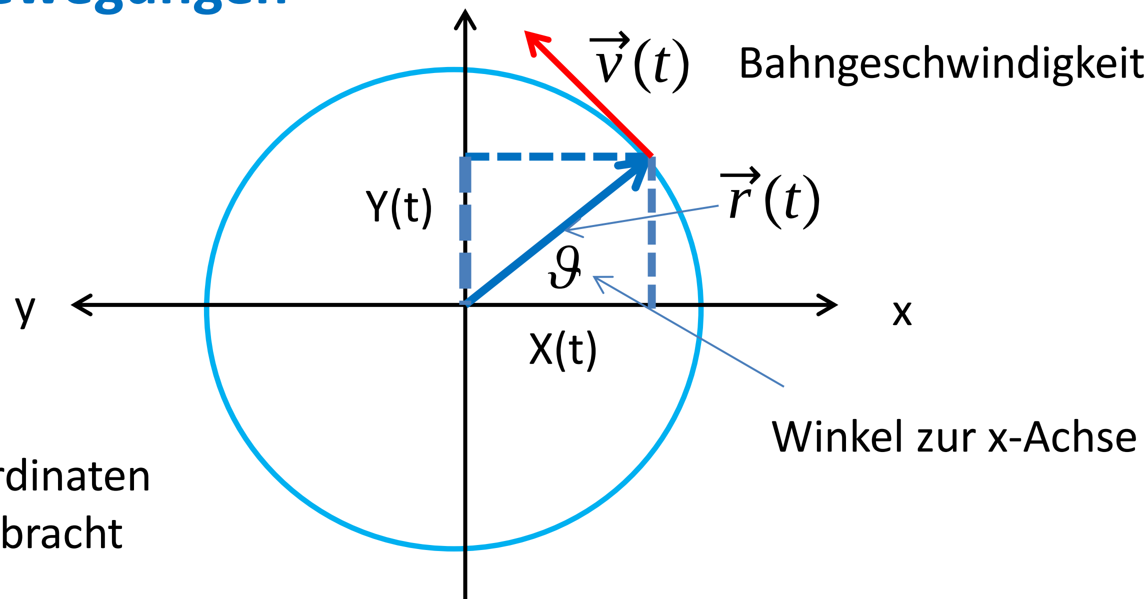
Kreisbewegungen



Polarkoordinaten
hier angebracht

$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{e}_x + y(t) \cdot \vec{e}_y$$

$$\vec{r} = r \cdot \cos\vartheta \cdot \vec{e}_x + r \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{e}_y$$

Bahngeschwindigkeit: $\vec{v}(t)$

$$x = r \cdot \cos\vartheta(t) \quad y = r \cdot \sin\vartheta(t)$$

$$\rightarrow v_x = \dot{x} = r \cdot (-) \sin\vartheta(t) \cdot \dot{\vartheta}$$

$$v_y = \dot{y} = r \cdot \cos\vartheta(t) \cdot \dot{\vartheta}$$

Mit r=konstant $\vartheta = \vartheta(t)$

$$\sin\vartheta = \frac{y}{r} \qquad \cos\vartheta = \frac{y}{r}$$

und $\omega = \frac{d\vartheta}{dt} = \dot{\vartheta}$

ω : Winkelgeschwindigkeit

Allgemein falls $\vec{v} \cdot \vec{r} = 0$

$$\rightarrow \vec{v} \perp \vec{r}$$

Beschleunigung

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[-\omega \cdot r \cdot \sin\vartheta(t) \cdot \vec{e}_x + \omega \cdot r \cdot \cos\vartheta(t) \cdot \vec{e}_y\right]$$

ω konstant $\rightarrow \vec{a} = -\omega^2 \cdot \vec{r}$ **Zentralbeschleunigung**

