Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Bei der Untersuchung der Zusammensetzung der Materie spielt das Nukleon neben dem Elektron als elementarer Baustein eine entscheidende Rolle. Während das Elektron ein punktförmiges, strukturloses Teilchen ist, das mittlerweile sehr genau untersucht ist und dessen Wechselwirkungen im Rahmen der QED[1] beschrieben werden können, wirft die Struktur des Nukleons als Kernbaustein trotz langjähriger Untersuchungen eine Reihe von Fragen auf. Mit Hilfe von Experimenten an Teilchenbeschleunigern, bei denen hochenergetische Projektilteilchen auf Targetteilchen geschickt werden und die Produkte dieser Reaktionen untersucht werden, wird versucht, diesen Fragen auf den Grund zu gehen, wobei Teilchenbeschleuniger der neuen Generation heutzutage eine ganz neue Klasse von Experimenten ermöglichen.
In den Anfängen der Untersuchungen wurde ein recht einfaches Bild des Nukleons aufgestellt. Es besteht aus drei Konstituenten, den Quarks, aus deren elektrischer Ladung sich die Gesamtladung zusammensetzt und deren Spins zum Nukleonenspin von $\frac{1}{2}$ koppeln. Die Wechselwirkung der Quarks untereinander ist die starke Wechselwirkung oder auch Farbwechselwirkung genannt, die durch die QCD[2] beschrieben wird. Die Austauschteilchen dieser Farbwechselwirkung sind Gluonen, die im Gegensatz zu den Austauschteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung, den ladungsneutralen virtuellen Photonen, selbst Farbladung tragen und somit einer Selbstwechselwirkung unterliegen. Bei einer genaueren Betrachtung der Nukleonen bei unterschiedlichen Ortsauflösungen beziehungsweise Impulsüberträgen fällt allerdings auf, dass die Farbwechselwirkung sich je nach Auflösung von durchaus verschiedener Gestalt zeigt. Im Bereich von weniger als $0.1\,fm$ werden die einzelnen elementaren Quarks und Gluonen aufgelöst. Im Bereich von $0.1\,fm$ - $1\,fm$ zeigen sich, wie oben beschrieben, die drei Konstituentenquarks als Quasiteilchen, während bei Auflösungen größer als $1\,fm$ die hadronischen Freiheitsgrade der Nukleonen sichtbar werden. Hier treten entsprechend auch Mesonen als Austauschteilchen der Wechselwirkung zwischen Nukleonen auf, wobei sich hier hauptsächlich die leichtesten Mesonen, die Pionen, zeigen.
Allein diese verschiedenen auflösungsabhängigen Bilder des Nukleonenaufbaus zeigen schon, dass es schwierig sein wird, diese komplexen Gebilde mit einer einzigen alles umfassenden Theorie zu beschreiben.
Die Kopplungskonstante α_{QCD} der oben angesprochenen QCD hängt stark vom Impulsübertrag und somit von der Auflösung ab und divergiert bei kleinen Impulsüberträgen. Dies führt dazu, dass die QCD nur bei großen Impulsüberträgen, wo die Kopplung entsprechend klein ist, analog zur QED, deren Kopplungskonstante mit $\alpha_{QED} = \frac{1}{137}$ ebenfalls klein ist, als Störungstheorie behandelt werden kann. In dem Bereich der nicht störungstheoretisch behandelbaren QCD müssen also effektive Theorien oder Modelle zur Beschrei-

[1] Quantenelektrodynamik.
[2] Quantenchromodynamik.

bung der Nukleonen gefunden werden. Hier gibt es eine große Anzahl von Modellansätzen, von denen viele jeweils einzelne Aspekte sehr gut beschreiben, bei anderen Phänomenen jedoch scheitern. In Kapitel 2.1.6 dieser Arbeit werden einige grundlegende Modellansätze kurz beschrieben. Die Aufgabe der Experimente ist es daher, durch gezielte Messungen präzise Ergebnisse für relevante Beobachtungsgrößen zu bestimmen, so dass hierdurch zwischen den einzelnen Modellansätzen diskriminiert werden kann.
Einige dieser relevanten Observablen lassen sich beim Übergang des Nukleons zu seiner ersten Resonanz, der Δ-Resonanz oder $P_{33}(1232)$, beobachten. Diese Resonanz gilt als Lehrbuchresonanz, die sowohl im Speed-Plot als auch im Argand-Diagramm sauber zu identifizieren ist und im Spektrum der Ein-Pion-Produktion bei einer invarianten Masse von $1.232\,GeV$ zu finden ist. Angeregt wird die Δ-Resonanz durch einen Spinflip oder magnetischen Dipolübergang, der in der Pion-Photoproduktion durch die Kopplung eines reellen, in der Pion-Elektroproduktion durch die Kopplung eines virtuellen Photons mit relativem Bahndrehimpuls $L_\gamma = 1$, eines sogenannten M1-Photons, an das Nukleon ausgelöst wird. Zusätzlich zu diesem M1-Übergang wird aber auch beobachtet, dass die Resonanz durch ein Photon mit $L_\gamma = 2$, also durch einen Quadrupolübergang, angeregt werden kann. In der Photoproduktion kann dies nur durch transversale Photonen (E2) geschehen, in der Elektroproduktion hingegen zusätzlich durch longitudinale Photonen (C2).
Der Anteil der Quadrupolübergänge bei der Anregung der Δ-Resonanz ist zwar sehr klein aber die Vorhersage seiner Größe und Abhängigkeit vom Impulsübertrag ist sehr stark modellabhängig. Somit eignen sich die Quadrupolbeiträge als Observablen, um zwischen verschiedenen Modellvorhersagen unterscheiden zu können. In Kapitel 2.1.6 werden die Vorhersagen einiger Modelle für die Quadrupolbeiträge und ihre Abhängigkeit vom Impulsübertrag vorgestellt. Hier sind auch die bis 1997 vorhandenen Daten eingezeichnet, deren Qualität keine Modelldiskriminierung ermöglichte. Eckpunkte für den Verlauf der Impulsübertragsabhängigkeit sind für den transversalen Quadrupolanteil der Wert am Photonenpunkt, also bei einem Impulsübertragsquadrat von $-K^2 = 0\,GeV^2$, der an MAMI[3] zu $-2.5\% \pm 0.1\% \pm 0.2\%$ [Bec 97] und an LEGS[4] zu $-3.07\% \pm 0.26\% \pm 0.24\%$ [Bla 97] gemessen wurde, sowie die Vorhersage der perturbativen QCD, wonach das Verhältnis der transversal elektrischen Quadrupolamplitude zur magnetischen Dipolamplitude bei sehr hohen Impulsüberträgen eins ist. Das Verhältnis der longitudinalen Quadrupolamplitude zur magnetischen Dipolamplitude wird von der perturbativen QCD als konstant vorhergesagt [BrL 79-81].
Um den Verlauf der Amplitudenverhältnisse vom Photonenpunkt zum Bereich der perturbativen QCD fixieren zu können, bedarf es also neuer präziser Daten über einen großen Bereich des Impulsübertrags. Messgröße zur Bestimmung der Quadrupolbeiträge ist die Θ- und Φ-Modulation des Pionproduktionswirkungsquerschnittes am Nukleon, was Experimente erfordert, die den Wirkungsquerschnitt entweder an ausgezeichneten Θ-Φ-Punkten vermessen, wie die in Mainz [Pos 01] und am MIT-Bates in Boston [Mer 01] durchgeführten Experimente, oder über einem möglichst großen Winkelbereich, wie die am JLAB[5] in

[3] Mainzer Mikrotron.
[4] Laser Electron Gamma Source, Brookhaven National Laboratory.
[5] Thomas Jefferson Laboratory, Newport News.

Newport News [Fro 99, Joo 02] und an ELSA[6] in Bonn durchgeführten Messungen.
Die hier vorliegende Arbeit berichtet über das Experiment in Bonn, bei dem für zehn verschiedene Werte des Impulsübertragsquadrats im Bereich $0.04\,GeV^2 \leq -K^2 \leq 0.8\,GeV^2$ der Ein-Pion-Produktionswirkungsquerschnitt am Proton mit einem großflächigen Detektor vermessen wurde. Das Experiment wird in Kapitel 3 näher beschrieben. Fünf dieser gemessenen Punkte wurden bereits in früheren Arbeiten ausgewertet [Hai 00, Lan 99, Wac 98], wobei jedoch noch nicht auf ein vollständiges Monte-Carlo-Simulationsprogramm zurückgegriffen werden konnte. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein solches Monte-Carlo-Simulationsprogramm zu entwickeln, mit dem zunächst eine der schon in [Lan 99] behandelten Kinematiken komplett ausgewertet werden soll, um Effekten wie Auflösung der Detektoren, Effizienzen, Randeffekte und Strahlungskorrekturen in den gemessenen Wirkungsquerschnitten gerecht zu werden. Ebenso war es bisher nicht möglich, absolute Wirkungsquerschnitte aus den Daten zu extrahieren. Daher war es ein weiteres Ziel dieser Arbeit, über Messungen des bereits in anderen Experimenten sehr genau vermessenen Wirkungsquerschnittes der elastischen Elektron-Proton-Streuung für das vorliegende Experiment die Luminosität zu bestimmen, so dass hier neben Amplitudenverhältnissen auch absolute Wirkungsquerschnitte extrahiert werden können. In Kapitel 4 werden die einzelnen Schritte der Luminositätsbestimmung sowie die Funktionsweise des Monte-Carlo-Simulationsprogrammes näher erläutert. In Kapitel 5 werden dann abschließend die Ergebnisse der kompletten Auswertung der Kinematik bei $-K^2 = 0.630\,GeV^2$ zusammengefasst.

[6] Elektronen Stretcher Anlage.

2. Theorie

2.1 Die Ein-Pion-Produktion

2.1.1 Kinematik

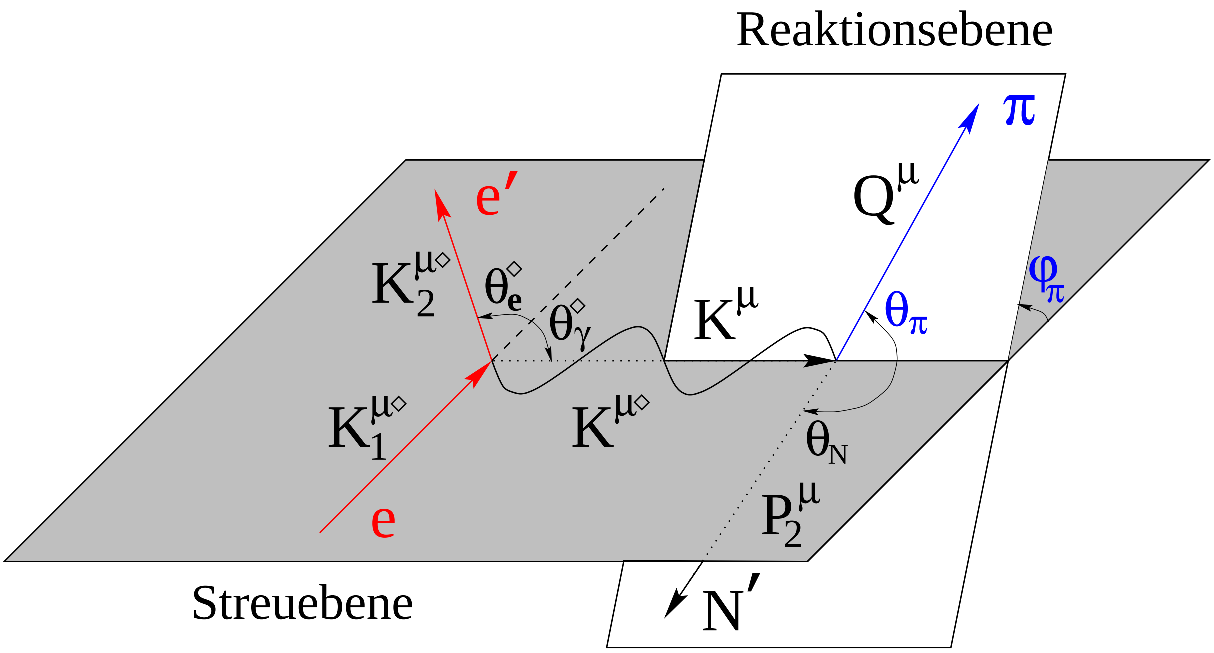


Abbildung 2.1: *Schematische Darstellung der Pion-Elektroproduktion am Nukleon.*

Die Elektroproduktion eines Pions am Nukleon ist in der Einphotonaustauschnäherung in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt. Aufgrund der Größe der elektromagnetischen Kopplungskonstanten $\alpha = e^2/4\pi(\epsilon_0\hbar c) \simeq 1/137$ liegt der Fehler, der durch Vernachlässigung höherer Ordnungen gemacht wird, unter 1% [DrT 92]. Unter Beachtung der Energie- und Impulserhaltung wird die Kinematik der Reaktion durch

$$K^\mu + P_1^\mu = Q^\mu + P_2^\mu \tag{2.1}$$

beschrieben. Hier ist $K^\mu = K_1^\mu - K_2^\mu$ der Vierervektor des virtuellen Photons, Q^μ der des Pions und P_1^μ und P_2^μ sind die Vierervektoren des Protons im Anfangs- und im Endzustand. Die Kinematik ist also durch 4·4=16 skalare Größen vollständig bestimmt. Vier dieser 16 Größen sind durch die Energie- und Impulserhaltung (Gleichung 2.1) festgelegt, drei weitere durch ein ruhendes Target, $P_1^\mu = (m_p, 0, 0, 0)$ sowie weitere drei bei bekannten Ruhemassenvon Pion und Proton. Die sechs verbleibenden Größen müssen zur vollständigen Bestimmung der Kinematik im Experiment gemessen werden. Durch die Wahl des

Koordinatensystems, dessen z-Achse in Richtung des Photonimpulses $\vec{k}$ vorgegeben wird, reduziert sich die Anzahl der zu bestimmenden Größen auf drei. Hier können zum Beispiel die Lorentz-invarianten Mandelstam-Variablen

$$\begin{array}{rcccl} s & = & (K_\mu + P_{1\mu}) \cdot (K^\mu + P_1^\mu) & = & (Q_\mu + P_{2\mu}) \cdot (Q^\mu + P_2^\mu) \\ t & = & (K_\mu - Q_\mu) \cdot (K^\mu - Q^\mu) & = & (P_{1\mu} - P_{2\mu}) \cdot (P_1^\mu - P_2^\mu) \\ u & = & (P_{2\mu} - K_\mu) \cdot (P_2^\mu - K^\mu) & = & (P_{1\mu} - Q_\mu) \cdot (P_1^\mu - Q^\mu) \end{array} \tag{2.2}$$

benutzt werden, oder, wie deren Auswertung im Schwerpunkt- und Laborsystem

$$\begin{array}{rcccc} s & = & W^2 & = & K^2 + m^2 + 2mk_0 \\ t & = & K^2 + m_\pi^2 - 2k_0q_0 + 2kq\cos\Theta_\pi^* & = & -2mT_2 \\ u & = & K^2 + m^2 - 2k_0p_{20} + 2kp_2\cos\Theta_2^* & = & (m + m_\pi)^2 - 2mT_\pi \end{array} \tag{2.3}$$

zeigt, Größen wie beispielsweise W, Θ_π^* und K^2, die einen direkteren Bezug zu den Messgrößen aus dem Experiment darstellen. Θ_π^* und Θ_2^* sind hier die Streuwinkel des Pions beziehungsweise des Nukleons zu der in Richtung der Flugbahn des virtuellen Photons gewählten z-Achse des Koordinatensystems im CMS.
Bei Kenntnis der Größen des einlaufenden und auslaufenden Elektrons ist die Kinematik des virtuellen Photons

$$-K^2 = 4k_{10}k_{20}\sin^2\frac{\Theta_{ee'}}{2}, \tag{2.4}$$

wobei k_1 und k_2 die Viererimpulse des Primär- beziehungsweise des gestreuten Elektrons bezeichnen, und bei ruhendem Proton somit auch die im Schwerpunktsystem zur Verfügung stehende Energie

$$W^2 = s = m^2 + 2k_0m + K^2 \tag{2.5}$$

gegeben.

2.1.2 Der elementare Wirkungsquerschnitt

Der fünffach differenzielle Wirkungsquerschnitt der Ein-Pion-Produktion am Nukleon kann in der folgenden Form geschrieben werden.

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_e dE_e' d\Omega_\pi^*} = \Gamma_t \frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi^*}, \tag{2.6}$$

wobei

$$\Gamma_t = \frac{\alpha}{2\pi^2}\frac{k_{20}}{k_{10}}\frac{k_\gamma}{-K^2}\frac{1}{1-\varepsilon} \tag{2.7}$$

den leptonischen Vertex beschreibt und ein Maß für den Fluss der virtuellen Photonen darstellt.

$$k_\gamma = \frac{W^2 - m_N^2}{2m_N} \tag{2.8}$$

ist die Photonäquivalentenergie, also die Energie, die ein reelles Photon im Laborsystem haben müsste, um einen Übergang mit derselben invarianten Masse zu erzeugen, und

$$\varepsilon = \left(1 + 2\frac{|\vec{k}|^2}{-K^2}\tan^2\frac{\Theta_{ee'}}{2}\right)^{-1} \tag{2.9}$$

der transversale Polarisationsgrad des virtuellen Photons.
$\frac{d^2\sigma}{d\Omega^*_\pi}$ beschreibt die Ein-Pion-Produktion am Nukleon durch virtuelle Photonen mit bekannter Energie und bekanntem Polarisationsgrad. Während reelle Photonen nur transversal polarisiert sein können, können virtuelle Photonen auch longitudinale Polarisationskomponenten haben. Aufgrund der Polaristaion der virtuellen Photonen lässt sich der hadronische Wirkungsquerschnitt in Antwortfunktionen aufspalten.

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{d\Omega^*_\pi} &= (\sigma_T + \varepsilon\,\sigma_L + \varepsilon\,\cos(2\phi^*_\pi)\,\sigma_{TT} + \sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)}\,\cos(\phi^*_\pi)\,\sigma_{LT}) \\ &= \frac{|\vec{p}^{\,*}_\pi|}{k^*_\gamma}(R_T + \varepsilon\,R_L + \varepsilon\,\cos(2\phi^*_\pi)\,R_{TT} + \sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)}\,\cos(\phi^*_\pi)\,R_{LT})\end{aligned} \tag{2.10}$$

Hier beschreibt R_T den Anteil der hadronischen Wechselwirkung, der durch transversale Photonen induziert wird, R_L den Anteil, der durch longitudinale induziert wird, R_{TT} beschreibt den Anteil, der durch die Interferenz der beiden transversalen Polarisationskomponenten induziert wird, und R_{LT} den Anteil, der durch die Interferenz der transversalen mit der longitudinalen Polarisationskomponente induziert wird.

2.1.3 Invariante Amplituden

Der in Kapitel 2.1.2 vorgestellte Wirkungsquerschnitt der Ein-Pion-Elektroproduktion am Nukleon wird durch die Lorentz- und eichinvariante Übergangsmatrix T bestimmt, die sich aus dem Leptonenstrom j_μ, der mit dem Faktor $1/K^2$, der vom Photonpropagator beigetragen wird und zu $\epsilon_\mu = j_\mu/K^2$ zusammengefasst wird, dem elektromagnetischen Nukleonenstrom J^μ_α und dem Pionfeld Φ_β zusammensetzt.

$$T = \frac{j_\mu \cdot J^\mu_\alpha \cdot \Phi_\beta}{K^2} = \epsilon_\mu \cdot J^\mu_\alpha \cdot \Phi_\beta \tag{2.11}$$

Die Übergangsmatrix T kann in die wiederum Lorentz- und eichinvarianten Matrizen M_i und die zugehörigen komplexen Amplituden A_i zerlegt werden, die von den kinematischen Größen W, K^2 und Θ_π abhängen.

$$T = \sum_{i=1}^{6} A_i M_i \tag{2.12}$$

Dabei lassen sich die Matrizen M_i in folgender Weise darstellen. [Got 98]

$$\begin{array}{lcl} M_1 & = & \frac{1}{2} i\gamma_5\, \gamma^\mu\, \gamma_\nu\, F^\nu_\mu \\ M_2 & = & 2i\gamma_5\, P^\mu\, (Q_\nu - \frac{1}{2}K_\nu)\, F^\nu_\mu \\ M_3 & = & \gamma_5\, \gamma^\mu\, Q_\nu\, F^\nu_\mu \\ M_4 & = & 2\gamma_5\, \gamma^\mu\, P_\nu\, F^\nu_\mu - 2\, m\, M_1 \\ M_5 & = & i\gamma_5\, K^\mu\, Q_\nu\, F^\nu_\mu \\ M_6 & = & \gamma_5\, K^\mu\, \gamma_\nu\, F^\nu_\mu \quad . \end{array} \tag{2.13}$$

2.1.4 Isospinzerlegung

Die in den Reaktionskanälen messbaren komplexen Amplituden A

$$\begin{array}{lclcl} \gamma_v + p & \rightarrow & p + \pi^0 & \Rightarrow & A^{p\pi^0} \\ \gamma_v + p & \rightarrow & n + \pi^+ & \Rightarrow & A^{n\pi^+} \\ \gamma_v + n & \rightarrow & n + \pi^0 & \Rightarrow & A^{n\pi^0} \\ \gamma_v + n & \rightarrow & p + \pi^- & \Rightarrow & A^{p\pi^-} \end{array} \tag{2.14}$$

von denen bei Isospinerhaltung nur je drei physikalische Amplituden linear unabhängig sind, lassen sich hinsichtlich der isoskalaren und isovektoriellen elektromagnetischen Kopplung des Photons an das Nukleon und der rein isovektoriellen Kopplung des Pionfeldes an das Nukleon vollständig in die isovektoriellen Amplituden A^+ und A^- sowie die isoskalare Amplitude A^0 entwickeln

$$A = A^+ c_+ + A^- c_- + A^0 c_0 = A^+ \delta_{\beta 0} + A^- \frac{1}{2}[\tau_\beta, \tau_0] + A^0 \tau_\beta \,, \tag{2.15}$$

wobei sich die Koeffizienten c_+, c_- und c_0 mit $\tau_\beta \in \tau_+, \tau_0, \tau_-$, den Pauli-Matrizen τ_i und

$$\begin{array}{lcl} \tau_+ & = & \dfrac{\tau_1 + i\tau_2}{\sqrt{2}} \\ \tau_0 & = & \tau_3 \\ \tau_- & = & \dfrac{\tau_1 - i\tau_2}{\sqrt{2}} \end{array} \tag{2.16}$$

als

$$\begin{array}{lcccccc} c_+ & = & \frac{1}{2}(\tau_\beta\tau_0 + \tau_0\tau_\beta) & = & \frac{1}{2}\{\tau_\beta, \tau_0\} & = & \delta_{\beta 0} \\ c_- & = & \frac{1}{2}(\tau_\beta\tau_0 - \tau_0\tau_\beta) & = & \frac{1}{2}[\tau_\beta, \tau_0] & & \\ c_0 & = & \tau_\beta & & & & \end{array} \tag{2.17}$$

darstellen lassen.
Die Amplituden A^+, A^- und A^0 lassen sich andererseits in Terme zu festem Isospin im Endzustand zerlegen,

$$A^+ = \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} + 2A_v^{\frac{3}{2}})\,, \quad A^- = \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} - A_v^{\frac{3}{2}}) \quad \text{und} \quad A^0 = A_s^{\frac{1}{2}}\,, \tag{2.18}$$

wobei hier zwischen dem resonanten Anteil $A_v^{\frac{3}{2}}$, der die Δ-Resonanz anregt, und den nichtresonaten Anteilen $A_v^{\frac{1}{2}}$ und $A_s^{\frac{1}{2}}$ unterschieden wird. So lassen sich einerseits die physikalischen Amplituden durch die A^+, A^-, A^0 und die Amplituden zu festem Isospin im Endkanal

$$\begin{array}{lcccccc}
A^{p\pi^0} & = & (A^+ + A^0) & = & A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} + 2A_v^{\frac{3}{2}}) & = & A_p^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \\
A^{n\pi^+} & = & \sqrt{2}(A^- + A^0) & = & \sqrt{2}[A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} - A_v^{\frac{3}{2}})] & = & \sqrt{2}[A_p^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}A_v^{\frac{3}{2}}] \\
A^{n\pi^0} & = & (A^+ - A^0) & = & -A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} + 2A_v^{\frac{3}{2}}) & = & -A_n^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \\
A^{p\pi^-} & = & -\sqrt{2}(A^- - A^0) & = & \sqrt{2}[A_s^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} - A_v^{\frac{3}{2}})] & = & \sqrt{2}[A_n^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}A_v^{\frac{3}{2}}]
\end{array} \tag{2.19}$$

ausdrücken, wobei häufig die Isospin-1/2-Amplituden am Proton und am Neutron zusammengefasst werden,

$$A_p^{\frac{1}{2}} = A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}A_v^{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad A_n^{\frac{1}{2}} = A_s^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}A_v^{\frac{1}{2}}, \tag{2.20}$$

und andererseits lassen sich die Amplituden zu festem Isospin im Endkanal durch die A^+, A^-, A^0 und die Amplituden der Reaktionskanäle ausdrücken.

$$\begin{array}{lcccccc}
A_v^{\frac{3}{2}} & = & A^+ - A^- & = & A^{p\pi^0} - \frac{1}{\sqrt{2}}A^{n\pi^+} & = & A^{n\pi^0} + \frac{1}{\sqrt{2}}A^{p\pi^-} \\
A_v^{\frac{1}{2}} & = & A^+ + 2A^- & = & A^{p\pi^0} + \frac{1}{\sqrt{8}}A^{n\pi^+} - \frac{3}{\sqrt{8}}A^{p\pi^-} & = & \sqrt{2}A^{n\pi^+} - \frac{1}{2}A^{p\pi^0} + \frac{3}{2}A^{n\pi^0} \\
A_s^{\frac{1}{2}} & = & A^0 & = & \frac{1}{\sqrt{8}}(A^{n\pi^+} + A^{p\pi^-}) & = & \frac{1}{2}(A^{p\pi^0} - A^{n\pi^0})
\end{array} \tag{2.21}$$

[Got 98]

2.1.5 Multipolentwicklung der Amplituden

Um die Spin- und Drehimpulszustände des Pion-Nukleon- sowie des Photon-Nukleon-Systems und damit die Multipolstruktur des N-Δ-Überganges in der Übergangsmatrix aufzudecken, wird diese zunächst im Pion-Nukleon-Schwerpunktsystem betrachtet

$$T_{fi} = <\bar{u}_{P_2}|\sum_{i=1}^{6} A_i M_i|u_{P_1}> = <\chi_2^+|\mathcal{F}|\chi_1>\,, \tag{2.22}$$

wobei $\mathcal{F}$ die Form

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} \;=\; & i\vec{\sigma}\cdot\vec{\varepsilon}\,\mathcal{F}_1 + \vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\vec{\sigma}\cdot(\hat{k}\times\vec{\varepsilon})\mathcal{F}_2 + i\vec{\sigma}\cdot\hat{k}\,\hat{q}\cdot\vec{\varepsilon}\,\mathcal{F}_3 + \\
& i\vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\hat{q}\cdot\vec{\varepsilon}\,\mathcal{F}_4 + i\vec{\sigma}\cdot\hat{k}\,\hat{k}\cdot\vec{\varepsilon}\,\mathcal{F}_5 + i\vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\hat{k}\cdot\vec{\varepsilon}\,\mathcal{F}_6 - \\
& i\vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\varepsilon_0\,\mathcal{F}_7 - i\vec{\sigma}\cdot\hat{k}\,\varepsilon_0\,\mathcal{F}_8
\end{aligned} \tag{2.23}$$

erhält. Auf Grund der Eichinvarianz kann ε_μ durch $a_\mu = \varepsilon_\mu - \lambda K_\mu$ für ein beliebiges λ ersetzt werden. Bei der Coulomb-Eichung wird $\lambda = \frac{\varepsilon_0}{k_0}$ gesetzt, so dass a_0 und damit

auch $\mathcal{F}_7$ und $\mathcal{F}_8$ verschwinden. Die komplexen Amplituden $\mathcal{F}_i$, mit denen die Übergangsmatrixelemente im Schwerpunktsystem dargestellt wird, werden als CGLN-Amplituden bezeichnet.
Eine Zerlegung dieser Amplituden nach Drehimpuls und Parität der Eingangs- und Ausgangskanäle wird als Multipolentwicklung bezeichnet. Der Gesamtdrehimpuls J des Systems setzt sich aus einer Kopplung des Nukleonspins $s_N = \frac{1}{2}$ und des Drehimpulses des Photons L_γ zusammen, wobei L_γ wiederum eine Kopplung des Spins s_γ und des Bahndrehimpulses l_γ des Photons ist. Aus der Drehimpulserhaltung folgt für die Kopplung des Bahndrehimpulses l_π des Pions mit dem Spin des Nukleons

$$|l_\pi \pm \frac{1}{2}| = J = |L_\gamma \pm \frac{1}{2}|, \tag{2.24}$$

woraus sich die Auswahlregel $|L_\gamma - l_\pi| \leq 1$ ergibt. Aus der Paritätserhaltung ergeben sich für elektrisch und magnetisch induzierte wie auch für die Coulomb-Übergänge weitere Auswahlregeln.

$$\begin{array}{rcrcrcl} \mathrm{C}L_\gamma\,,\ \mathrm{E}L_\gamma & : & (-1)^{L_\gamma} & = & (-1)^{l_\pi+1} & \Rightarrow & |L_\gamma - l_\pi| = 1 \\ \mathrm{M}L_\gamma & : & (-1)^{L_\gamma+1} & = & (-1)^{l_\pi+1} & \Rightarrow & L_\gamma = l_\pi \end{array} \tag{2.25}$$

Dies führt zu den in Tabelle 2.1 angebenen Multipolen der elektromagnetischen Anregung des Nukleons und den dazugehörenden Multipolen des Pion-Nukleon-Endzustandes. Werden die CGLN-Amplituden $\mathcal{F}$ nun nach den Legendre-Polynomen entwickelt, die ein

γN-Multipole	Anfangszustand		angeregter Zustand			Endzustand		πN-Multipole
C, E, M	L_γ^π	s_N^π	J_R^π	N* $l_{2I\,2J}$	Δ	s_N^π	l_π^π	$L_{l\pm}$, $E_{l\pm}$, $M_{l\pm}$
C0	0^+	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$	P_{11}	P_{31}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	L_{1-}
C1, E1	1^-	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^-$	S_{11}	S_{31}	$\frac{1}{2}^+$	0^-	L_{0+}, E_{0+}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^-$	D_{13}	D_{33}	$\frac{1}{2}^+$	2^-	L_{2-}, E_{2-}
M1	1^+	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$	P_{11}	P_{31}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	M_{1-}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$	P_{13}	P_{33}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	M_{1+}
C2, E2	2^+	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$	P_{13}	P_{33}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	L_{1+}, E_{1+}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{5}{2}^+$	F_{15}	F_{35}	$\frac{1}{2}^+$	3^+	L_{3-}, E_{3-}
M2	2^-	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^-$	D_{13}	D_{33}	$\frac{1}{2}^+$	2^-	M_{2-}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{5}{2}^-$	D_{15}	D_{35}	$\frac{1}{2}^+$	2^-	M_{2+}

Tabelle 2.1: *Multipolamplituden der Einfachpionproduktion ([Got 98]).*

vollständiges System orthonormaler Eigenfunktionen darstellen, so wird die Θ_π^*-Abhängigkeit komplett durch die Legendre-Polynome übernommen und die als Entwicklungskoeffizienten auftretenden Multipolamplituden weisen nur noch eine Abhängigkeit von W und

$-K^2$ auf.

$$\mathcal{F}_1(W,\Theta_\pi^*,K^2) = \sum_{l=0}^{\infty}\{[lM_{l+}(W,K^2)+E_{l+}(W,K^2)]P'_{l+1}(x) + [(l+1)M_{l-}(W,K^2)+E_{l-}(W,K^2)]P'_{l-1}(x)\} \tag{2.26}$$

$$\mathcal{F}_2(W,\Theta_\pi^*,K^2) = \sum_{l=1}^{\infty}\{[(l+1)M_{l+}(W,K^2) + lM_{l-}(W,K^2)]P'_l(x)\} \tag{2.27}$$

$$\mathcal{F}_3(W,\Theta_\pi^*,K^2) = \sum_{l=1}^{\infty}\{[E_{l+}(W,K^2) - M_{l+}(W,K^2)]P''_{l+1}(x) + [E_{l-}(W,K^2) + M_{l-}(W,K^2)]P''_{l-1}(x)\} \tag{2.28}$$

$$\mathcal{F}_4(W,\Theta_\pi^*,K^2) = \sum_{l=2}^{\infty}\{[M_{l+}(W,K^2) - E_{l+}(W,K^2) - M_{l-}(W,K^2) - E_{l-}(W,K^2)]P''_l(x)\} \tag{2.29}$$

$$\mathcal{F}_5(W,\Theta_\pi^*,K^2) = \sum_{l=0}^{\infty}\{[(l+1)L_{l+}(W,K^2)]P'_{l+1}(x) - [lL_{l-}(W,K^2)]P'_{l-1}(x)\} \tag{2.30}$$

$$\mathcal{F}_6(W,\Theta_\pi^*,K^2) = \sum_{l=1}^{\infty}\{[lL_{l-}(W,K^2) - (l+1)L_{l+}(W,K^2)]P'_l(x)\} \tag{2.31}$$

Somit können bei einer Angabe des Wirkungsquerschnittes als Funktion des Pion-Raumwinkels gewisse Kombinationen von Multipolamplituden experimentell extrahiert werden. Für die Näherung $l_\pi \leq 1$ (s- und p-Wellennäherung) ergibt sich damit für die in Gleichung 2.10 benutzten Antwortfunktionen

$$\begin{aligned} R_T = {} & |E_{0+}|^2 + 0.5\,|2\,M_{1+} + M_{1-}|^2 + 0.5\,|3\,E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 \\ & + \cos\Theta_\pi^* \cdot 2\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(3\,E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})] \\ & + \cos^2\Theta_\pi^* \cdot \Big(|3\,E_{1+} + M_{1+} - M_{1-}|^2 - 0.5\,|2\,M_{1+} + M_{1-}|^2 \\ & \quad -0.5\,|3\,E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2\Big) \end{aligned} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned} = {} & \Big(|E_{0+}|^2 + 2\,|M_{1+}|^2 + 6\,|E_{1+}|^2 + |M_{1-}|^2\Big)\,P_0(\cos\Theta_\pi^*) \\ & +2\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(M_{1+} - M_{1-} + 3\,E_{1+})]\,P_1(\cos\Theta_\pi^*) \\ & +\Big(3\,|E_{1+}|^2 - |M_{1+}|^2 - 2\,\mathrm{Re}[M_{1-}^*(M_{1+} + 3\,E_{1+}) - M_{1+}^* E_{1+}]\Big)\,P_2(\cos\Theta_\pi^*) \end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned} R_L = {} & |L_{0+}|^2 + 4|L_{1+}|^2 + |L_{1-}|^2 - 4\,\mathrm{Re}[L_{1+}^* L_{1-}] \\ & + \cos\Theta_\pi^* \cdot 2\,\mathrm{Re}[L_{0+}^*(4L_{1+} + L_{1-})] \\ & + \cos^2\Theta_\pi^* \cdot 12\,(|L_{1+}|^2 + \mathrm{Re}[L_{1+}^* L_{1-}]) \end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned} = {} & \Big(\tfrac{1}{2}\,|L_{0+}|^2 + 4\,|L_{1+}|^2 + \tfrac{1}{2}\,|L_{1-}|^2\Big)\,P_0(\cos\Theta_\pi^*) \\ & +\mathrm{Re}[L_{0+}^*(L_{1-} + 4\,L_{1+})]\,P_1(\cos\Theta_\pi^*) \\ & +4\,\Big(|L_{1+}|^2 + \mathrm{Re}[L_{1+}^* L_{1-}]\Big)\,P_2(\cos\Theta_\pi^*) \end{aligned} \tag{2.35}$$

$$\begin{aligned}
R_{LT} = & -\sin\Theta_\pi^* \cdot \mathrm{Re}\Big[\ L_{0+}^*(3\,E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}) \\
& \qquad -E_{0+}(2\,L_{1+}^* - L_{1-}^*) \\
& \qquad +6\ \cos\Theta_\pi^* \cdot (L_{1+}^*(E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}) + L_{1-}^* E_{1+})\Big]
\end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned}
= & -\sin\Theta_\pi^* \cdot \mathrm{Re}\Big[\ \big(L_{0+}^*(3\,E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}) \\
& \qquad -E_{0+}(2\,L_{1+}^* - L_{1-}^*)\big) P_0(\cos\Theta_\pi^*) \\
& \qquad +6 \cdot (L_{1+}^*(E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}) + L_{1-}^* E_{1+})\ P_1(\cos\Theta_\pi^*)\Big]
\end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}
R_{TT} = & \ 3\ \sin^2\Theta_\pi^* \cdot \Big(\ 1.5\ |E_{1+}|^2 - 0.5\ |M_{1+}|^2 \\
& \qquad -\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-}) + M_{1+}^* M_{1-}]\Big)\ .
\end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\begin{aligned}
= & \ 3\ \sin^2\Theta_\pi^* \cdot \Big(\ 1.5\ |E_{1+}|^2 - 0.5\ |M_{1+}|^2 \\
& \qquad -\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-}) + M_{1+}^* M_{1-}]\Big)\ P_0(\cos\Theta_\pi^*)
\end{aligned} \tag{2.39}$$

[DrT 92], [RaD 89], wobei die erste Darstellung jeder Antwortfunktion die explizite Abhängigkeit von $(\cos\Theta_\pi^*)^n$ angibt, die zweite die Abhängigkeit von den Legendre-Polynomen $P_l(\cos\Theta_\pi^*)$.

