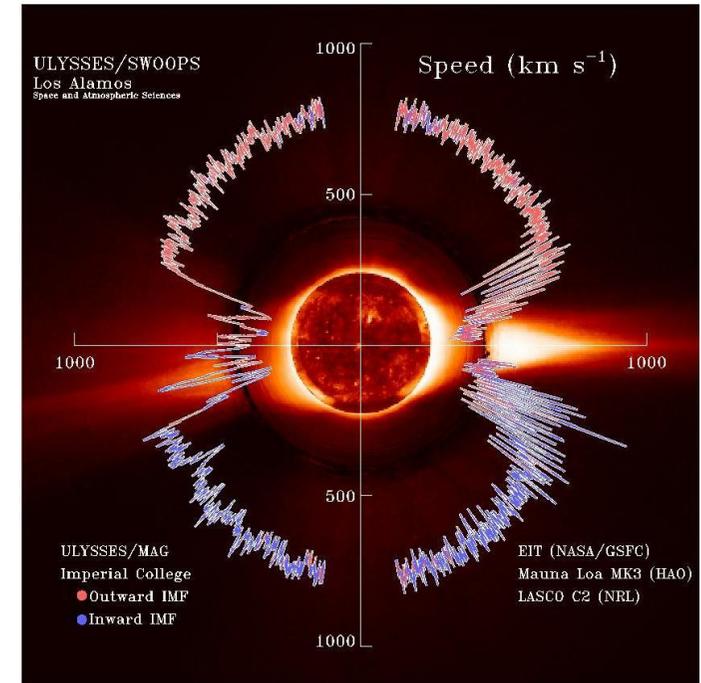
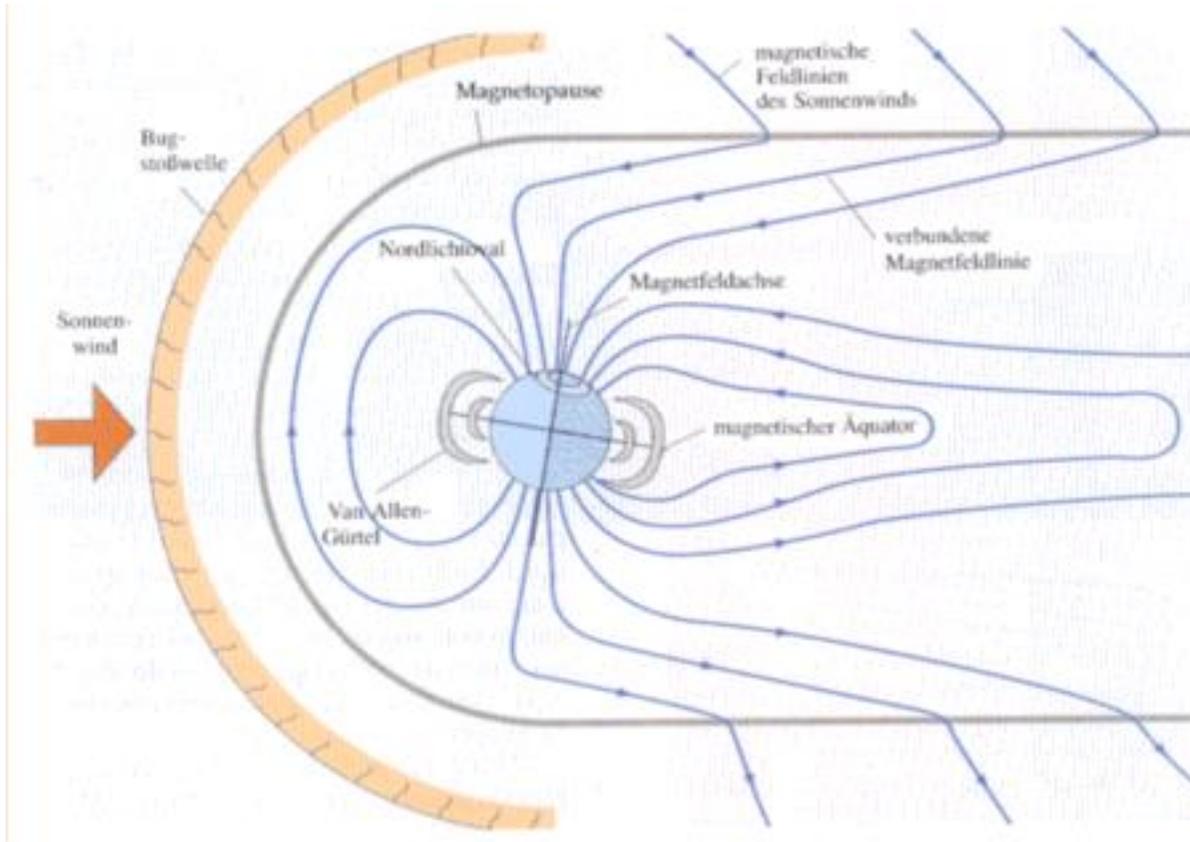


