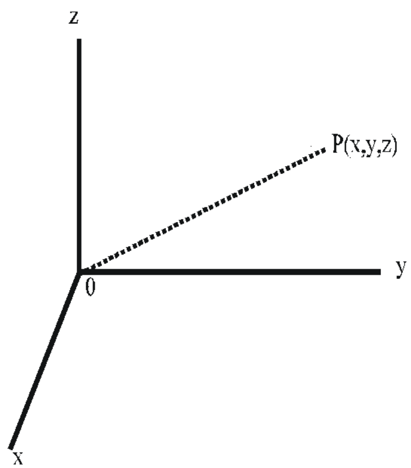
1.7 Bezugssysteme und Trägheitskräfte

Physikalische Größen sind Angaben über Messgrößen

z.B.: Ort:



$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

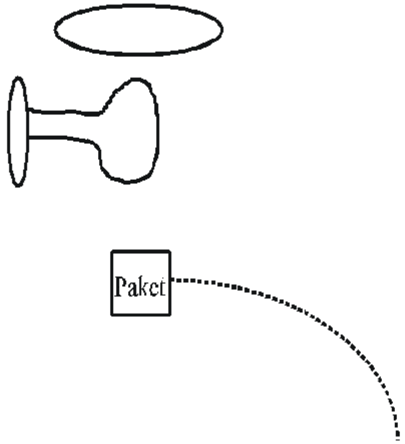
Festlegung der Nullpunkte
Klassische Mechanik

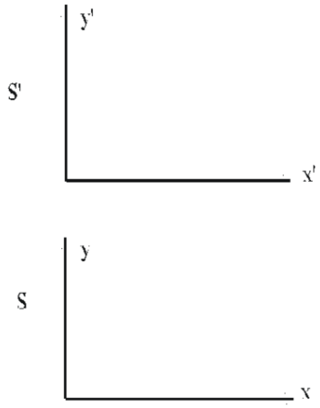
a) Zeitnullpunkt und Maßstab unabhängig von Ort und sonstigen Eigenschaften

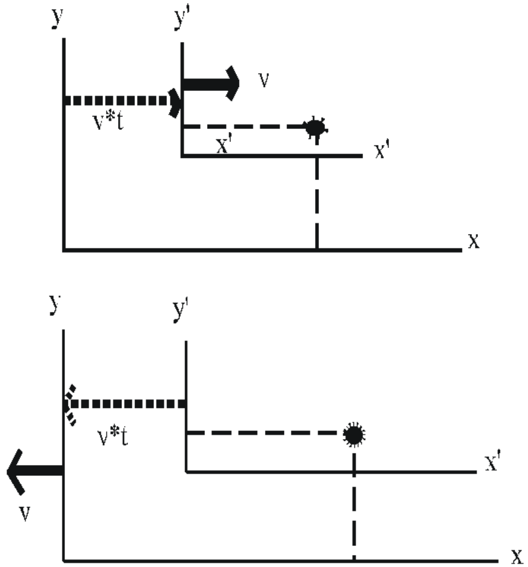
b) Maßstäbe für Ortsmessungen sind in Bezugssystemen ,die sich relativ zueinander bewegen, gleich