2.1.6 Modellvorhersagen und bisherige Daten

Bei der in Kapitel 2.1.2 vorgestellten Zerlegung des Wirkungsquerschnittes in die Antwortfunktionen R_T, R_L, R_{TT} und R_{LT} wurde neben der Ein-Photon-Austausch-Näherung lediglich die Polarisation der virtuellen Photonen ausgenutzt. Die weitere Aufspaltung dieser Antwortfunktionen nach den Legendre-Polynomen in Kapitel 2.1.5 wurde unter der Annahme der s- und p-Wellennäherung durchgeführt, so dass bis zu diesem Punkt eine Unabhängigkeit von Modellen gewährleistet ist. Sollen jedoch Vorhersagen für die Amplituden oder deren Verhältnisse gemacht werden, so müssen weitere Annahmen gemacht werden. Es gibt verschiedene Ansätze, solche Annahmen in Nukleonenmodellen zu verwirklichen. Während eine Reihe von typischen Baryoneneigenschaften wie die Masse des Nukleons im Grund- und in den Anregungszuständen sowie sein magnetisches Moment von vielen aktuellen Modellen gut beschrieben werden, setzt jedes dieser Modelle die Schwerpunkte auf andere Aspekte der QCD, daher hat auch jedes seine speziellen Grenzen. Im Folgenden sollen die Grundideen einiger Modelltypen erläutert werden. Die Grundzüge dieser Modelle sind auch in [ThW 01] nachzulesen.

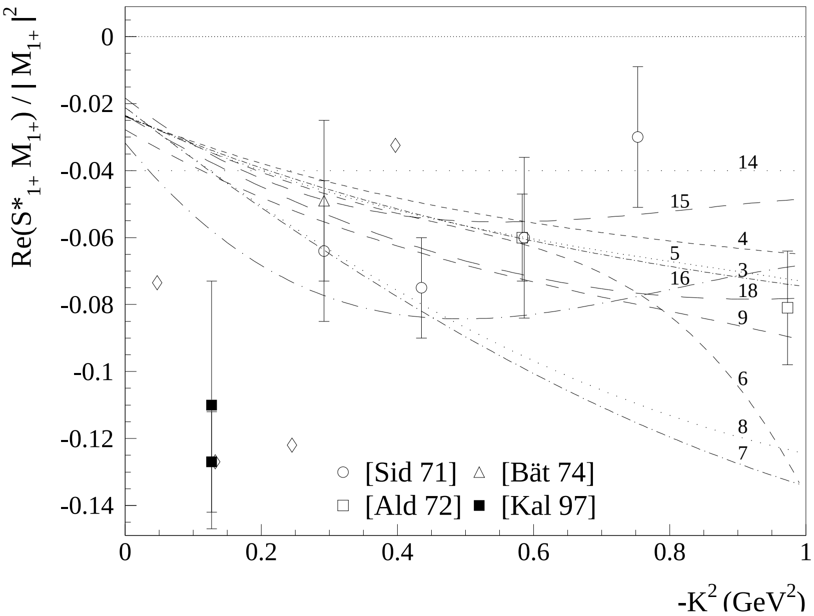
- **Konstituentenquark-Modelle**
  Die Konstituentenquark-Modelle gehen davon aus, dass Nukleonen aus drei massiven, in manchen Ansätzen nichtrelativistischen Quasiteilchen, den sogenannten Konstituentenquarks bestehen, die in einem Confinement-Potenzial gebunden sind. Während Stromquarks der Flavours u und d eine Masse von nur wenigen MeV haben, tragen die Konstituentenquarks jeweils ein Drittel der Nukelonenmasse. Die kurzreichweitige Wechselwirkung wird über ein Ein-Gluon-Austausch-Potenzial beschrieben, an dessen Stelle für größere Reichweiten das Ein-Pion-Austausch-

Potenzial tritt. Quadrupolbeiträge können in Konstituentenquark-Modellen aus den Tensorkräften zwischen den Quarks oder durch den Austausch von Pionen erklärt werden.

- **Bag-Modelle**
  Das einfachste MIT-Bag-Modell geht vom Nukleon als Kavität oder Bag aus, welches von drei masselosen, nicht miteinander wechselwirkenden u- und d-Quarks bevölkert wird. Während sowohl das Confinement als auch die asymptotische Freiheit hier berücksichtigt werden, sind die Massen des Nukleons und der Δ-Resonanz noch entartet. Durch Hinzunahme einer farbmagnetischen Wechselwirkung der Quarks untereinander wird diese Entartung aufgehoben.
  Werden, wie im Cloudy-Bag-Modell, weiterhin schwach koppelnde Pionenfelder zugelassen, die in einigen Ansätzen nur an der Oberfläche des Bags pseudoskalar mit den Quarks wechselwirken können, in anderen sogar in das Bag eindringen und hier pseudovektoriell wechselwirken können, so wird auch die bisher gebrochene chirale Symmetrie wieder hergestellt. Bei dieser Kopplung treten Tensorkräfte auf, die eine Möglichkeit darstellen, D-Wellenbeimischungen im $N \to \Delta$-Übergang zu erklären.

- **Soliton-Modelle**
  Während in der QED als abelsche Eichtheorie eine störungstheoretische Entwicklung nach α_{em} durchgeführt werden kann, ist dies in der QCD als nichtabelsche Eichtheorie wegen $\alpha_s \gg \alpha_{em}$ bei kleinen Impulsüberträgen nicht möglich. Daher lassen sich hier grundlegende hadronische Eigenschaften wie Massenspektren oder Streu- und Übergangsamplituden nicht mit dem störungstheoretischen Ansatz berechnen. Durch Erhöhung der Zahl der Farbfreiheitsgrade von $N_c = 3$ auf $N_c \to \infty$ bei konstant gehaltenem Produkt $N_c \cdot \alpha^2$ lässt sich aber auch hier eine Entwicklung nach der nun von N_c^{-1} abhängigen Kopplungskonstanten α durchführen. Unter Beibehaltung des Confinements geht die QCD dann in eine effektive Mesonenfeldteorie über, deren zeitunabhängige, stabile Lösungen, die als Solitonen bezeichnet werden, sowohl punktförmig als auch energielos sind und somit noch nicht in der Lage sind, baryonische Eigenschaften zu beschreiben. Erst ein von Skyrme eingeführter quadratischer Wechselwirkungsterm ermöglicht dies [Sky 62]. Das Skyrme-Modell sagt unter anderem Quadrupolamplituden für den N-Δ-Übergang vorher.

In den Abbildungen 2.2 und 2.3 [Got 98] sind die Vorhersagen einiger Modellrechnungen für die Abhängigkeit des skalaren und des elektrischen Quadrupolbeitrags im Verhältnis zum dominanten magnetischen Dipolübergang vom Viererimpulsquadrat des virtuellen Photons $-K^2$ dargestellt. Hier wird auch auf entsprechende Arbeiten verwiesen, denen nähere Informationen zu den Rechnungen zu entnehmen sind. Zusätzlich sind hier Datenpunkte älterer Experimente eingetragen.
Es ist deutlich zu erkennen, dass Messungen der Quadrupolbeiträge über einen größeren $-K^2$-Bereich hilfreiche Beiträge zum Verständnis des Nukleons und zur Diskriminierung zwischen den Modellen leisten können.
Außer dem in dieser Arbeit beschriebenen Experiment wurden in den letzten Jahren wei-



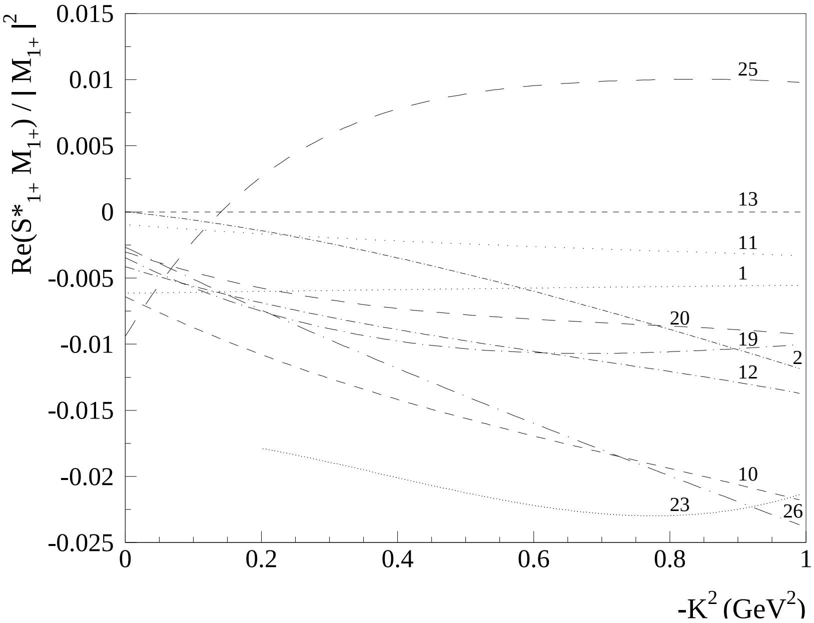
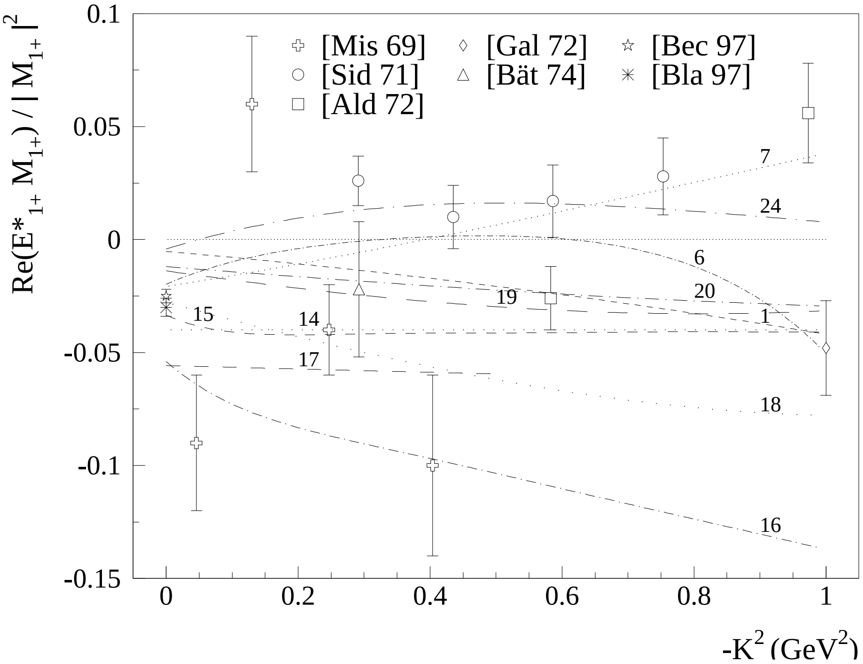


Abbildung 2.2: *Modellrechnungen zur $-K^2$-Abhängigkeit des SMR mit ◇ : [Cra 71] (Multipolanalyse (MA)), 3: [DeL 75] (Formfaktorparametrisierung (FFP)), 4: [DEK 76] (FFP), 5: [FGS 96] (Lineares-σ-Modell (LSM)), 6: [FGS 96] (LSM plus farbdielektrisches Feld (CDM)), 7: [Azn 93] (relativistisches Konstituentenquark-Modell (RCQM)), 8: [Azn 93] (RCQM) ohne Beimischung höherer Anregungszustände, 9: [WaH 97] (Skyrme), 14: [Lag 77-88] (Effektiver Lagrange-Ansatz (ELA)), 15: [Kei 96-97] (RCQM) mit positiven Werten ⇒ die Kurve muss an der x-Achse gespiegelt werden, 16: [Kei 96-97] (RCQM) mit ebenfalls positiven Werten und ohne skalare Kopplung des axialvektoriellen Diquarks, 18: [Ger 80] (MA) sowie experimentelle Daten: [Sid 71, Ald 72, Bät 74, Kal 97] im oberen Bild und 1: [GST 87] (nicht-relativistisches Konstituentenquark-Modell mit relativistischen Korrekturen (RCCQM)), 2: [Kör 87] (FFP), 10: [BoM 87] (nicht-relativistisches Konstituentenquark-Modell (NRCQM)), 11: [CaK 90] (RCCQM), 12: [IKK 80-82] (NRCQM), 13: [CaK 95] (RCQM), 19: [War 90] (RCCQM), 20: [War 90] (NRCQM), 23: [Web 91] (RCQM), 25: [Kos 96] (RCQM) und 26: [Wag 96] (RCQM) im unteren Bild.*



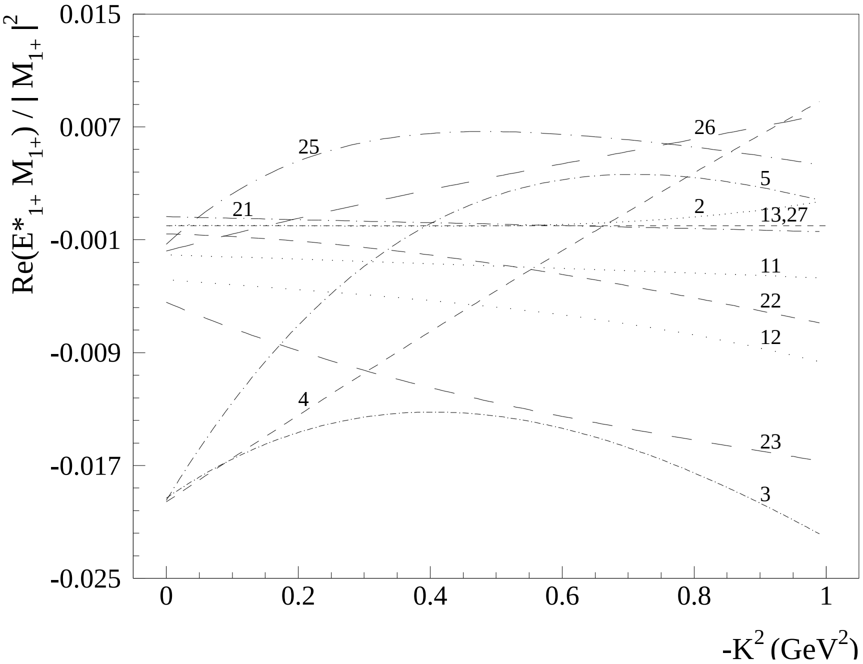


Abbildung 2.3: *Modellrechnungen zur $-K^2$-Abhängigkeit des EMR mit 1: [GST 87] (RCC-QM), 6: [FGS 96] (CDM), 7: [Azn 93] (RCQM), 14: [Lag 77-88] (ELA), 15: [Kei 96-97] (RCQM), 16: [Kei 96-97] (RCQM) ohne skalare Kopplung des axialvektoriellen Diquarks, 17: [Buc 97] (NRCQM), 18: [Ger 80] (MA), 19: [War 90] (RCCQM), 20: [War 90] (NRCQM) und 24: [Web 92] (RCQM) sowie experimentelle Daten: [Mis 69, Sid 71, Ald 72, Gal 72, Bät 74, Bec 97, Bla 97] im oberen Bild und 2: [Kör 87] (FFP), 3: [DeL 75] (FFP), 4: [DEK 76] (FFP), 5: [FGS 96] (LSM), 11: [CaK 90] (RCCQM), 12: [IKK 80-82] (NRCQM), 13: [CaK 95] (RCQM), 21: [Cap 92] (RCCQM), 22: [Cap 92] (RCCQM) wie [IKK 80-82], aber mit relativistischem Hamilton-Operator, 23: [Web 91] (RCQM), 25: [Kos 96] (RCQM), 26: [Wag 96] (RCQM) und 27: [BIL 94] (NRCQM) im unteren Bild.*

tere Experimente an verschiedenen Labors zur Bestimmung dieser Größen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Experimente sind in Kapitel 5.2 zusammen mit den Ergebnissen dieser Arbeit dargestellt.

2.1.7 Das Mainzer Isobarenmodell MAID der Pion-Photo- und -Elektroproduktion

In Mainz wurde das Modell MAID zur Berechnung von Pion-Photo- und -Elektroproduktion entwickelt. Dieses Modell erlaubt es, Wirkungsquerschnitte, Multipolamplituden oder auch CGLN-Amplituden zu berechnen. MAID[1] steht auch im Internet zur Verfügung, so dass hier zu jeder gewünschten Kinematik die oben genannten Größen berechnet werden können.
Das Modell basiert auf einem Isobarenmodell [Moo 78], in dem die die Streumatrix beschreibenden Isospinamplituden von der Summe der Resonanzamplituden dominiert werden, die hier in der Standard-Breit-Wigner-Form parametrisiert werden. Berücksichtigt werden hier die ersten sechs Nukleonresonanzen $P_{33}(1232)$, $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$, $F_{15}(1680)$ und $D_{33}(1700)$.
Der nichtresonante Untergrund wird durch Born-Terme und Vektormesonaustausch beschrieben. Bei der Berechnung der Born-Terme werden die Knoten und Propagatoren der Feynmangraphen bestimmt, wobei die gut verstandenen γNN- und $\gamma\pi\pi$-Vertices durch effektive Lagrange-Dichten beschrieben werden. Für den weniger gut verstandenen πNN-Vertex wird eine Mischung aus pseudovektorieller (PV) und pseudoskalarer (PS) Kopplung angesetzt. Hier wird für niedrige Pionenergien eine Dominanz der PV gegenüber der PS Kopplung angenommen, die am Besten der Forderung nach chiraler Symmetrie nachkommt. Der restliche Teil des Untergrundes wird durch Austausch eines ρ- oder ω-Mesons beschrieben. Die hier auftretenden Kopplungskonstanten sind, ebenso wie der Mischungsparameter zwischen PV und PS Kopplung, freie Parameter und werden mit Hilfe von experimentellen Ergebnissen aus der Photoproduktion angepasst.
Außer den reinen Resonanzen werden auch Interferenzterme zwischen den Resonanzen und dem nichtresonanten Untergrund berücksichtigt, in dem die gesamte Breite als Summe der Resonanzbreite und der Verbreiterung durch inelastische Streuung $\Gamma_{\mathrm{tot}} = \Gamma_{\pi\mathrm{N}} + \Gamma_{\mathrm{in}}$ angegeben wird.
Die Erweiterung von $K^2 = 0\,GeV^2$ auf die Elektroproduktion erfolgt zunächst mangels Daten dadurch, dass für die elektrische und die skalare Quadrupolamplitude dieselbe $-K^2$-Abhängigkeit angenommen wird wie für die dominante magnetische Dipolamplitude. Dieser Verlauf muss aber noch durch Experimente geprüft werden. [DHKT 99]

[1] Unter http://www.kph.uni-mainz.de/MAID/ ist das Programm mit Dokumentation zu finden.

2.2 Die elastische ep-Streuung

2.2.1 Wirkungsquerschnitt

Der Wirkunsquerschnitt für elastische ep-Streuung lässt sich in der folgenden Form beschreiben

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_o, \Theta_{ee'}) &= \sigma_{NS}\left(A(K^2) + B(K^2)\tan^2(\frac{\Theta_{ee'}}{2})\right) && (2.40)\\ &= \frac{\alpha^2(\hbar c)^2\cos^2(\frac{\Theta_{ee'}}{2})}{4E_o^2\sin^4(\frac{\Theta_{ee'}}{2})}\frac{E'}{E_o}\left(A(K^2) + B(K^2)\tan^2(\frac{\Theta_{ee'}}{2})\right), && (2.41)\end{aligned}$$

wobei σ_{NS} der differentielle Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung eines punktförmigen, spinlosen Teilchens mit Primärenergie E_0 und Streuwinkel $\Theta_{ee'}$ ist. Die durch Rosenbluth [Ros 50] gegebenen Formfaktoren $A(K^2)$ und $B(K^2)$ stehen mit den von Sachs [Sac 62] eingeführten elektrischen beziehungsweise magnetischen Formfaktoren in folgender Beziehung

$$\begin{aligned}A(K^2) &= \frac{G_E^2(K^2) + \tau G_M^2(K^2)}{1+\tau} && (2.42)\\ B(K^2) &= 2\tau G_M^2(K^2) && (2.43)\end{aligned}$$

mit $\tau = \frac{-K^2}{4M_p^2}$.
Die Kinematik der elastischen ep-Streuung ist durch die Kenntnis der Kinematik des Primärelektrons und des Streuwinkels des gestreuten Elektrons vollständig bestimmt. Hieraus berechnen sich die kinematischen Größen des Prozesses nach Gleichung 2.4 und 2.5. Für die Kinematik der elastischen ep-Streuung, für die $W = m_p$ gilt, ist

$$K_0 = E_o - E' = -\frac{K^2}{2m_p}. \tag{2.44}$$

Damit berechnet sich die Energie des elastisch am Proton unter dem Winkel $\Theta_{ee'}$ gestreuten Elektrons über

$$E' = \frac{m_p E_o}{2E_o\sin^2\frac{\Theta_{ee'}}{2} - m_p}. \tag{2.45}$$

2.2.2 Daten des elastischen WQ

Der Wirkungsquerschnitt der elastischen ep-Streuung und damit auch die Formfaktoren wurde von [Sim 79] sehr genau vermessen. Dabei wurden insbesondere große Anstrengnungen unternommen, um die Luminosität des Experimentes exakt zu bestimmen.
Die Formfaktoren wurden durch eine Funktion der Form

$$G(K^2) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{1 + K^2/m_n^2} \tag{2.46}$$

	a_1	a_2	a_3	a_4	m_1^2 $[fm^{-2}]$	m_2^2 $[fm^{-2}]$	m_3^2 $[fm^{-2}]$	m_4^2 $[fm^{-2}]$
G_E	0.312	1.312	-0.709	0.085	6.0	15.02	44.08	154.2
G_M/μ	0.694	0.719	-0.418	0.005	8.5	15.02	44.08	355.4

Tabelle 2.2: *Fitparameter für die Bestimmung der elastischen Formfaktoren aus [Sim 79].*

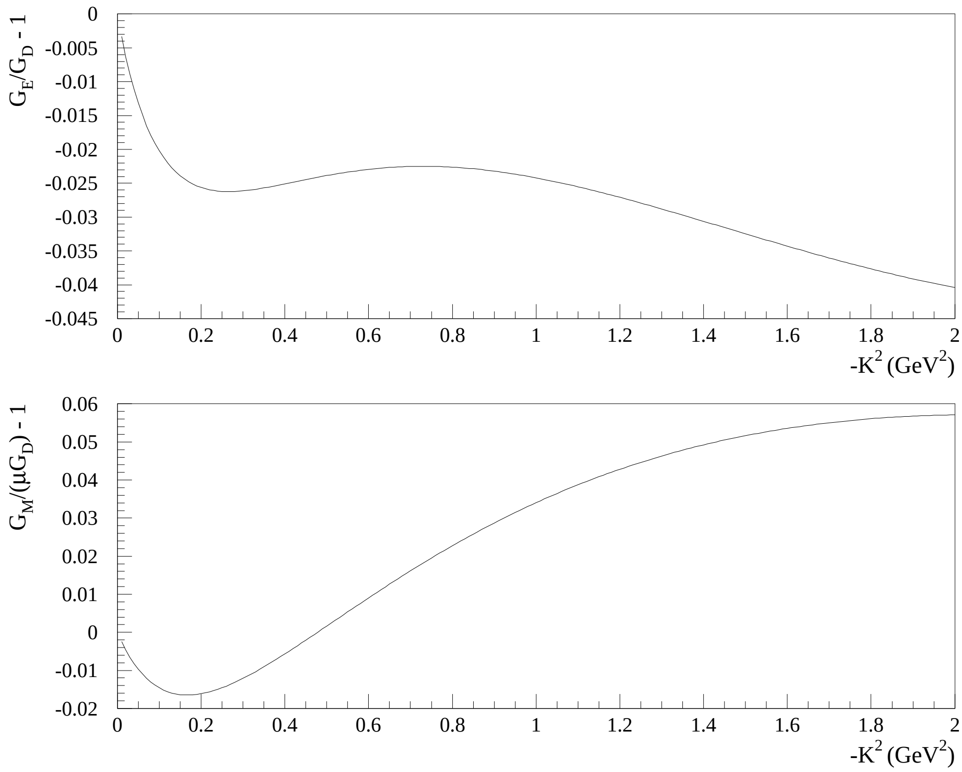


Abbildung 2.4: $-K^2$-*Abhängigkeit der Formfakoren* G_E *und* G_M *nach [Sim 79]. Aufgetragen ist jeweils die Abweichung des Formfaktors vom Dipolformfaktor* $G_D = (1 + \frac{-K^2}{0.71\,GeV^2})^{-2}$.

bis $n = 4$ approximiert und an die von [Sim 79] gemessenen Daten zusammen mit den Daten aus [Höh 76] im Bereich $0.005\,GeV^2 \leq -K^2 \leq 5.2\,GeV^2$ angepasst. Die auf diese Weise ermittelten Parameter a_n und m_n^2 sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Daraus ergibt sich der in Abbildung 2.4 dargestellte Verlauf für $G_E(K^2)$ und $G_M(K^2)$.

2.3 Strahlungskorrekturen

Die von den in Kapitel 2.1 und 2.2 angegebenen Wirkungsquerschnitten beschriebenen Prozesse sind im Allgemeinen nicht isoliert messbar. Bei jedem Experiment der Elektron-Streuung finden auch konkurrierende Prozesse wie Bremsstrahlung statt, die die Kinematik des relevanten Prozesses und damit den Wirkungsquerschnitt beeinflussen. Um aus den Daten die reinen Streuprozesse extrahieren zu können, müssen Korrekturterme an die Wirkungsquerschnitte angefügt werden, die diese Prozesse höherer Ordnung beschreiben und die unter dem Oberbegriff Strahlungskorrekturen zusammengefasst werden. Es gibt prinzipiell zwei Arten von Strahlungskorrekturen.

- **Externe Strahlungskorrekturen**
  Das Elektron erleidet im Feld eines Targetkerns vor oder nach dem eigentlich beobachteten Prozess Strahlungsverluste, das heißt, dass Strahlungsverluste und der Streuprozess an unterschiedlichen Kernen passieren.

- **Interne Strahlungskorrekturen**
  Die Strahlungsverluste passieren gleichzeitig mit dem beobachteten Streuprozess, das heißt auch am gleichen Kern. Hier ist nicht zu unterscheiden, ob die Strahlungsverluste vor oder nach dem Streuprozess stattfinden.

Die verschiedenen Typen von Strahlungskorrekturen werden in den folgenden Kapiteln beschrieben.

2.3.1 Externe Strahlungskorrekturen

Strahlungskorrekturen im Energiebereich des in dieser Arbeit beschriebenen Experimentes werden von der Bremsstrahlung des Elektrons am Proton dominiert.
Im Fall der Strahlungsverluste vor dem eigentlichen Streuprozess findet dieser dann mit einer reduzierten Primärenergie statt, im Fall der Strahlungsverluste nach dem Streuprozess hat das nachgewiesene Elektron eine kleinere Energie als die aus dem Streuprozess zu erwartende. Beide Fälle haben zur Folge, dass das gestreute Elektron mit geringerer Streuenergie nachgewiesen wird als dies ohne externe Strahlungsverluste der Fall gewesen wäre. Die externen Strahlungskorrekturen sind für die beiden hier betrachteten Streuprozesse, der elastischen ep-Streuung und der Ein-Pion-Elektroproduktion am Proton, dieselben. Sie werden unabhängig vom Streuprozess in [MoT 69] durch Gleichung (II.9) und in Anhang A dieser Referenz beschrieben.

2.3.2 Interne Strahlungskorrekturen

Die internen Strahlungskorrekturen werden dominiert von der internen Bremsstrahlung. Die hierzugehörigen Feynmangraphen sind in Abbildung 2.5 zu sehen. Der Unterschied der internen zur externen Bremsstrahlung liegt darin, dass das Photon bei der internen Bremsstrahlung während des Streuprozesses emittiert wird und somit direkt an den Streuprozess gekoppelt ist.

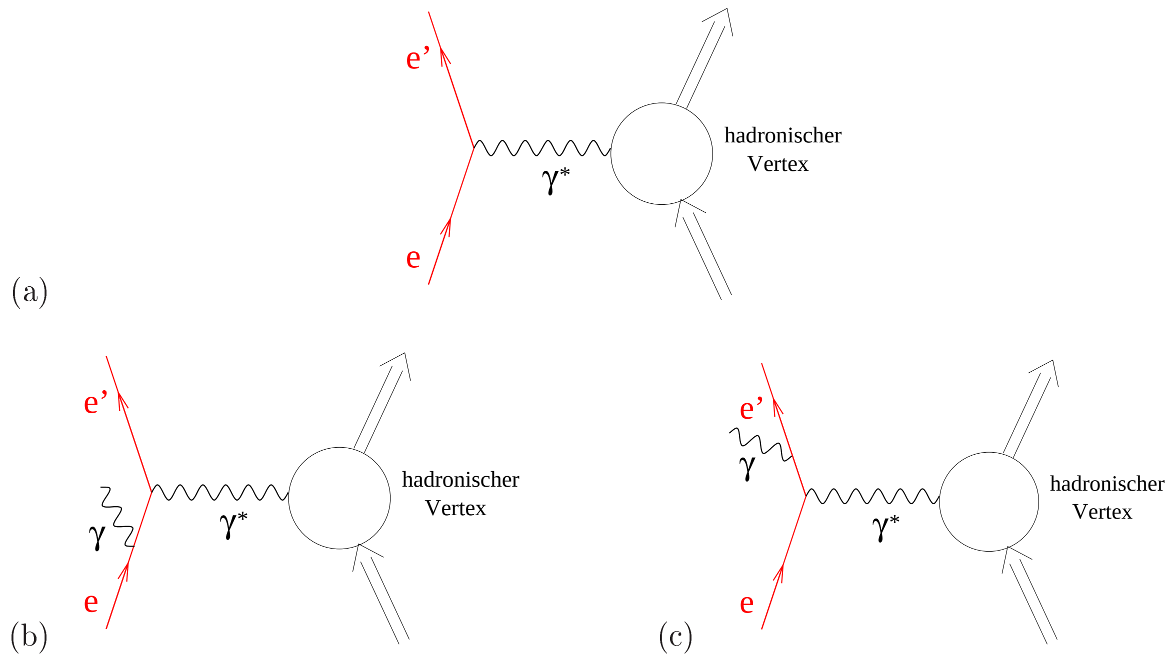


Abbildung 2.5: *Feynman-Graphen der ep-Streuung, der hadronische Vertex steht hier entweder für die elastische ep-Streuung oder für die Pion-Elektroproduktion am Proton. (a) nur der eigentliche Streuprozess, (b und c) Bremsstrahlung vor beziehungsweise nach dem Streuprozess.*

Interne Strahlungskorrekturen zur elastischen ep-Streuung

In [MoT 69] werden die Strahlungskorrekturen zur elastischen ep-Streuung ausführlich beschrieben.
Es handelt sich hier um die Beschreibung der Strahlungskorrekturen für ein inklusives Experiment, das heißt, dass nur das gestreute Elektron nachgewiesen, nicht aber das resultierende virtuelle Photon beziehungsweise das gestreute Proton weiterverfolgt wird. Das wiederum hat zur Folge, dass über die Zustände des virtuellen Photons gemittelt werden kann.

