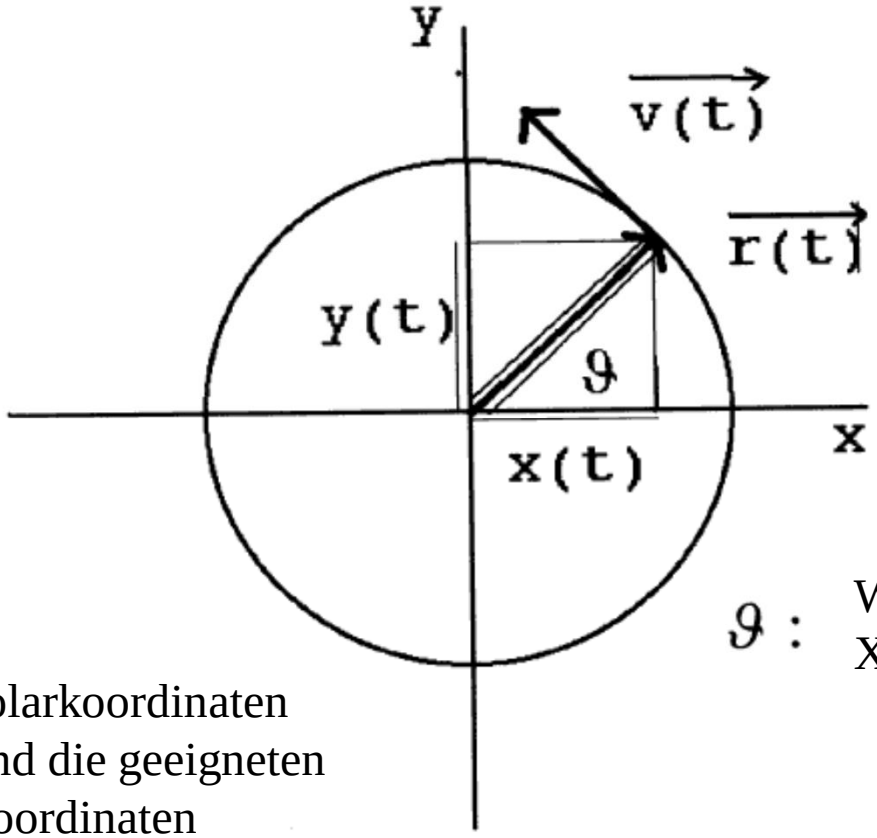
Kreisbewegung



ϑ : Winkel zur X-Achse

Polarkoordinaten sind die geeigneten Koordinaten

$$\overrightarrow{r(t)} = x(t) \bullet \vec{e}_x + y(t) \bullet \vec{e}_y \qquad \sin\vartheta = \frac{y}{r}$$

$$\vec{r} = \mathbf{r} \bullet \cos\vartheta \bullet \vec{e}_x + \mathbf{r} \bullet \sin\vartheta \bullet \vec{e}_y \qquad \cos\vartheta = \frac{x}{r}$$

Mit r= konstant $\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\ x^2 + y^2$

$$\vartheta = \vartheta(t)$$

$$\omega = \frac{d\vartheta}{dt} = \dot{\vartheta} \qquad \omega \text{ : Winkelgeschwindigkeit}$$

Bahngeschwindigkeit

$$\mathbf{x} = \mathbf{r} \cdot \cos\vartheta(\mathbf{t}) \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow \mathbf{v}_x = \dot{x} = \mathbf{r} \cdot (-) \cdot \sin\vartheta(\mathbf{t}) \cdot \dot{\vartheta} = -\omega \cdot \mathbf{r} \cdot \sin\vartheta(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{r} \cdot \sin\vartheta(\mathbf{t}) \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow \mathbf{v}_y = \omega \cdot \mathbf{r} \cdot \cos\vartheta(\mathbf{t})$$

$$\vec{v}(t) = \mathbf{v}_x \cdot \vec{e}_x + \mathbf{v}_y \cdot \vec{e}_y = -\omega \cdot \mathbf{r} \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{e}_x + \omega \cdot \mathbf{r} \cdot \cos\vartheta \cdot \vec{e}_y$$

falls $\vec{v} \cdot \vec{r} = 0 \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow \vec{v} \perp \vec{r}$