Im Allgemeinen: ω nicht konstant

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = r \cdot \left(-\dot{\omega} \cdot \sin\vartheta(t) - \omega \cdot \cos\vartheta(t) \cdot \omega\right) \cdot \vec{e}_x$$

$$+ r \cdot (\dot{\omega} \cdot \cos(\vartheta) - \omega \cdot \sin(\vartheta) \cdot \omega) \cdot \vec{e}_y$$

$$= -\omega^2 \cdot r \cdot (\cos(\vartheta) \cdot \vec{e}_x + \sin(\vartheta) \cdot \vec{e}_y)$$

$$+ \dot{\omega} \cdot r \cdot (-\sin(\vartheta) \cdot \vec{e}_x + \cos(\vartheta) \cdot \vec{e}_y)$$

$\Rightarrow$ $\vec{a}(t) = \vec{a}_r(t) + \vec{a}_t$ **radial +tangential**

1.2 Dynamik

Dynamik ist Bewegung unter Einfluss von Kräften

Galilei: Bewegung konstanter Geschwindigkeit bedarf keiner Ursache,
sie geht von sich heraus immer weiter.

Um eine Änderung der Geschwindigkeit herbeizuführen bedarf es einer Kraft

Erstes Axiom von Newton:

Prinzip der Trägheit

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange keine Kräfte auf ihn wirken.

Kraft muss erst noch definiert werden: 2. Axiom

Zweites Axiom

Wirkt auf einen Körper der Masse m eine Kraft F,
so wird er mit der Beschleunigung

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$ beschleunigt

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Grundgesetz der Mechanik

Wird ein Körper beschleunigt müssen Kräfte am Werk sein

F hat die Dimension $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ Masse in kg, Länge in Meter, Zeit in Sekunden

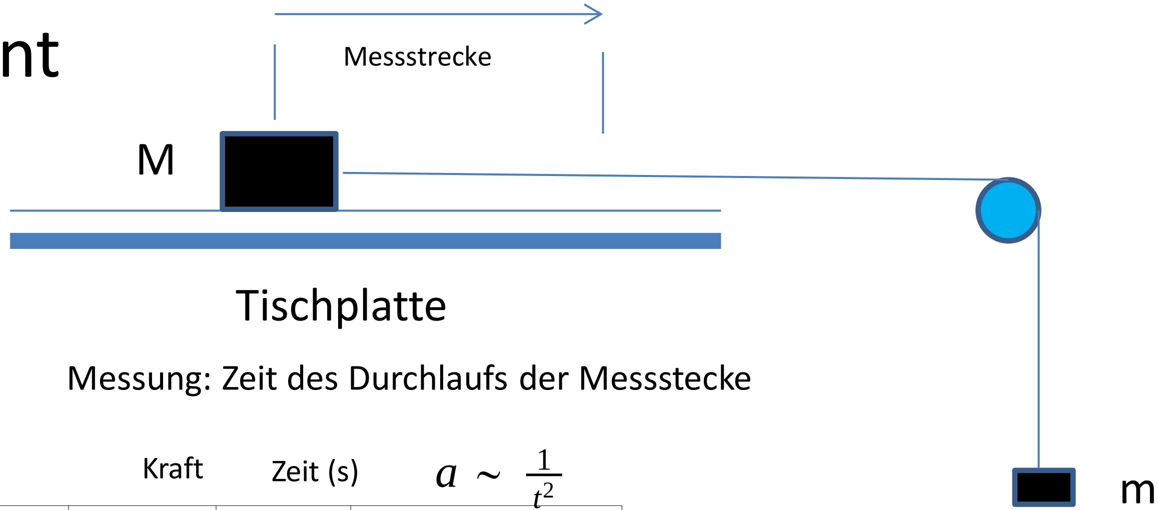
Spezialfall der der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

Freier Fall: $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$ g ist die Beschleunigung auf Der Erdoberfläche

F wird hier als **Gewicht** des Körpers bezeichnet, die Richtung zeigt zum Erdmittelpunkt.