Interne Strahlungskorrekturen zur Ein-Pion-Produktion

Im Gegensatz zur elastischen ep-Streuung wird die Ein-Pion-Produktion in exklusiven Experimenten gemessen, das heißt neben dem gestreuten Elektron wird auch das gestreute Proton nachgewiesen. Es genügt hier also nicht, bei der Berechnung der Strahlungskorrekturen über die Zustände des virtuellen Photons zu mitteln, wie dies im vorhergehenden Kapitel beschrieben wurde. Hier muss der gesamte Prozess für jedes Ereignis in Strahlungskorrekturen vor dem Streuprozess, den Streuprozess selbst und Strahlungskorrekturen nachher aufgeteilt werden, um auch das virtuelle Photon und damit das resultierende Hadron in der neuen Kinematik beschreiben zu können. Dies wird mit Gleichung (10) in [BDr 71] für ee’N Koinzidenzexperimente beschrieben.

3. Das Experiment

Das in dieser Arbeit beschriebene Experiment, das an der Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA durchgeführt wurde, soll in dem folgenden Kapitel beschrieben werden.

3.1 ELSA

Die Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA besteht aus drei Beschleunigerkomponenten, die wahlweise aus einer der beiden thermischen Elektronenquellen oder einer Quelle polarisierter Elektronen gespeist werden (s. Abb. 3.1). Die aus der jeweiligen Quelle extrahierten Elektronen werden nun in einem der beiden LINACs auf 20 MeV vorbeschleunigt, um von hier in das Synchrotron injiziert zu werden. Hier werden die Elektronen auf bis zu 1.6 GeV beschleunigt, bevor sie in den Stretcher-Ring injiziert werden.
ELSA selbst kann nun in drei verschiedenen Modi betrieben werden.

- Stretchermodus
  Die Elektronen werden entsprechend der Synchrotronfrequenz von 50 Hz periodisch im Synchrotron auf die gewünschte Energie beschleunigt, um dann in ELSA akkumuliert und kontinuierlich zum Experiment extrahiert zu werden. Dadurch steht dem Experiment ein Strahl mit einem makroskopischenTastverhältnis von etwa 95 % bei einem Strahlstrom von typischerweise $10 - 20\,nA$ zur Verfügung. Hier wird ein mikroskopisches Tastverhältnis von etwa 60 % erreicht.

- Nachbeschleunigungsmodus
  Da die maximale Energie, mit der Elektronen in ELSA injiziert werden können, durch den Transfer vom Synchrotron zu ELSA auf 1.6 GeV begrenzt ist, wird ELSA bei einer höheren vom Experiment gewünschten Energie im Nachbeschleunigungsmodus betrieben. In diesem Modus werden Elektronen über mehrere Sychrotronfüllungen in ELSA injiziert, um hier dann auf die gewünschte höhere Energie beschleunigt zu werden und anschließend zum Experimentierplatz extrahiert zu werden. Hier muss zwischen der Anzahl von Injektionen und der Extraktionszeit ein Optimum gefunden werden, um dem Experiment eine möglichst hohe Elektronenstrahlintensität zur Verfügung zu stellen. So wurde bei den Messungen zum hier beschriebenen Experiment ein Strahlstrom von $10 - 20\,nA$ bei einem makroskopischen Tastverhältnis von 50% - 70% erreicht. Das mikroskopische Tastverhältnis ist im Nachbeschleunigungsmodus auf Grund der Strahldämpfung des umlaufenden Elektronenstrahls in der Injektionsphase höher als im Stretchermodus und liegt bei etwa 90%.

- Speichermodus
  Um die Synchrotronstrahlung der umlaufenden Elektronen experimentell nutzbar zu

machen, werden in der Injektionsphase möglichst viele Elektronen in ELSA akkumuliert, die dann nach einer eventuellen Nachbeschleunigung in der Speicherphase auf ihrer Bahn gehalten werden. Es wird ein Strahlstrom von bis zu 100 mA akkumuliert und eine Speicherzeit von bis zu 90 min erreicht.

3.2 Der Aufbau des Experimentes

Der Aufbau des für die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen verwendeten Experimentes am ELAN[1]-Strahlplatz der ELSA-Beschleuniger-Anlage ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Die einzelnen Komponenten des Experimentes werden in den folgenden Kapiteln beschrieben.

3.2.1 Das Target

Als Protonentarget dient eine zylindrische, 6 cm lange und 3 cm dicke Kaptonzelle, die mit flüssigem Wasserstoff gefüllt ist. Der Wasserstoff wird mit Hilfe adiabatischer Expansion von Helium verflüssigt. Die gefüllte Zelle wird durch ein Vakuum gegen Wärmeübertragung von außen isoliert (s. Abb. 3.3).

3.2.2 Das Elektronenspektrometer

Ein magnetisches Spektrometer dient zum Nachweis der gestreuten Elektronen (s. Abb. 3.4). Die optischen Elemente dieses Spektrometers sind zwei fokussierende Quadrupolmagnete, QP und SP, sowie ein der Impulsseparation dienende Dipolmagnet, SM. Das Nachweissystem beinhaltet fünf Proportionaldrahtkammern, K0 - K4, von denen eine vor dem Dipolmagneten angebracht ist und die anderen vier dahinter, aus deren Ansprechern die Spuren der nachgewiesenen Teilchen rekonstruiert werden. Aus diesen Spuren lassen sich mit Kenntnis der Magnetoptik des Spektrometers die kinematischen Startgrößen der gestreuten Elektronen bestimmen. Auf die Funktionsweise der Berechnung der Startpa-

Akzeptanz		**Auflösung**	
	mit Quadrupolen	ohne Quadrupole	mit Quadrupolen
vertikaler Streuwinkel	80.0 $mrad$	2.56 $mrad$	4.65 $mrad$
horizontaler Streuwinkel	22.5 $mrad$	5.17 $mrad$	1.41 $mrad$
relativer Impuls	$\pm 12\,\%$	0.87 %	0.47 %
Raumwinkel	1.8 msr		

Tabelle 3.1: *Akzeptanzen und Auflösungen des Elektronenspektrometers bei $E'_e = 1.150\ GeV$ [Fro 93].*

[1] Elektron an Nukleon Streuung.

rameter und die hierbei auftretenden Probleme wird in Anhang A näher eingegangen. Weiterhin beinhaltet das Nachweissystem noch vier Szintillationszähler, Z1 - Z4, die bei koinzidentem Ansprechen die Datenauslese starten und somit den Trigger des Experimentes bilden. Akzeptanzen und Auflösungen dieses Magnetspektrometers sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

3.2.3 Das Flugzeitspektrometer

Zum Protonennachweis wird ein nichtmagnetisches Flugzeitspektrometer benutzt, das für das hier beschriebene Experiment in einem Abstand von $4\,m$ vom Target unter einem Winkel von etwa 40^o zur Primärstrahlrichtung aufgestellt wird. Es besteht aus vier $3\,m \cdot 3\,m$ großen Wänden, die jeweils aus 15 Szintillationslatten der Länge $3\,m$, der Breite $20\,cm$ und der Dicke $5\,cm$ zusammengesetzt sind (s. Abb. 3.5). Jede dieser Latten wird beidseitig von Sekundärelektronenvervielfachern (SEV) ausgelesen. Das Signal jedes dieser SEVs wird einerseits einem ladungssensitiven ADC[2]-Modul und andererseits der extra für diesen Detektor entwickelten Flugzeitwandelektronik zugeführt, deren digitales Ausgangssignal dem zeitsensitiven TDC[3]-Modul zugeführt wird (s. [Jak 97]).
Da die Abschwächung des Lichtpulses im Szintillator entlang einer Latte exponentiell verläuft, ist der logarithmierte Quotient der ADC-Signale der beiden SEVs einer Latte ein Maß für den Auftreffort eines Teilchens. Bei der Produktbildung aus den ADC-Signalen ergibt sich für den ortssensitiven Anteil des Signals nur eine Abhängigkeit von der Gesamtlänge einer Latte, so dass sich ein ortsunabhängiges Signal ergibt, das ein Maß für die vom Teilchen im Detektor deponierte Energie ist.
Das TDC-Signal eines SEVs einer solchen Latte ist abhängig von der Flugzeit des Teilchens sowie von seinem Auftreffort auf der Latte. Aus der Differenz der TDC-Signale der beiden SEVs einer Latte ergibt sich somit ein vom Startzeitpunkt unabhängiges Signal, das ein Maß für den Auftreffort eines Teilchens auf der Szintillationslatte ist. Bei der Summenbildung dieser beiden Signale entfällt die Ortsabhängigkeit und es ergibt sich nach einer Korrektur des Startzeitpunktes ein Signal, das der Flugzeit des Teilchens vom Target bis zum Auftreffen auf der Latte entspricht.
Diese Eigenschaften der Signale sind die Grundlagen der Auswertung des hier beschriebenen Experimentes.
Durch gekreuztes Aufstellen zweier Flugzeitwände hintereinander, also eine Wand mit waagerecht angeordneten Szintillationslatten und eine mit senkrecht angeordneten, ergibt sich bei koinzidenter Auswertung der beiden Detektoren eine geometrische Aufteilung des Detektors in 225 Segmente.

[2] Analog to Digital Converter.
[3] Time to Digital Converter.

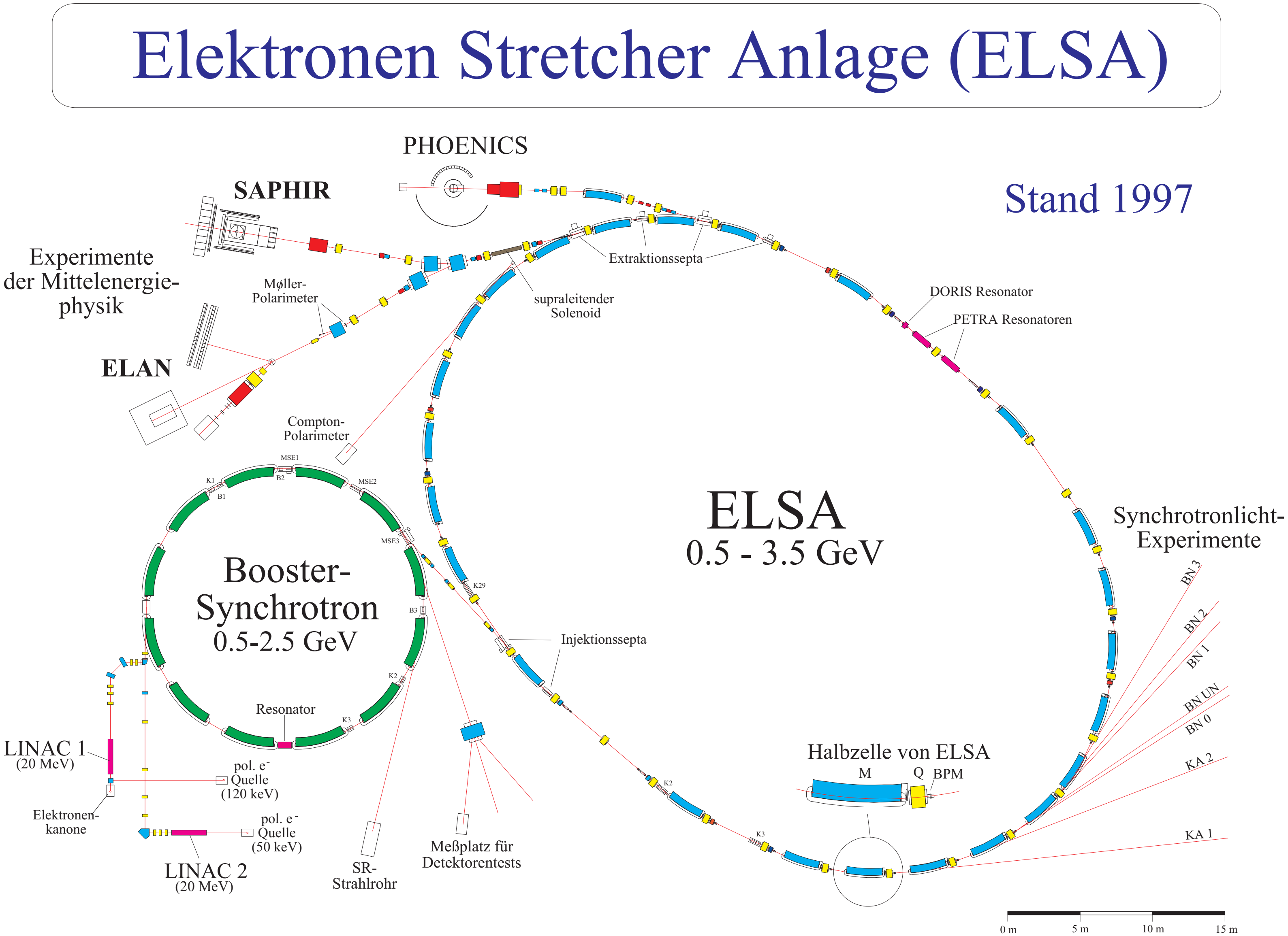


Abbildung 3.1: *Aufbau der Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage im Jahre 1997.*

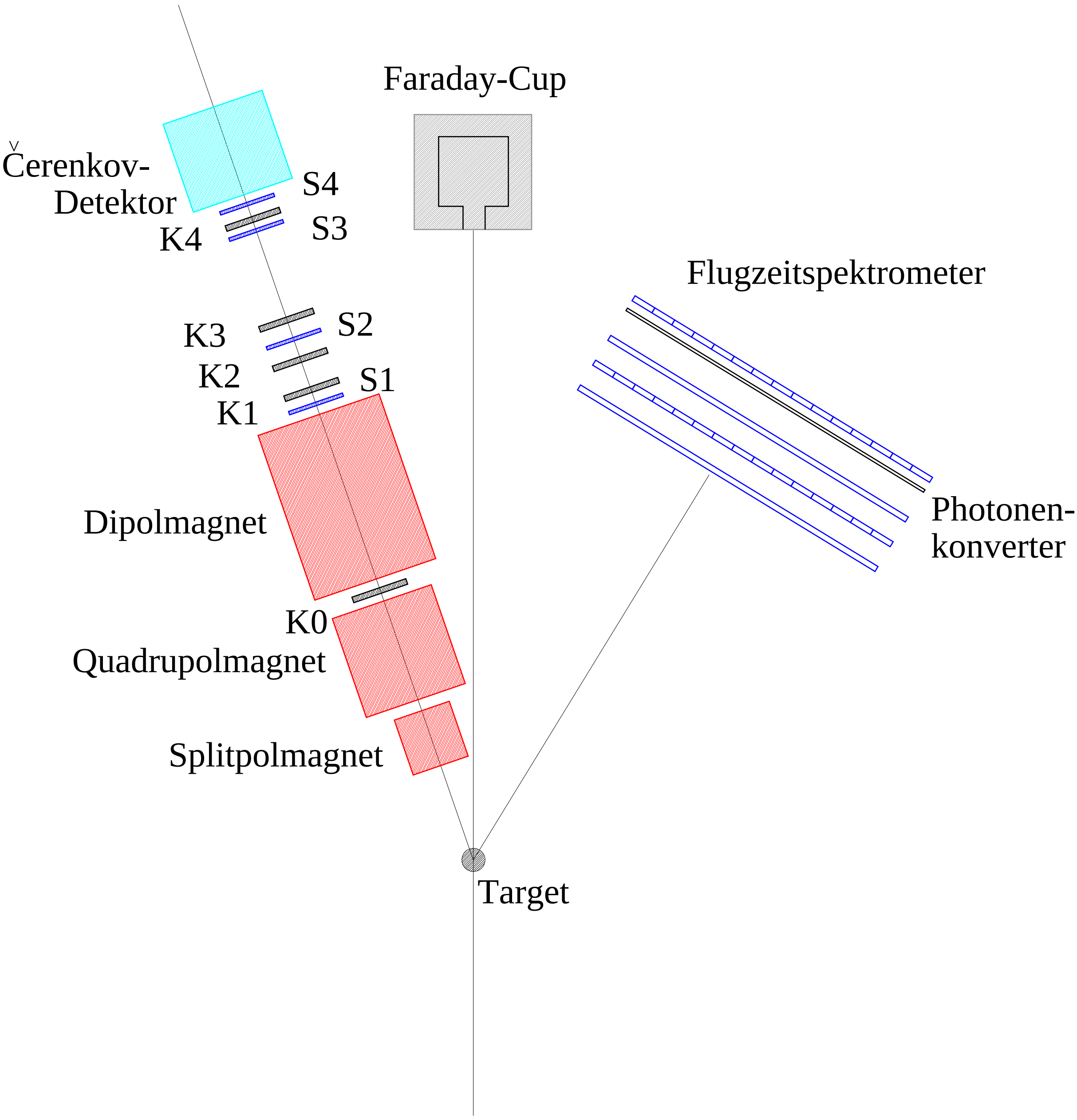


Abbildung 3.2: *Aufbau des Experimentes.*

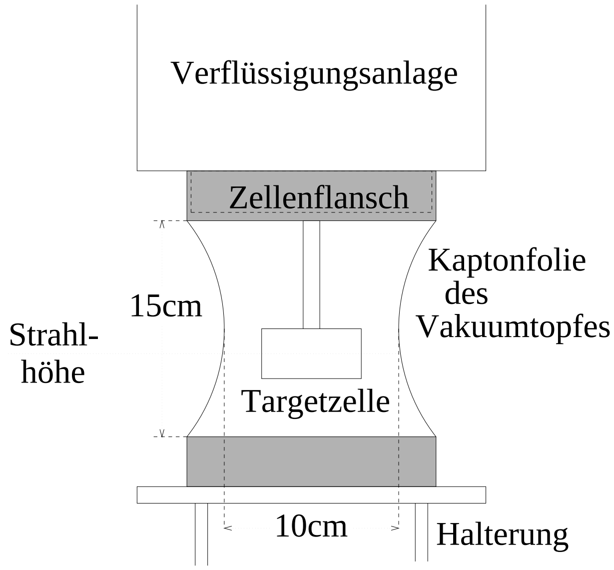


Abbildung 3.3: *Aufbau des Targettopfes mit Zelle.*

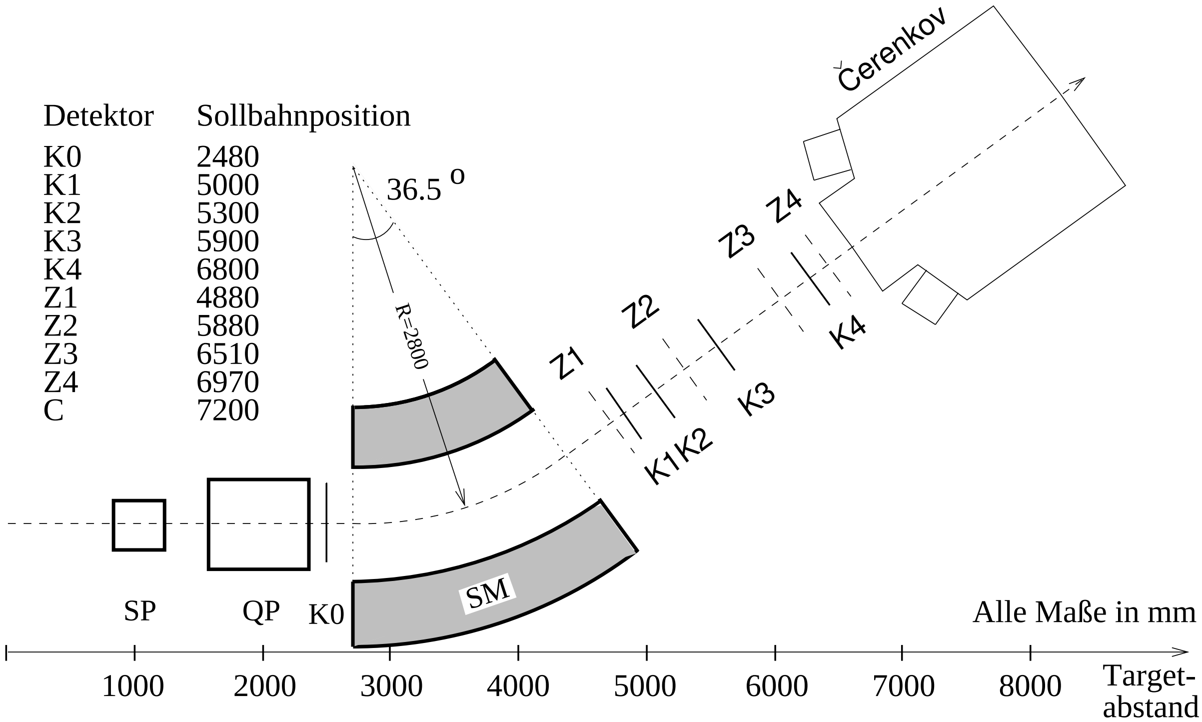


Abbildung 3.4: *Lateraler Schnitt durch das Elektronenspektrometer.*

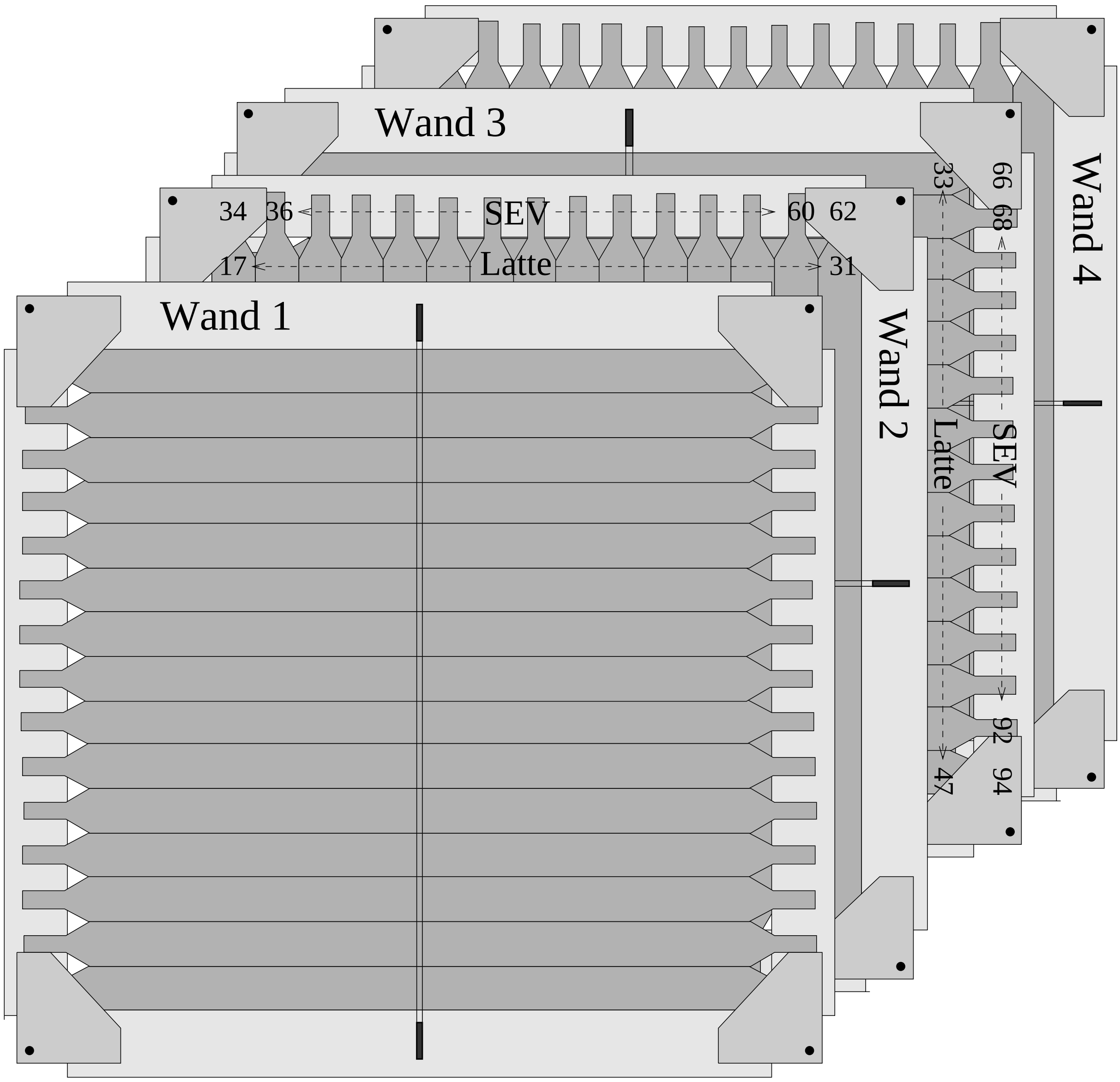


Abbildung 3.5: *Aufbau des Flugzeitspektrometers.*

4. Monte-Carlo-Simulationen und Datenanalyse

Mit Monte-Carlo-Simulationen wurde die Antwort des zur Bestimmung der N-Δ-Übergangsformfaktoren durchgeführten Experimentes und des dazugehörigen Experimentes zur elastischen ep-Streuung bestimmt.
Im Falle der elastischen ep-Streuung dienen diese Monte-Carlo-Simulationen dazu, die Präzision der im Experiment bestimmte Luminosität durch den Vergleich der Messungen mit dem sehr genau vermessenen elastischen Wirkungsquerschnitt [Sim 79] zu verbessern. Über den sogenannten Strahlungsschwanz, das heißt die Ereignisse der elastischen ep-Streuung, bei denen die Messung des Viererimpulsübertrages und der invarianten Masse durch Strahlungskorrekturen oder Vielfachstreuung verfälscht wurde (s. auch Kapitel 2.3), lässt sich die Messung in der Δ-Kinematik an die Messung in der elastischen Kinematik anpassen, so dass auf diesem Weg die Luminosität auch für diese Messung bestimmt werden kann und zusätzlich zu den Multipolverhältnissen auch die absoluten Wirkungsquerschnitte aus den Messungen extrahiert werden können.
Die Monte-Carlo-Simulationen zur Messung in der Δ-Kinematik wurden durchgeführt, um den Einfluss der Strahlungskorrekturen in der π^o-Produktion sowie der Akzeptanzen und Auflösungen der Detektoren aus den Daten zu entfalten. Auf diese Weise ist es möglich, den gesuchten Wirkungsquerschnitt aus den Daten zu extrahieren. Die elastisch gestreuten Ereignisse, die durch Strahlungskorrekturen im Elektron-Einarm-Spektrum nicht von Pionproduktionsereignissen unterschieden werden können (s. Abb. 4.2), haben auf die Auswertung der N-Δ-Messungen keinen Einfluss, da hier nur Ereignisse ausgewertet werden, bei denen ein Proton koinzident zum Elektron nachgewiesen wurde. Hierbei kann der Bereich, in dem die elastisch gestreuten Protonen nachgewiesen werden, durch Software-Schnitte aus der Auswertung ausgeschlossen werden (s. [Lan 99]).

4.1 Die elastische ep-Streuung

Zur Bestimmung der Luminosität wurde der Wirkungsquerschnitt der elastischen ep-Streuung in den Kinematiken, in denen auch die N-Δ-Messungen durchgeführt wurden, das heißt mit denselben Primärenergien der Elektronen und denselben Elektronenstreuwinkeln, gemessen und simuliert. Zur Erzeugung der Ereignisse wurde ein auf der Basis von ENIGMA[1] aufgebauter Event-Generator benutzt, der Ereignisse nach dem von [Sim 79] gemessenen Wirkungsquerschnitt der elastischen ep-Streuung inklusive externer und interner Strahlungskorrekturen nach [MoT 69] erzeugt. Mittels des ELAN-Elektronenspektrometer-Monte-Carlo-Paketes wurde die Antwort des magnetischen Elektronenspektrome-

[1] Electro-Nuclear Interactions Generated by Monte-Carlo Approach, [Vis 93].

ters simuliert, das wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben im Experiment zum Nachweis der gestreuten Elektronen zum Einsatz kam.

4.1.1 Vergleich von Simulation und Messung für die elastischen Kinematiken

Bei der Auswertung der elastischen Messungen stellte sich heraus, dass das Maximum der Verteilung der elastisch gestreuten Elektronen im Spektrum der invarianten Masse nicht an der erwarteten Position bei $W = m_P = 938\,MeV$ lag. Die Abweichungen in der Lage des Peaks betrugen bis zu $30\,MeV$. Eine Ursache hierfür ist eine im Nachhinein festgestellte Abweichung der Primärstrahlenergie vom eingestellten Sollwert (s. [Hof01]). Die alleinige Korrektur dieses Einstellungsfehlers reicht aber noch nicht aus, um die Abweichungen zu erklären. Zusätzlich gibt es eine Abweichung der eingestellten Sollstreuenergie des Elektronenspektrometers, die mit Hilfe der hier gezeigten elastischen Messungen bestimmt wurde. Das genaue Verfahren der Auswertung des Elektronenspektrometers inklusive Kammerjustage und Korrektur der Sollstreuenergie ist in Anhang A beschrieben. Das Ergebnis dieser Korrekturen ist für die einzelnen gemessenen Kinematiken in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Nach den kinematischen Korrekturen der gemessenen Verteilung ergeben sich die in Abbildung 4.1 gezeigten Verteilungen.

Kinematik	E_o (GeV)	$E_{o,korr}$ (GeV)	E' (GeV)	E'_{korr} (GeV)	$\Theta_{ee'}$
1	1.043	1.040	0.923	0.926	18.95^o
2	1.200	1.196	1.046	1.050	18.95^o
3	1.305	1.300	1.128	1.132	18.95^o
4	1.446	1.440	1.236	1.242	18.95^o
5	1.600	1.592	1.352	1.360	18.95^o
6	1.600	1.592	1.290	1.297	24.00^o
7	1.944	1.932	1.605	1.618	18.95^o
8	2.210	2.196	1.758	1.776	21.52^o
9	2.300	2.285	1.758	1.776	23.88^o

Tabelle 4.1: *Eingestellte Energie der Primärelektronen und Sollstreuenergie des Magnetspektrometers für die Messungen in der elastischen Kinematik sowie die sich nach Korrekturen ergebenden Werte hierfür.*

4.1.2 Bestimmung der Luminosität für die Messungen der elastischen Kinematik

Aus den im vorherigen Kapitel und in Anhang A vorgestellten simulierten Verteilungen werden nun die über die Akzeptanz des Elektronenspektrometers integrierten Wirkungsquerschnitte der elastischen ep-Streuung inklusive Strahlungskorrekturen bestimmt. Da

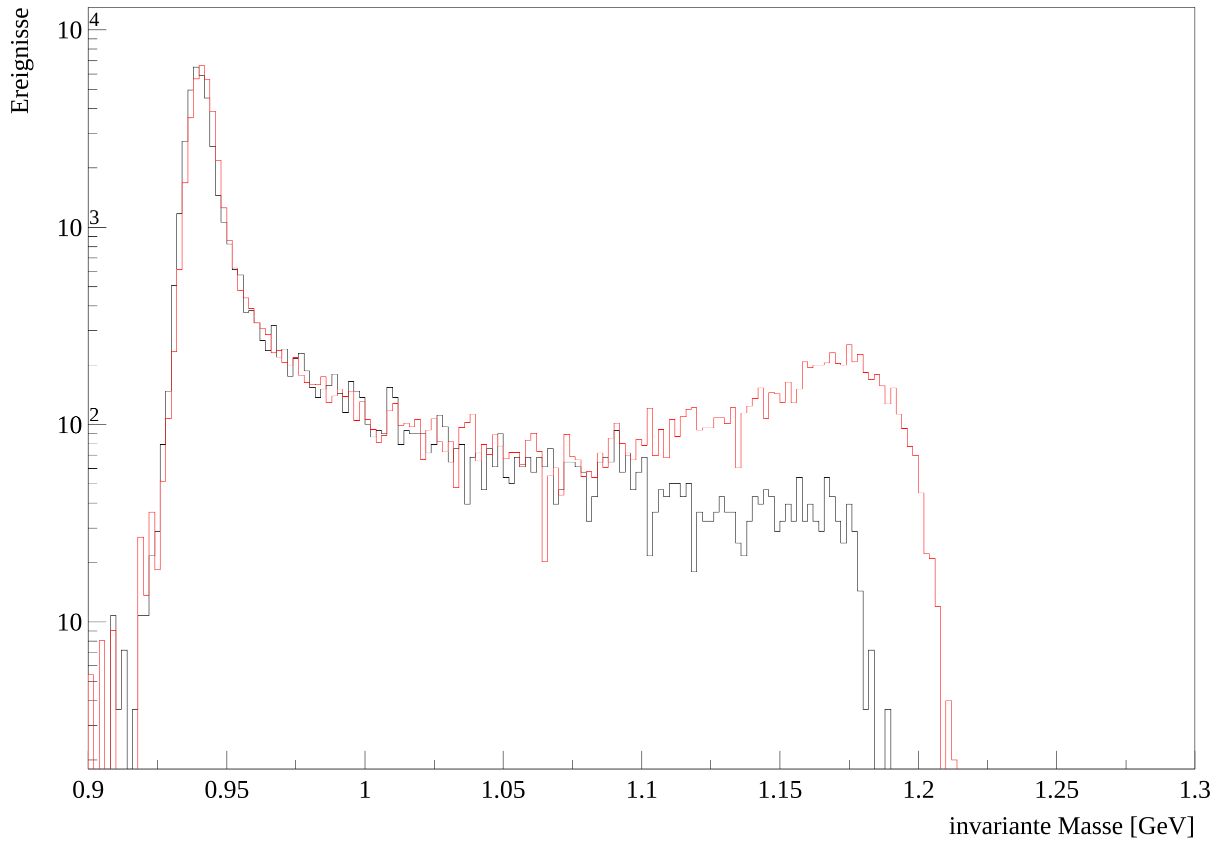


Abbildung 4.1: *Spektrum der invarianten Masse. In Rot ist die in der elastischen Kinematik gemessene Verteilung zu sehen, in Schwarz die simulierte. Bei der gemessenen Verteilung ist deutlich der Anstieg zur Δ-Resonanz für invariante Massen ab $1.1\,GeV$ zu sehen.*

hieraus die integrierte Luminosität berechnet werden soll, dürfen jedoch nur die Ereignisse berücksichtigt werden, bei denen der Reaktionskanal eindeutig bestimmt werden kann. Das ist in diesem Fall der Bereich der elastisch gestreuten Elektronen mit ihrem Strahlungsschwanz, für die eine invariante Masse unterhalb der Pionproduktionsschwelle bei $W = 1.07\,GeV$ berechnet wird. Oberhalb dieser Schwelle tragen bei den gemessenen Verteilungen auch Ereignisse der Pion-Produktion bei, die bei der Simulation hier jedoch nicht berücksichtigt werden. Dies ist auch in Abbildung 4.1 zu sehen, wo die gemessene und die simulierte Verteilung bei kleinen invarianten Massen übereinstimmen, ab der π-Schwelle die Anzahl der gemessenen Einträge aber wieder ansteigt.
Über die Beziehung

$$\dot{N} = L\sigma \quad \Leftrightarrow \quad N = \bar{L}t\sigma = \sigma \int L dt \tag{4.1}$$

mit

N	=	gemessene Ereignisse,
L	=	Luminosität,
	=	$N_T \dot{N}_e$,
N_T	=	Anzahl der Targetatome pro cm^2,
$\dot{N}_e$	=	Anzahl der einfallenden Elektronen pro Sekunde,
t	=	Messzeit und
σ	=	über die Akzeptanz integrierter Wirkungsquerschnitt

sind Luminosität und Wirkungsquerschnitt miteinander verknüpft, so dass sich aus den so bestimmten Wirkungsquerschnitten direkt die zeitintegrierten Luminosiäten $\int Ldt$ berechnen lassen. In Tabelle 4.2 sind die so bestimmten integrierten Luminositäten zusammengestellt. Generell wurde die Winkelakzeptanz des Elektronenspektrometers auf $|x_o'| \leq 0.036$ rad und $|y_o'| \leq 0.011$ rad begrenzt, um etwaige Randeffekte an den Akzeptanzkanten zu unterdrücken. Zum Vergleich sind hier auch die direkt aus der Ladungsmessung berechneten integrierten Luminositäten eingetragen. Die aus der Ladungsmessung berechneten integrierten Luminositäten liegen etwa 10% höher als die mit Hilfe der Simulation bestimmten. Dies liegt daran, daß hier Effekte wie Blasenbildung im flüssigen Wasserstoff, der Fehler der Ladungsmessung sowie die von eins abweichende Effizienz des Elektronenspektrometers nicht korrigiert wurden. All diese Effekte haben zur Folge, daß die integrierte Luminosität überschätzt wird.