Beispiele für Bezugssysteme:
Erdmittelpunkt, Erdachse, Sonne

Beispiel: Hubschrauber (Geschwindigkeit v) versorgt Bergsteiger





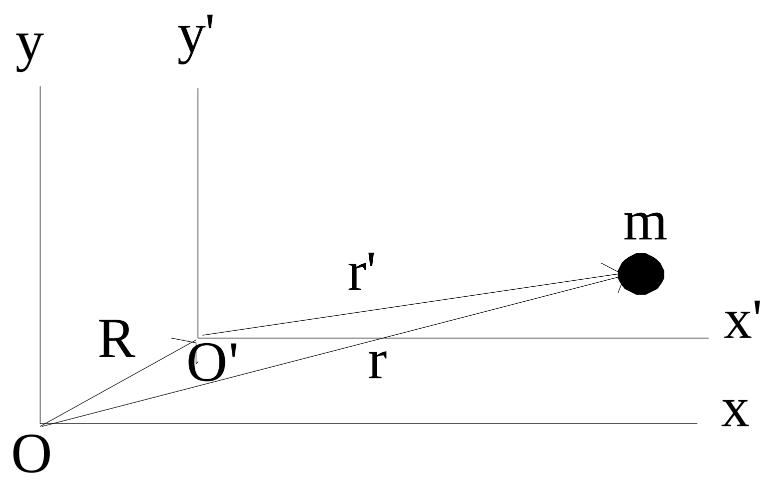


Für den Bergsteiger kommt das Paket auf einer Parabel.

Der Bergsteiger sieht yákommen.

Der Hubschrauberpilot sieht das Paket in gerader Linie fallen (im gestrichenen System)

1.7.1Gleichförmig bewegtes Bezugssystem



m bewegt sich aufgrund von F

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}}$$

Bewegung in $\Sigma(0;x,y,z)$

$\Sigma'(0;x',y')$ bewegt sich mit v relativ zu Σ

Ortsvektor:

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{R}(t)$$

Geschwindigkeit:

$$\dot{\vec{r}}'(t) = \dot{\vec{r}}(t) - \dot{\vec{R}} = \vec{v}(t) - \vec{v}_0$$

Beschleunigung:

$$\vec{a}'(t) = \frac{d}{dt}(\vec{v}(t) - \vec{v}_0) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \vec{a}(t)$$

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}'}$$

Solange sich die Koordinatensysteme mit konst. v gegen-einander bewegen

Wirkung von F unabhängig in welchem System a gemessen wird!

Solche Systeme: Inertialsysteme Galilei- Invarianz

$\Sigma.\,und.\,\Sigma'$ 0ó=0 zur Zt t=0

$$\vec{R}(t) = \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\vec{r}(t)' = \vec{r}(t) - \vec{v}_0 \cdot t$$

Newtonschen Gesetze sind von gleicher Form in beiden Systemen

Galilei-Transformation

Es ist unmöglich zu entscheiden, welches System sich bewegt oder nicht!

Relativitätsprinzip

Hätten wir ein Kraftgesetz: $\vec{F} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

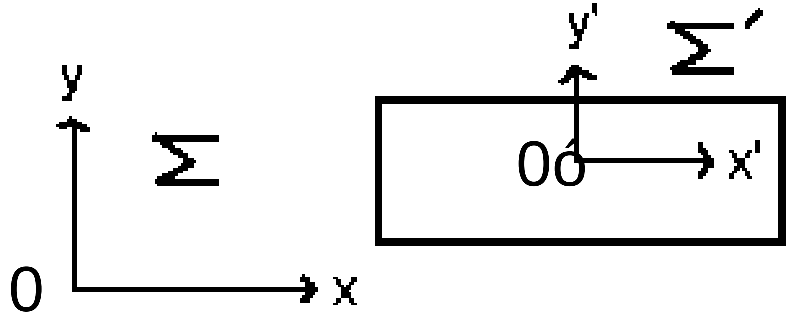
>>>Lorentztransformation ist anzuwenden damit das Relativitätsprinzip gilt!

1.7.2. Gleichförmig beschleunigtes Bezugssystem

Beispiel : Anfahrende oder bremsende Eisenbahn

Bezugssystem $\sum'$

wird gegen $\sum$



beschleunigt: $\vec{a}_0 = \overrightarrow{konstant}$ Für t=0; 0'=0

Relativgeschwindigkeit:

$$\vec{v}_0(t) = \vec{a}_0 \cdot t; \vec{R}(t) = \tfrac{1}{2}\vec{a}_0 \cdot t^2$$

Ortsvektor:

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{R}(t) = \vec{r}(t) - \tfrac{1}{2}\vec{a}_0 \cdot t^2$$

Geschwindigkeit: $\vec{v}'(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}'(t) = \vec{v}(t) - \vec{a}_0 \cdot t$