Beschleunigung

$$\vec{a}(\mathbf{t}) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[-\omega \cdot r \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{e}_x + \omega \cdot r \cdot \cos\vartheta \cdot \vec{e}_y\right]$$

$\Rightarrow\Rightarrow \vec{a} = -\omega^2 \cdot \vec{r}$: Zentripedalbeschleunigung

Im Allgemeinen : ($\omega \neq$ Konstant)

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \mathbf{r}\left(-\dot{\omega} \cdot \sin\vartheta - \omega \cdot \cos\vartheta \cdot \dot{\vartheta}\right) \cdot \vec{e}_x$$

$$+\left(\dot{\omega} \cdot \cos\vartheta - \omega \cdot \sin\vartheta \cdot \dot{\omega}\right) \cdot \vec{e}_y \; \mathrm{r}$$

$$= -\omega^2 \cdot r \cdot \left(\cos\vartheta \cdot \vec{e}_x + \sin\vartheta \cdot \vec{e}_y\right) +$$

$$+ \dot{\omega} \bullet r \bullet \left(-\sin\vartheta \bullet \vec{e}_x + \cos\vartheta \bullet \vec{e}_y\right)$$

$$\Rightarrow \vec{a}(t) = \vec{a}_r(t) + \vec{a}_t(t) : \quad \text{Radial + tangential}$$

1.2 Dynamik

Dynamik = Bewegung unter Einfluss von Kräften

Galilei: *Bewegung konstanter Geschwindigkeit*

bedarf keiner Ursache, sie geht von sich aus heraus immer weiter

Umkehrung: Änderung von $\vec{v}$ →Wirken einer Kraft

Erstes Axiom von Newton: Prinzip der Trägheit

Trägheitsprinzip: Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung,

solange keine Kräfte auf ihn wirken.

Zweites Axiom

Wirkt auf einen Körper der Masse M eine Kraft F,
so wird er mit der Beschleunigung

$$\vec{a}=\vec{F}/\mathbf{m}$$

beschleunigt.

$$\vec{F} = m \bullet \vec{a}$$ Grundgesetz der Mechanik

F hat die Dimension((kg·m) / (s^2))

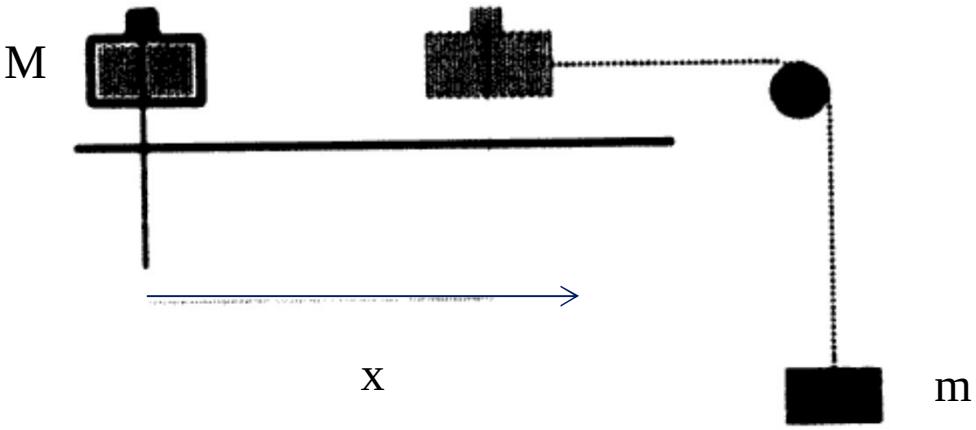
Spezialfall der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

Freier Fall: $\vec{F} = m \bullet \vec{g}$

Hier, g Beschleunigung auf der Erdoberfläche

F wird hier als das Gewicht des Körpers bezeichnet.
Die Richtung zeigt zum Erdmittelpunkt

Experiment



Beschleunigte Masse	Kraft	Zeit(s)	$a \sim \frac{1}{t^2}$
Mb=M+m+m	~m	3.37	a_1=0.088
Mb=M+2m	~2m	2	a_2=0.177
Mb=2M+3m	~m	4.75	a_3=0.044
Mb=2M+4m	~2m	3.35	a_4=0.088

Resultat: $a_2 = 2 \cdot a_1$, $a_1 = a_4$, $a_3 = 0.5 \cdot a_1$,

$a_2 = 2 \cdot a_4$

Jeder Körper setzt der beschleunigenden Kraft einen Widerstand entgegen, der proportional der Masse ist.

