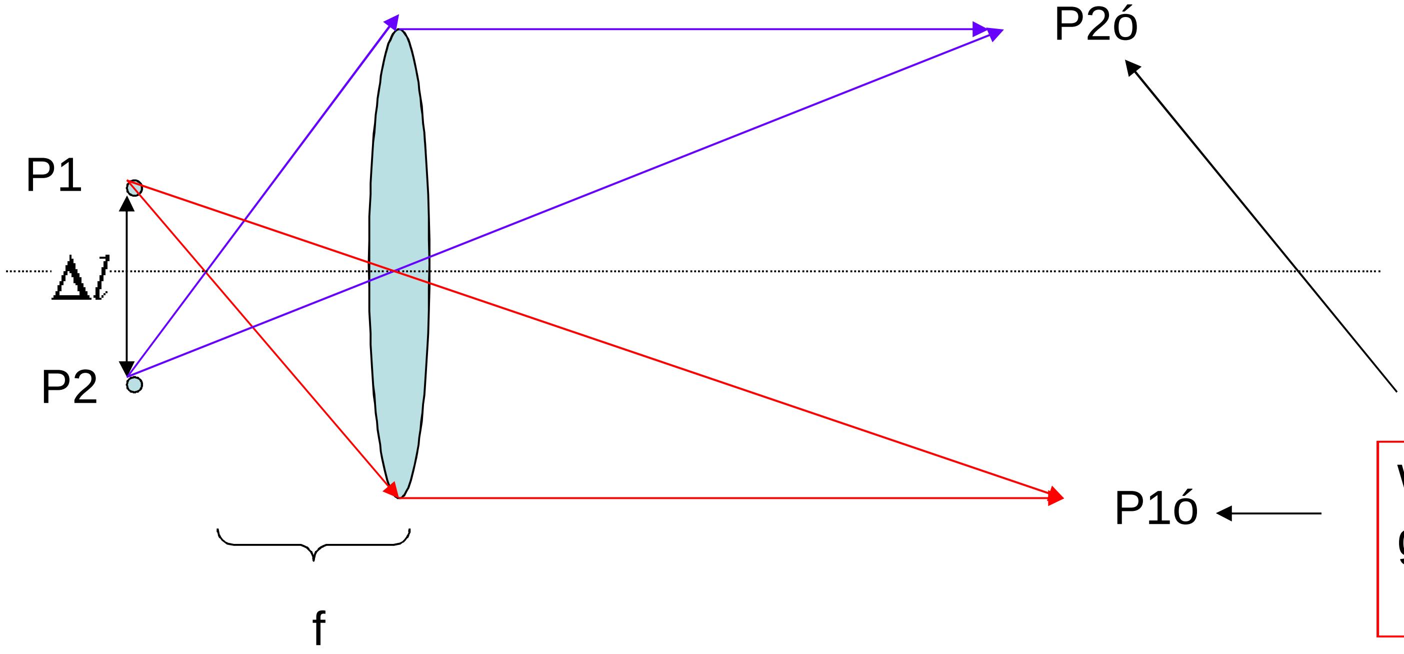
$$\Delta l \cdot \sin\alpha \prec \frac{\lambda}{2}$$

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta T}{T}$$

Beispiel:

Gilt: $\Delta l \cdot \sin\alpha \prec \frac{\lambda}{2}$



Werden nicht getrennt gesehen!

Oder im Teilchenstrahlbild:
Die beiden Lichtwege können nicht Unterschieden werden!!