Beschleunigung: $\vec{a}'(t) = \vec{a}(t) - \vec{a}_0$

Die äußere Kraft $\vec{F}$ möge in Σ die Beschleunigung $\vec{a}$ hervorrufen

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

In Σ' : $\vec{a}' \rightarrow m \cdot \vec{a}' = m \cdot (\vec{a} - \vec{a}_0) = \vec{F} - m \cdot \vec{a}_0 = \vec{F}'$

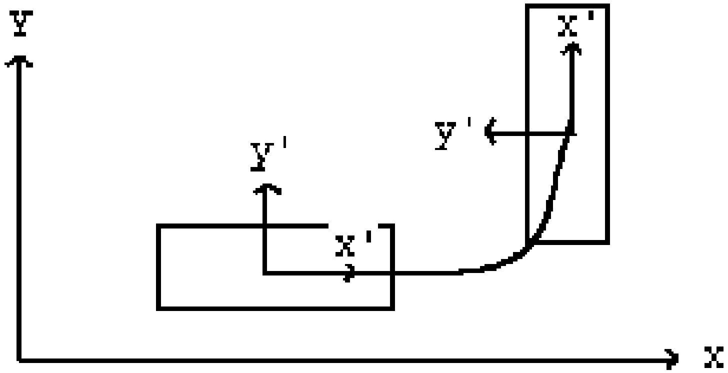
Zusatzkraft aufgrund der beschleunigten Relativbewegung **"Pseudokraft"**

Durch geeignete Wahl von $\vec{a}_0 \rightarrow \vec{F}' = 0,$

d.h. keine Beschleunigung in Σ' z.B. freier Fall: $\vec{a}_0 = \vec{g}$

1.7.3. Rotierende Bezugssysteme

Beispiel:



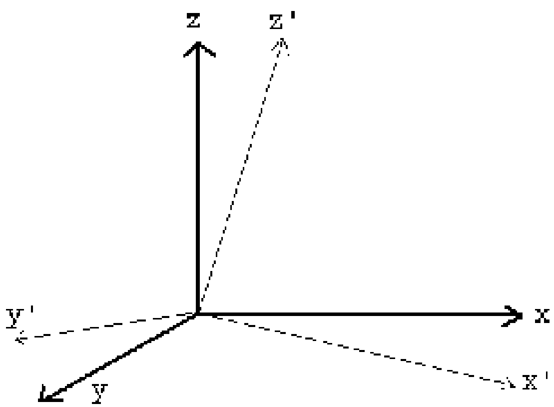
Ein Auto fährt durch eine Kurve, Passagier spürt eine Kraft, die ihn aus der Kurve tragen will.

Σ und Σ'

$$\vec{r} = \vec{r}\,'$$

$$x(t) \cdot \vec{e}_x + y(t) \cdot \vec{e}_y + z(t) \cdot \vec{e}_z = x(t)' \cdot \vec{e}_{x'} + y(t)' \cdot \vec{e}_{y'} + z(t)' \cdot \vec{e}_{z'}$$

$$\vec{v} = \dot{x} \cdot \vec{e}_x + \dot{y} \cdot \vec{e}_y + \dot{z} \cdot \vec{e}_z = \dot{x}' \cdot \vec{e}_{x'} + \dot{y}' \cdot \vec{e}_{y'} + \dot{z}' \cdot \vec{e}_{z'} + x' \cdot \dot{\vec{e}}_{x'} + y' \cdot \dot{\vec{e}}_{y'} + z' \cdot \dot{\vec{e}}_{z'}$$



$$\vec{a} = \ddot{x}' \cdot \vec{e}_{x'} + \ddot{y}' \cdot \vec{e}_{y'} + \ddot{z}' \cdot \vec{e}_{z'} +$$