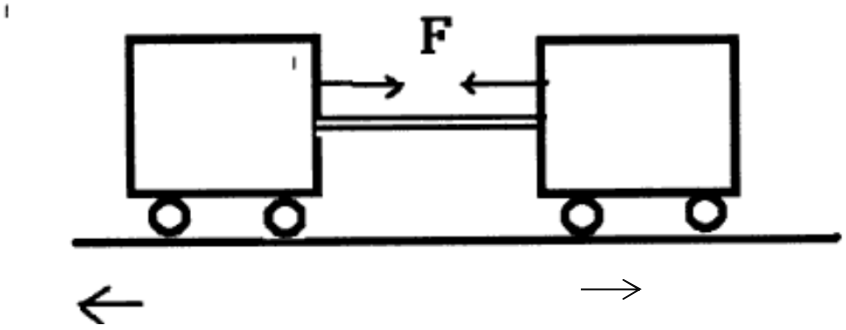
M : Ătäge Masseñ

Drittes Axiom von Newton

Reaktionsprinzip

Wenn die auf einen Körper wirkende Kraft ihren Ursprung in einem anderen Körper hat, so wirkt auf diesen die entgegensetzt gleiche Kraft

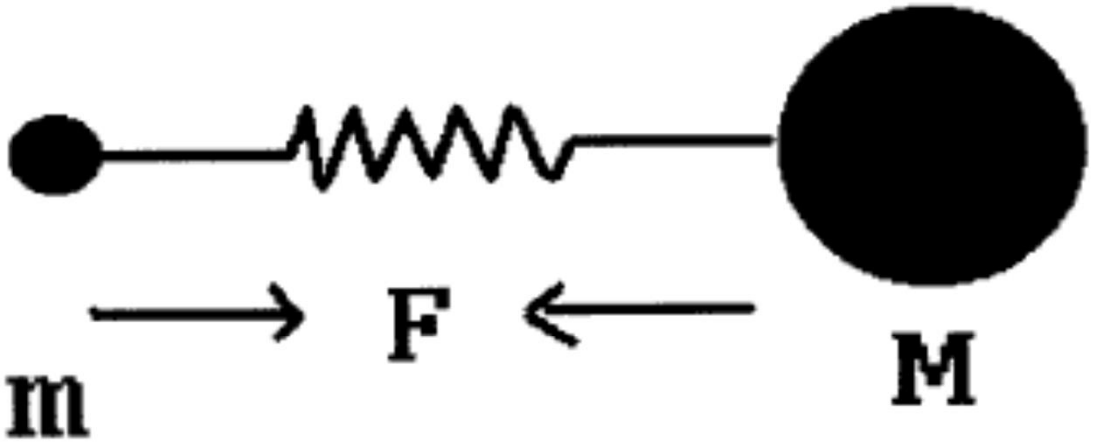
actio = reactio



Reibungskraft

Zugkraft

Wie kann eine einseitige Bewegung auftauchen?



$$\frac{F}{m} = a \qquad \frac{F}{M} = a$$

Kleine Beschleunigung

Kleine Masse

Fragen

Ein, Ball der hochgeworfen wird, besitzt die Geschwindigkeit null, wenn er seinen höchsten Punkt erreicht. Wie groß ist die Beschleunigung?

Die Beschleunigung von einer 1 kg Masse, die auf dem Tisch liegt, beträgt é é é é .m/s**2

Ein Traktor zieht mit der Kraft von 200N und konstanter Geschwindigkeit von 2m/s einen Baumstamm . Die senkrecht zur Fahrtrichtung wirkende Gravitationskraft auf den Baumstamm ist F=400N. Der Untergrund drückt gegen den Stamm mit x N. Die auf den Stamm wirkende Gesamtkraft beträgt y N. Die Reibungskraft des Untergrunds, die der Bewegungsrichtung des Baumstammes entgegenwirkt, beträgt é ..N. Gerade diese Kraft muss der Traktor beim Ziehen überwinden!
Wie groß ist die auf den Traktor allein wirkende Gesamtkraft?