Experiment

Ideal:
Reibungs-
freie
Bewegung
von M auf
Schiene



Messung: Zeit des Durchlaufs der Messstecke

Gewicht des Körpers m zieht M nach vorne

Beschleunigte Masse	Kraft	Zeit (s)	$a \sim \frac{1}{t^2}$
$\boxed{M_b = M + m} + m$	$\sim m$	3.37	$a_1 = 0.088$
$\boxed{M_b = M + 2m}$	$\sim 2m$	2.0	$a_2 = 0.177$
$\boxed{M_b = 2M + m} + 2m$	$\sim m$	4.74	$a_3 = 0.044$
$\boxed{M_b = 2M + 2m} + 2m$	$\sim 2m$	3.35	$a_4 = 0.88$

Die zugefügten Massen zeigen, wie groß die Reibung bei den Messungen war, die hier der Trägheit von M zugeschlagen wurde.

Resultat:

$$a_2 = 2a_1, a_1 = a_4$$
$$a_3 = 0.5 \cdot a_1, a_2 = 2 \cdot a_4$$

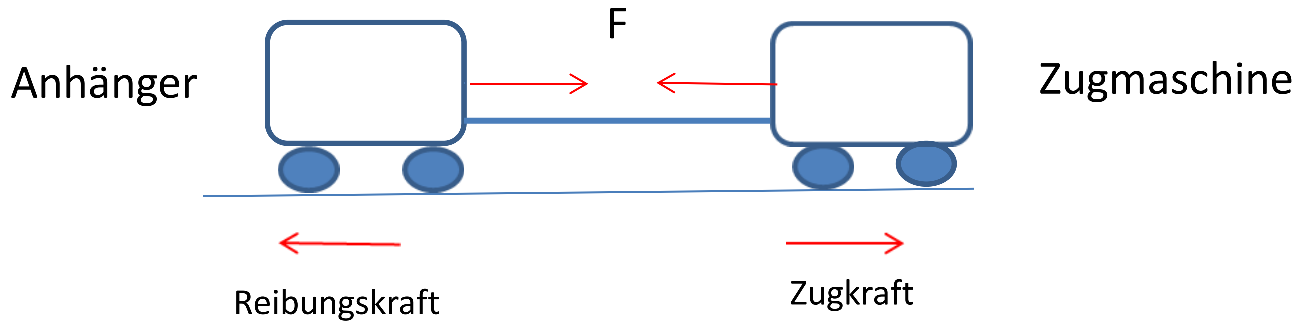
Jeder Körper setzt der beschleunigenden Kraft einen Widerstand Entgegen, der proportional der Masse ist.

M ist träge Masse

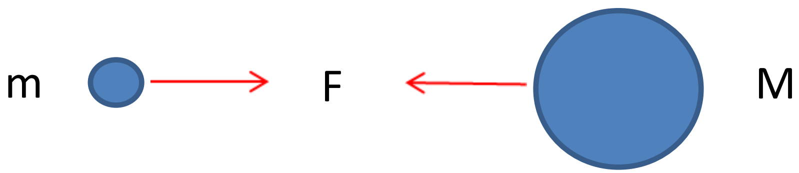
m ist hier sowohl träge Masse, als auch Quelle der Kraft (Gravitation)

Drittes Axiom von Newton

Reaktionsprinzip: actio=reactio



Wie kann einseitige Bewegung auftauchen?



$$\frac{F}{m}=a \qquad \frac{F}{M}=a$$

Kleine Masse:
Große Beschleunigung

Große Masse:
Kleine Beschleunigung

Fragen:

Ein, Ball der hochgeworfen wird, besitzt die Geschwindigkeit null, wenn er seinen höchsten Punkt erreicht. Wie groß ist dort die Beschleunigung?

Die Beschleunigung von einer 1 kg Masse, die auf dem Tisch liegt, beträgt m/s**2