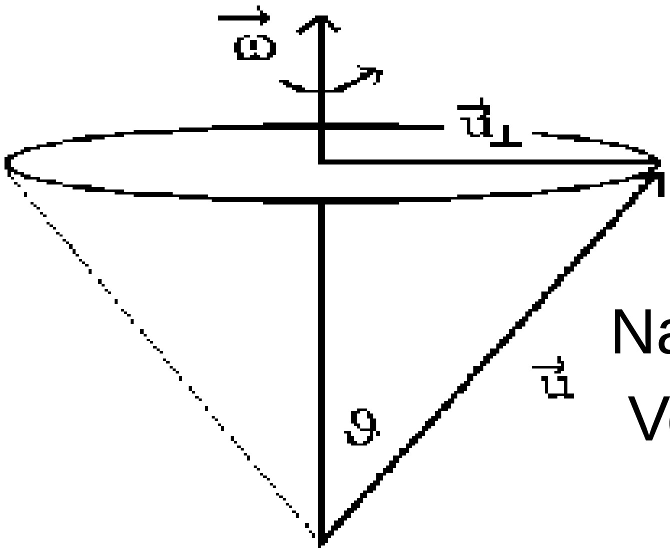
$$2 \cdot \left[\dot{x}' \cdot \dot{\vec{e}}_{x'} + \dot{y}' \cdot \dot{\vec{e}}_{y'} + \dot{z}' \cdot \dot{\vec{e}}_{z'} \right]$$

$$+ x' \cdot \ddot{\vec{e}}_{x'} + y' \cdot \ddot{\vec{e}}_{y'} + z' \cdot \ddot{\vec{e}}_{z'}$$

Beschleunigung durch Scheinkräfte

(Ableitung der Einheitsvektoren)

Rotation eines Vektors $\vec{u}$ um seine Drehachse $\vec{\omega}$



$$\frac{d\vec{u}}{dt} \perp \text{ auf } \vec{u} \text{ und } \vec{\omega}$$

$$\left| \frac{d\vec{u}}{dt} \right| = \omega \cdot u_\perp = \omega \cdot u \cdot \sin\vartheta$$

Nach der Definition des Vektorprodukts: $\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{u}$

Für $\vec{u}$ setzen wir $\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'} \rightarrow \dot{\vec{e}}_{x'} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{x'}$

$$\dot{\vec{e}}_{y'} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{y'}$$

$$\dot{\vec{e}}_{z'} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{z'}$$

$$\rightarrow \quad \ddot{\vec{e}}_{x'} = \vec{\omega} \times \dot{\vec{e}}_{x'} = \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{e}_{x'}\right)$$

$$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + 2 \cdot \omega \times \left[\dot{x}' \cdot \vec{e}_{x'} + \dot{y}' \cdot \vec{e}_{y'} + \dot{z}' \cdot \vec{e}_{z'}\right] +$$

$$\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times (x(t)' \cdot \vec{e}_{x'} + y(t)' \cdot \vec{e}_{y'} + z(t)' \cdot \vec{e}_{z'})]$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}'\right)}$$

Σ: $\vec{F}$ wirkt auf m

$$\Sigma' \; : \; \vec{F}' = \vec{F} - 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}' \cdot m - \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}'\right) \cdot m$$