Kinematik	$\bar{L}t_{aus\,simu}$ $[10^{38} cm^{-2}]$	$\bar{L}t_{aus\,FC}$ $[10^{38} cm^{-2}]$
1	0.4584 ± 0.0009	0.5049
2	0.9381 ± 0.0015	1.0503
3	1.4483 ± 0.0022	1.5175
4	1.7018 ± 0.0028	1.7997
5	1.7072 ± 0.0034	1.7876
6	2.3956 ± 0.0077	2.5618
7	9.453 ± 0.011	9.9421
8	3.564 ± 0.013	4.0582
9	4.787 ± 0.024	5.1582

Tabelle 4.2: *Zeitintegrierte Luminositäten für die Messungen der elastischen ep-Streuung. Eine Angabe der Fehler der Werte, die aus dem Faraday-Cup bestimmt wurden, ist nicht sinnvoll, da schon der Fehler der Strommessung im Bereich einiger Prozent liegt und weitere systematische Fehlerquellen wie die Effizienz des Elektronenspektrometers und Blasenbildung im Wasserstofftargetn auftreten.*

4.1.3 Bestimmung der Luminosität für die N-Δ-Messung bei $-K^2 = 0.630\,GeV^2$

Über den Strahlungsschwanz der elastischen ep-Streuung (s. Kapitel 2.3.2), der sowohl bei der Messung in der elastischen Kinematik als auch bei der Messung in der Δ-Kinematik in der Akzeptanz des Elektronenspektrometers liegt, werden die Einarm-Spektren dieser beiden Messungen aneinander angepasstt. In Abbildung 4.2 ist für die Messung bei $E_0 =$

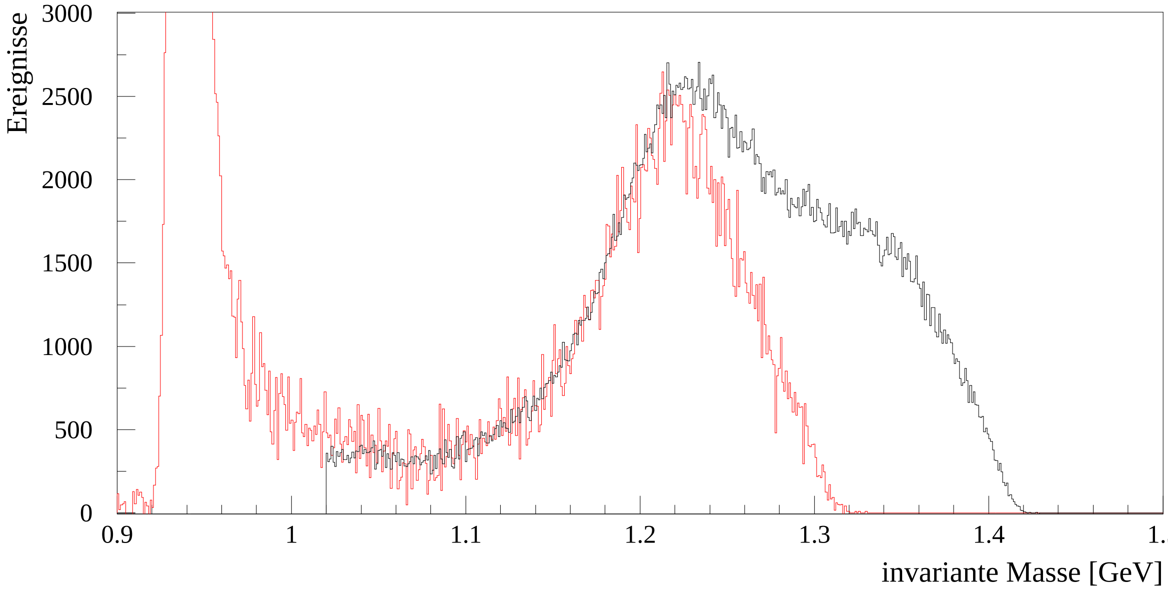


Abbildung 4.2: *Einarm-Spektrum der Messung in der elastischen Kinematik (rot) und in der Δ-Kinematik (schwarz). Durch Anpassung dieser beiden Spektren aneinander wurde der Skalierungsfaktor für die Berechnung der Luminosität der Messung in der Δ-Kinematik bestimmt.*

$2.3\,GeV$ die Verteilung in Abhängigkeit von der invarianten Masse zu sehen. Aus dem Skalierungsfaktor $scale = N_\Delta/N_{el}$, mit dem die Höhe des Spektrums der N-Δ-Messung an die der elastischen Messung angepasst wurde, lässt sich die Luminosität für die Messung in der Δ-Kinematik über $(\bar{L}t)_\Delta = scale \cdot (\bar{L}t)_{el}$ berechnen. Hieraus berechnet sich der Wirkungsquerschnitt der π^o-Produktion zu

$$\sigma_\pi = \frac{1}{(\bar{L}t)_\Delta \Gamma_t \Delta\Omega_e \Delta E'} \cdot N = \int \frac{d^2\sigma}{d\Omega^*_\pi} d\Omega^*_\pi \tag{4.2}$$

mit

$\bar{L}t$ aus elastischen Messungen $[10^{39} cm^{-2}]$	$\bar{L}t$ aus FC $[10^{39} cm^{-2}]$
4.899319 ± 0.1313	5.56682

Tabelle 4.3: *Zeitintegrierte Luminosität für die N-Δ-Messung bei* $-K^2 = 0.630\ GeV^2$. *Kommentar zum Fehler des Wertes aus FC siehe Tabelle 4.2*

$\bar{L}t$	=	zeitintegrierte Luminosität,
Γ_t	=	virtueller Photonenfluss,
$\Delta\Omega_e$	=	vom Elektronenspektrometer abgedeckter Raumwinkelbereich,
$\Delta E'$	=	berücksichtigter Bereich der Energie des gestreuten Elektrons und
N	=	totale Anzahl der hadronischen Ereignisse.

Die so für die Messung in der Δ-Kinematik bestimmte integrierte Luminosität ist in Tabelle 4.3 aufgeführt. Auch hier ist zum Vergleich der aus der Ladung des Faraday-Käfigs berechnete Wert eingetragen. In Abbildung 4.3 ist der so berechnete Einarm-Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von der invarianten Masse aufgetragen. Zusätzlich ist hier noch der mit MAID berechnete Wirkungsquerschnitt der Ein-Pion-Produktion am Proton eingetragen. Die Unterschiede zwischen der gemessenen Verteilung und der MAID-Kurve kommen durch Strahlungskorrekturen in elastischer und Δ-Kinematik zustande, die bei der theoretischen Verteilung nicht berücksichtigt sind. Außerdem trägt in der gemessenen Verteilung der Kanal der Zwei-Pion-Produktion bei, der ab einer invarianten Masse von etwa $1.22\,GeV$ aufgeht und der in der MAID-Kurve ebenfalls nicht berücksichtigt ist.

4.2 Die π^o-Produktion

Anschließend wurde eine Simulation des Experimentes zur π^o-Elektroproduktion am Protontarget durchgeführt. Im Gegensatz zur Simulation der elastischen ep-Streuung muss hier auch das nachgewiesene Rückstoßproton in der Simulation verfolgt und die Detektorantwort simuliert werden. Als Startverteilung für die Simulation wird eine Verteilung in Abhängigkeit der Größen W, K^2, Θ^*_π und Φ^*_π gewürfelt, wobei auch etwaige Strahlungsverluste der einlaufenden sowie der gestreuten Elektronen simuliert werden. Die so erhaltenen Monte-Carlo-Daten werden mit dem gleichen Programm analysiert wie die Messdaten. Aus dem Vergleich End- zu Anfangsverteilung der Simulation werden vierdimensionale Korrekturfaktoren bestimmt, mit deren Hilfe die ursprüngliche Verteilung wieder rekonstruiert werden kann.

4.2.1 Auswertung der gemessenen Verteilung

Zunächst werden auch für die in der Δ-Kinematik aufgenomme Verteilung die in Anhang A und Kapitel 4.1 erläuterten Korrekturen für die Elektrongrößen durchgeführt. Außerdem wird die gemessene Verteilung bezüglich Startzeitpunkt, Timewalk, Auflösungseffekten,

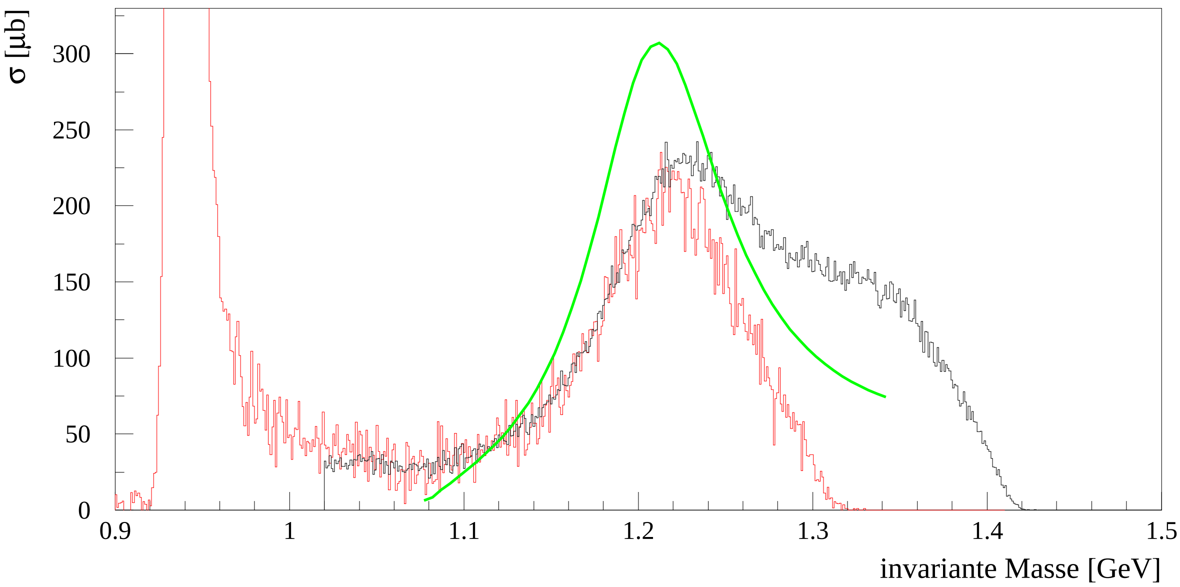


Abbildung 4.3: *Einarm-Wirkungsquerschnitt der Messung bei $E_0 = 2.3GeV$ und $\theta_{ee'} = 23.88^o$ in Abhängigkeit von der invarianten Masse. In Rot ist die Messung in der elastischen Kinematik dargestellt, in Schwarz die in der Δ-Kinematik. In Grün ist der Wirkungsquerschnitt der Ein-Pion-Produktion am Proton nach MAID dargestellt. Hier sind deutliche Abweichungen zwischen gemessenem Wirkungsquerschnitt und theoretischer Kurve zu sehen, die durch die in der theoretischen Kurve nicht berücksichtigten Strahlungsverluste zustande kommen.*

Akzeptanzen und Effizienzen so gut wie möglich vorkorrigiert. Diese Korrekturen werden ausführlich in [Lan 99] erläutert.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Methode zur Bestimmung der Effizienzen des Flugzeitspektrometers überarbeitet. Die Effizienz ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Proton, das auf das Flugzeitspektrometer trifft, hier auch als solches nachgewiesen wird. Zur Bestimmung der Effizienzen werden die zur Auswertung benutzten Flugzeitwände 2 und 3 in Segmente unterteilt. Um die Effizienz eines Segmentes der Wand x zu bestimmen, wird mit Hilfe der gekreuzt aufgestellten Wand y für dieses Segment ein Ensemble angebotener Protonen präpariert und dann überprüft, wieviele dieser Protonen auch in Wand x als solche nachgewiesen werden. Als Bedingung für ein in einem bestimmten Segment angebotenes Proton wird gefordert, dass der zurückgerechnete Ort innerhalb des Segmentes liegt und die flugstreckennormierte Flugzeit $\tau = 1/\beta$ in einem kinematisch für Protonen zulässigen Fenster liegt. Es wird außerdem der zufällige Untergrund abgezogen, der in einem kinematisch von Protonen aus der π^o-Produktion nicht erreichbaren τ-Bereich bestimmt wird. Für den Ansprecher in Wand x, für die die Effizienz bestimmt wird, wurde in der bisher durchgeführten Analyse lediglich der richtige Auftreffort und mindestens ein TDC-Signal der Latte, die getroffen wurde, gefordert, das heißt, es wurde getestet, ob hier auch ein Ansprecher vorliegt. Bei der neu entwickelten Methode wird für jedes der von Wand y angebotenen Protonen getestet, ob es unabhängig hiervon auch in

Wand x als Proton in diesem Segment nachgewiesen wird. Es wird hier auch ein Abzug des in beiden Wänden koinzident nachgewiesenen Untergrundes durchgeführt.

4.2.2 Die Startverteilung der Simulation

Die Erzeugung der Ereignisse wurde auch in diesem Fall wieder mit einem auf ENIGMA aufgebauten Event-Generator durchgeführt. Hier wurde das Modell MAID2000 (s. Kapitel 2.1.7) zur Vorgabe der Startverteilung gewählt.
Neben der hier ausgewerteten π^o-Produktion am Proton wird auch die π^+-Produktion am Proton simuliert, um den Effekt fehlidentifizierter Neutronen und den Effekt der Neutronen bei der Bestimmung der Effizienzen zu berücksichtigen (s. Kapitel 4.2.4).

4.2.3 Die Elektronseite

Mittels des ELAN-Elektron-Monte-Carlo-Programmpaketes wurde, wie auch schon in Kapitel 4.1 und Anhang A erläutert, auch für die Verteilungen der Pion-Produktion die Antwort des magnetischen Elektronenspektrometers simuliert.

4.2.4 Die Protonseite

Die bei der Simulation erzeugten Protonen werden mit Hilfe des am CERN[2] entwickelten Programmpaketes GEANT[3] weiterverfolgt. Wie im Experiment wird hier der Energieverlust der Teilchen in dem vom Streuprozess im Target bis zum Detektor durchquerten Material berücksichtigt. Aus der beim Auftreffen auf den Detektor bestimmten Lichtausbeute, der Flugzeit der Teilchen vom Target zum Detektor und dem Auftreffort auf dem Detektor werden wie im Folgenden beschrieben die ADC- und TDC-Werte generiert. An Hand charakteristischer Spektren werden diese dann an die Messung angepaßt. Hier sollen Auflösungseffekte wie der Einfluss der Diskriminatorschwelle auf den TDC-Wert so wirklichkeitsnah wie möglich berücksichtigt werden.
Als Grundlage bei der Bestimmung der jeweiligen Anpassungsparameter dienen die wie in Kapitel 4.2.1 beschrieben korrigierten Daten der Messung.
Bei der Bestimmung der ADC- und TDC-Signale aus den Größen der Simulation werden folgende Zusammenhänge ausgenutzt (s. auch Kap. 3.2.3).

- Der Auftreffort eines Teilchens auf einer Szintillationslatte ist proportional der Differenz der TDC-Signale der beiden Sekundärelektronenvervielfacher und auch proportional dem logarithmierten Quotienten der ADC-Signale der SEVs.

- Die vom Proton im Szintillator deponierte Energie ist proportional dem logarithmierten Produkt der beiden ADC-Signale der SEVs.

[2] Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

[3] Softwarepaket zur Simulation der physikalischen Wechselwirkungen von Teilchen in Materie. Französisch: Geant = Riese.

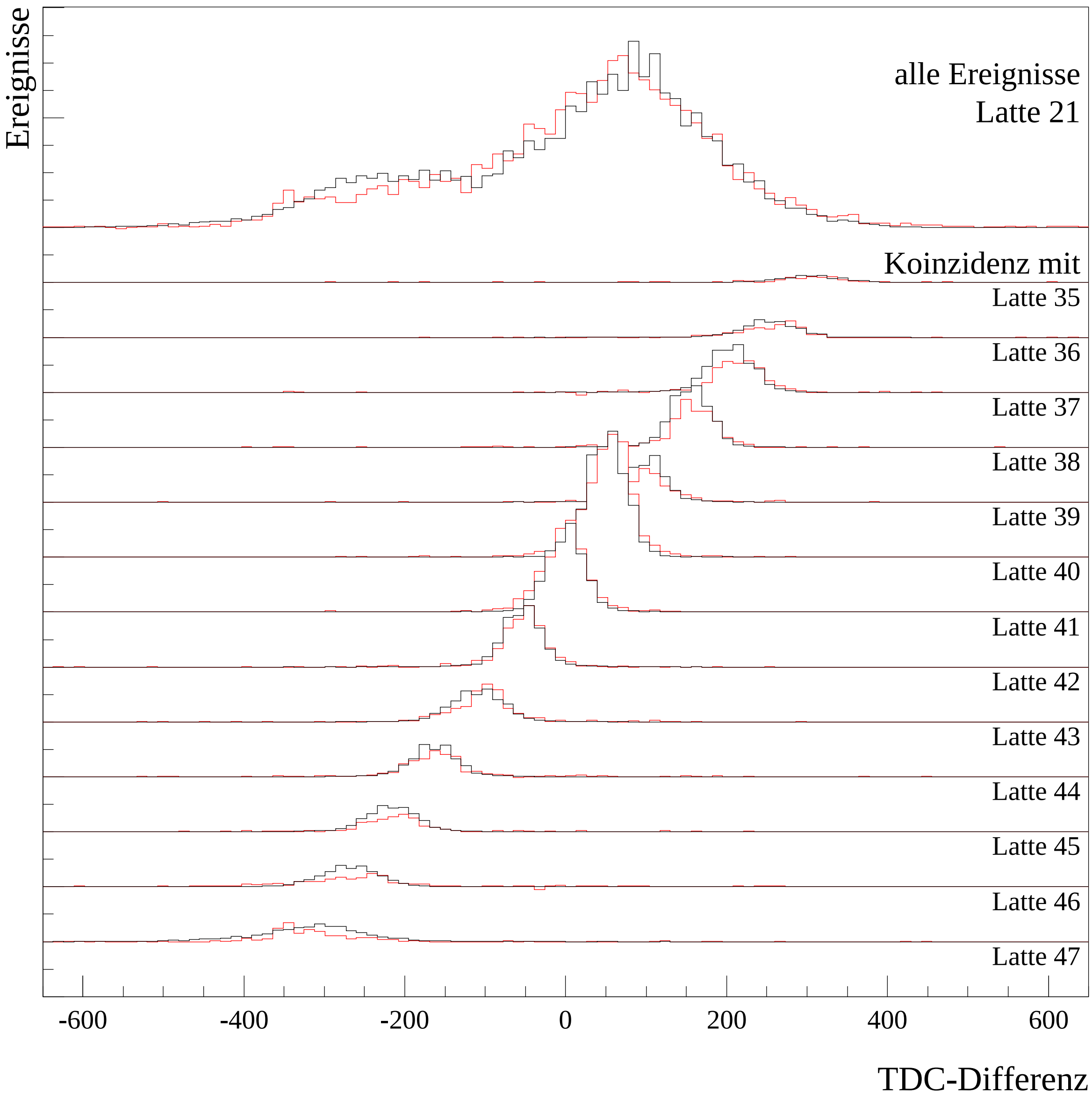


Abbildung 4.4: *Differenz der TDC-Signale der beiden SEVs von Latte 21 unter der Bedingung, dass ein Proton in Latte 21 gesehen wurde und beide SEVs dieser Latte ein TDC-Signal lieferten (oberes Bild). Für die unteren Bilder ist zusätzlich ein Proton in der entsprechenden Latte der gekreuzten Wand und ein TDC-Signale in den beiden SEVs gefordert. In Rot sind die gemessenen Spektren dargestellt, in Schwarz die simulierten.*

- Die Flugzeit des Teilchens bis zum Detektor entspricht der Summe der beiden startzeitkorrigierten TDC-Signale der SEVs.

Der ADC-Wert, ab dem die Diskriminatorschwellen der TDCs überschritten werden, wird aus den gemessenen Spektren bestimmt.

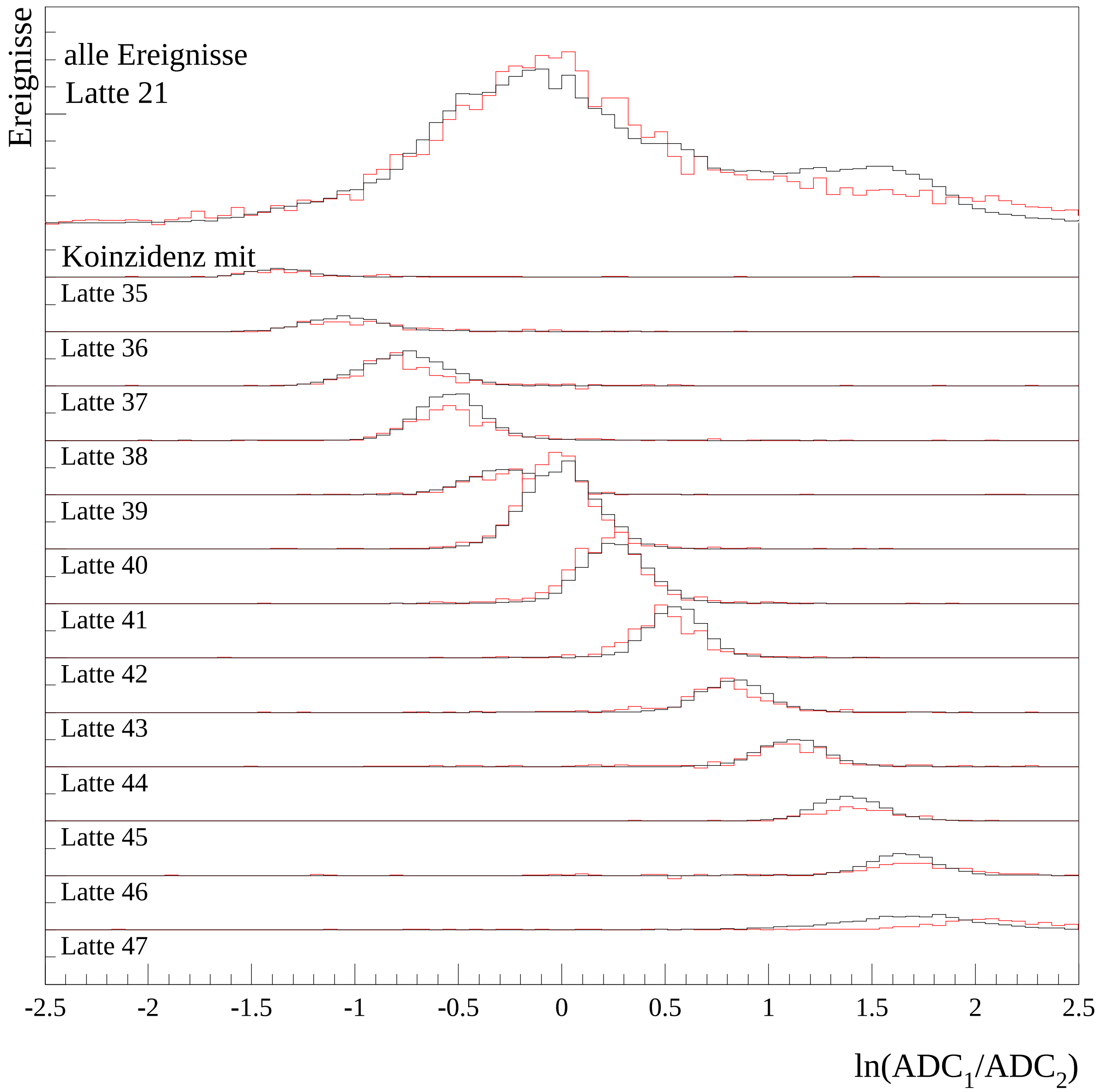


Abbildung 4.5: *Logarithmierter Quotient der ADC-Signale der beiden SEVs von Latte 21 unter der Bedingung, dass ein Proton in Latte 21 gesehen wurde und beide SEVs dieser Latte ein TDC-Signal lieferten (oberes Bild). Für die unteren Bilder ist zusätzlich ein Proton in der entsprechenden Latte der gekreuzten Wand und ein TDC-Signal in den beiden SEVs gefordert. In Rot sind die gemessenen Spektren dargestellt, in Schwarz die simulierten.*

Um die Ortsabhängigkeiten von TDC-Differenz und ADC-Quotient zu bestimmen, wird für jede Latte x ein Spektrum unter der Bedingung gefüllt, dass in der gekreuzten Latte y der benachbarten Wand und in der Latte x selbst ein Ansprecher vorhanden ist. Ein Ansprecher heißt in diesem Fall, dass die TDCs beider SEVs einer Latte angesprochen

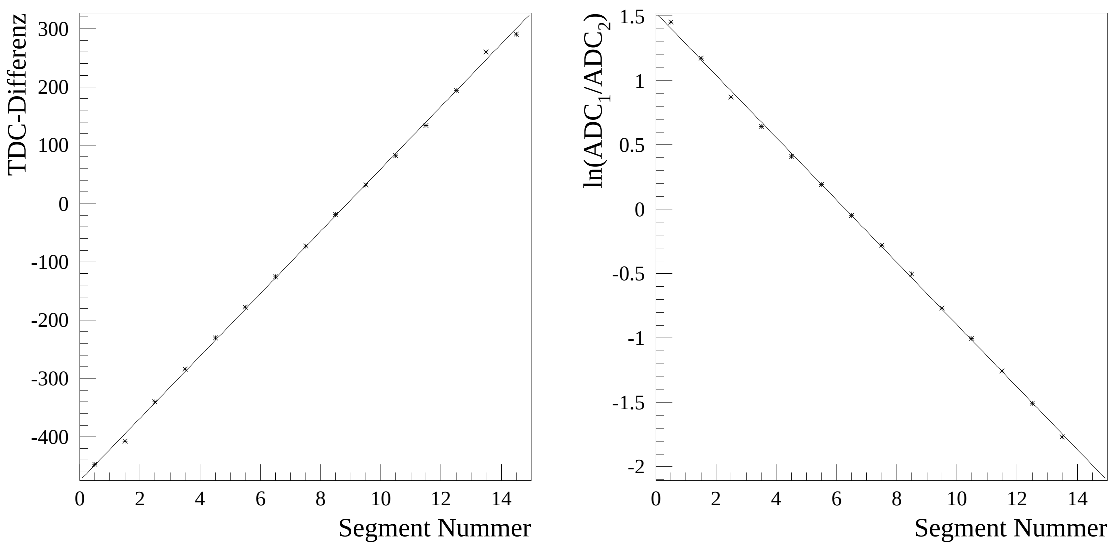


Abbildung 4.6: *Schwerpunkte der Ortsverteilungen der einzelnen Segmente, im linken Bild die TDC-Differenzen und im rechten Bild der logarithmierte ADC-Quotient, aufgetragen gegen den geometrischen Ort des Segmentes für Latte 37. Die Linien zeigen die linearen Fits in die Spektren*

haben. In diesen Einzelspektren wird eine Anpassung einer Gauß-Funktion vorgenommen, deren Schwerpunkt dann für jede Latte x gegen den geometrisch vorgegebenen Ort, das heißt in diesem Fall die Nummer der gekreuzten Latte y, aufgetragen wird. In den Abbildungen 4.4 und 4.5 sind für Latte 21 das Spektrum der TDC-Differenz beziehungsweise des ADC-Quotienten dargestellt. In Abbildung 4.6 ist der lineare Zusammenhang von TDC-Differenz und Auftreffort beziehungsweise logarithmiertem ADC-Quotienten und Auftreffort zu erkennen, aus dem die Parameter der Ortsanpassung für die Simulation bestimmt werden.
Die Breite der Verteilung eines solchen Segments ist eine Faltung aus der tatsächlichen geometrischen Breite des Segments, die durch die Breite der Latten mit $20\,cm$ gegeben ist, und der Breite, die durch die Auflösung des Detektors verursacht wird. Erstere ist in der Simulation automatisch durch die Angabe der Detektorgeometrie enthalten, wohingegen die auflösungsbedingte Breite iterativ an die gemessenen Daten angepasst wird. Hierzu werden zunächst für die gemessenen Verteilungen die Standardabweichungen der an die einzelnen Segmente angepassten Gaußfunktion bestimmt und in der Simulation die Ortsspektren mit einer Gaußverteilung mit eben dieser Standardabweichung verschmiert. In den resultierenden, simulierten Verteilungen werden wieder die σ-Breiten der Einzelspektren bestimmt. Über $\sigma_{neu} = \frac{\sigma_{mess}}{\sigma_{sim}}\sigma_{mess}$ wird dann die Breite für den nächsten Iterationsschritt bestimmt. Die in den Abbildungen 4.4 und 4.5 dargestellten Spektren zeigen die Verteilungen nach der Iteration. In den Abbildungen 4.7 und 4.8 sind die Ortsspektren aller Latten der Wände 2 und 3 dargestellt, jeweils unter der Bedingung, dass mindestens ein TDC der zugehörigen SEVs angesprochen hat und beide ADCs oberhalb des Offsets liegen. Die Abweichungen zwischen gemessener und simulierter Verteilung, die in

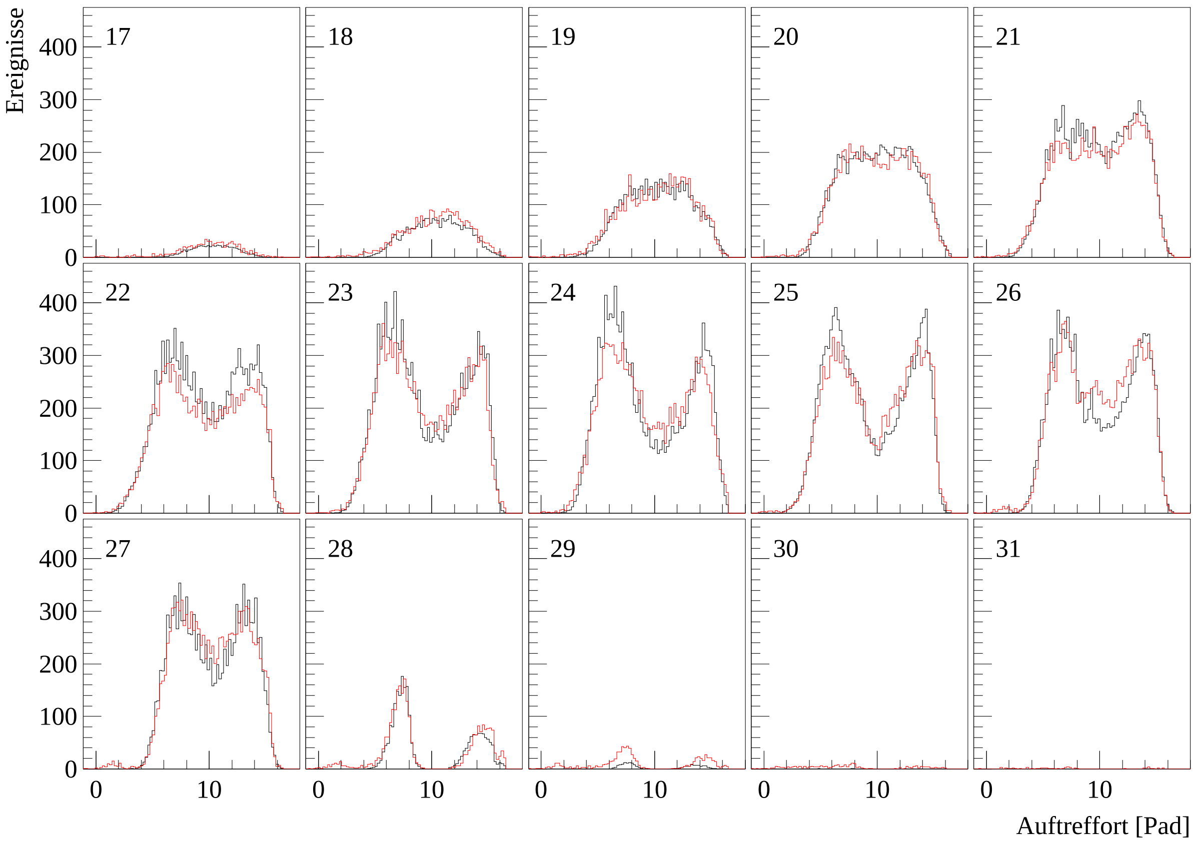


Abbildung 4.7: *Ortsspektren der Latten von Wand 2 unter der Bedingung, dass mindestens ein TDC der entsprechenden Latte angesprochen hat und beide ADC-Signale oberhalb des Offsets liegen. In Rot sind die gemessenen Spektren dargestellt, in Schwarz die simulierten.*

Abbildung 4.5 am Rand des Spektrums zu sehen ist, resultiert aus einem in der Messung nicht ganz linearen Zusammenhang zwischen dem Auftreffort und dem logarithmierten ADC-Quotienten der beiden SEVs. Diese Abweichungen wurden für die gemessene Verteilung bei der Berechnung des Ortes aus dem logarithmierten ADC-Quotienten durch eine Anpassung eines Polynoms dritten Grades korrigiert. Für die Spektren der Simulation wurde ein rein linearer Zusammenhang zwischen Auftreffort und logarithmiertem ADC-Quotienten angenommen, der aus den korrigierten Spektren der Messung bestimmt wird. In den resultierenden und für die weitere Auswertung entscheidenden Ortspektren der einzelnen Latten, die in den Abbildungen 4.7 und 4.8 zu sehen sind, sind diese Abweichungen daher nicht mehr vorhanden.