# 12. Vertiefungen und Anwendungen

## Felder um die Erde!



Masse:  $332000m_e$

28g

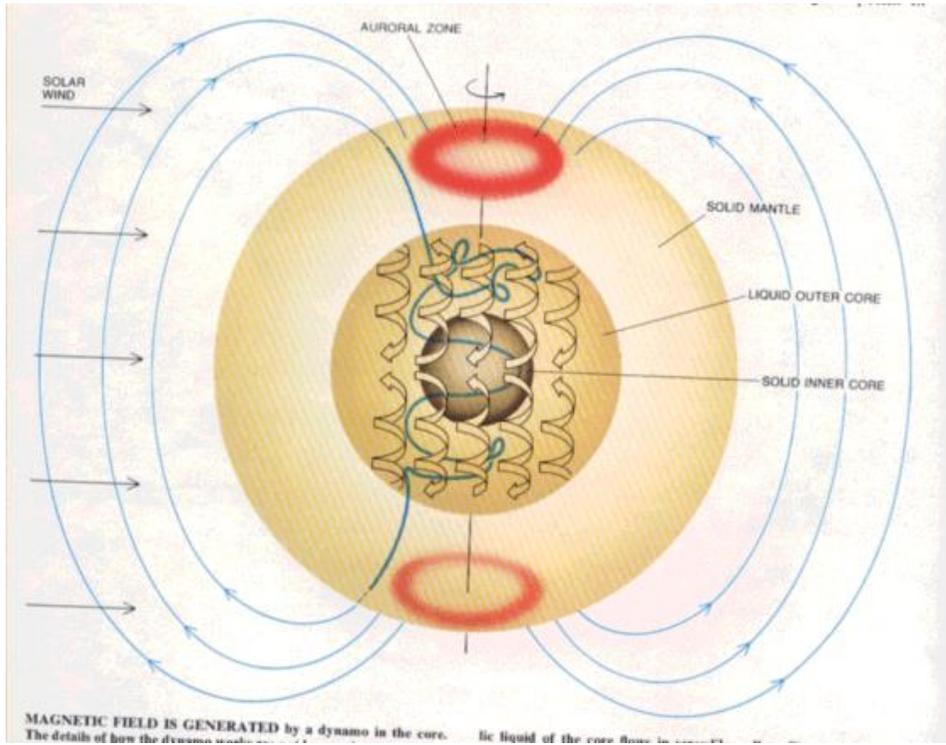
Tag: 25d

Entf.: 150Mkm

Sonnenwind: Protonen, Elektronen

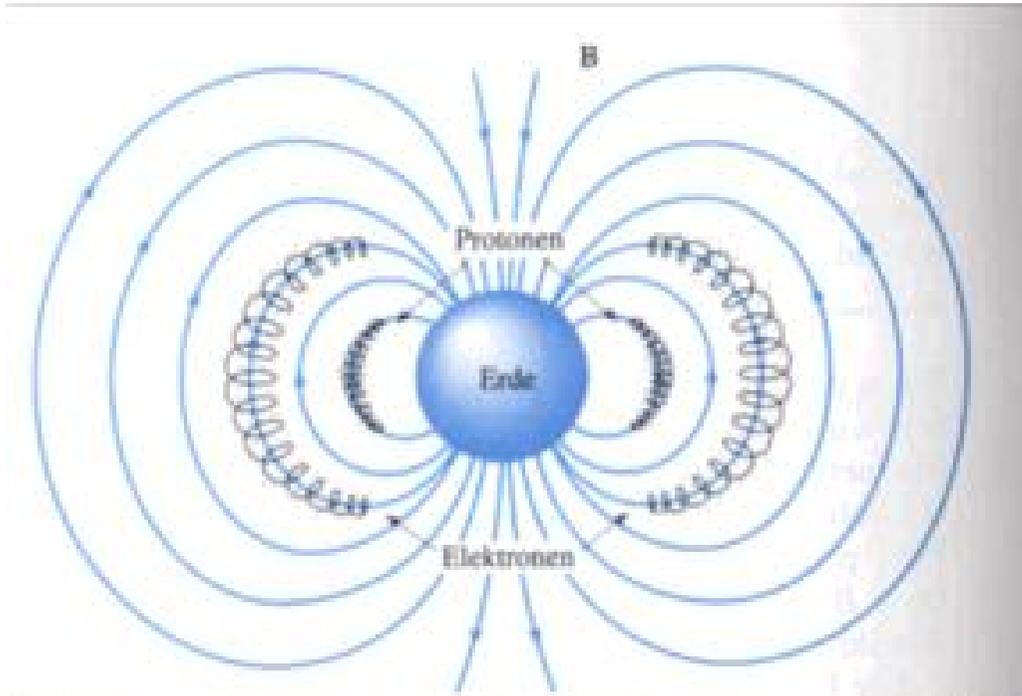
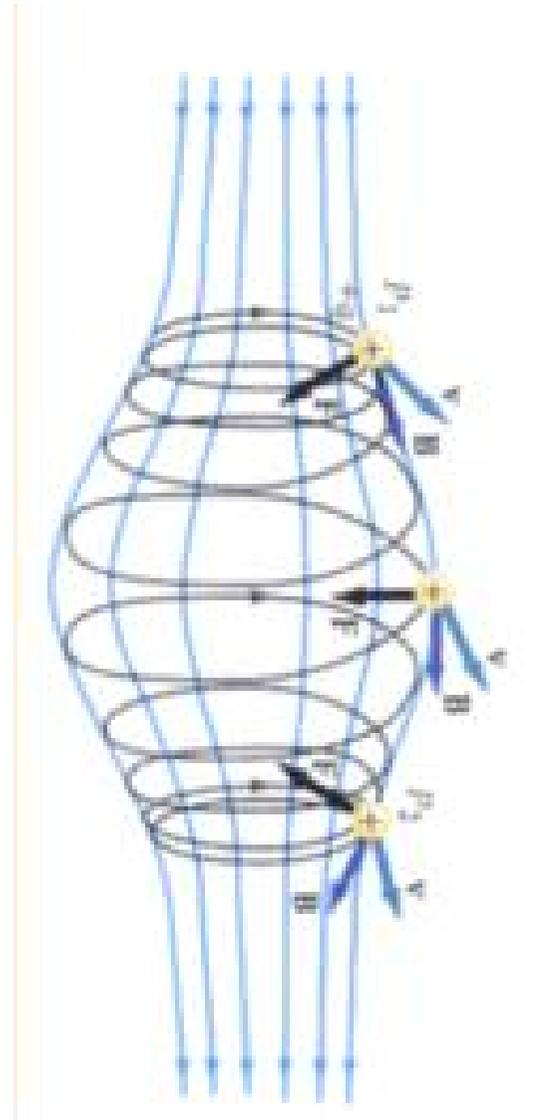
Quellen für die Felder!