$\vec{F}'_C$

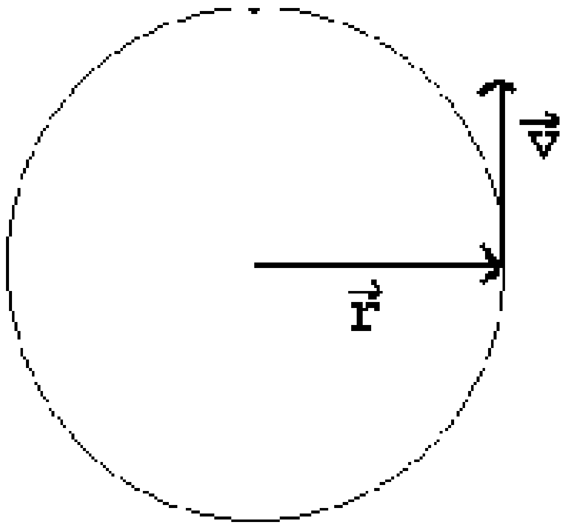
Zentrifugalkraft

(Zentrifugalkraft) *auf m*

Coriolis

Scheinkräfte

Diskussion: Gleichförmige Bewegung eines Massenpunktes m



$\omega = \frac{v}{r}$ =konstant

Σ : $\vec{F}_r$: **Zentripetalkraft**

$a_r = \omega^2 \cdot r \to\to\to$

zum Zentrum hin, zwingt m
auf Kreisbahn (z.B. mit Faden)! v=konstant,

In Σ', das mit ω rotiert , ruht m

$$\to F' = 0 = \vec{F}_r + \vec{F}_N$$

Zentripetalkraft =*Zentrifugalkraft (Scheinkraft)*

Beispiel: Satellit auf Umlaufbahn
Schwerkraft= Zentripetalkraft = Zentrifugalkraft
Massen "fühlen" sich schwerelos!

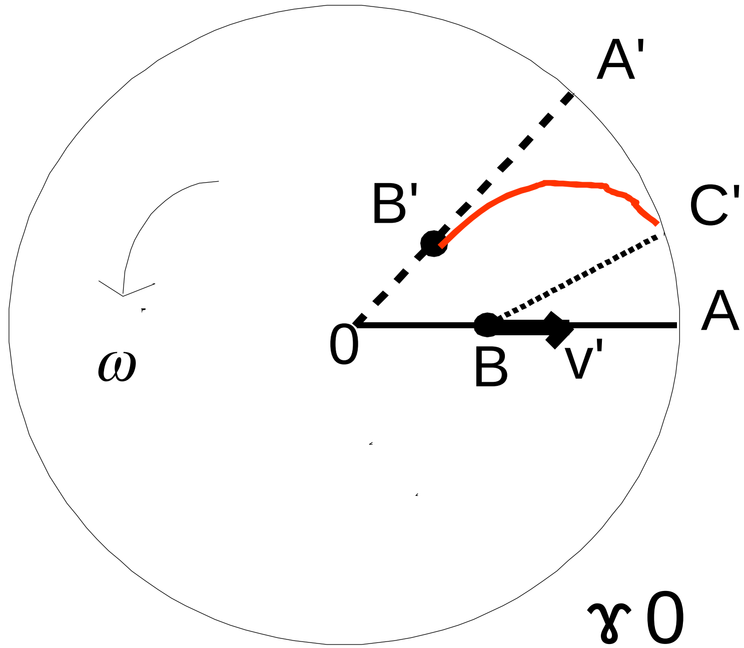
Beispiel:

Å Drehscheibe:

ɤ =konstant, Beobachter

B stößt Kugel mit

Å vôin Richtung A



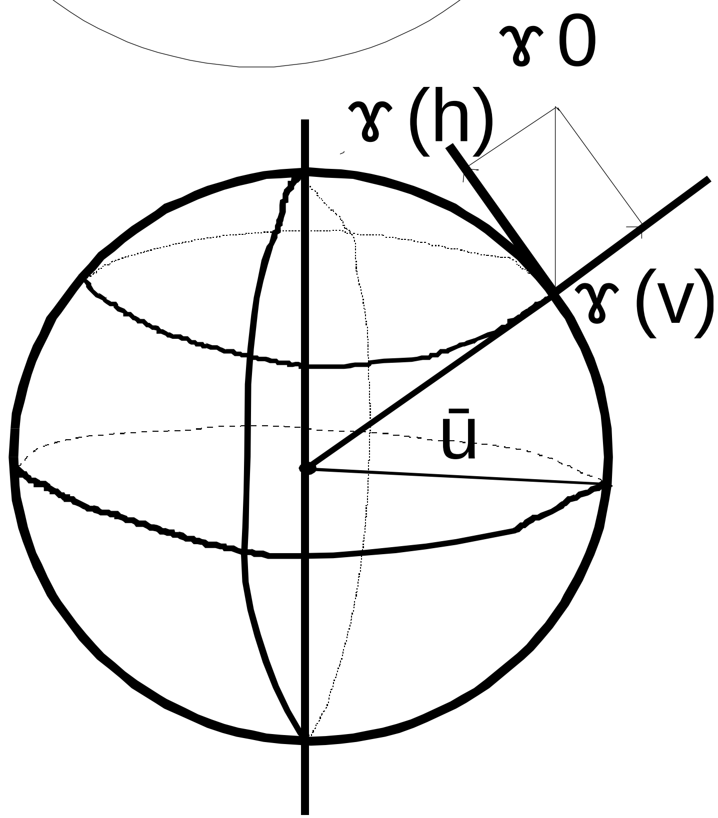
Inertialsystem: Geradlinig nach Có

Nach ɋt trifft sie am Rande auf!

Dabei ū =ɋt*ɤ

B -> Bô Erwartet Kugel in A

Aber Kugel trifft Cô> Kraft ǫ vô



Erde als rotierendes System

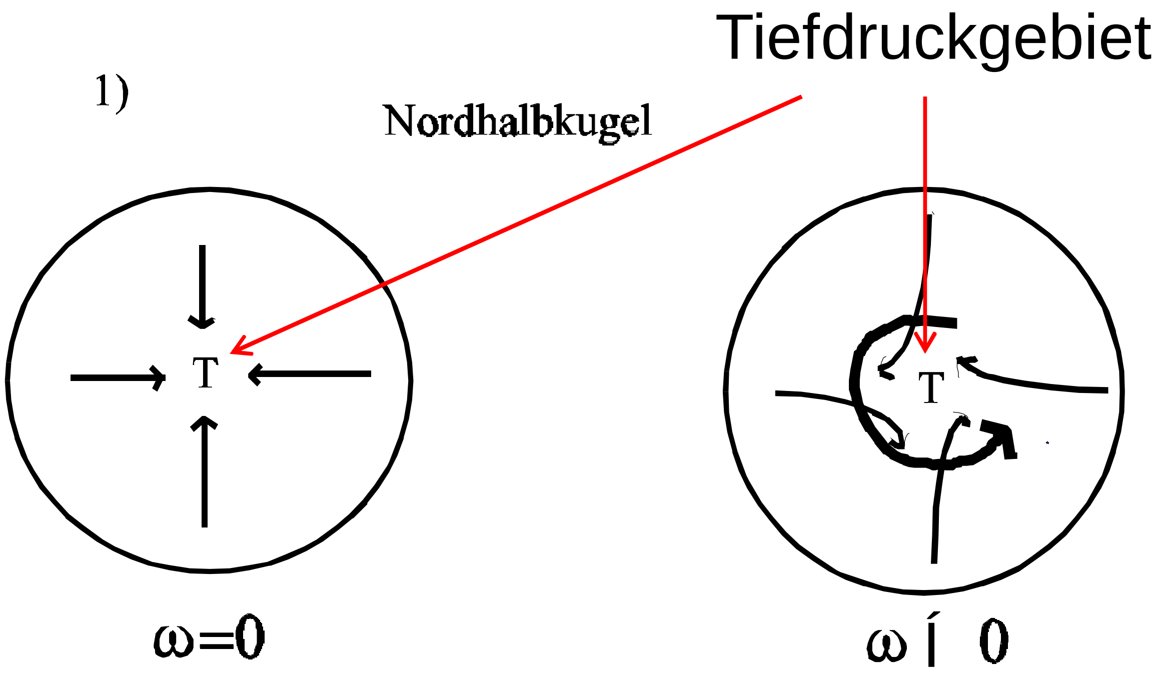
1.Bewegung in der Oberfläche: $\omega_{\mathbf{v}}$ $\quad \vec{F}_c \perp \vec{v}$ *in der Ebene*

Pol: $\boxed{F_c = 2mv\omega_0}$ Allgemein: $F_C = 2mv\omega_0 \sin\Phi;$

Äquator: $F_c = 0$ Φ :Breitengrad

Rechtsablenkung auf der Nord-Halbkugel , Linksablenkung auf der Südhalbkugel!