In Abbildung 4.9 ist das logarithmierte Produkt der ADC-Signale der beiden SEVs von Latte 37 gegen die flugstreckenkorrigierte Flugzeit der Teilchen zum Detektor $\tau = 1/\beta$ für die Messung dargestellt. Hier ist deutlich das Band der Protonen im Bereich $1.2 < \tau < 2.2$ zu sehen, wobei im Abknickpunkt bei $\tau \simeq 2$ die Protonen einsortiert werden, deren kinetische Energie so groß ist, dass sie gerade in dieser Latte gestoppt werden und damit ihre gesamte Energie im Detektor deponieren. Protonen mit größerer kinetischer Energie

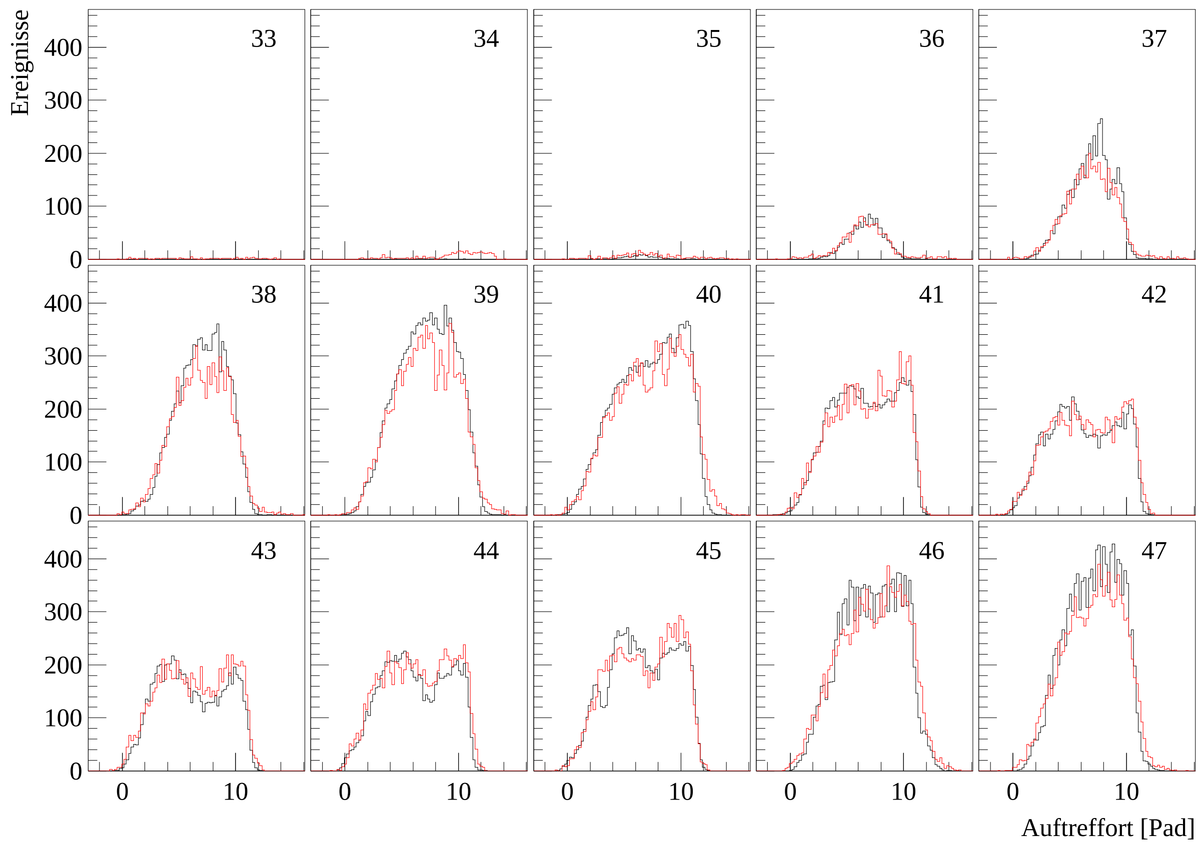


Abbildung 4.8: *Ortsspektren der Latten von Wand 3 unter der Bedingung, dass mindestens ein TDC der entsprechenden Latte angesprochen hat und beide ADC-Signale oberhalb des Offsets liegen. In Rot sind die gemessenen Spektren dargestellt, in Schwarz die simulierten.*

durchqueren die Latte, deponieren entsprechend weniger Energie im Szintillator und werden bei kleinerem τ und kleinerem ADC-Produkt einsortiert. Protonen mit geringerer kinetischer Energie, die die Latte aber noch erreichen, können maximal ihre kinetische Energie deponieren und werden somit bei größerem τ und ebenfalls kleinerem ADC-Produkt einsortiert. Bei $\tau = 1$ werden die Lichtgeschwindigkeitsteilchen einsortiert. Zusätzlich ist in diesem Spektrum die ohne Anpassungsfaktor simulierte Protonenverteilung zu sehen. Es ist zu erkennen, dass eine Anpassung des ADC-Produktes vorgenommen werden muss, wohingegen die Flugzeit nach der Startzeitkorrektur der gemessenen TDCs für Simulation und Messung gut übereinstimmt. Der Anpassungsparameter für das ADC-Produkt ist der Offset, der zum logarithmierte Produkt hinzugefügt werden muss, um die beiden Spektren zur Übereinstimmung zu bringen. Zur Bestimmung dieses Offsets ist es hilfreich, einen physikalisch ausgezeichneten Punkt in dem Spektrum auszuwählen und den Offset für diesen Punkt zu bestimmen. Zur Auswahl stehen der Knickpunkt im Spektrum, an dem diejenigen Protonen einsortiert werden, die in der Latte gerade gestoppt werden, und der Bereich um $\tau = 1$, an dem Pionen als minimalionisierende Lichtgeschwindigkeitsteilchen einsortiert werden. Da für die hier ausgewertete Kinematik bei allen Latten der Wände

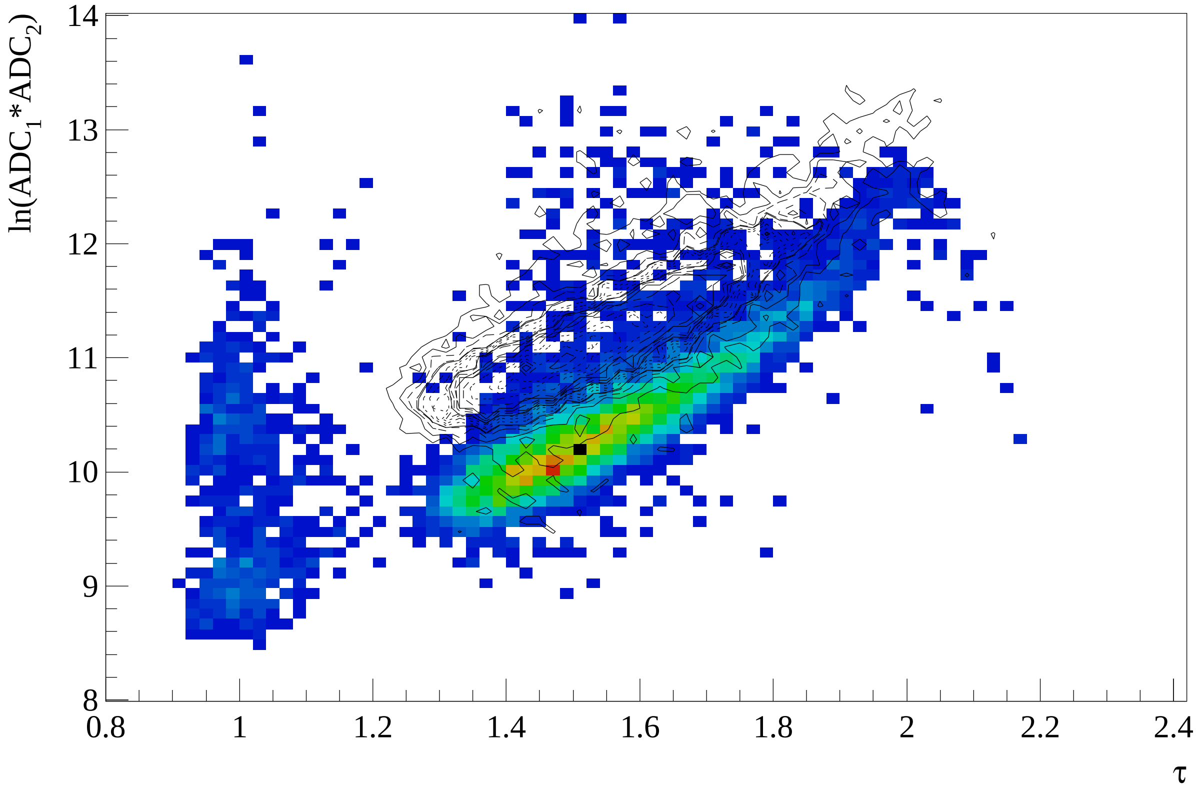


Abbildung 4.9: *Logarithmiertes Produkt der beiden ADC-Signale der Latte 37 gegen τ. In Bunt ist die gemessene Verteilung zu sehen, in Schwarz als Höhenlinien die simulierte Verteilung vor der Anpassung an die gemessene.*

2 und 3 der Abknickpunkt der Protonen im Spektrum zu sehen ist, wird dieser zur Bestimmung des Offsets benutzt. In Abbildung 4.10 ist das logarithmierte ADC-Produkt von Latte 37 nach der oben beschriebenen Anpassung jeweils bei einem Ansprecher einer gekreuzten Latte der Wand 2 dargestellt. Es zeigt sich, dass diese ortsunabhängige Anpassung noch nicht ausreicht, um die ADC-Produkte der gemessenen Daten zu reproduzieren. Daher wird noch eine aus den in Abbildung 4.10 dargestellten Spektren bestimmbare, segmentabhängige Korrektur des ADC-Produktes vorgenommen. In Abbildung 4.11 sind die gleichen Spektren wie in den Abbildungen 4.9 und 4.10 für die jetzt komplett angepasste Verteilung der Simulation dargestellt.
Für die simulierte Verteilung werden jetzt - genau wie in Kapitel 4.2.1 für die gemessene Verteilung beschrieben - die Effizienzen der Flugzeitwände bestimmt. Die Effizienzen zum Nachweis eines Protons hängen bei einer reinen Protonenverteilung vor allem von den Ansprechschwellen der TDCs ab und der Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Proton vollständig absorbiert wird oder durch Rutherfordstreuung unter einem großen Winkel und damit aus dem Segment herausgestreut wird und in der gekreuzten Latte nicht mehr dem ursprünglichen Segment zugeordnet wird.
Da die gemessene Verteilung aber noch Beiträge von fehlidentifizierten Neutronen bein-

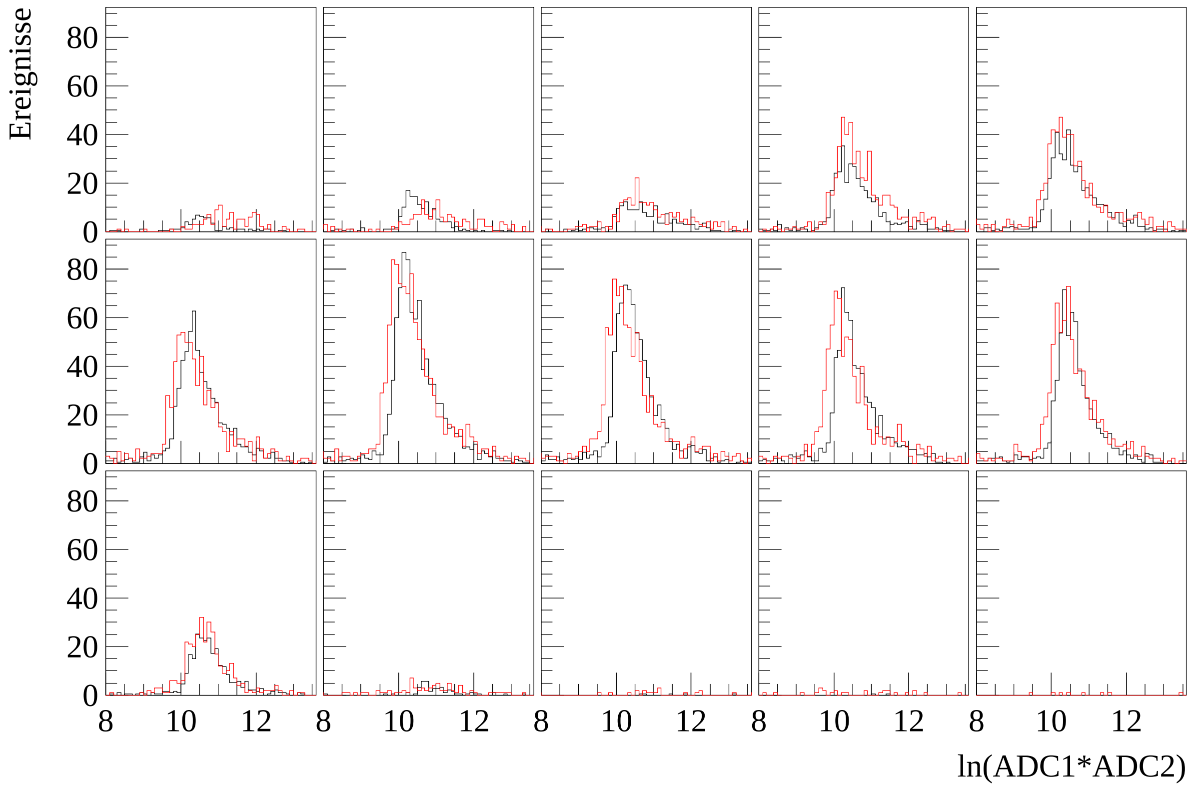


Abbildung 4.10: *Logarithmiertes Produnkt der ADC-Signale der beiden SEVs von Latte 37 unter der Bedingung, dass in der entsprechenden Latte der gekreuzten Wand ein Ansprecher vorlag. In Rot ist die gemessene Verteilung zu sehen, in Schwarz die simulierte nach der ersten Voranpassung.*

haltet, müssen auch diese Effekte simuliert und berücksichtigt werden. Die zufällig auftretenden Untergrundteilchen werden wie in [Lan 99] beschrieben genau wie die aus der Kaptonfolie der Targetzelle gestreuten Protonen von der gemessenen Verteilung abgezogen, so dass diese Effekte nicht in der Simulation berücksichtigt werden müssen. Der Einfluss der Neutronen allerdings, die keinesfalls dem zufällig auftretenden Untergrund zuzuordnen sind, kann aus der gemessenen Verteilung nicht ohne weiteres korrigiert werden. Die wesentlichen Reaktionen, durch die Neutronen mit ihrer nach außen verschwindenden elektrischen Ladung im Szintillator nachgewiesen werden können, sind die elastische Streuung an Protonen und die inelastische Streuung an Kernen. Auf Grund der Wirkungsquerschnitte dieser Reaktionen werden Neutronen in 5 cm Szintillatormaterial mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 3% nachgewiesen [Mas 01]. Wird allerdings bei einer solchen Reaktion in der vorderen Flugzeitwand ein Proton herausgeschlagen, so kann dieses in der nachfolgenden Flugzeitwand koinzident mit dem Neutron nachgewiesen werden und so ein Proton vortäuschen. Ein weiterer Effekt, bei dem die Neutronen eine Rolle spielen, ist die Bestimmung der Effizienzen. Hier wird mit einer Flugzeitwand ein Ensemble an Protonen zur Verfügung gestellt, für die dann geprüft wird, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass sie von der zweiten Wand nachgewiesen werden. Genau wie oben kann dieses Ensemble aber Beiträge von fehlidentifizierten Neutronen beinhalten, die hier nicht von den Protonen zu trennen sind und somit die bestimmten Effizienzen verfälschen. Daher ist es notwendig, zusätzlich zur hier ausgewerteten π^o-Produktion am Proton auch die π^+-Produktion am Proton, die für die im Flugzeitspektrometer nachgewiesenen Neutronen verantwortlich ist, in der Effizienzbestimmung zu berücksichtigen.

4.2.5 Korrektur der gemessenen Verteilung

Die Protonen- und Neutronenverteilung der Simulation, die wie in den vorhergehenden Kapiteln beschrieben an die Messung angepasst wurde und für die entsprechend der gemessenen Verteilung ADC- und TDC-Signale generiert wurden, durchläuft nun die gleichen Schritte der Auswertung wie die nach Kapitel 4.2.1 korrigierte gemessene Verteilung. Es ergibt sich für die Simulation - ebenso wie für die Messung - eine endgültige Verteilung in Abhängigkeit von K^2, W, $\Theta^*_{\pi^o}$ und $\Phi^*_{\pi^o}$. Da sowohl in der Messung als auch in der Simulation Protonen und keine Pionen verfolgt werden, müssen die Protongrößen noch in Piongrößen umgerechnet werden. Proton und Pion fliegen im Schwerpunktsystem mit betragsmäßig gleichem Impuls in entgegengesetzte Richtungen voneinander weg (back-to-back), so dass die Winkel im Schwerpunktsystem einfach ineinander umzurechnen sind:

$$\Phi^*_{\pi^o} = \Phi^*_{Proton} + 180^o \tag{4.3}$$
$$\Theta^*_{\pi^o} = 180^o - \Theta^*_{Proton} \tag{4.4}$$

In Abbildung 4.12 ist diese simulierte Verteilung für das W-K^2-Bin auf der Resonanz bei $W = 1.232\,GeV$ für $\Theta^*_{\pi^o} = 95^o$ in Abhängigkeit von $\Phi^*_{\pi^o}$ dargestellt. Zusätzlich ist in dieser Abbildung die in die Simulation eingegangene Startverteilung nach MAID zu sehen. Aus den beiden Verteilungen wird nun für jeden Datenpunkt ein Korrekturfaktor nach

$$korr(W, K^2, \Theta^*_{\pi^o}, \Phi^*_{\pi^o}) = \frac{N_{MAID}(W, K^2, \Theta^*_{\pi^o}, \Phi^*_{\pi^o})}{N_{sim}(W, K^2, \Theta^*_{\pi^o}, \Phi^*_{\pi^o})} \tag{4.5}$$

berechnet, der die Abweichung der rekonstruierten von der nachgewiesenen Verteilung in Folge von Strahlungskorrekturen, Akzeptanzen, Auflösungen und fehlidentifizierten Neutronen beschreibt. In Abbildung 4.13 sind die Korrekturfaktoren für Ereignisse bei $W = (1.232 \pm 0.01)\,\mathrm{GeV}$ dargestellt. Diese Faktoren werden an die gemessene Verteilung multipliziert, um diese Verteilung bezüglich der oben genannten Effekte zu korrigieren und somit den differenziellen Wirkungsquerschnitt der π^o-Elektroproduktion am Proton zu erhalten.

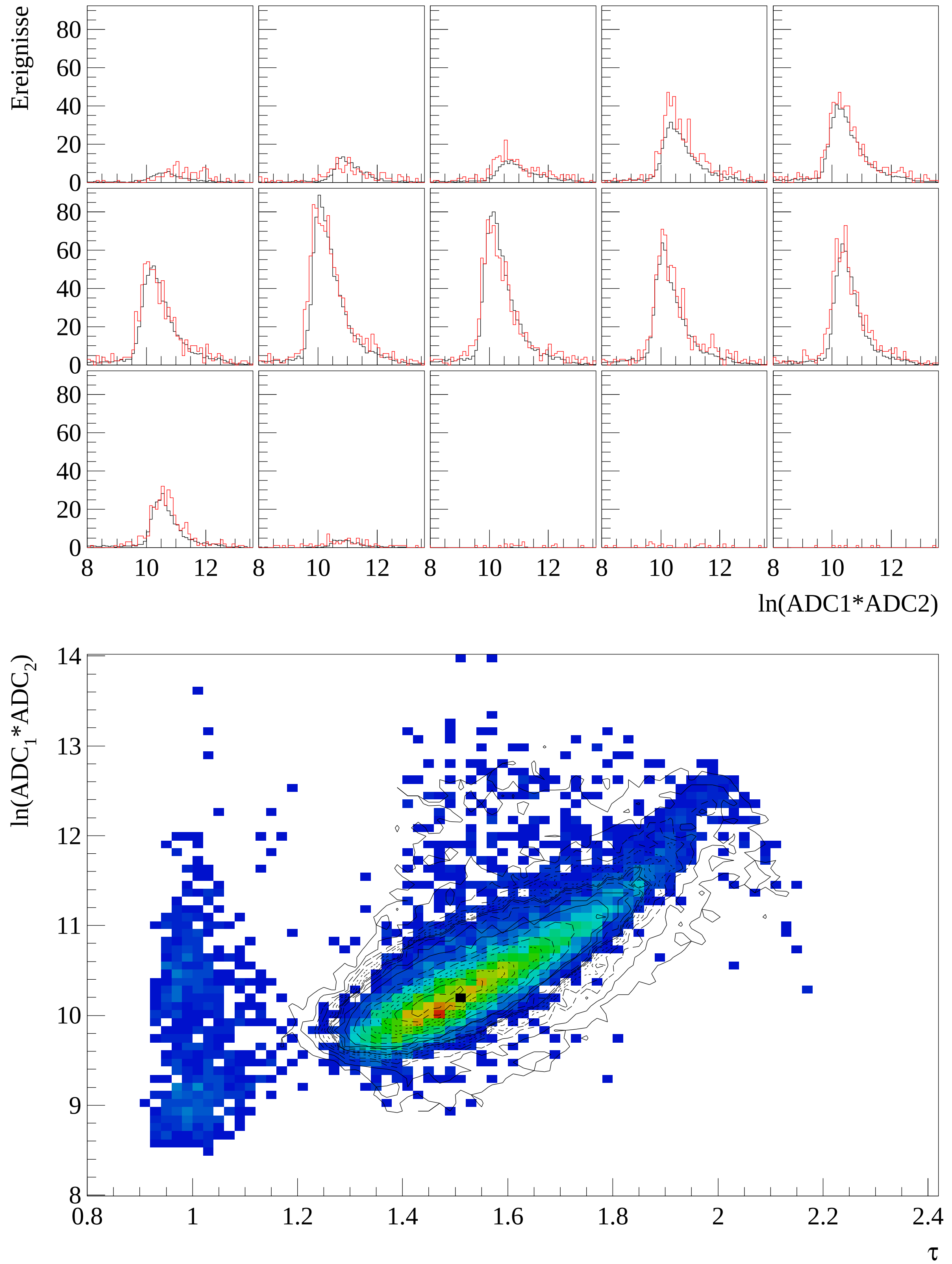


Abbildung 4.11: *Logarithmiertes Produkt der beiden SEVs von Latte 37, entsprechend den Abbildungen 4.9 und 4.10 nach der Anpassung des ADC-Produktes.*

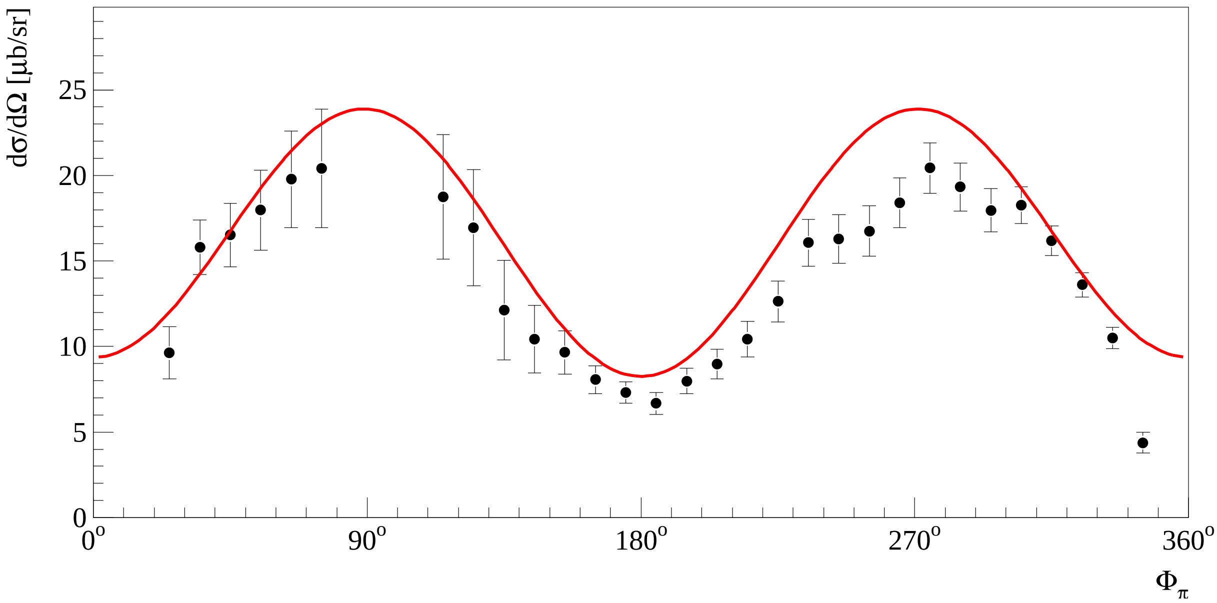


Abbildung 4.12: *MAID-Verteilung (rot) und simulierte Verteilung (schwarz) für $W = 1.232\,GeV$ und $\Theta^*_\pi = 95^o$. Aus solchen Verteilungen werden die Korrekturfaktoren für die gemessene Verteilung bestimmt.*

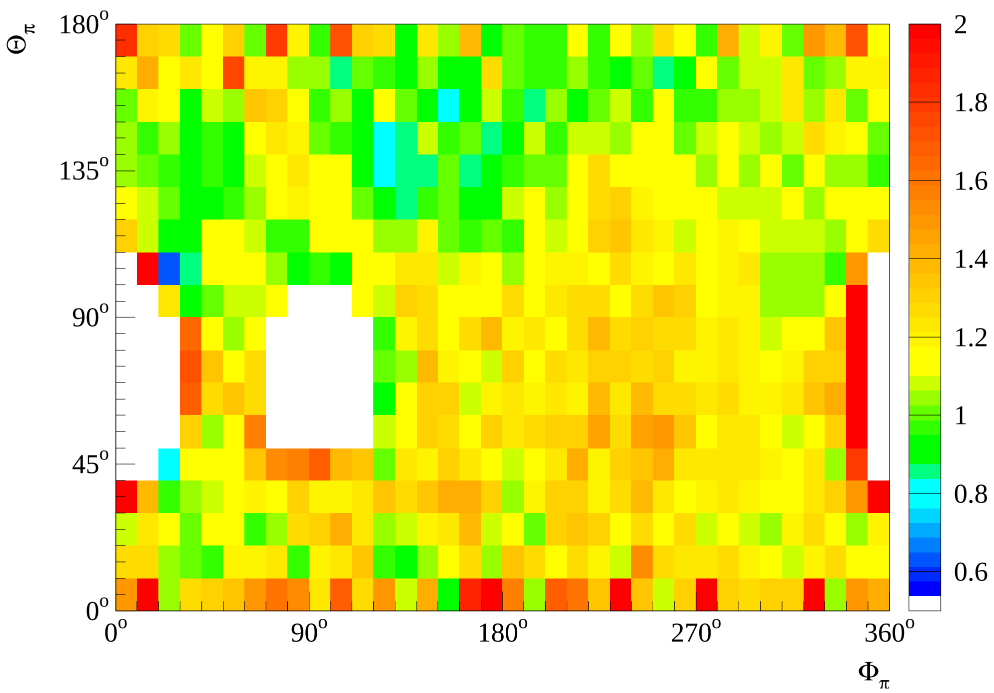


Abbildung 4.13: *Aus der Simulation bestimmte Korrekturfaktoren für die gemessene Verteilung für $W = 1.232\,GeV$ in Abhängigkeit der Streuwinkel des Pions. An den weißen Stellen konnte kein Korrekturwert ermittelt werden.*

5. Ergebnisse

In Kapitel 4.2 wurde beschrieben, wie mit Hilfe einer vollständigen Monte-Carlo-Simulation des Experimentes aus den gemessenen Verteilungen Effekte wie Akzeptanzen, Auflösungen und Strahlungskorrekturen sowie der Beitrag fehlidentifizierter Neutronen heraus korrigiert werden können. In diesem Kapitel wird nun die korrigierte Verteilung gezeigt und es wird erläutert, wie diese parametrisiert und mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden kann.

5.1 Fit an die korrigierte Protonenverteilung

Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, werden die Daten der Ein-Pion-Produktion am Proton in einer modellunabhängigen Zerlegung des Wirkungsquerschnittes durch eine Funktion der Form

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega^*_\pi} = A^\Phi(\Theta^*_\pi) + B^\Phi(\Theta^*_\pi)\cos\Phi^*_\pi + C^\Phi(\Theta^*_\pi)\cos 2\Phi^*_\pi \tag{5.1}$$

beschrieben. Die Θ^*_π-Abhängigkeit der Parameter A^Φ, B^Φ und C^Φ kann in der s- und p-Wellennäherung auf zwei Arten dargestellt werden.

- Parametrisierung 1: Die Aufspaltung nach $(\cos\Theta^*_\pi)^n$

$$\begin{aligned} A^\Phi(\Theta^*_\pi) &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1\cos\Theta^*_\pi + \tilde{A}_2\cos^2\Theta^*_\pi \\ B^\Phi(\Theta^*_\pi) &= (\tilde{B}_0 + \tilde{B}_1\cos\Theta^*_\pi)\sin\Theta^*_\pi \\ C^\Phi(\Theta^*_\pi) &= \tilde{C}_0\sin^2\Theta^*_\pi \end{aligned} \tag{5.2}$$

- Parametrisierung 2: Die Aufspaltung nach Legendre-Polynomen

$$\begin{aligned} A^\Phi(\Theta^*_\pi) &= A_0P_0(\cos\Theta^*_\pi) + A_1P_1(\cos\Theta^*_\pi) + A_2P_2(\cos\Theta^*_\pi) \\ B^\Phi(\Theta^*_\pi) &= (B_0P_0(\cos\Theta^*_\pi) + B_1P_1(\cos\Theta^*_\pi))\sin\Theta^*_\pi \\ C^\Phi(\Theta^*_\pi) &= C_0P_0(\cos\Theta^*_\pi)\sin^2\Theta^*_\pi \end{aligned} \tag{5.3}$$

In den bisherigen Arbeiten zu diesem Experiment ([Bru 01], [Hai 00], [Lan 99], [Wac 98]) wurde die Parametrisierung nach Gleichung 5.2 zur Auswertung benutzt. Da in aktuellen Veröffentlichungen [Joo 02] die Parametrisierung nach Gleichung 5.3 benutzt wurde, der mit den Legendre-Polynomen eine orthogonale Basis zugrunde liegt, sollen in dieser Arbeit beide Parametrisierungen gegenübergestellt werden. Dabei ist zu bemerken, dass die resultierenden Funktionen bei beiden Parametrisierungen identisch sind und es sich lediglich um verschiedene Arten der Parameterextraktion aus den Funktionen handelt, was

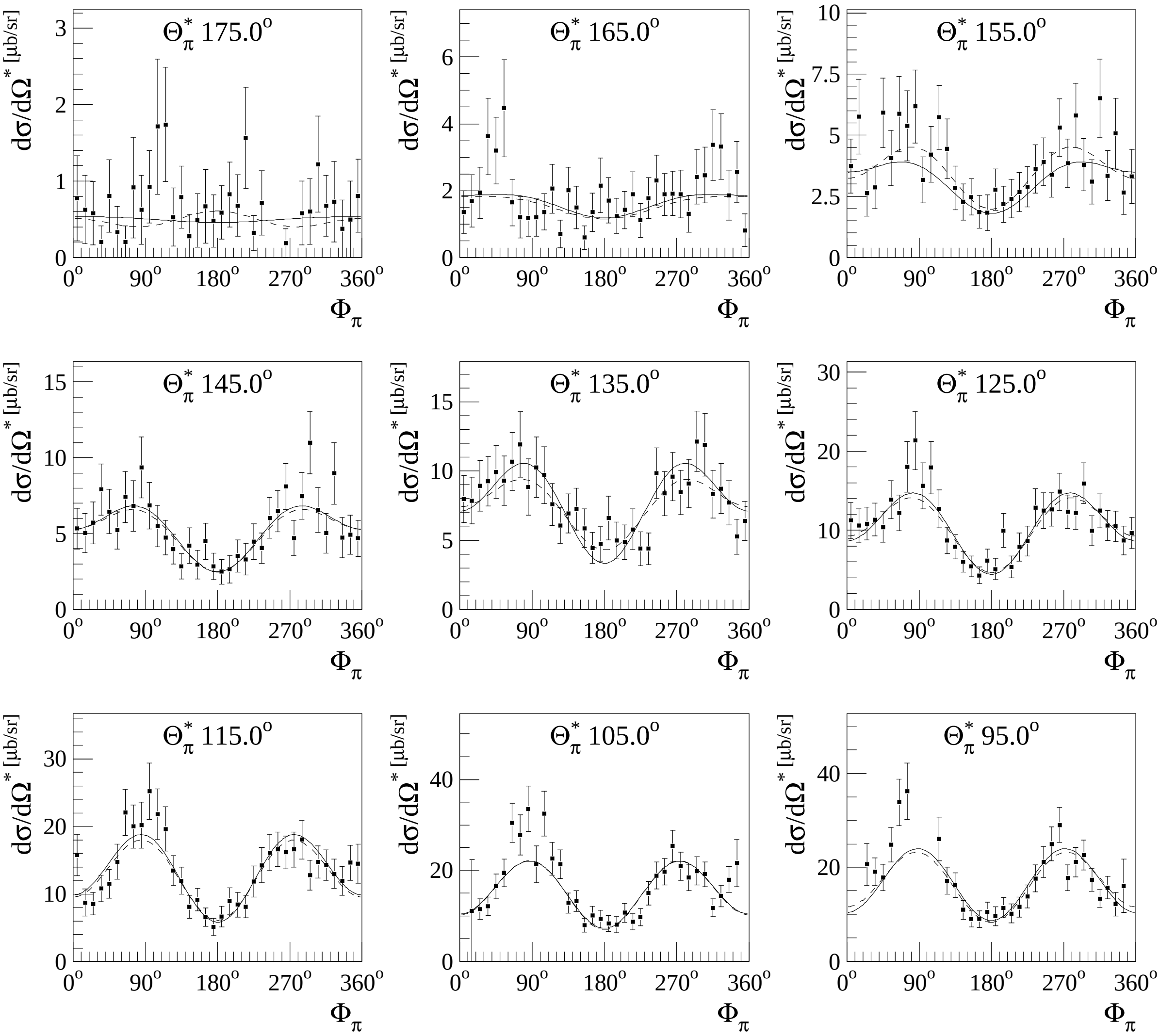


Abbildung 5.1: *Korrigierte Verteilung für $W = 1.232\,GeV$ und $90^o \leq \Theta^*_\pi \leq 180^o$. Eingetragen sind auch die Ergebnisse des globalen (durchgezogene) und des lokalen Fits (gestrichelte Linien) in die Daten.*

dazu führt, dass sich die Parameter $\tilde{A}_0$ und A_0 beziehungsweise $\tilde{A}_2$ und A_2 unterscheiden, während die anderen Parameter identisch sind.