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



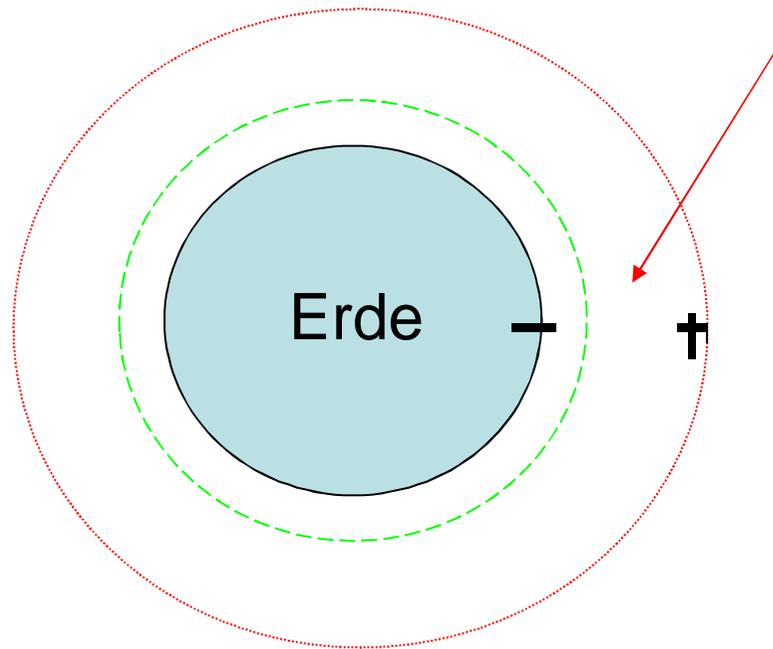
N?

S?



Elektronen/Protonen werden an den Polen reflektiert

Wie sieht es mit elektrischen Feldern aus?



Ca. 300000V  
Bei schönem  
Wetter

Elektrische Felder  
entstehen durch  
Ladungstrennung

Aus den Maxwell  
Gleichungen:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

?

Magnetische Felder  
Entstehen durch  
Strom von geladenen  
Teilchen

## Kräfte?

Aus den Maxwell Gleichungen E und B

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \longrightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{oder da} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$$

$$\operatorname{div}\vec{E} = -\Delta\Phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad -\Delta\Phi = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Poisson - Gleichung

$$\text{Lösung : } \Phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r'$$

Ladungsverteilung  $\rightarrow$   
Feld

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot I \longrightarrow ?$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \vec{A} : \text{Vektorpotential}$$

$$\text{da } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \longrightarrow \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div}\vec{A} - \Delta\vec{A}$$

$$\Delta\vec{A} = -\mu_0 \cdot \vec{j} \quad \Delta A_i = -\mu_0 \cdot j_i, i = x, y, z$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r' \quad \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla} \times \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla} \times \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3 r' \quad \rightarrow \quad \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times \vec{e}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} d^3 r'$$

$$\vec{e} = \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad \text{bei dünnen Drähten!}$$

$$\vec{j} \cdot d^3 r' = \vec{j} \cdot d\vec{A} \cdot d\vec{s} = I \cdot d\vec{s}$$

$$\rightarrow \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{\vec{e} \times d\vec{s}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}$$

Biot- Savart- Gesetz

Ladungsverteilungen, Stromverteilungen  
 → Maxwell Gleichungen liefern die Felder

Kräfte?

Rezept, liegt schon der Definition  
 der Felder zugrunde

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{eld}} \cdot \text{probeladung}(\text{Skalar})$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{eld}} \times \text{probestrom}(\text{Vektor})$$