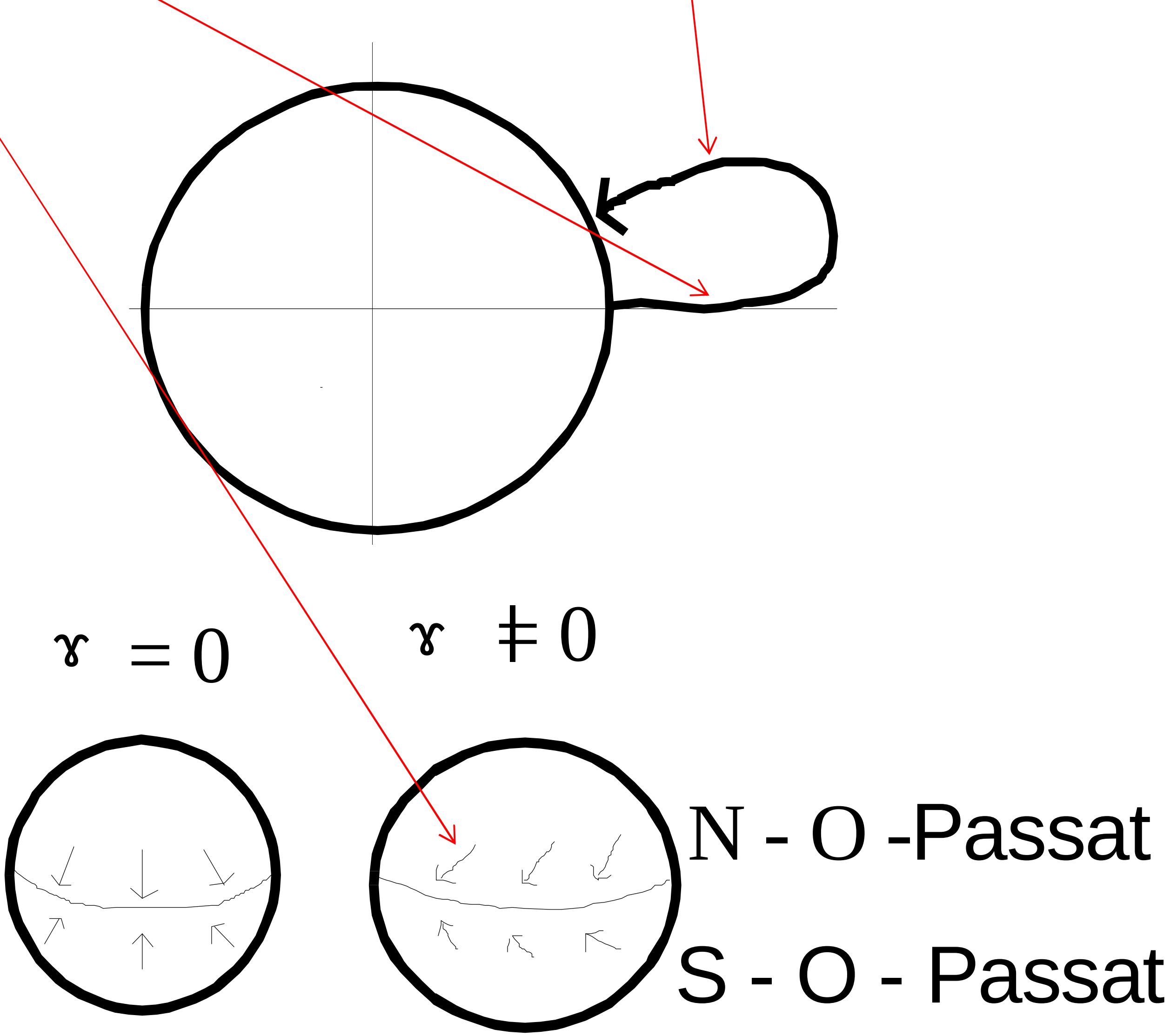
Einfluss auf Luftbewegungen in der Erdatmosphäre



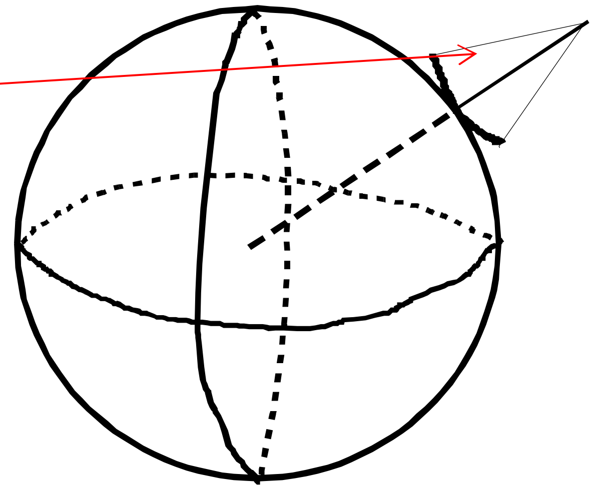
"Linksdrall" der Luftmassen

Corioliskraft bestimmt hauptsächlich das Wetter

2. Warme Luft steigt auf und sinkt bei etwa 30°wieder ab und fließt in Richtung Äquator.



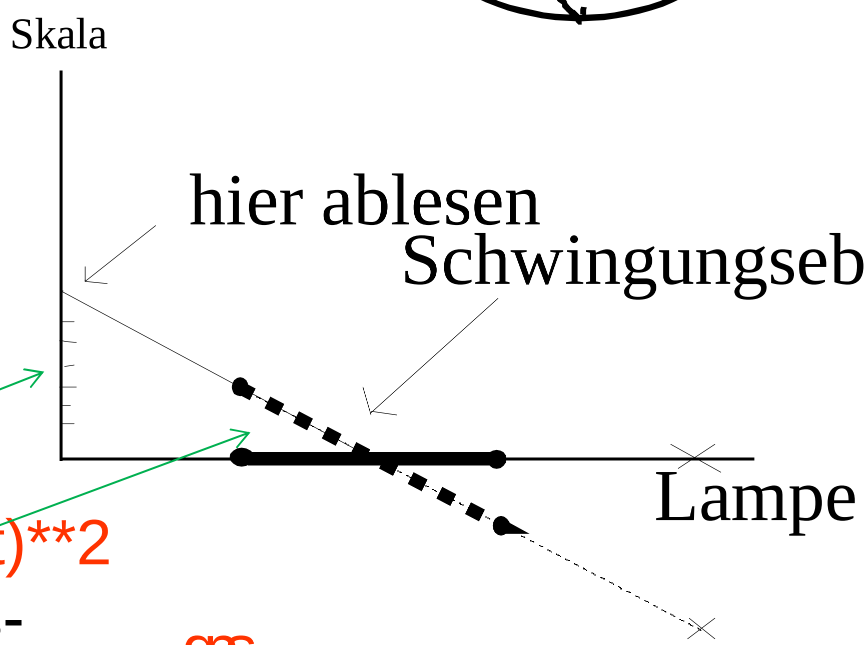
Nachweis der Erddrehung mit dem Pendel (Foucault, Paris 1850)



Trägheit: Schwingungsebene wird bei-behalten! Um diese dreht sich das Labor.

Schwingungsebene dreht sich in Bonn in T=24/sin Φ =31h; 1min=0.2Grad

Inertialsystem: Erde dreht sich unter Schwingungsebene. Auf der Erde: Coriolis- Kraft. Verschiebung:



Pendel in der Schwingungsebene
qps=u*qpt(u Geschwindigkeit)

(b=Coriolisbeschleunigung)

Senkrecht dazu um qpsó=(b/2)* (qpt)**2

Der Drehwinkel der Schwingungs-richtung: qpŬ=qpsó/qps=

(u*ɤ*sinū *(qpt)**2/u*qpt)= ɤ*sinū *qpt