Daher wird im Folgenden bei der graphischen Darstellung der Fitergebnisse nicht zwischen den beiden hier angegebenen Parametrisierungen unterschieden. Um die Parameter A_i, B_i, C_i zu erhalten, wird eine Funktion der Form 5.1 an die mit Hilfe des in Kapitel 4.2.5 beschriebenen Verfahrens korrigierte gemessene Verteilung angepasst. Aus den Anpassungsparametern können die physikalische Größen extrahiert werden. Dabei gibt es zwei Vorgehensweisen, die Funktion zu festen $-K^2$ anzupassen.

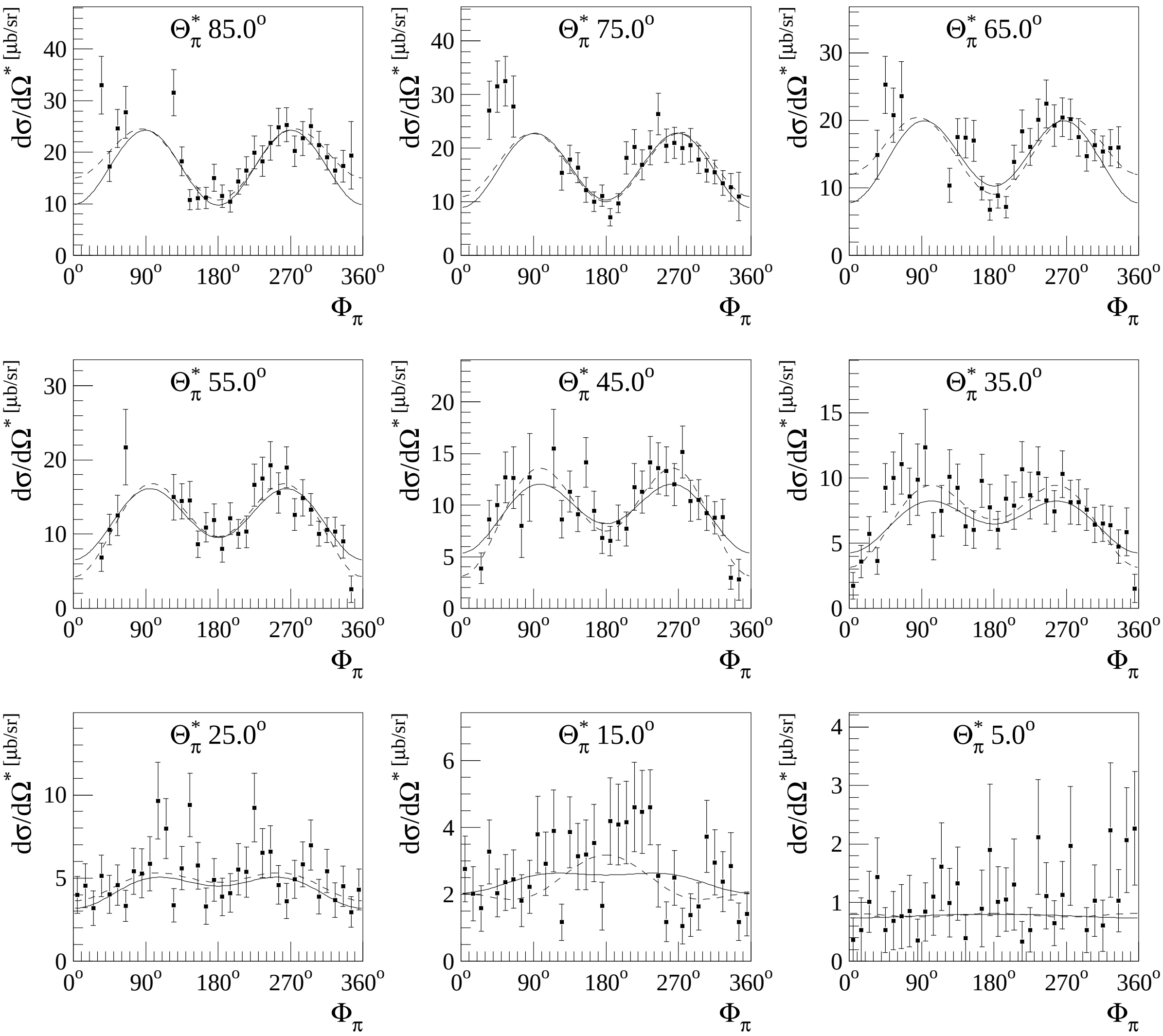


Abbildung 5.2: *Korrigierte Verteilung für $W = 1.232\,GeV$ und $0^o \leq \Theta^*_\pi \leq 90^o$. Eingetragen sind auch die Ergebnisse des globalen (durchgezogene) und des lokalen Fits (gestrichelte Linien) in die Daten.*

- Lokaler Fit[1]
  Die Verteilung wird für jedes W-Bin in Θ^*_π-Bins unterteilt und an jedes dieser Bins wird zunächst eine Funktion nach Gleichung 5.1 angepasst. An die sich hier ergebenden Fitparameter wird dann die verbleibende Θ^*_π-Abhängigkeit nach Gleichung 5.2 beziehungsweise 5.3 angepasst, so dass hier auch die Parameter $\tilde{A}_i$, $\tilde{B}_i$ und $\tilde{C}_i$ beziehungsweise A_i, B_i und C_i extrahiert werden.

- Globaler Fit Für jedes W-Bin wird eine Funktion nach einer Kombination der Gleichungen 5.1 und 5.2 beziehungsweise 5.3 an die zweidimensionale Θ^*_π-Φ^*_π-Verteilung

[1] to fit (engl.) = anpassen

angepasst, so dass sich hier die $\tilde{A}_i$, $\tilde{B}_i$ und $\tilde{C}_i$ beziehungsweise A_i, B_i und C_i direkt als Fitparameter ergeben.

Der lokale Fit hat den Vorteil, dass hier im ersten Teil des Fits, also beim Anpassen der Funktion an die Φ_π^*-Verteilungen in jedem Θ_π^*-Bin, keine s- und p-Wellennäherung benutzt werden muss. Die Aufspaltung des Wirkungsquerschnittes in Φ_π^* kommt allein durch die Polarisation des virtuellen Photons zu Stande (s. auch Kapitel 2.1.2). Erst bei der Anpassung der Funktion in die Θ_π^*-Verteilung wird die Näherung gemacht, dass nur s- und p-Wellen zum Wirkungsquerschnitt der Δ-Resonanz beitragen. Da bei der Parametrisierung der Θ_π^*-Abhängigkeit diese Näherung gemacht wird, geht sie beim globalen Fit in den gesamten Fit ein. Allerdings treten beim lokalen Fit Schwierigkeiten auf, da in einigen Θ_π^*-Bins auf Grund des kleinen Wirkungsquerschnittes nur eine geringe Statistik mit entsprechend größerem Fehler zur Verfügung steht und in anderen auf Grund der begrenzten Akzeptanz des Flugzeitspektrometers nicht der gesamte Φ_π^*-Bereich zugänglich ist, so dass hier einige Winkelbereiche nicht im Fit berücksichtigt werden können. Beim globalen Fit wird der gesamte, ausgewertete Winkelbereich simultan angepasst, so dass hier alle Datenpunkte berücksichtigt werden. Desweiteren haben Datenpunkte mit großem statistischem Fehler weniger Einfluss auf den Gesamtfit als dies beim lokalen Fit der Fall ist. In den Θ_π^*-Bins, in denen der gesamte Φ_π^*-Bereich zugänglich ist, zeigt sich, dass globaler und lokaler Fit sehr gut übereinstimmen. Für den globalen Fit gibt es entsprechend ein günstigeres Verhältnis der Anzahl der Stützstellen für den Fit zu der der Fitparameter. Aus diesem Grund wird in den folgenden Kapiteln mit den Ergebnissen des globalen Fits gearbeitet.
In den Abbildungen 5.1 und 5.2 ist die mit Hilfe des in Kapitel 4.2.5 beschriebenen Verfahrens korrigierte, gemessene Verteilung für $W = (1.232 \pm 0.010)\, GeV$, $-K^2 = 0.630\,\mathrm{GeV}^2$ und verschiedene Bereiche von Θ_π^* in Abhängigkeit von Φ_π^* zu sehen, wobei die Intervallbreite in beiden Winkelvariablen 10^o beträgt. Hier sind auch die Ergebnisse des lokalen und des globalen Fits eingetragen. Die Diskrepanzen zwischen lokalem und globalem Fit auf Grund der geringen Statistik sind besondern deutlich für $\Theta_\pi^* = 175^o$ zu sehen, für $\Theta_\pi^* = 65^o$ sind die Abweichungen, die durch die eingeschränkte Akzeptanz des Flugzeitspektrometers verursacht werden, deutlich zu erkennen. In den anderen Bereichen, in denen der gesamte Φ_π^*-Bereich zugänglich ist und die gemessene Statistik durch den größeren Wirkungsquerschnitt ausreichend ist, ist die oben angesprochene gute Übereinstimmung von lokalem und globalem Fit zu erkennen.
Zusätzlich wurden die Daten von der Mainzer Theoriegruppe mit MAID (siehe auch Kapitel 2.1.7) gefittet, wobei hier die Verteilung über den gesamten Bereich der invarianten Masse und den gesamten Raumwinkelbereich simultan angepasst wurde. In Abbildung 5.3 sind die Ergebnisse der drei Fitverfahren und die aus MAID2000 extrahierte Verteilung für $W = (1.232 \pm 0.010)\, GeV$ in Abhängigkeit von Θ_π^* zusammengefasst.

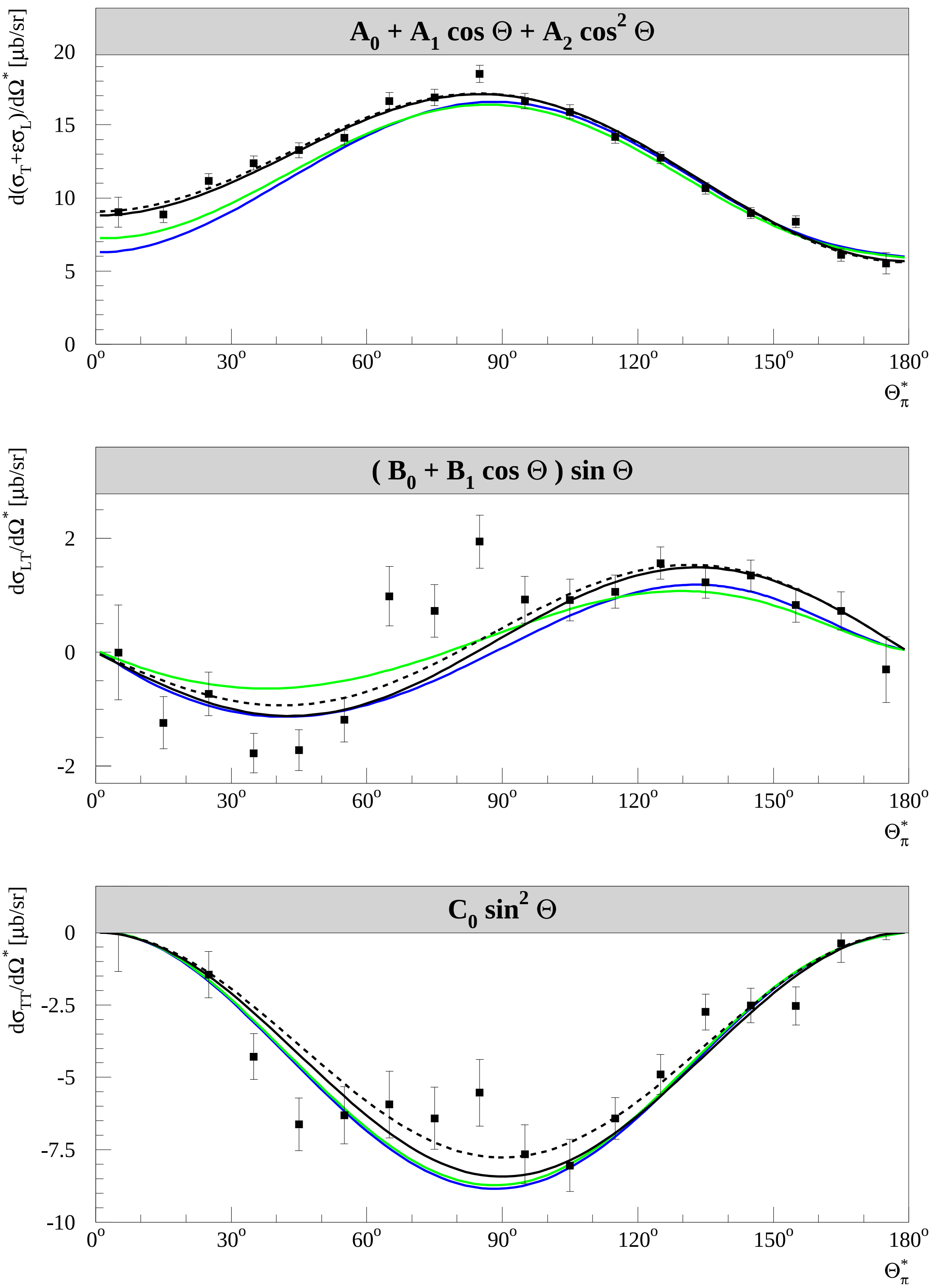


Abbildung 5.3: *Ergebnis der Fits für $W = 1.232\,GeV$ in Abhängigkeit von Θ_π^*. Quadrate und gestrichelte Linien zeigen das Ergebnis des lokalen Fits in die Φ_π^*-Verteilungen, die durchgezogenen Linien das des in Θ_π^* und Φ_π^* globalen Fits. In Grün ist die MAID2000-Verteilung eingetragen, in Blau das Ergebnis des MAID-Fits in die Daten.*

5.2 Extraktion der Multipolamplitudenverhältnisse

Aus den in Kapitel 5.1 vorgestellten Fitparametern sollen nun die in Kapitel 2.1.5 vorgestellten Multipole extrahiert werden. Hierzu wird zusätzlich zu der in Kapitel 5.1 vorgestellten s- und p-Wellennäherung die Annahme gemacht, dass zum N-Δ-Übergang $M1$ Photonen dominant beitragen. Da die π^o-Produktion auf der Δ-Resonanz vermessen wurde, die durch den magnetischen Dipolübergang dominiert wird, wird der Imaginärteil dieser Dipolamplitude M_{1+} bei $W = 1.232\,GeV$ maximal und ihr Realteil hat einen Nulldurchgang, so dass bei der weiteren Auswertung der Multipole nur die Terme berücksichtigt werden, die die M_{1+}-Amplitude explizit enthalten. Unter diesen Bedingungen können die Kombinationen der resonanten Multipolamplituden wie folgt extrahiert werden.

$$\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}] = \frac{1}{12}\left(\tilde{A}_2 - \frac{\tilde{C}_0}{\varepsilon}\right) \qquad Re[E^*_{1+}M_{1+}] = \frac{1}{8}\left(A_2 - \frac{2C_0}{3\varepsilon}\right) \tag{5.4}$$

$$\mathrm{Re}[S^*_{1+}M_{1+}] \;=\; \frac{\tilde{B}_1}{6\sqrt{2\varepsilon(\varepsilon+1)}} \tag{5.5}$$

Hier ist nur für $\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}]$ die Angabe der Extraktion nach beiden in Kapitel 5.1 beschriebenen Parametrisierungen nötig, da sich die beiden Fälle für $\mathrm{Re}[S^*_{1+}M_{1+}]$ nicht unterscheiden. Da bei den meisten Messungen keine Absolutwerte extrahiert werden können, werden in der Literatur die Verhältnisse der einzelnen Multipolamplituden zur dominanten M_{1+}-Amplitude angegeben, $REM = \frac{Re[E^*_{1+}M_{1+}]}{|M_{1+}|^2}$ und $RSM = \frac{Re[S^*_{1+}M_{1+}]}{|M_{1+}|^2}$, so dass die oben angeführten Kombinationen der Multipolamplituden noch auf $|M_{1+}|^2$ normiert werden müssen. Es bieten sich für die beiden Extraktionsmethoden der Parameter jeweils verschiedene Methoden an, die dominante Amplitude aus den Fitparametern zu extrahieren, bei denen unterschiedliche Anteile vernachlässigt werden. Die verschiedenen Parametrisierungen zur Normbestimmung sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst, die jeweils vernachlässigten Terme sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Um die Güte der Normierung

	Parametrisierung 1	Parametrisierung 2
Norm 1	$-\frac{1}{1.5\varepsilon}\tilde{C}_0$	$-\frac{1}{1.5\varepsilon}C_0$
Norm 2	$\frac{1}{4}(\tilde{A}_0 - \frac{1}{\varepsilon}\tilde{C}_0)$	$\frac{1}{2}A_0$
Norm 3	$\frac{1}{2}\tilde{A}_0 + \frac{1}{6}\tilde{A}_2$	$-A_2$
Norm 4	$\tilde{A}_0 + \frac{1}{\varepsilon}\tilde{C}_0$	$\boldsymbol{-\frac{1}{4}(A_2 + \frac{1}{\varepsilon}C_0)}$

Tabelle 5.1: *Verschiedene Methodenen der Bestimmung von $|M_{1+}|^2$ aus den Fitparametern.*

Parametrisierung	Norm	$\lvert M_{1+}\rvert^2 = Norm + ...$
1	1	$3\lvert E_{1+}\rvert^2 - 2\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}] + 2\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1-}] - 2\mathrm{Re}[M_{1-}M_{1+}]$
2	1	$3\lvert E_{1+}\rvert^2 - 2\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}] + 2\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1-}] - 2\mathrm{Re}[M_{1-}M_{1+}]$
1	2	$-\frac{1}{4}\lvert E_{0+}\rvert^2 - \frac{1}{4}\lvert M_{1-}\rvert^2 - \frac{1}{4}\lvert S_{0+}\rvert^2 - \lvert S_{1+}\rvert^2 - \mathrm{Re}[M^*_{1-}M_{1+}] + \mathrm{Re}[S^*_{1+}S_{1-}]$
2	2	$-\frac{1}{2}\lvert E_{0+}\rvert^2 - 3\lvert E_{1+}\rvert^2 - \frac{1}{2}\lvert M_{1-}\rvert^2 - \frac{1}{4}\lvert S_{0+}\rvert^2 - 2\lvert S_{1+}\rvert^2 - \frac{1}{4}\lvert S_{1-}\rvert^2$
1	3	$-\frac{1}{2}\lvert E_{0+}\rvert^2 - \frac{1}{2}\lvert M_{1-}\rvert^2 - \frac{13}{4}\lvert E_{1+}\rvert^2 - \frac{1}{2}\lvert S_{0+}\rvert^2 - 4\lvert S_{1+}\rvert^2 - \frac{1}{2}\lvert S_{1-}\rvert^2$
2	3	$3\lvert E_{1+}\rvert^2 + 4\lvert S_{1+}\rvert^2 - 2\mathrm{Re}[M^*_{1-}M_{1+}] - 6\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1-}]$ $-6\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}] + 4\mathrm{Re}[S^2_{1+}S_{1-}]$
1	4	$-\lvert E_{0+}\rvert^2 - \lvert M_{1-}\rvert^2 - 9\lvert E_{1+}\rvert^2 - \lvert S_{0+}\rvert^2 - 4\lvert S_{1+}\rvert^2 - \lvert S_{1-}\rvert^2$ $+2\mathrm{Re}[M^*_{1-}M_{1+}] + 6\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}] - 6\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1-}] + 4\mathrm{Re}[S^*_{1+}S_{1-}]$
2	**4**	$\boldsymbol{\frac{3}{2}\lvert E_{1+}\rvert^2 + \lvert S_{1+}\rvert^2 - 2\mathrm{Re}[M^*_{1-}M_{1+}] + \mathrm{Re}[S^*_{1+}S_{1-}]}$

Tabelle 5.2: *Bei der jeweiligen Normbestimmung nach Tabelle 5.1 vernachlässigte Terme.*

		$\lvert M_{1+}\rvert^2$ $[(10^{-3}/m_{\pi^o})^2]$		
aus MAID		336.52		
Parametrisierung	Norm	Näherung mit Vernachlässigung der restlichen Terme	Einsetzen der Ergebnisse aus MAID für die Restterme	Einsetzen des Doppelten der Ergebnisse aus MAID für die Restterme
1	1	317.31 ± 12.61	325.33 ± 12.61	326.90 ± 12.61
2	1	317.31 ± 12.61	325.33 ± 12.61	326.90 ± 12.61
1	2	389.03 ± 6.79	358.42 ± 6.79	266.59 ± 6.79
2	2	388.94 ± 3.67	367.77 ± 3.67	304.26 ± 3.67
1	3	486.63 ± 22.32	405.80 ± 22.32	231.81 ± 22.32
2	3	368.88 ± 12.99	419.84 ± 12.99	504.26 ± 12.99
1	4	359.64 ± 5.58	345.64 ± 5.58	303.88 ± 5.58
2	**4**	**330.20 ± 10.00**	**331.19 ± 10.00**	**334.66 ± 10.00**

Tabelle 5.3: *Berechnung von $\lvert M_{1+}\rvert^2$ nach verschiedenen Parametrisierungen, Vergleich der Ergebnisse für die Näherung nach Tabelle 5.1 mit den Ergebnissen, wenn für die vernachlässigten Terme die Ergebnisse aus MAID eingesetzt werden. Die angegebenen Fehler sind rein statistischer Natur.*

festzulegen, werden für die vernachlässigten Terme einmal die mit MAID berechneten Multipole eingesetzt und einmal das Doppelte der MAID-Multipole. So kann ermittelt werden,

	6-Parameter-Fit in die Daten	MAID-Fit in die Daten	6-Parameter-Fit in MAID-Verteilung
$\frac{\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}]}{\lvert M_{1+}\rvert^2}$	$-1.95\% \pm 0.69\%$	-1.57%	-1.52%
$\frac{\mathrm{Re}[S^*_{1+}M_{1+}]}{\lvert M_{1+}\rvert^2}$	$-7.40\% \pm 0.66\%$	-5.25%	-4.63%

Tabelle 5.4: *Multipolamplitudenverhältnisse für* $-K^2 = 0.630\,GeV^2$.

wie stabil das Ergebnis für $|M_{1+}|^2$ bei Variation der vernachlässigten Terme ist. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Tabelle 5.3 zusammengefasst. Das Verfahren Norm 4 nach Parametrisierung 2 ist demnach das stabilste bezüglich der Variation der Restterme und wird im Folgenden zur Berechnung von $|M_{1+}|^2$ benutzt. Die mit Hilfe der so bestimmten Norm nach Gleichungen (5.4) und (5.5) extrahierten Multipolamplitudenverhältnisse sind in Tabelle 5.4 zusammengestellt. Hier ist außerdem das Ergebnis des MAID-Fits in die Daten dieser Arbeit eingetragen. Aus dem MAID-Fit können, im Gegensatz zum 6-Parameter-Fit, direkt die Werte für die resonanten Amplituden $M^{\frac{3}{2}}_{1+}$, $E^{\frac{3}{2}}_{1+}$ und $S^{\frac{3}{2}}_{1+}$ extrahiert werden, so dass hier nicht die oben erläuterten Näherungen gemacht werden müssen. Allerdings gehen hier in den Fit die für MAID gemachten Modellannahmen ein, während für den 6-Parameter-Fit nur die oben angesprochene $s-$ und $p-$Wellennäherung gemacht wurde. Zusätzlich wurde auch ein 6-Parameter-Fit nach Gleichungen 5.1 und 5.3 an die mit dem MAID-Fit an die Daten dieser Arbeit erzeugte Verteilung angepasst. Bei der Extraktion der Multipole aus diesen Fitparametern wurde dieselbe Methode benutzt wie beim Fit an die Daten. Das Ergebnis dieses Fits ist ebenfalls in Tabelle 5.4 eingetragen. Es zeigt sich, dass die beim 6-Parameter-Fit gemachten Näherungen keinen großen Einfluss auf die extrahierten Multipolamplitudenverhältnisse haben. In den Abbildungen 5.4 und 5.5 sind die Ergebnisse zusammen mit den Ergebnissen anderer Experimente graphisch in Abhängigkeit von $-K^2$ dargestellt. Hier sind auch die Ergebnisse früherer Auswertungen des in dieser Arbeit vorgestellten Experimentes eingetragen ([Hai 00] und [Lan 99]), bei denen das vollständige Monte-Carlo-Simulationsverfahren noch nicht zur Verfügung stand und somit Effekte wie Strahlungskorrekturen, Randeffekte und Auflösungen nicht komplett aus den Daten korrigiert werden konnten. Hier ist deutlich der Einfluss dieser Effekte zu erkennen. Insbesondere beim REM zeigt sich, dass nach der vollständigen Korrektur der durch die Ergebnisse von [Lan 99] angedeutete Nulldurchgang des REM bei $-K^2 < 1\,GeV^2$ nicht mehr in diesem Bereich zu finden ist. Das Ergebnis dieser Arbeit bestätigt einen im Bereich von $-K^2 < 1\,GeV^2$ weitestgehend konstantes REM, wobei nach den neuen Analysen der [Fro 99] Daten von der MAID-Gruppe [KSDHT 01] der

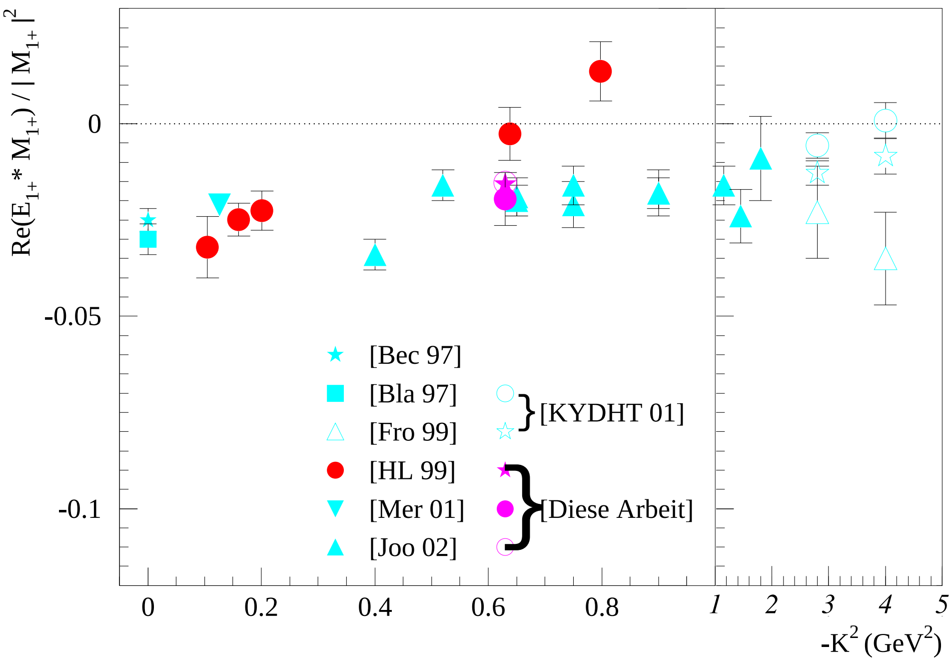


Abbildung 5.4: $-K^2$*-Abhängigkeit von REM. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind: (•): 6-Parameter-Fit an die Daten, (⋆): MAID-Fit an die Daten, (∘): 6-Parameter-Fit an MAID-Verteilung.*

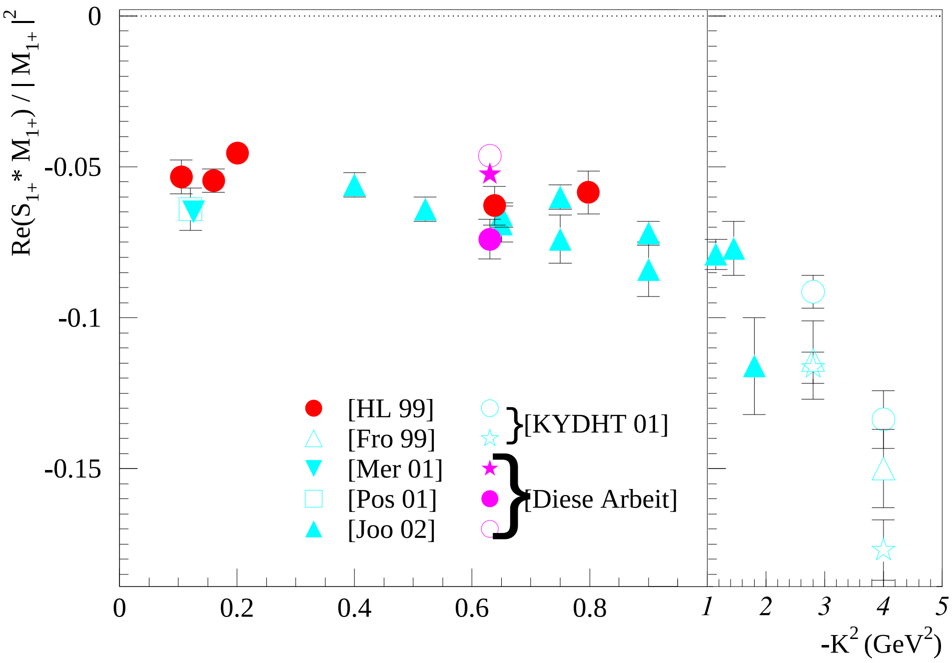


Abbildung 5.5: $-K^2$*-Abhängigkeit von RSM. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind: (•): 6-Parameter-Fit an die Daten, (⋆): MAID-Fit an die Daten, (∘): 6-Parameter-Fit an MAID-Verteilung.*

Nulldurchgang des REM und damit der Übergang zur Region der perturbativen QCD, für die REM = 1 vorhergesagt wird, bereits im $-K^2$-Bereich von wenigen GeV^2 erreicht ist. Auch der Wert für RSM bestätigt die Tendenz des Verhältnisses, mit steigendem $-K^2$ leicht abzufallen. Damit ist der für die perturbative QCD vorhergesagte Bereich, in dem das RSM konstant sein soll, in dem hier gezeigten Bereich von $-K^2$ noch nicht erreicht. Eine neue Analyse der ebenfalls im Rahmen des hier vorgestellten Experimentes aufgenommenen Daten im Bereich $0.04\,GeV^2 \leq -K^2 \leq 0.5\,GeV^2$ mit dem in der vorliegenden Arbeit entwickelten Verfahren wird Aufschluss darüber bringen, ob die von [KSDHT 01] und [SaL 01] vorhergesagte Dominanz der Pionwolke bestätigt werden kann.
Die nicht resonanten Multipole, wie E_{0+}, S_{0+} und M_{1-}, sind mit den hier vorgestellten Extraktionsmethoden nicht zuverlässig zugänglich. Eine Variation der jeweils vernachlässigten Terme bei einem Versuch der Bestimmung dieser Multipole zeigt, dass hier keine verlässliche Aussage über die Größe der einzelnen Terme möglich ist.

5.3 Abhängigkeit der Fitparameter von der invarianten Masse

Während die Extraktion der Multipole nur im Energiebereich der Resonanz sinnvoll ist, da nur hier die vorher vorgestellten Näherungen und die M_{1+}-Dominanz gelten, kann der Θ_π^*-Φ_π^*-Fit nach den Gleichungen 5.1 und 5.3 im gesamten dem Experiment zugänglichen Energiebereich durchgeführt werden. Der Fit wurde in $20\,MeV$ breiten Energieintervallen durchgeführt. In den Abbildungen 5.6-5.8 sind die Ergebnisse des lokalen, des globalen sowie des MAID-Fits an die Daten und auch die Vorhersage von MAID2000 in Abhängigkeit von Θ_π^* für den dem Experiment zugänglichen Bereich der invarianten Masse von $W = 1.152\,GeV$ bis $W = 1.312\,GeV$ dargestellt. Die Energieabhängigkeit der Fitparameter ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Diegleiche Fit-Funktion, die an die gemessenen Daten angepasst wurde, wurde auch an die MAID2000-Verteilung und an die Verteilung, die sich aus dem MAID-Fit an die Daten dieser Arbeit ergibt, angepasst. Hier bleibt allerdings zu bemerken, dass eine 6-Parameter-Funktion dieser Form die MAID-Verteilung nicht ganz beschreiben kann, da sich durch die von MAID berücksichtigten Untergrundterme höherer Ordnung im Wesentlichen in den Termen $d\sigma_{LT}/d\Omega^*$ und $d\sigma_{TT}/d\Omega^*$ Abweichungen von der durch den 6-Parameter-Fit vorgegebenen Form ergeben, welche auch in den Θ_π^*-Verteilungen in den Abbildungen 5.6-5.8 zu erkennen sind. Die aus diesem Fit resultierende Energieabhängigkeit der MAID2000-Parameter und der MAID-Fitverteilungsparameter ist ebenfalls in Abbildung 5.9 eingetragen. Es zeigt sich, dass die Energieabhängigkeit der gemessenen Parameter B_0 und B_1 durch die MAID-Modellannahmen nicht so gut wiedergegeben werden kann. Auch im A_1-Parameter gelingt eine Beschreibung der Daten nicht vollständig. Dagegen wird der Verlauf der gemessenen Parameter A_0 und A_2 und sogar C_0, der wie oben beschrieben die MAID-Verteilung nicht komplett beschreiben kann, sehr gut durch den MAID-Fit an die Daten wiedergegeben.