$$\rightarrow \vec{F}(\text{elektrisch}) = \vec{E} \cdot q(\text{probeladung})$$

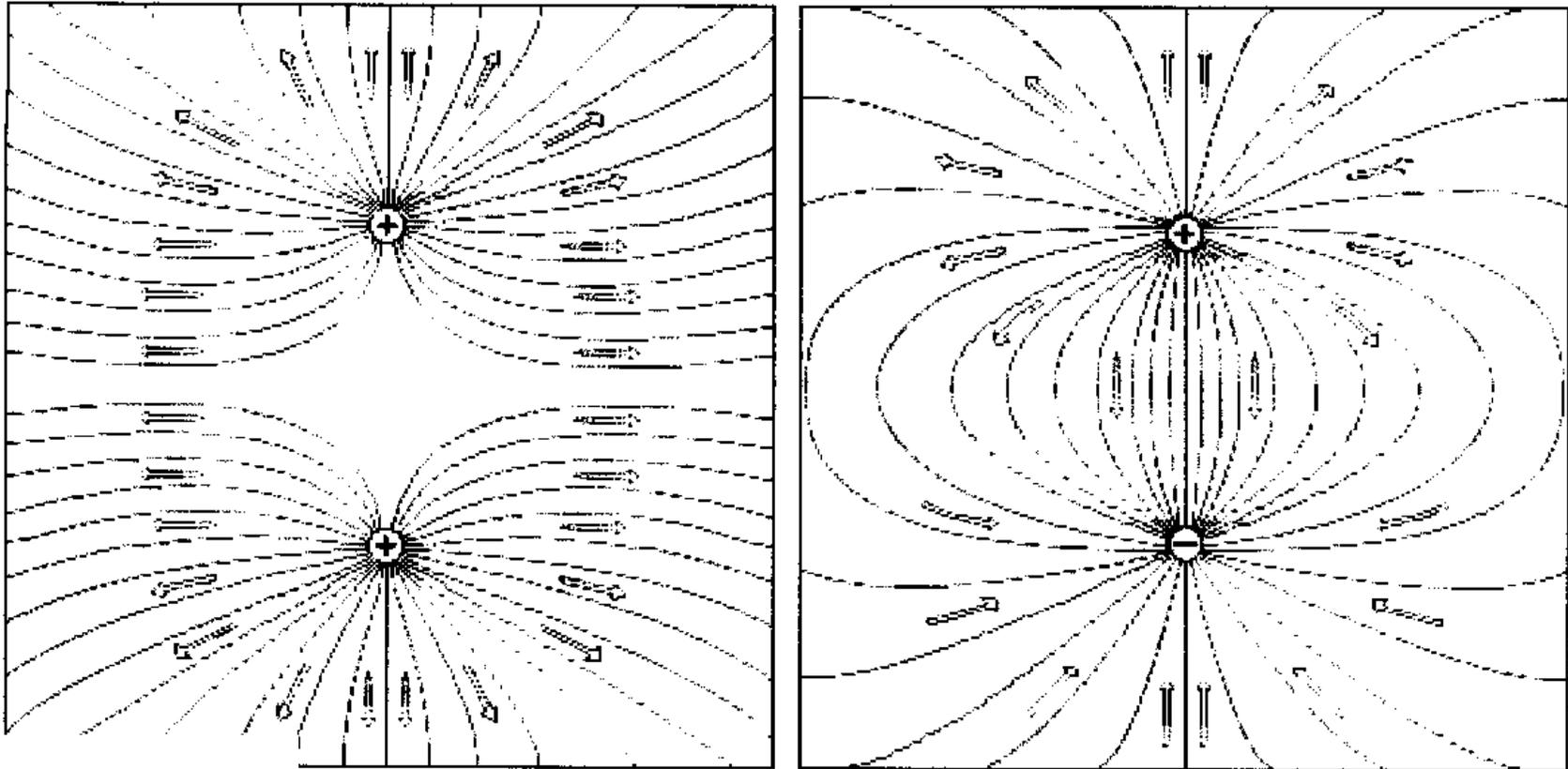
$$\rightarrow \vec{F}(\text{magnetisch}) = I(\text{dünner Draht}) \oint d\vec{s} \times \vec{B}$$

$$\rightarrow \vec{F}(\text{magnetisch}) = \int \vec{j} \times \vec{B} d^3x$$

$$d\vec{F} = I_0 \cdot d\vec{s} \times \vec{B}$$

$$\rightarrow d\vec{F} = dq \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} \times \vec{B} = dq \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Lorentz-Kraft auf eine  
Ladung!

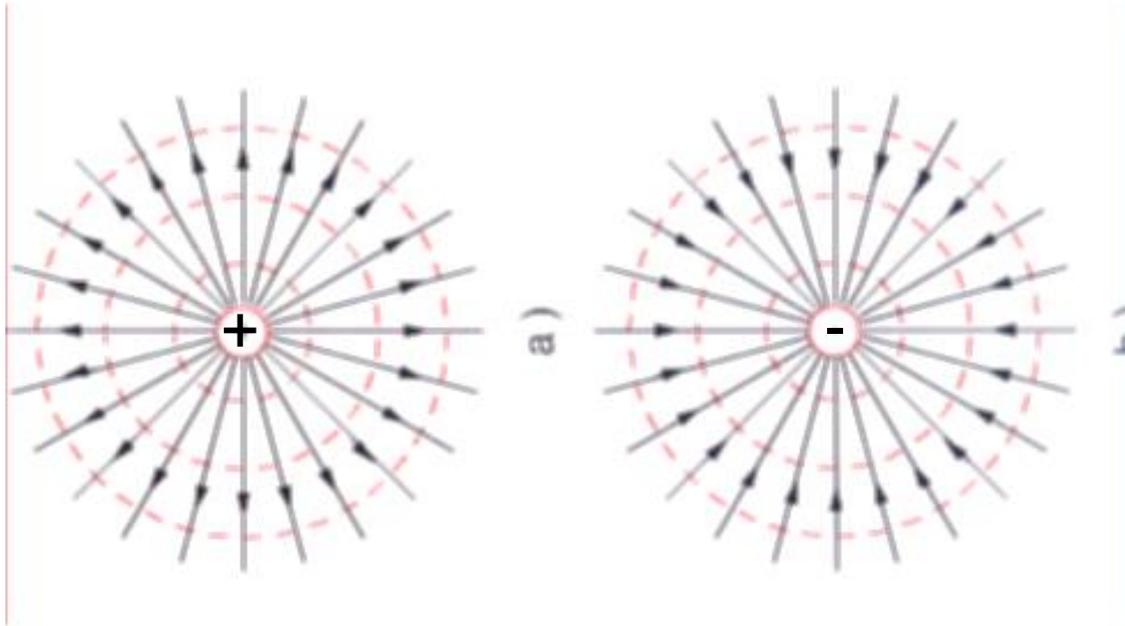


Feldlinienbild Ladungen zweier Ladungen: ++, -+

Sieht man aus diesem Bild an, dass die Kräfte vom Betrag her gleich groß sind?

Warum nicht?

## Punktladungen ,+ und -



Das sind die Felder, die eine Probeladung sieht.

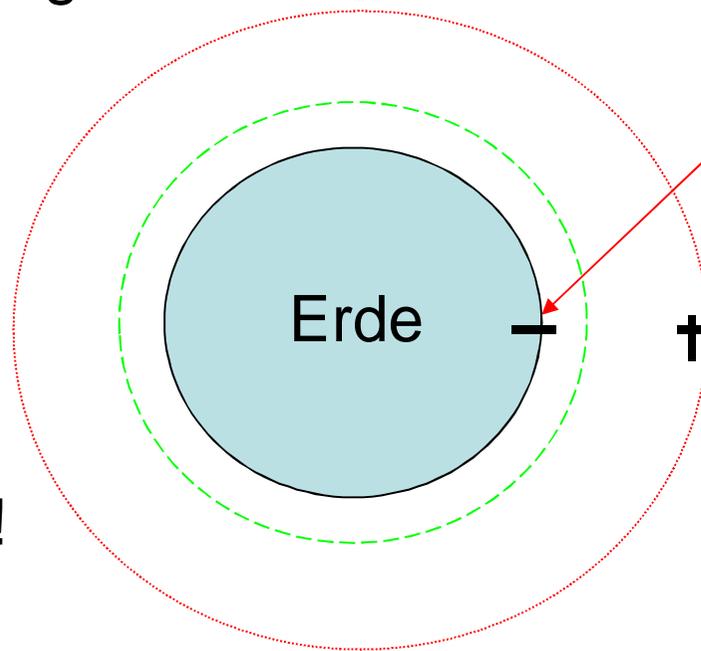
Hier sieht man sofort, dass Anziehung und Abstoßung gleich sind!

# Wie kommt das elektrische Feld der Erdatmosphäre zustande?

Nachladung:

**Gewitter**

1800  
Gewitter,  
bzw.  
300000  
Blitze  
stündlich!

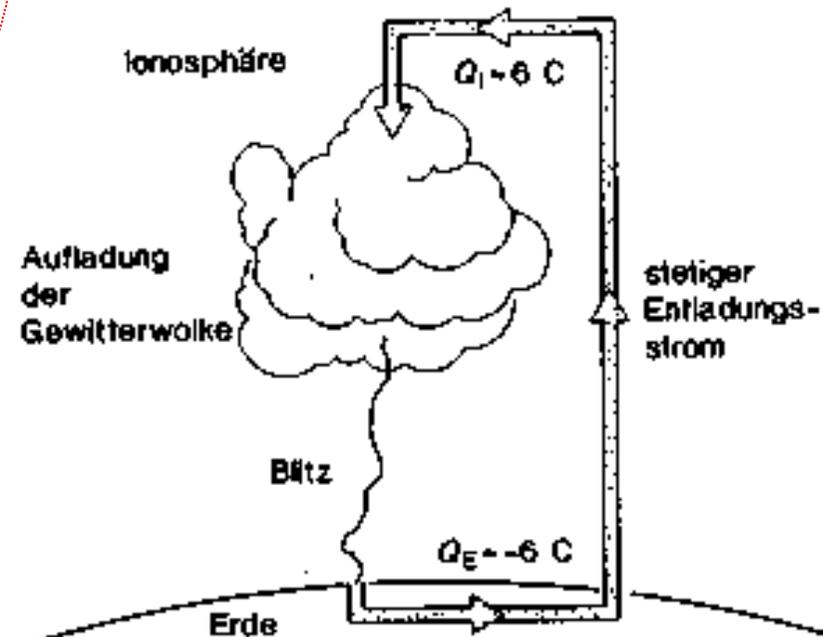


ca -100C

Atmosphäre leitet

ca +100C

Es fließen  
ständig: 2000A



Wie entstehen die Ladungen  
in einer Wolke?

Bisher noch nicht genau bekannt!!

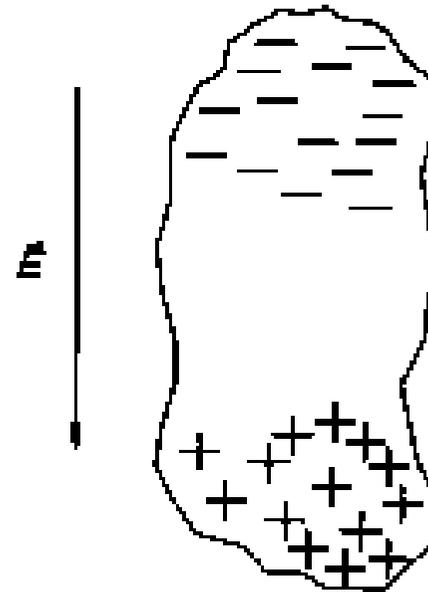
## 2 Theorien

### 1. Induktive Prozesse

In großen Regentropfen  
Ladungstrennung!

Aber Aufwinde: Kleine Tröpfchen  
nehmen pos. Ladung mit nach oben!

Große neg. geladene Tropfen fallen nach unten.

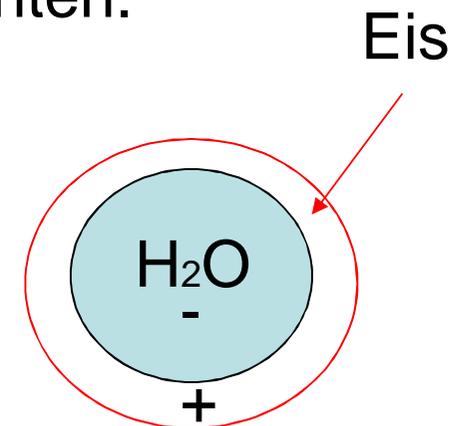


Kann nicht alles sein!

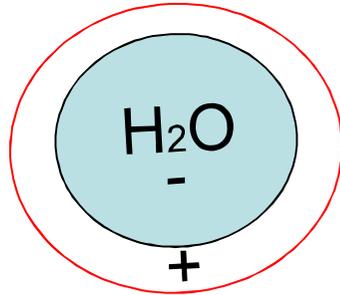
### 2. Nichtinduktive Prozesse

Auseinanderfallen von Eiskristallen!

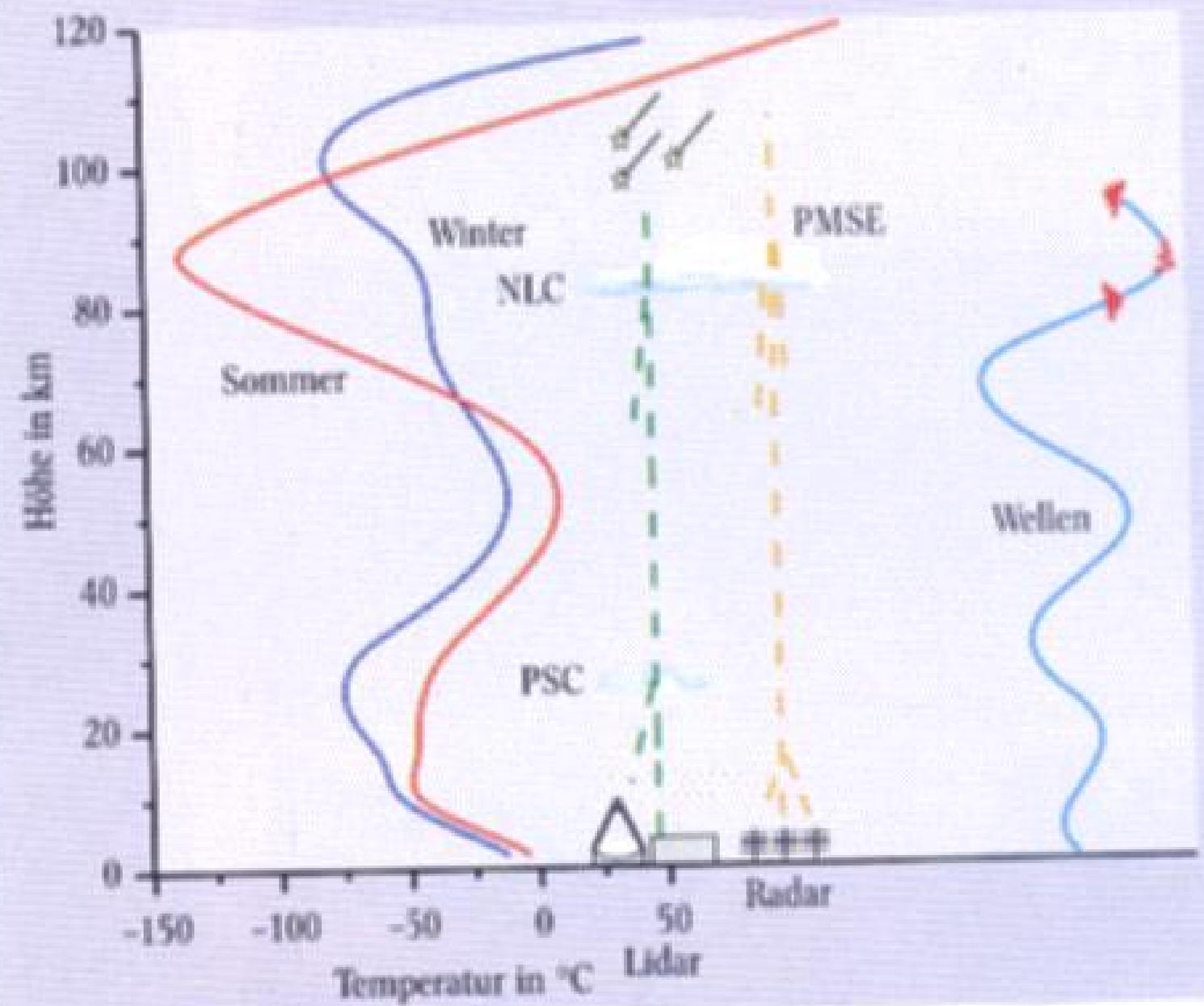
Affinität von Elektronen zu  
Eis und Wasser ist verschieden!

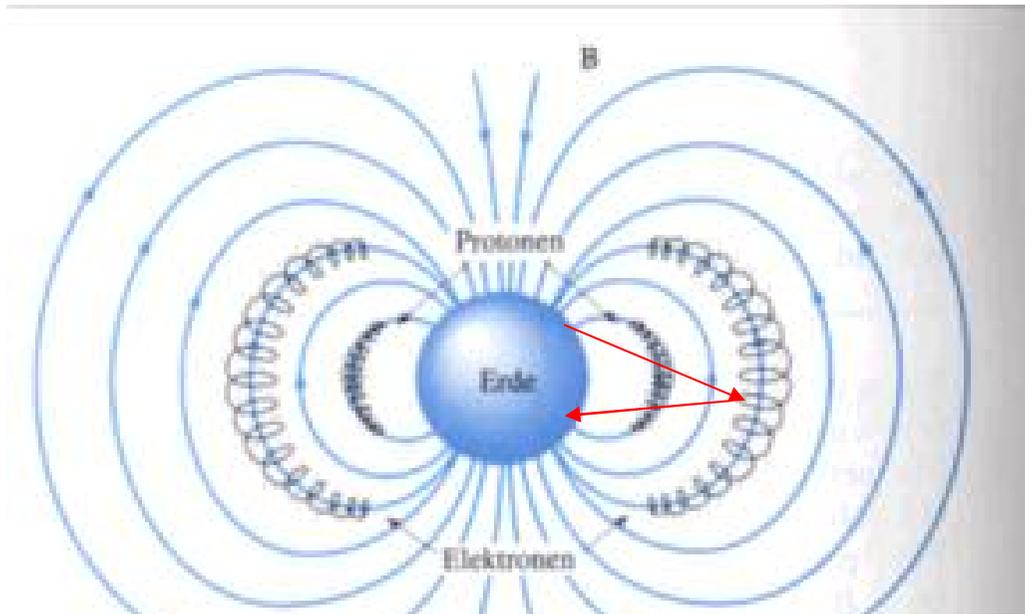


Gefriert ganz → explodiert → kleine pos. geladene Eisteilchen gehen nach oben!



Eigenschaft	Durchschnittlicher Wert
Geschwindigkeit Stufenleitblitz	$1,5 \cdot 10^5$ m/s
Geschwindigkeit Pfeilleitblitz	$2 \cdot 10^6$ m/s
Geschwindigkeit Rückentladung	$5 \cdot 10^7$ m/s
Blitzlänge	5 km
Temperatur in einem Blitz	bis 30 000 °C
Dauer eines Blitzes	0,2 s
Zeit zw. Rückentladungen	40 m
Ladungsübertragung	25 C
Stromstärke	2000 A
Spannung (zw.den Enden)	$4 \cdot 10^8$ V



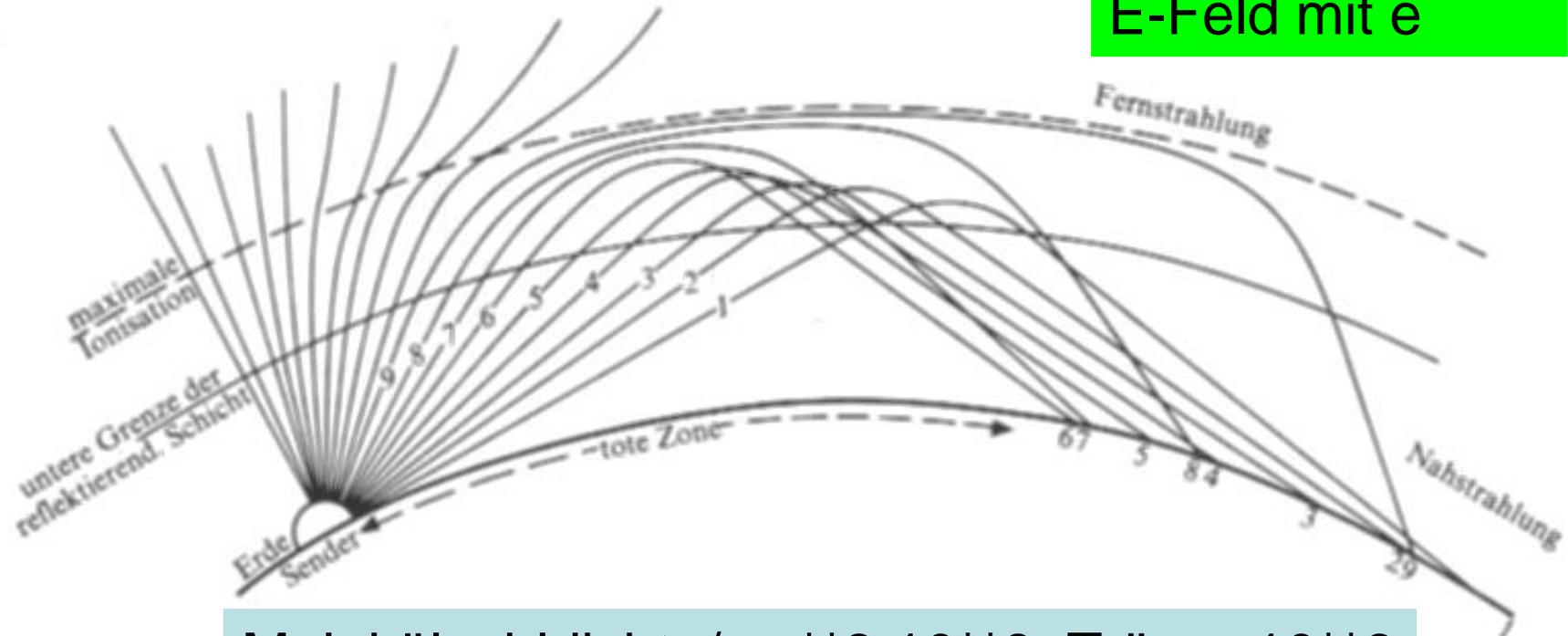


## Ionosphäre

Plasma

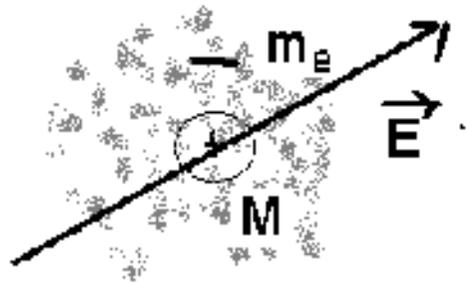
Kann man an den  
Elektronen  
reflektieren?

Wechselwirkung  
E-Feld mit e



Molekülzahldichte/cm<sup>3</sup>:10<sup>9</sup>, Träger:10<sup>6</sup>

# Polarisierbarkeit von Atomen in elektrischen Wechselfeldern:



$\vec{E}$  : äußeres Feld, Massen  $M$ ,  $m_e$   
mit  $M \gg m_e$

Das Elektron wird durch die Kraft  $F = q \cdot E$   
aus der Gleichgewichtslage gebracht

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} + m_e \cdot \omega_0^2 \cdot x = q \cdot E_x^0 \cdot \cos \omega t \quad \text{Lösung mit } x = x_0 \cdot \cos \omega t$$

$$\omega^2 \cdot m_e \cdot x_0 \cdot \cos \omega t + m_e \cdot \omega_0^2 \cdot x_0 \cdot \cos \omega t = q \cdot E_x^0 \cdot \cos \omega t$$

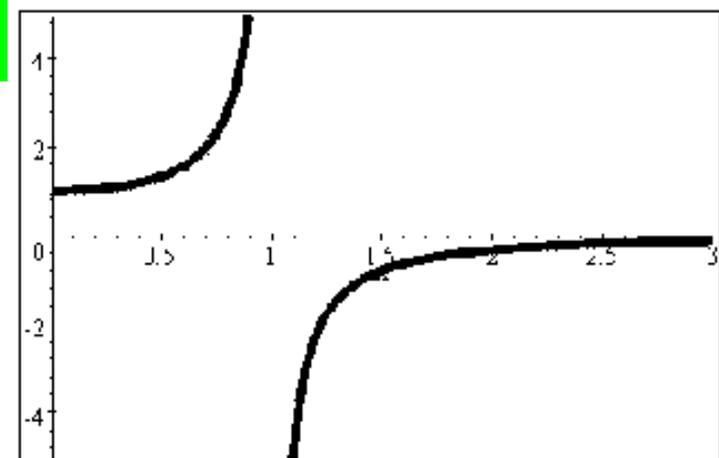
$$x_0 = \frac{q \cdot E_x^0}{m_2(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Der Auslenkung entspricht ein oszillierendes  
Dipolmoment

$$p_x = q \cdot x$$

$$m_e = m_2$$

$$\Rightarrow p_x = \frac{q^2 \cdot E_x}{m_2(\omega_0^2 - \omega^2)} = \epsilon_0 \cdot \alpha(\omega) \cdot E_x$$



$$m \cdot \ddot{x} + h \cdot \dot{x} + m \cdot \omega_0^2 = e \cdot E_x \cdot e^{i\omega t}$$

Gebundene Elektronen

$$x_0 = \frac{\frac{e}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \cdot S} E_x; \text{ mit } \dots S = \frac{h}{m}$$

h: Reibung

$$j = N \cdot e \cdot \dot{x} = \frac{i \cdot \omega \cdot N \cdot \frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \cdot S} E_x \cdot e^{i\omega t}$$

Stromdichte

$$\rightarrow \frac{D}{m} = \omega_0^2 = 0$$

Nicht gebundene Elektronen

$$\rightarrow n^2 = \varepsilon = 1 + \chi = 1 - \frac{N \cdot \frac{e^2}{\varepsilon_0 m}}{\omega^2 + S^2} \quad S \sim \text{Stosszahl}$$

In wichtigen Bereichen  $\gg S$

$$\rightarrow n^2 = 1 - \frac{N \cdot \frac{e^2}{\varepsilon_0 m}}{\omega^2} \text{ oder } \dots \text{ mit } \dots$$

$$f_k^2 = N \cdot \frac{e^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0 m} \dots \text{Plasmafrequenz}$$

Für  $f=f_k$   $n=0$ !!!!

$$n^2 = 1 - \frac{f_k^2}{f^2}$$