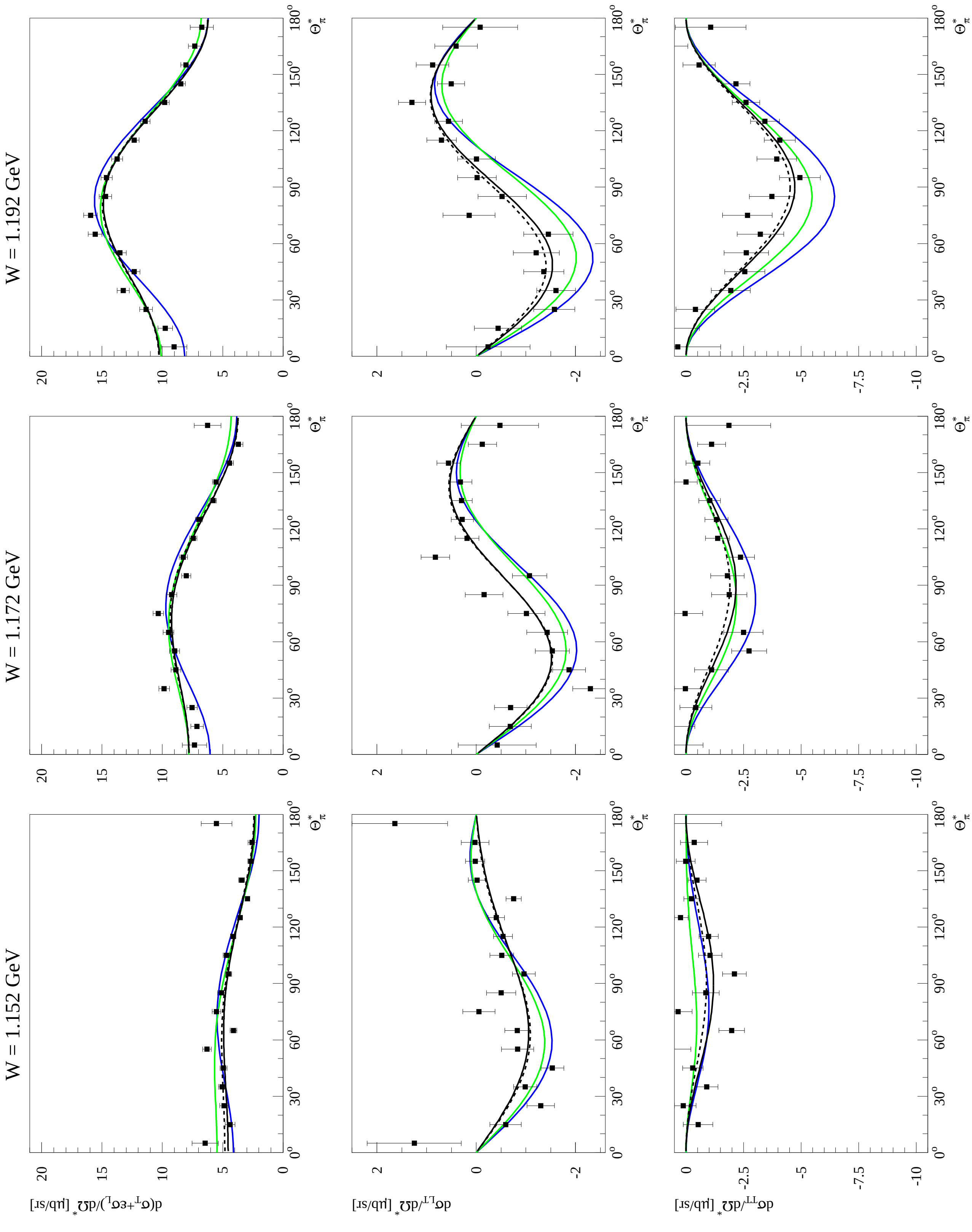


Abbildung 5.6: *Ergebnis der Fits für* $W = 1.152\,GeV$, $1.172\,GeV$, $1.192\,GeV$ *in Abhängigkeit von* Θ_π^*. *Quadrate und gestrichelte Linien zeigen das Ergebnis des lokalen Fits in die* Φ_π^**-Verteilungen, die durchgezogenen Linien das des in* Θ_π^* *und* Φ_π^* *globalen Fits. In Grün ist die MAID2000-Verteilung eingetragen, in Blau das Ergebnis des MAID-Fits in die Daten.*

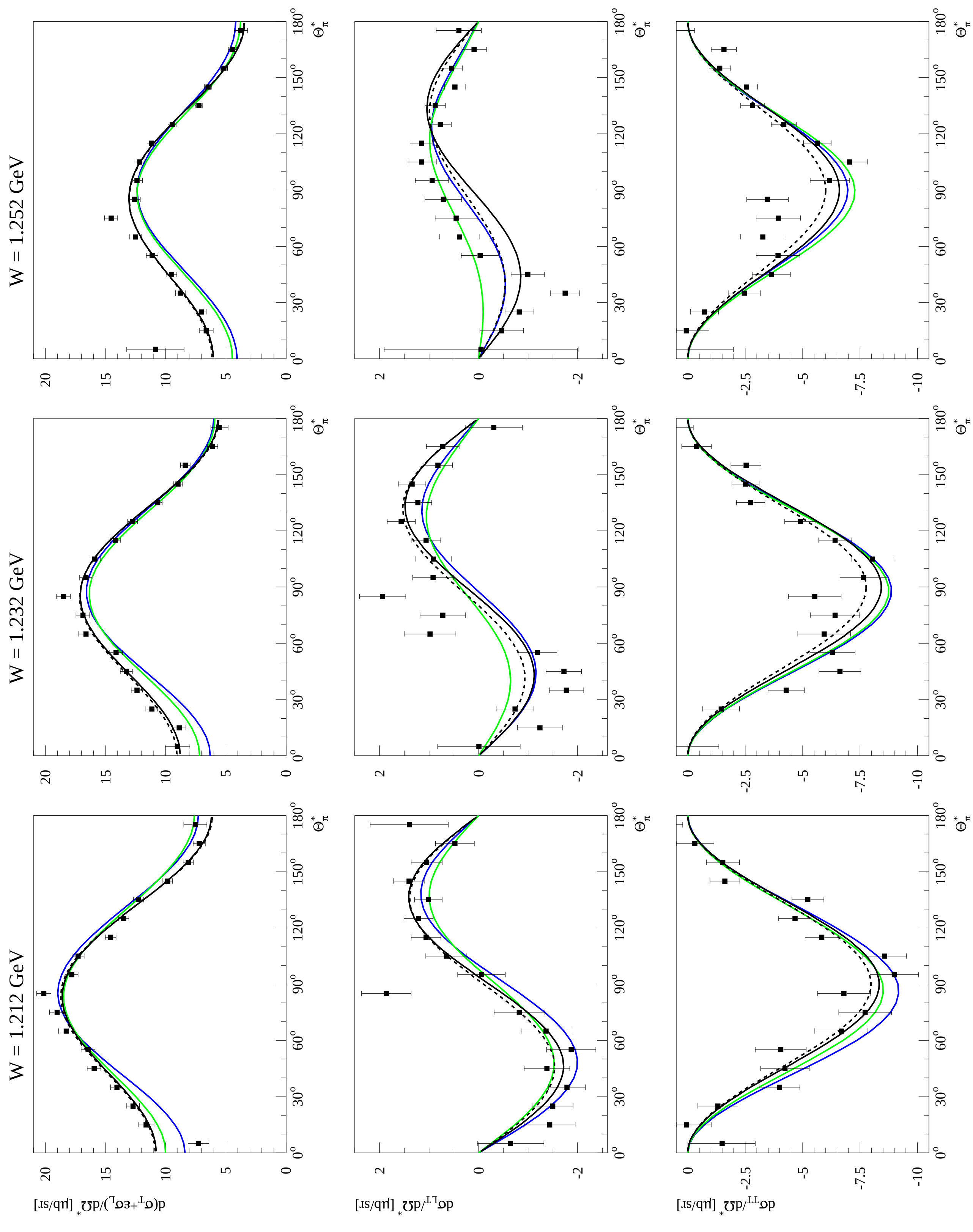


Abbildung 5.7: *Ergebnis der Fits für* $W = 1.212\,GeV$, $1.232\,GeV$, $1.252\,GeV$ *in Abhängigkeit von* Θ^*_π. *Quadrate und gestrichelte Linien zeigen das Ergebnis des lokalen Fits in die* Φ^*_π-*Verteilungen, die durchgezogenen Linien das des in* Θ^*_π *und* Φ^*_π *globalen Fits. In Grün ist die MAID2000-Verteilung eingetragen, in Blau das Ergebnis des MAID-Fits in die Daten.*

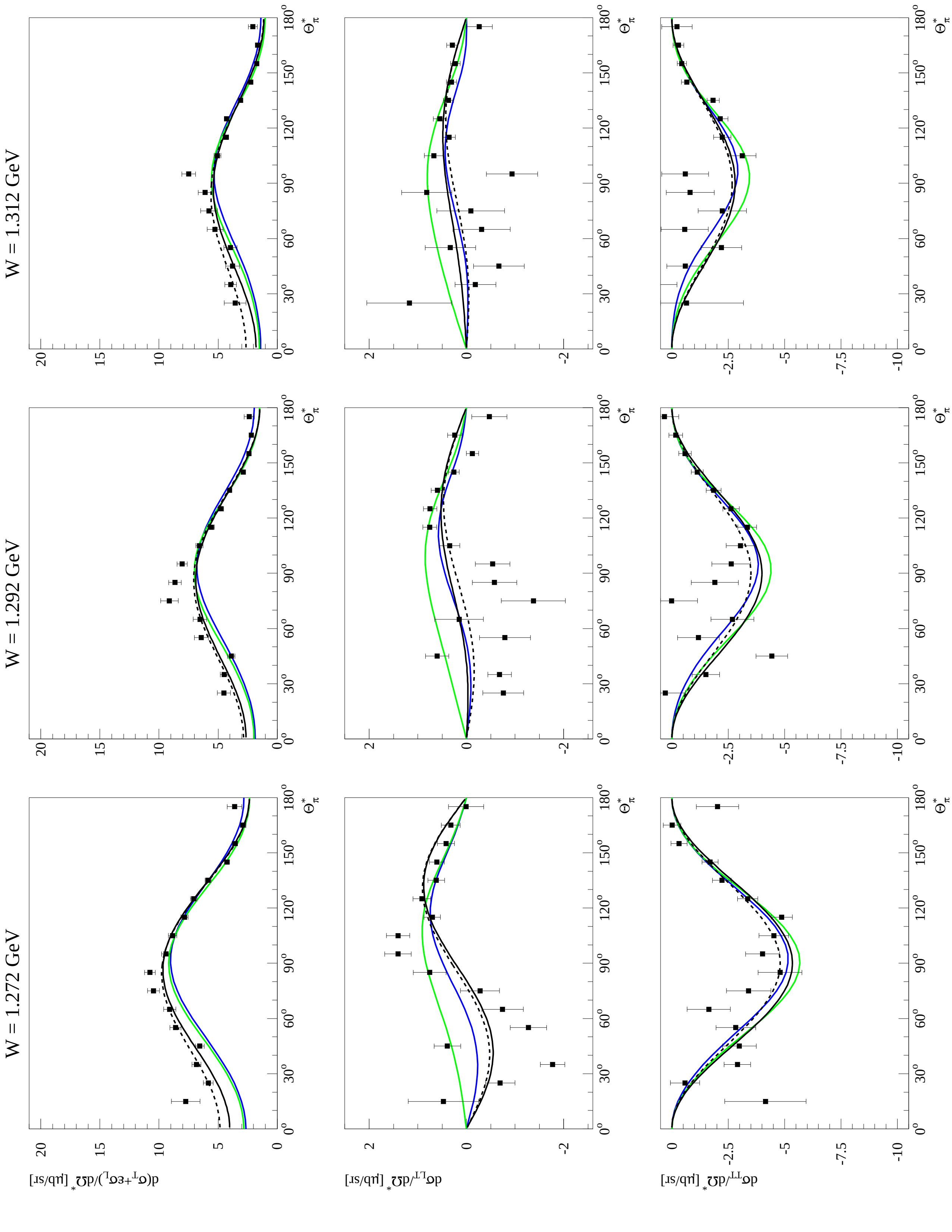


Abbildung 5.8: *Ergebnis der Fits für $W = 1.272\,GeV$, $1.292\,GeV$, $1.312\,GeV$ in Abhängigkeit von Θ^*_π. Quadrate und gestrichelte Linien zeigen das Ergebnis des lokalen Fits in die Φ^*_π-Verteilungen, die durchgezogenen Linien das des in Θ^*_π und Φ^*_π globalen Fits. In Grün ist die MAID2000-Verteilung eingetragen, in Blau das Ergebnis des MAID-Fits in die Daten.*

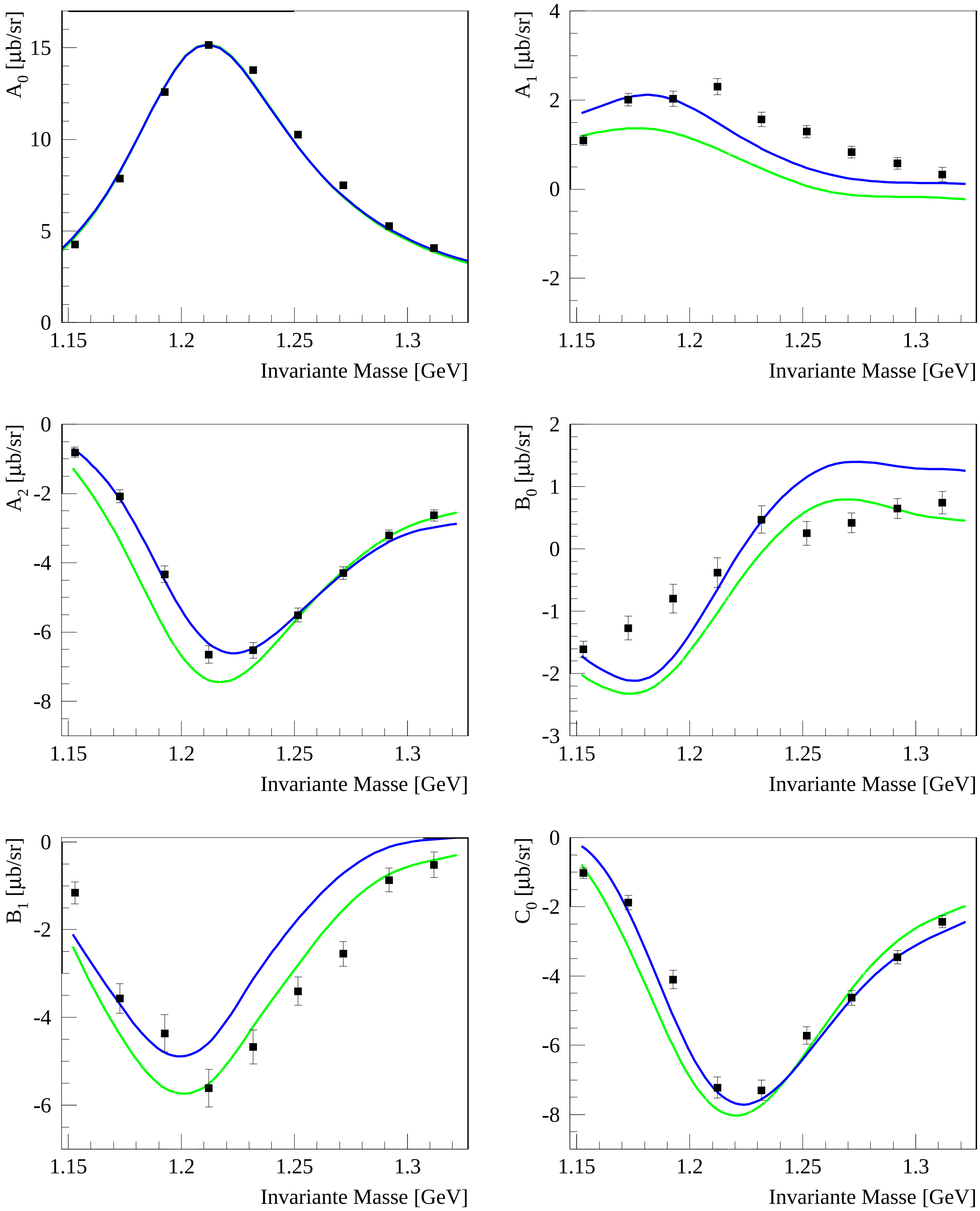


Abbildung 5.9: *Ergebnisse der Fits in Abhängigkeit von der invarianten Masse. Die schwarzen Quadrate zeigen die Ergebnisse des Fits an die vollständig korrigierte gemessene Verteilung. Die grünen Linien zeigen das Ergebnis des Fits nach Gleichung 5.3 an die MAID2000-Verteilung, die blauen Linien das Ergebnis des Fits an die Verteilung, die sich nach dem MAID-Fit an die Daten dieser Arbeit ergibt.*

5.4 Der absolute Wirkungsquerschnitt der π^o-Produktion am Proton

Aus den in Kapitel 5.1 extrahierten Fitparametern lässt sich der absolute Wirkungsquerschnitt der π^o-Elektroproduktion am Proton bei $-K^2 = 0.630\,GeV^2$ berechnen.

$$\begin{aligned}\sigma &= \int \frac{d^2\sigma}{d\Omega^*_{\pi^o}} d\Omega^*_{\pi^o} \\ &= \sigma_T + \varepsilon\sigma_L \\ &= 4\pi A_0 \end{aligned} \tag{5.6}$$

In Abbildung 5.10 ist der nach Gleichung 5.6 berechnete absolute Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von der invarianten Masse dagestellt. Zusätzlich ist hier der Wirkungsquerschnitt nach MAID2000 und der nach dem MAID-Fit an die Daten eingetragen. Hier ist zum Vergleich auch der Wirkungsquerschnitt eingetragen, der aus dem Ergebnis des Fits an die gemessene Verteilung berechnet wird, die sich ohne die Korrektur durch das vollständige Monte-Carlo-Simulationsprogramm ergibt. Auch hier ist der Einfluss der Korrektur durch das Monte-Carlo-Simulationsprogramm deutlich zu erkennen. Der Wirkungsquerschnitt wurde ohne die Korrektur deutlich unterschätzt. Dies kommt einerseits durch die Strahlungsverluste zu Stande, die dafür verantwortlich sind, dass Ereignisse bei zu großen invarianten Massen einsortiert werden. Hierdurch wird das Resonanzmaximum flacher und der Ausläufer zu größeren invarianten Massen sollte leicht überhöht sein. Die Abflachung des Maximums ist deutlich zu erkennen, wohingegen der Ausläufer bei größeren invarianten Massen ebenfalls noch unterhalb der theoretischen Vorhersage liegt. Andererseits wird die gesamte Anzahl der Ereignisse in der unkorrigierten Verteilung aber auch noch durch die Methode der Effizienzbestimmung unterschätzt (s. Kapitel 4.2.1). Bei der Effizienzkorrektur werden die vor der Flugzeitwand gestoppten Teilchen nicht berücksichtigt und auch Ereignisse, die am Rand der Akzeptanz des Flugzeitspektrometers liegen und dadurch einen zu hohen Korrekturfaktor bekommen, werden hier nicht berücksichtigt. Diese Effekte wurden aber bei dem hier vorgestellten vollständigen Monte-Carlo-Simulationsprogramm berücksichtigt, so dass ihr Einfluss nun korrigiert werden kann und der gemessene Wirkungsquerschnitt sehr gut mit dem theoretischen Wirkungsquerschnitt der π^o-Produktion am Proton übereinstimmt. Aus den mit dem in dieser Arbeit beschriebenen Experiment gewonnenen Daten können folglich sowohl Multipolamplitudenverhältnisse als auch absolute Wirkungsquerschnitte extrahiert werden. Der Unterschied zwischen der MAID2000-Verteilung und der, die sich nach dem MAID-Fit an die vorliegenden Daten ergibt, erweist sich als erwartungsgemäß gering, da der absolute Wirkungsquerschnitt der π^o-Produktion am Proton eine wohl verstandene und auch gut vermessene Größe ist.

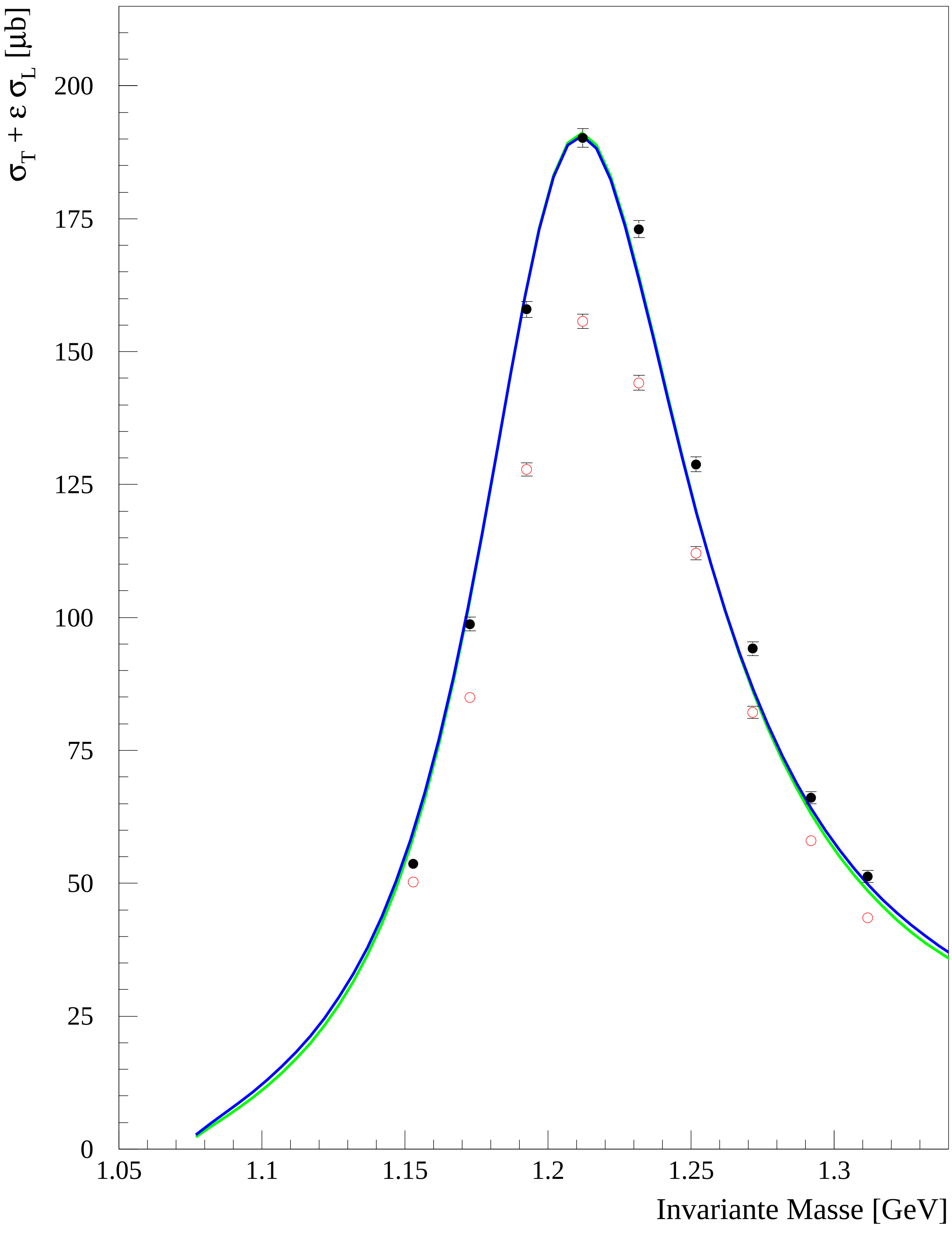


Abbildung 5.10: *Der absolute Wirkungsquerschnitt der π^o-Produktion am Proton bei $-K^2 = 0.630\,GeV^2$. Die schwarzen Datenpunkte wurden aus den Fitparametern aus Kapitel 5.1 berechnet, die roten offenen Kreise zeigen das Ergebnis des Fits an die ohne Monte-Carlo-Simulation korrigierte gemessene Verteilung. Die grüne Kurve zeigt den Wirkungsquerschnitt nach MAID2000, die blaue den Wirkungsquerschnitt nach dem MAID-Fit an die vorliegenden Daten.*

6. Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde für die vorgestellten am Bonner Elektronenbeschleuniger ELSA durchgeführten N-Δ-Messungen ein vollständiges Monte-Carlo-Simulationsprogramm entwickelt, mit dessen Hilfe aus den gemessenen Daten Effekte wie Strahlungskorrekturen, Auflösungen und Akzeptanzen der Detektoren korrigiert werden können. Desweiteren wurde mit Hilfe von Messungen der elastischen Elektron-Proton-Streuung eine Luminositätsbestimmung für die Messungen durchgeführt, so dass neben den Amplitudenverhältnissen auch absolute Wirkungsquerschnitte bestimmt werden können. Mit den hier entwickelten Verfahren wurden die Daten der Messung bei $-K^2 = 0.630\,GeV^2$ komplett ausgewertet.
Dabei wurden verschiedene Methoden zur Extraktion der Multipolamplituden verglichen, bei denen jeweils unterschiedliche Terme vernachlässigt werden, und schließlich die Methode, bei der die kleinsten Näherungen gemacht wurden, zur Bestimmung der Ergebnisse ausgewählt. Für die dominante M_{1+}-Amplitude ergab sich ein Wert von $|M_{1+}|^2 = (330.20 \pm 10.00) \cdot (10^{-3}/m_{\pi^o})^2$, der sehr gut mit dem theoretisch von MAID vorhergesagten Wert von $336.52 \cdot (10^{-3}/m_{\pi^o})^2$ übereinstimmt. Das Ergebnis für das REM von $-1.95\% \pm 0.69\%$ bestätigt in Kombination mit den Ergebnissen anderer Messungen, dass der erwartete Nulldurchgang des REMs, der schließlich zum Wert von eins im Bereich der perturbativen QCD führt, noch nicht im hier vorgestellten Energiebereich zu finden ist. Auch das Ergebnis für das RSM von $-7.40\% \pm 0.66\%$ passt gut in das Bild anderer Messungen, das zeigt, dass auch hier der von der perturbativen QCD vorhergesagte konstante Wert für diese Messgröße noch nicht erreicht ist.
Der mit Hilfe der Luminositätsbestimmung bestimmte absolute Wirkungsquerschnitt, der in Abbildung 5.10 dargestellt ist, stimmt sehr gut mit theoretischen Vorhersagen überein und bestätigt insbesondere beim Vergleich mit der noch nicht mit Hilfe des Monte-Carlo-Simulationsprogrammes korrigierten Verteilung, dass nun bei der Auswertung der Daten alle Effekte korrekt korrigiert werden.
Auf Grund der großen Impulsakzeptanz des Elektronenspektrometers ist es auch möglich, Winkelverteilungen für den Bereich der invarianten Masse von $W = 1.152\,GeV$ bis $W = 1.312\,GeV$ aufzubauen und diese mit einer Modellvorhersage zu vergleichen, siehe Abbildungen 5.6-5.8.
Mit den in dieser Arbeit entwickelten Verfahren können nun auch die anderen Kinematiken, die mit dem vorgestellten Experiment vermessen wurden, ausgewertet werden und somit Ergebnisse für die Quadrupolamplitudenverhältnisse über einen großen Bereich des Impulsübertrags geliefert werden. Die Werte im Bereich $0.04\,GeV^2 \leq -K^2 \leq 0.5\,GeV^2$ werden neue Erkenntnisse über die von [KSDHT 01] und [SaL 01] vorhergesagte Dominanz der Pionwolke bringen.

A. Korrektur der Einstellungen des Elektronenspektrometers

Die elastische ep-Streuung ist durch die Messung des Winkels und der Energie des gestreuten Elektrons bei bekanntem Winkel und bekannter Energie des Primärelektrons und ruhendem Proton kinematisch bereits einfach überbestimmt. Daher eignet sich der Prozess zur Überprüfung der Detektoren und der eingestellten Kinematik. Da mit den vorliegenden Messungen der elastischen ep-Streuung ein großer Energiebereich abgedeckt wurde, konnte hiermit für das gesamte Messprogramm die Kinematik und somit die Einstellung des Elektronenspektrometers überprüft und korrigiert werden.
Bei einer sehr genauen Messung der ELSA-Gruppe [Hof 01] stellte sich eine Abweichung des Impulses der Primärelektronen vom eingestellten Sollwert heraus, die nach

$$P_{korr} = 0.9901 \cdot P + 7.6\,MeV \tag{A.1}$$

korrigiert werden kann, daher wird zunächst diese Korrektur durchgeführt. Zur richtigen Einstellung des Elektronenspektrometers gehört die Kenntnis des eingestellten Magnetfeldes für den Dipolmagneten und die beiden Quadruplomagnete, die Kenntnis der Lage der Sollbahn bezüglich der Proportionaldrahtkammern des Nachweissystems und die Kenntnis des Winkels der Sollbahn zur Richtung des Primärelektronenstrahls.
Die Stromstärke der Magneten wurde nach einer Strom-zu-Magnetfeld-Eichung von [Rit 74] vor jeder Messung eingestellt.
Die korrekte Lage der Kammern bezüglich der Sollbahn wird während der Auswertung anhand einiger ausgewählter Spektren überprüft und angepasst. Diese Spektren zeigen den Abstand der rückgerechneten Teilchenbahn zum Drahtansprecher für jede Ebene der Kammern 1 bis 4. Dabei sind als axiale Kammerebenen diejenigen bezeichnet, deren Drähte senkrecht zur Beschleunigerebene gespannt sind, die also sensitiv auf den horizontalen Startwinkel und den Targetstartort sind. Die radialen Ebenen sind die, deren Drähte parallel zur Beschleunigerebene und senkrecht zu denen der axialen Ebenen gespannt sind, die somit sensitiv auf den vertikalen Startwinkel und den Impuls sind. Als weitere Referenzspektren für die Kammerjustage eignen sich somit auch der horizontale beziehungsweise vertikale Startwinkel, der Targetstartort sowie der Impuls, der hier als relativer Impuls zum Sollimpuls $Q = \frac{P'_{ist} - P'_{soll}}{P'_{soll}}$ angegeben wird. Die Software-Justage ist optimiert, wenn in den Spektren der einzelnen Kammerebenen jeweils ein möglichst schmaler Peak mit Mittelwert Null zu sehen ist und die restlichen Referenzspektren bei voll ausgeleuchtetem Akzeptanzfenster symmetrisch um die Null liegen.
Bisher wurde das Elektronenspektrometer immer für eine isolierte Messung benutzt, so dass sich mit Hilfe dieser Spektren immer eine für die jeweilige Messung optimierte Ein-

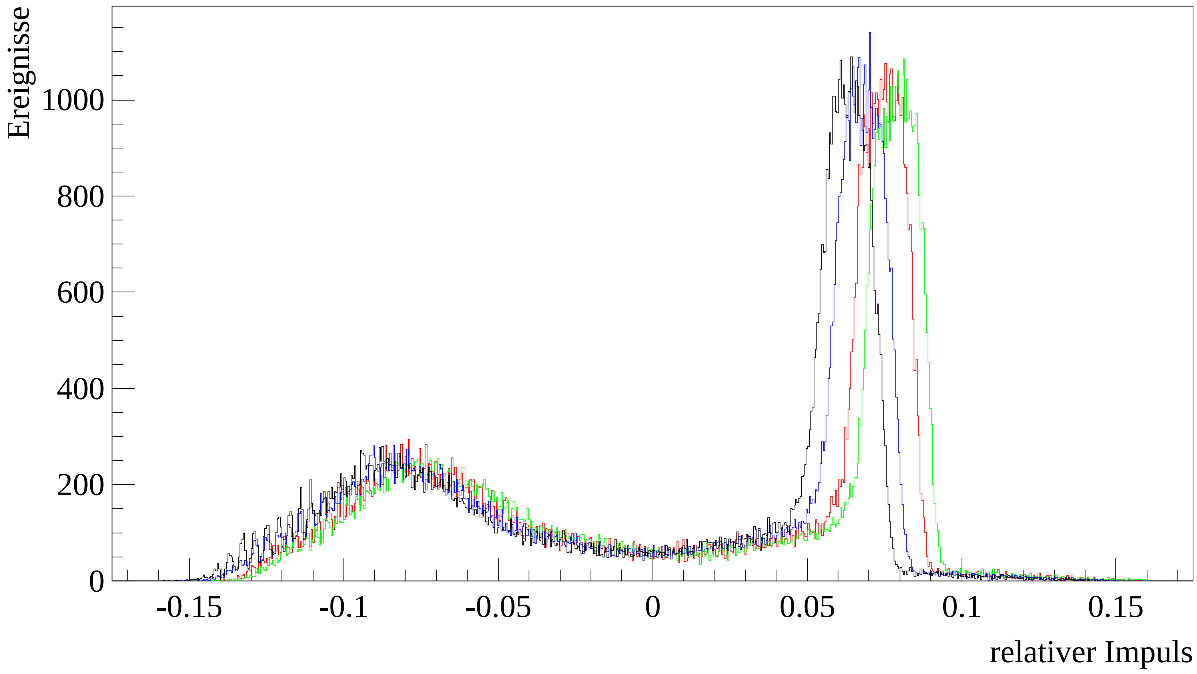


Abbildung A.1: *Relativer Impuls der Elektronen* $\frac{P'_{ist}-P'_{soll}}{P'_{soll}}$ *für vier verschieden Software-Justagen der Proportionaldrahtkammern. In Schwarz ist die bei der Auswertung verwendete aus einer Messung in der* Δ*-Kinematik gewonnene Justage zu sehen, in Rot die aus der elastischen Messung bei* $E_0 = 2.3\,GeV$ *gewonnene, in Grün die aus der elastischen Messung bei* $E_0 = 2.21\,GeV$ *gewonnene und in Blau die aus der elastischen Messung bei* $E_0 = 0.8\,GeV$ *gewonnene.*

stellung finden ließ.
Die Messungen zu den einzelnen Kinematiken wurden zunächst unabhängig voneinander ausgewertet. Da es bei den Messungen in der elastischen Kinematik im Impulsspektrum einen wohldefinierten und schmalen Peak mit Ausläufern zu kleineren Impulsen gibt, das Akzeptanzfenster des Spektrometers somit nicht komplett ausgeleuchtet ist, entfällt das Justage-Kriterium des symmetrisch um die Null liegenden Impulsspektrums hier. Es wurden daher Simulationsrechnungen durchgeführt, die die Lage des elastischen Peaks im Impulsspektrum unter Berücksichtigung der Akzeptanzen und Auflösungen des Spektrometers liefern, so dass dies ein geeignetes Kriterium für die Güte der Justierung ist.
Bei der Optimierung der Spektrometereinstellungen auf diese Art, also unter Beibehaltung des eingestellten Sollimpulses, so dass für jede Messung der Peak an seiner Sollposition liegt, ergibt sich für jede Messung eine andere Lage der Sollbahn in den Proportionaldrahtkammern. In Abbildung A.1 ist die Lage des elastischen Peaks für die Messung bei $E_0 = 2.3\,GeV$ im Impulsspektrum für vier verschiedene Software-Justagen der Kammern gezeigt. Die Lage der Solldrähte in den einzelnen Kammerebenen ist in Tabelle A.1 für diese vier verschiedene Software-Justagen zusammengestellt. Hier bleibt die Lage der Sollposition in axialer Richtung recht konstant, wohingegen die Lage der Sollposition in

Justage mit Messung	Kammer 1 radial	Kammer 1 axial	Kammer 2 radial	Kammer 2 axial	Kammer 3 radial	Kammer 3 axial	Kammer 4 radial	Kammer 4 axial
in Δ-Resonanz	101.15	60.55	102.67	67.81	102.73	63.00	122.76	95.41
bei $E_0 = 0.8\,GeV$	99.30	59.90	100.00	67.28	99.73	62.48	126.60	94.82
bei $E_0 = 2.21\,GeV$	94.80	59.90	93.95	67.28	92.93	62.48	135.60	94.82
bei $E_0 = 2.3\,GeV$	96.30	61.23	96.10	68.81	95.47	64.36	132.10	96.92

Tabelle A.1: *Lage der Sollbahn in den einzelnen Kammern für verschiedene Software-Justagen in Drahtnummern, der Abstand zwischen zwei Drähten ist 2 mm.*

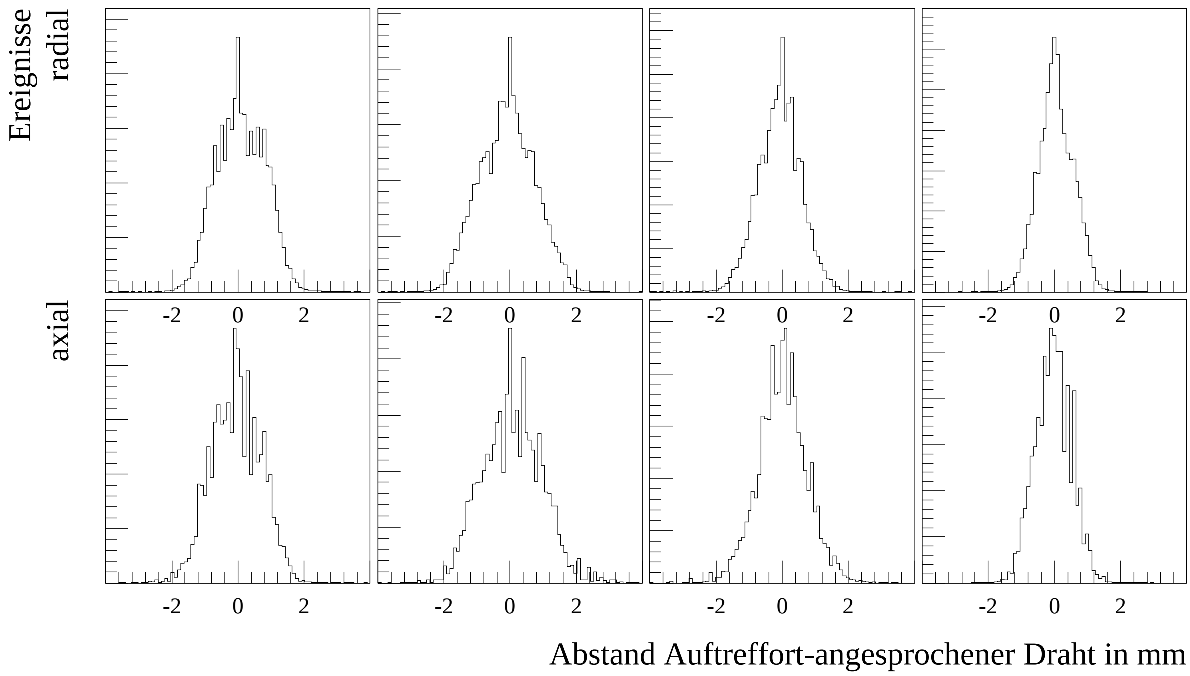


Abbildung A.2: *Justagespektren der Proportionaldrahtkammern 1-4 des Elektronenspektrometers. In der oberen Reihe sind die Spektren der radialen Kammern zu sehen, in der unteren die der axialen.*

radialer Richtung stark variiert. Grund hierfür ist die Tatsache, dass der Hauptunterschied bei den verschiedenen Justagen die Lage des elastischen Peaks im Impulsspektrum ist. Empfindlich auf den Impuls sind wie schon oben beschrieben die radialen Kammerebenen. Das würde bedeuten, dass sich die Kammern tatsächlich bei den verschiedenen Messungen an verschiedenen Positionen im Spektrometer befanden, wobei die Lage der Kammern um bis zu 2.5 cm variiert. Die elastischen Messungen wurden aber zeitlich direkt hintereinander durchgeführt, ohne dass am Kammersystem etwas verändert wurde, so dass dies nicht möglich sein kann. Es muss also eine für alle Messungen gültige Justage gefunden werden und die Ursache für die Unstimmigkeiten in den kinematischen Grössen muss an anderer Stelle gesucht werden. Diese Kammerjustage wurde mit Hilfe der Mes-

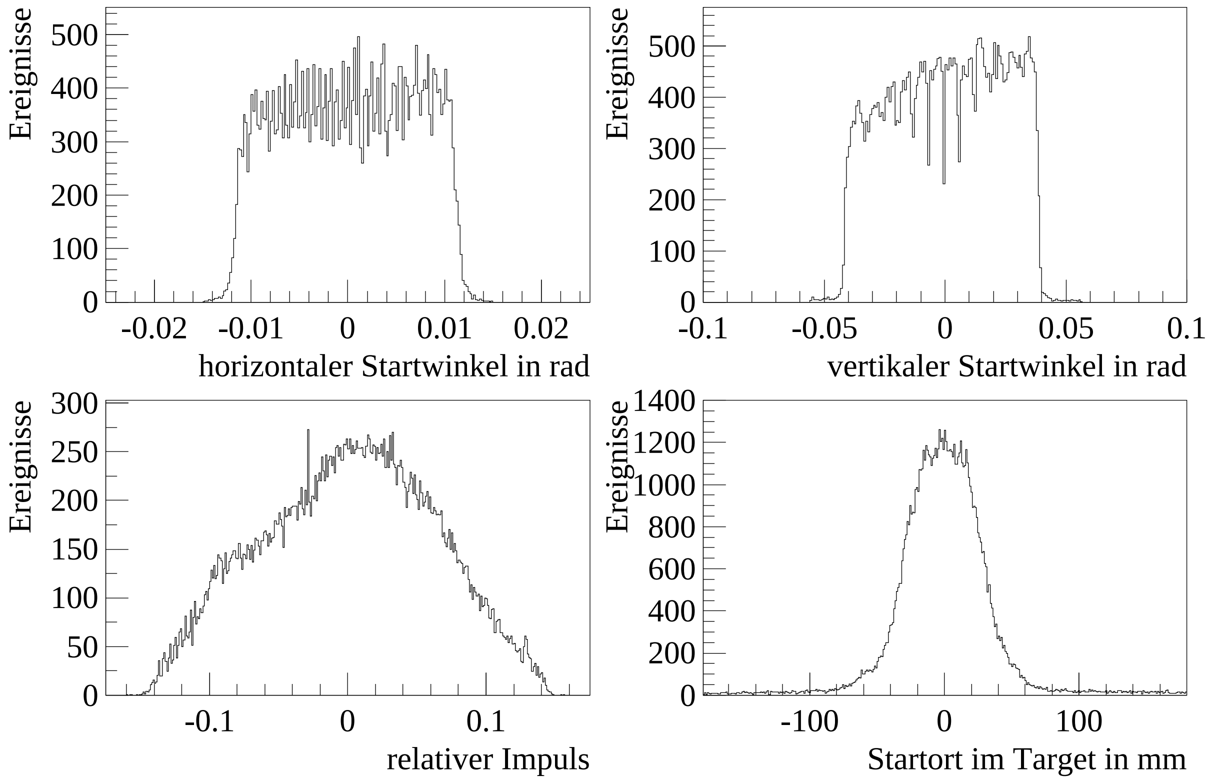


Abbildung A.3: *Referenzspektren zur Kammerjustage, hier für die optimierte und für alle Messung gültige Kammerjustage.*

sung in der Δ-Resonanz bei $E_0 = 1.305\,GeV$ durchgeführt, da hier das Impulsfenster des Spektrometers komplett ausgeleuchtet ist und somit keine kinematischen Kriterien in die Optimierung eingehen, sondern tatsächlich nur die vom der Auswertung direkt durch den Geradenfit gegebenen Größen zur Justierung benutzt werden können. Die Spektren für diese so optimierte Kammerjustage sind in den Abbildungen A.2 und A.3 zu sehen.

Die Möglichkeit, dass der Winkel des Spektrometers die Fehlerquelle ist, kann mit Sicherheit ausgeschlossen werden, da die Winkeländerung, die nötig wäre, um die Abweichung zu kompensieren, in der Größenordnung 1^o wäre. Der Winkel, unter dem das Elektronenspektrometer stand, ist aber sehr viel genauer bekannt und auch eine etwaige Abweichung des Primärelektronenstrahls von seiner Sollbahn wäre nicht in der richtigen Größenordnung.

Eine andere mögliche Fehlerquelle ist der Sollimpuls. Die vorliegende Karte für den Dipolmagneten, nach der die Einstellungen berechnet wurden, wurde 1974 [Rit 74] erstellt. Ein weiterer Unsicherheitsfaktor ist hier die Einstellung des Magnetfeldes, das heißt die Hysterese des Eisens. Es wurde zwar immer darauf geachtet, dass das Magnetfeld zuerst ganz aufgedreht wurde und von dieser Einstellung dann der Strom immer weiter reduziert, bis die gewünschte Einstellung erreicht war. Eine kleine Korrektur in die eine oder andere Richtung hat aber direkt eine Abweichung vom Sollmagnetfeld zur Folge. Zur Über-

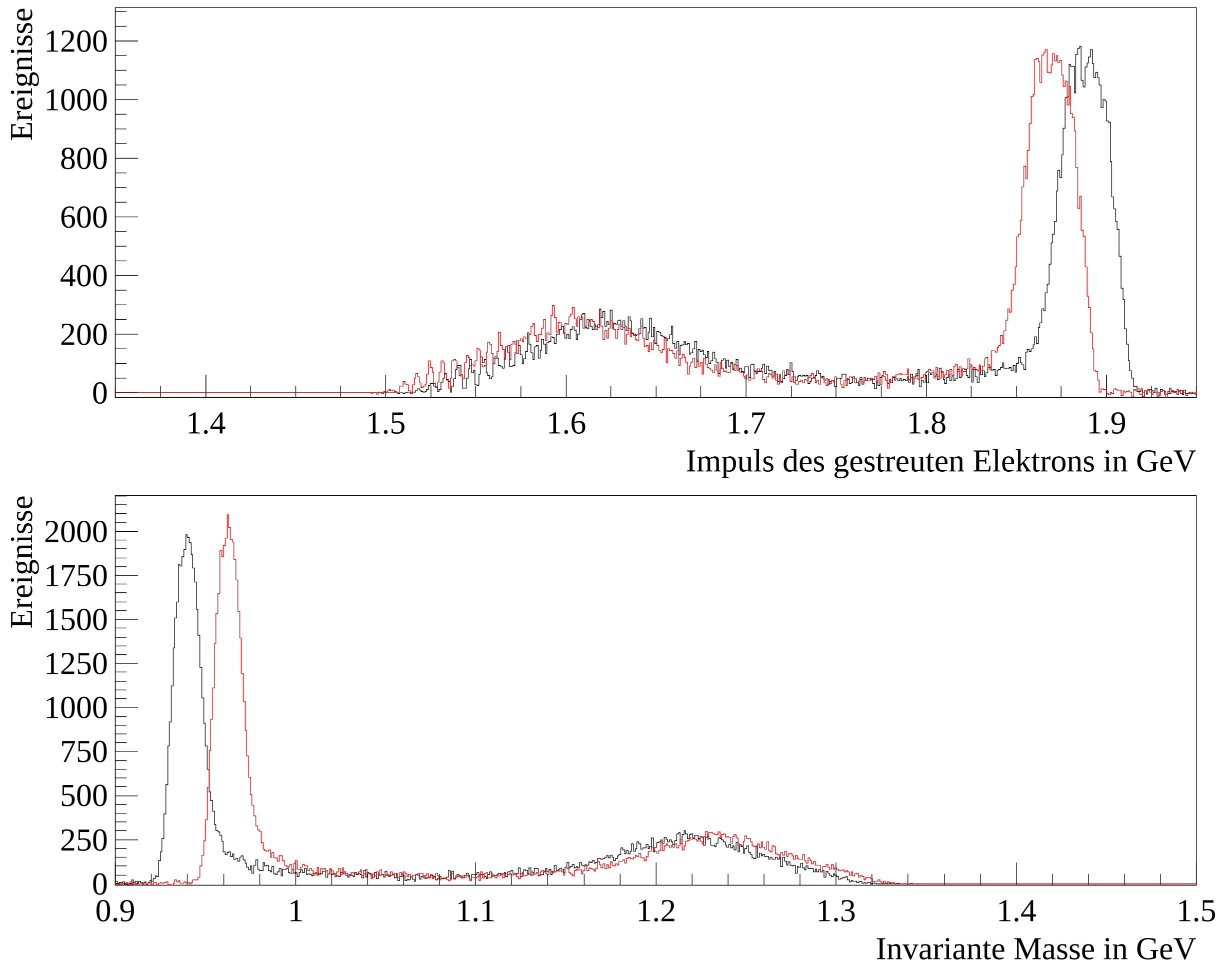


Abbildung A.4: *Elastischer Peak im Spektrum des Streuimpulses und der invarianten Masse für die Messung bei $E_0 = 2.3\,GeV$. In Schwarz sind die Spektren vor der Korrektur der eingestellten Streuenergie dargestellt, in Rot die Spektren nach dieser Korrektur.*

prüfung dieser Möglichkeit werden alle Messungen in der elastischen Kinematik mit der allgemeingültigen Kammerjustage ausgewertet. Ein Vergleich der sich hieraus ergebenden elastischen Peak-Positionen mit denen aus der Simulation zeigt eine starke Abweichung im Bereich von $3 - 30\,MeV$ der Peaks von der Sollposition, was einer Abweichung der tatsächlichen Energie auf der Sollbahn von der eingestellten Energie auf der Sollbahn von $3 - 20\,MeV$ entspricht. In Abbildung A.4 ist die Lage des elastischen Peaks der mit der allgemeingültigen Kammerjustage ausgewerteten Messung bei $E_0 = 2.3\,GeV$ vor und nach der Korrektur der eingestellten Sollstreuenergie zu sehen. In Abbildung A.5 sind die Abweichungen aller Peaks von den Sollpositionen in Abhängigkeit vom im Spektrometer eingestellten Sollimpuls zusammengestellt. Hier zeigt sich in erster Näherung ein quadratischer Zusammenhang zwischen der Abweichung und dem eingestellten Sollimpuls. Die Abweichungen von diesem quadratischen Zusammenhang liegen bei $\pm 2\,MeV$, was der

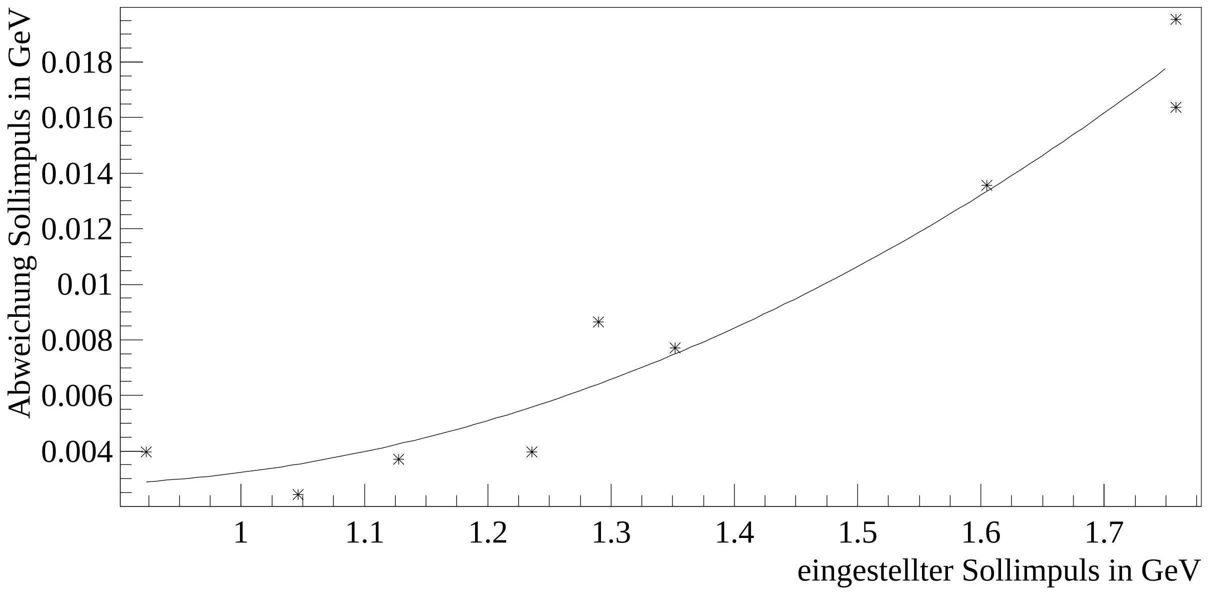


Abbildung A.5: *Abweichung des Sollimpulses vom eingestellten Wert in Abhänghigkeit des eingestellten Wertes. Ein quadratischer Fit der Abweichungen ergibt Werte, die Abweichungen im Bereich der Impulsauflösung des Spektrometers liefert.*

Impulsauflösung des Spektrometers entspricht. Für die Auswertungen wird folglich der eingestellte Sollimpuls des Spektrometers nach dem hier gezeigten quadratischen Fit an die Abweichungen

$$P'_{korr} = 0.016222\, GeV + (1 - 0.030834) \cdot P' + 0.018110\, \frac{1}{GeV} \cdot P'^2 \qquad \text{(A.2)}$$

korrigiert.

Literaturverzeichnis

[Ald 72] J.C. Alder et al., *π^0 Electroproduction at the First Resonance at Momentum Transfers $q^2 = 0.6,\ 1.0$ and $1.56\,GeV^2$*, Nucl. Phys. B 46 (1972) 573-592.

[Azn 93] I.G. Aznauryan, *On the Q^2-Dependence of the $N \to N\gamma$ and $\Delta \to N\gamma$ Transition Form Factors in a Quark Model at $Q^2 < 4GeV^2$*, Phys. Lett. B 316 (1993) 391-396; *Relativistic Effects, QCD Mixing Angles and $N \to N\gamma$ and $\Delta \to N\gamma$ Transition Form Factors*, Z. Phys. A 346 (1993) 297-305.

[Bät 74] K. Bätzner et al., *π^0 Electroproduction at the Δ(1236) Resonance at a Four-Momentum Transfer of $q^2 = 0.3\,(GeV/c)^2$*, Nucl. Phys. B 76 (1974) 1-14.

[BDr 71] E. Borie und D. Drechsel, *Radiative Corrections in ee'N Coincidence Experiments*, Nuclear Physics A167 (1971) 369-375.

[Bec 97] R. Beck et al., *Measurement of the E2/M1 Ratio in the $N \to \Delta$ Transition using the reaction $p(\vec{\gamma}, p)\pi^0$*, Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 606-609.

[BIL 94] R. Bijker, F. Iachello und A. Leviatan, *Algebraic Models of Hadron Structure: I. Nonstrange Baryons*, Ann. Phys. 236 (1994) 69-116.

[Bla 97] G. Blanpied et al., *$N \to \Delta$ Transition from Simultaneous Measurements of $p(\vec{\gamma}, \pi)$ and $p(\vec{\gamma}, \gamma)$*, Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 4337-4340; siehe auch, *The $N \to \Delta$ Transition from Simultaneous Measurements of $p(\vec{\gamma}, \pi)$ and $p(\vec{\gamma}, \gamma)$*, BNL-64382 (1997).

[BoM 87] M. Bourdeau und N.C. Mukhopadhyay, *Color Magnetism and the Helicity-Zero ($\gamma_v N \to \Delta$) Transition Amplitude*, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 976-979.

[BrL 79-81] S.J. Brodsky und G.P. Lepage, *Helicity Selection Rules and Tests of Gluon Spin in Exclusive Quantum-Chromodynamic Processes*, Phys. Rev. D 24 (1981) 2848-2855; *Exclusive Processes in Quantum-Chromodynamics: The Form Factors of Baryons at Large Momentum Transfer*, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 545-549.

[Bru 01] H. Brunhöber, *Experimentelle Bestimmung der Interferenzbeiträge R_{LT} und R_{TT} zum Wirkungsquerschnitt der geladenen pion-Elektroproduktion im Bereich der Δ^+ (1232)-Resonanz*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-2001-15 (2001) 1-78.

[Buc 97] A.J. Buchmann, *Exchange Currents in Baryons*, Zeitschrift für Naturforschung 52a (1997) 1-64.

[CaK 90] S. Capstick und G. Karl, *E_{1+}/M_{1+} and S_{1+}/M_{1+} and their Q^2 Dependence in $\gamma_v N \to \Delta$ with Relativized Quark-Model Wave Functions*, Phys. Rev. D 41 (1990) 2767-2775.

[CaK 95] S. Capstick und B.D. Keister, *Baryon Current Matrix Elements in a Light-Front Framework*, Phys. Rev. D 51 (1995) 3598-3612.

[Cap 92] S. Capstick, *Photo- and Electroproduction of Nonstrange Baryon Resonances in the Relativized Quark Model*, Phys. Rev. D 46 (1992) 2864-2881; *Photoproduction Amplitudes of P_{11} and P_{33} Baryon Resonances in the Quark Model*, Phys. Rev. D 46 (1992) 1965-1972.

[Cra 71] R.L. Crawford, *Electroproduction of the P_{33} Resonance*, Nucl. Phys. B28 (1971) 573-593.

[DeL 75] R.C.E. Devenish und D.H. Lyth, *Electromagnetic Form Factors of N^* Resonaces and their Determination from Pion Electroproduction*, Nucl. Phys. B93 (1975) 109-137.

[DEK 76] R.C.E. Devenish, T.S. Eisenschitz und J.G. Körner, *Electromagnetic $N - N^*$ Transition Form Factors*, Phys. Rev. D14 (1976) 3063-3078.

[DrT 92] D. Drechsel und L. Tiator, *Threshold Pion Ptodoction on Nucleons*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 18 (1992) 449-497.

[DHKT 99] D.Drechsel, O. Hanstein, S.S. Kamalov und L. Tiator, *A Unitary Isobar Model for Pion Photo- and Electroproduction an the Proton up tp 1 GeV*, Nucl. Phys. A645 (1999) 279-287.

[Fro 93] F. Frommberger, *Messung der links-rechts Asymmetrie in der Elektrospaltung des Deuterons*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-93-63 (1993) 1-113.

[Fro 99] V.V. Frolov et al., *Electroproduction of the* $\Delta(1232)$ *Resonance at High Momentum Transfer*, Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 45-48.

[FGS 96] M. Fiolhais, B. Golli und S. Širca, *The Role of the Pion Cloud in Electroproduction of the $N \to \Delta$*, Phys. Lett. B373 (1996) 229-234.

[Gal 72] S. Galster et al., *Coincidence Experiment on Inelastic Electron-Proton Scattering in the Region of the $\Delta(1236)$ at $q^2 = -0.35$ and $-1.0\,(GeV/c)^2$*, Phys. Rev. D 5 (1972) 519-527.

[Ger 80] Chr. Gerhardt, *A Resonance Analysis of Electroproduction Data*, Z. Phys. C 4 (1980) 311-321.

[Got 98] R.W.Gothe, *Studium des elektroinduzierten $N \to \Delta$ - Überganges*, Habilitationsschrift, Universität Bonn (1998).

[GST 87] S.A. Gogilidze, Y.S. Surovtsev und F.G. Tkebuchava, *Electroexcitation of the $\Delta(1230)$ Isobar in the Constituent Quark Model*, Sov. J. Nucl. Phys. 45 (1987) 674-676.

[Hai 00] H. Hainer, *Messung der Reaktion p(e,e'p)X bei Impulsüberträgen von 0.105 GeV**2, 0.160 GeV**2, 0.201 GeV**2 im Bereich der ersten Nukleonresonanz mit einem Flugzeitspektrometer grosser Akzeptanz*, Dissertation, Universität Bonn (2000).

[HL 99] s. [Hai 00] und [Lan 99].

[Hof 01] M. Hoffmann, *Beschleunigung polarisierter Elektronen in der Bonner Elektronen-Beschleunigeranlage ELSA*, Dissertation, Universität Bonn (2001).

[Höh 76] G. Höhler et al., *Analysis of electromagnetic nucleon form factors*, Nucl. Phys. B114 (1976) 505-534

[IKK 80-82] N. Isgur, G. Karl und R. Koniuk, *D Waves in the Nucleon: A Test of Color Magnetism*, Phys. Rev. D 25 (1982) 2394-2398; *Baryon Decays in a Quark Model with Chromodynamics*, Phys. Rev. D 21 (1980) 1868-1886.

[Jak 97] D. Jakob et al., *Die Elektronik des ELAN-Flugzeitspektrometers*, BONN-MS-97-04, Universität Bonn (1997).

[Joo 02] K. Joo et al., *Q^2 Dependence of Quadrupole Strength in the $\gamma^* p \to \Delta^+(1232) \to p\pi^o$ Transition*, Phys. Rev. Lett. 88 (2002).

[Kal 97] F. Kalleicher et al., *The Determination of σ_{LT}/σ_{TT} in Electro-Pion-Production in the Δ-Resonance Region*, Z. Phys. A 358 (1997) 201-204.

[Kei 96-97] V. Keiner, *Electromagnetic $N - \Delta$ Transition Form Factors in a Covariant Quark-Diquark Model*, Z. Phys. A 359 (1997) 91-97; *Covariant Quark-Diquark Model of the Nucleon in the Salpeter Approach*, Phys. Rev. C 54 (1996) 3232-3239; *Electromagnetic Form Factors of the Nucleon in a Covariant Diquark Model*, Z. Phys. A 354 (1996) 87-93.

[Kör 87] J.-G. Körner, *The $N - \Delta$ Transition Form Factor and Anomalous Ψ-Decays into Octet-Decuplet Baryon-Antibaryon Pairs*, Z. Phys. C 33 (1987) 529-535.

[Kos 96] M. Koster, *Die Berechnung der elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons sowie der $N \to \Delta(1232)$-Übergangsformfaktoren mit Hilfe des Lichtkegelformalismus*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IB-96-06 (1996) 1-65.

[KSDHT 01] S. Kamalov, S.N. Yang, D. Drechsel, O. Hanstein, L. Tiator, $\gamma^* N \to \Delta$ *transition form factors: A new analysis of data on* $p(e, e'p)\pi^0$ *at* $Q^2 = 2.8$ *and* 4.0 *(GeV)*^{2}, Phys. Rev. C 64 (2001) 032201.

[Lag 77-88] J.M. Laget, *On the Longitudinal Electromagnetic Coupling of the* Δ, Nucl. Phys. A 481 (1988) 765-780; *Pion Photoproduction on Few Body Systems*, Phys. Rep. 69 (1981) 1-84; mit I. Blomqvist, *A Non-Relativistic Operator Convinient for Analysis of Pion Photoproduction on Nuclei in the* $\Delta(1236)$ *Region*, Nucl. Phys. A 280 (1977) 405-428.

[Lan 99] J. Langheinrich, *Messung des zweifach differenziellen Wirkungsquerschnittes der* π^o*-Produktion auf der* Δ*(1232)-Resonanz über dem vollständigen* Θ_π*-Raumwinkelbereich*, Dissertation, Universität Münster (1999).

[Mas 01] P. Maschke *Experimentelle Bestimmung der Neutronnachweiseffizienz zur Überprüfung der Resultate einer Messung des magnetischen Neutronformfaktors an ELSA*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-2001-08 (2001) 1-71.

[Mer 01] C. Mertz et al., *Search for Quadrupole Strength in the Electroexitation of the* $\Delta^+(1232)$, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 2963-2966

[Mis 69] C. Mistretta et al., *Coincidence Measurements of Single-Pion Electroproduction Near the* $\Delta(1236)$ *Resonance*, Phys. Rev. 184 (1969) 1487-1507.

[Moo 78] R.D. Moorhouse, in A. Donnachie und G. Shaw, *Electromagnetic Interactions of Hadrons, Volume 1*,Plenum Press, New York (1978).

[MoT 69] L. W. Mo, Y. S. Tsai,*Radiative Corrections to Elastic and Inelastic ep and* μp *Scattering*, Rev. Mod. Phys. 41 (1969) 205.

[Pos 01] Th. Pospischil et al., *Measurement of the recoil polarization in the* $p(\vec{e}, e'\vec{p})\pi^0$ *reaction at the* $\Delta(1232)$ *resonance*, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 2959-2962.

[RaD 89] A. S. Raskin, T. W. Donnelly, *Polarization in Coincidence Electron Scattering from Nuclei*, Annals of Physics 191 (1989) 78-142.

[Rit 74] Klaus Rith, *Bau und Test eines Magnetischen Spektrometers bei Elektronenstreuexperimenten*, Dissertation, Universität Bonn (1974).

[Ros 50] M. N. Rosenbluth, *High Energy Elastic Scattering of Electrons on Protons* Phys. Rev. 79 (1950) 615.

[Sac 62] R. G. Sachs, *High-Energy Behaviour of Nucleon Electromagnetic Form Factors* Phys. Rev. 126 (1962) 2256.

[SaL 01] T. Sato, T.-S. H. Lee, *Dynamical study of the* Δ *excitation in* $N(e, e'\pi)$ *reactions*, Phys. Rev. C 63 055201.

[Sid 71] R. Siddle et al., *Coincidence* π^0 *Electroproduction Experiments in the First Resonance Region at Momentum Transfers of* 0.3, 0.45, 0.60, 0.76 GeV^2, Nucl. Phys. B 35 (1971) 93-119.

[Sim 79] G. G. Simon, Ch. Schmitt, F. Borkowski und V. H. Walther, *Absolute electron-proton cross sections at low momentum transfer measured with a high pressure gas target system*, Nucl. Phys. A333 (1979) 381-391.

[Sky 62] T.H.R. Skyrme, *A Unified Field Theory of Mesons and Baryons*, Nucl. Phys. 31 (1962) 556-569; mit J.K. Perring, *A Model Unified Field Equation*, Nucl. Phys. 31 (1962) 550-555.

[ThW 01] A.W.Thomas, W.Weise, *The Structure of the Nucleon* Wiley-VCH Verlag Berlin GmbH, 2001.

[Vis 93] J. Visschers, *Enigma: An event generator for electron, photon or pion induced events in the approx. 1-GeV region, Prepared for International Conference on Monte Carlo Simulation in High-Energy and Nuclear Physics - MC 93*, Tallahassee, FL, 22-26 Feb 1993.

[Wac 98] D. Wacker, *Experimentelle Bestimmung der Interferenzbeiträge* σ_{LT} *und* σ_{TT} *zum Wirkungsquerschnitt der* π^o*-Elektroproduktion im Bereich der ersten Nukleonresonanz*, Dissertation, Universität Bonn (1998).

[Wag 96] G. Wagner, *Vergleich zweier relativistischer Konstituentenquarkmodelle für Baryonen*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IB-96-04 (1996) 1-67.

[WaH 97] H. Walliser und G. Holzwarth, *Electro-Excitation Amplitudes of the* Δ*-Isobar in the Skyrme Model*, Z. Phys. A 357 (1997) 317-324.

[War 90] M. Warns et al., *A Relativized Quark Model for Radiative Baryon Transitions*, Z. Phys. C 45 (1990) 613-626; *Calculations of Electromagnetic Nucleon Form Factors and Electroexcitation Amplitudes of Isobars*, Z. Phys. C 45 (1990) 627-644; *Helicity and Isospin Asymmetries in the Electroproduction of Nucleon Resonances*, Phys. Rev. D 42 (1990) 2215-2225.

[Web 91] H.-J. Weber, *Electromagnetic* $N \to \Delta$ *Transition in a Light-Cone Quark Model*, Ann. Phys. 207 (1991) 417-427.

[Web 92] H.-J. Weber, *Light-Cone Quark Model with Spin Force for the Nucleon and* $\Delta(1232)$, Phys. Lett. B 287 (1992) 14-17.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis