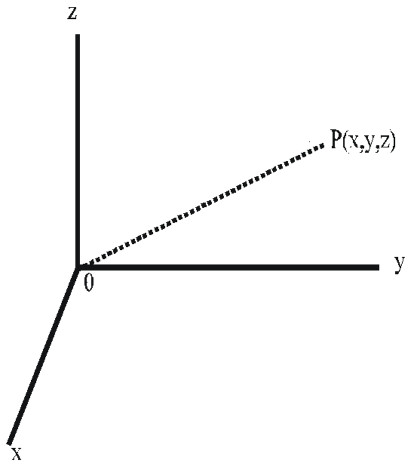
1.7 Bezugssysteme und Trägheitskräfte

Physikalische Größen sind Angaben über Messgrößen

z.B.: Ort:



$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

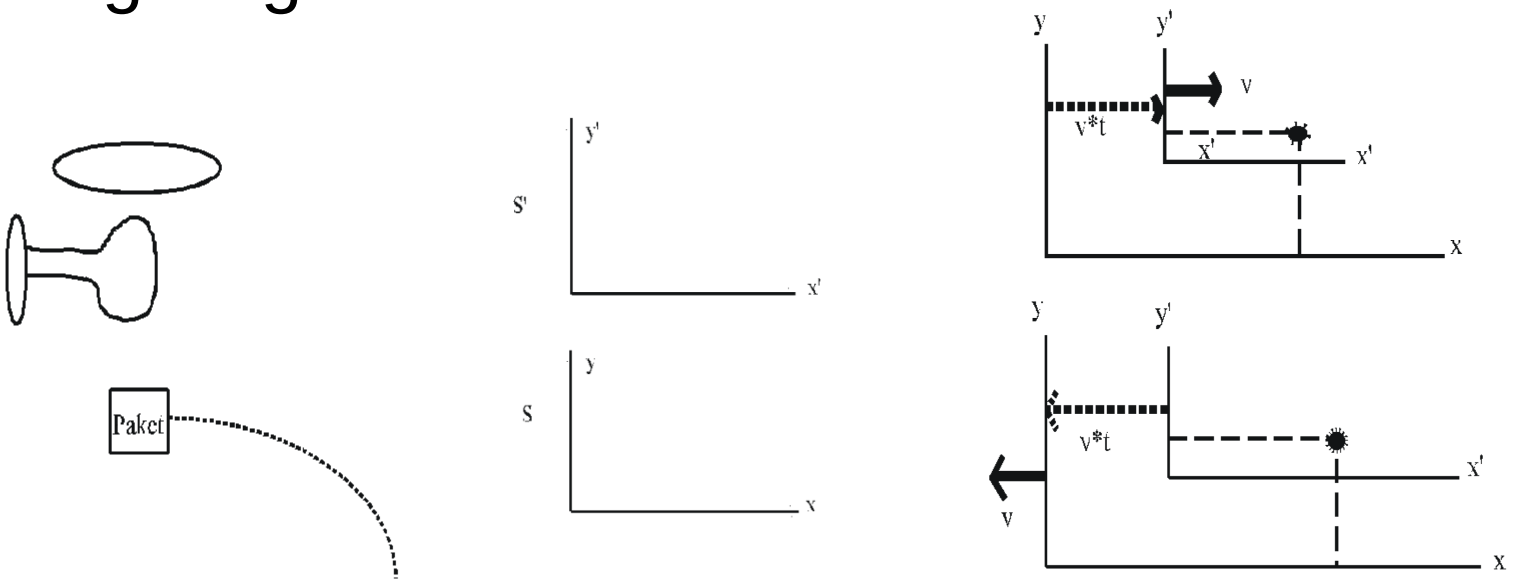
Festlegung der Nullpunkte
Klassische Mechanik

a) Zeitnullpunkt und Maßstab unabhängig von Ort und sonstigen Eigenschaften

b) Maßstäbe für Ortsmessungen sind in Bezugssystemen ,die sich relativ zueinander bewegen, gleich

Beispiele für Bezugssysteme:
Erdmittelpunkt, Erdachse, Sonne

Beispiel: Hubschrauber (Geschwindigkeit v) versorgt Bergsteiger

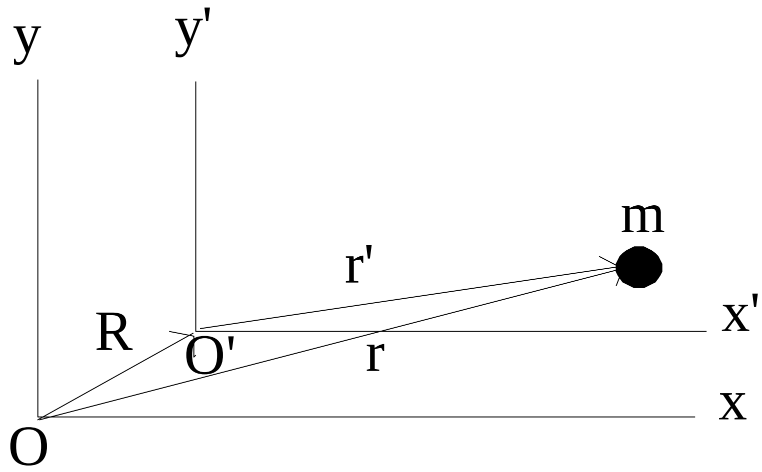


Für den Bergsteiger kommt das Paket auf einer Parabel.

Der Bergsteiger sieht y', kommen.

Der Hubschrauberpilot sieht das Paket in gerader Linie fallen (im gestrichenen System)

1.7.1Gleichförmig bewegtes Bezugssystem



m bewegt sich
aufgrund von F

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\,\ddot{\vec{r}}$$

Bewegung in $\Sigma(0;x,y,z)$

$\Sigma'(0;x',y')$ bewegt sich mit v relativ zu Σ

Ortsvektor:

$$\vec{r}\,'(t) = \vec{r}(t) - \vec{R}(t)$$

Geschwindigkeit:

$$\dot{\vec{r}}\,'(t) = \dot{\vec{r}}(t) - \dot{\vec{R}} = \vec{v}(t) - \vec{v}_0$$

Beschleunigung:

$$\vec{a}\,'(t) = \frac{d}{dt}(\vec{v}(t) - \vec{v}_0) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \vec{a}(t)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}\,'$$

Solange sich die
Koordinatensysteme
mit konst. v gegen-
einander bewegen

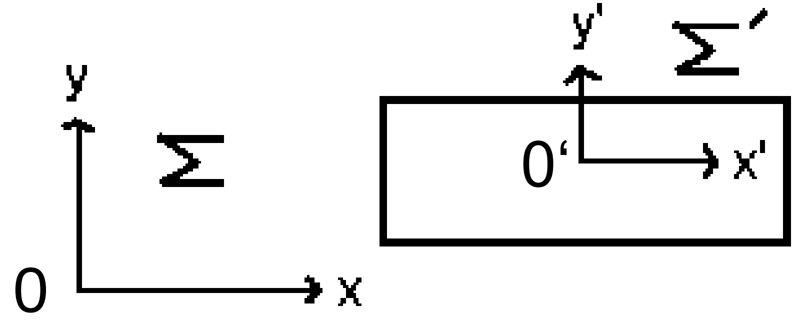
Wirkung von F unabhängig in
welchem System a gemessen wird!

1.7.2. Gleichförmig beschleunigtes Bezugssystem

Beispiel : Anfahrende oder bremsende Eisenbahn

Bezugssystem Σ'

wird gegen Σ



beschleunigt: $\vec{a}_0 = \overrightarrow{konstant}$ Für t=0; 0'=0

Relativgeschwindigkeit:

Ortsvektor:

$$\vec{v}_0(t) = \vec{a}_0 \cdot t; \vec{R}(t) = \frac{1}{2}\vec{a}_0 \cdot t^2$$

$$\vec{r}\,'(t) = \vec{r}(t) - \vec{R}(t) = \vec{r}(t) - \frac{1}{2}\vec{a}_0 \cdot t^2$$

Geschwindigkeit: $\vec{v}\,'(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}\,'(t) = \vec{v}(t) - \vec{a}_0 \cdot t$

Beschleunigung: $\vec{a}\,'(t) = \vec{a}(t) - \vec{a}_0$

Die äußere Kraft $\vec{F}$ möge in Σ die Beschleunigung $\vec{a}$ hervorrufen

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

In Σ' : $\vec{a}' \to m \cdot \vec{a}' = m \cdot (\vec{a} - \vec{a}_0) = \vec{F} - m \cdot \vec{a}_0 = \vec{F}'$

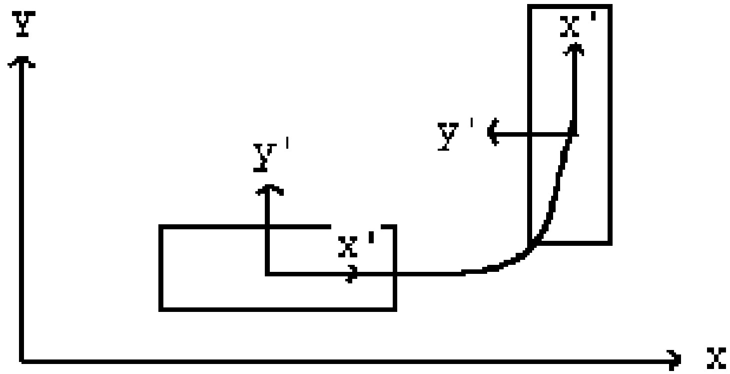
Zusatzkraft aufgrund der beschleunigten Relativbewegung **"Pseudokraft"**

Durch geeignete Wahl von $\vec{a}_0 \to \vec{F}' = 0,$

d.h. keine Beschleunigung in Σ' z.B. freier Fall: $\vec{a}_0 = \vec{g}$

1.7.3. Rotierende Bezugssysteme

Beispiel:



Ein Auto fährt

durch eine Kurve,

Passagier spürt eine Kraft,

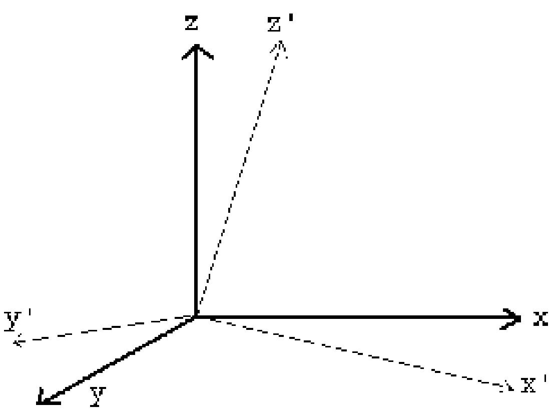
die ihn aus der Kurve tragen will.

Σ und Σ'

$$\vec{r} = \vec{r}'$$

$$x(t)\cdot\vec{e}_x + y(t)\cdot\vec{e}_y + z(t)\cdot\vec{e}_z = x(t)'\cdot\vec{e}_{x'} + y(t)'\cdot\vec{e}_{y'} + z(t)'\cdot\vec{e}_{z'}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\cdot\vec{e}_x + \dot{y}\cdot\vec{e}_y + \dot{z}\cdot\vec{e}_z = \dot{x}'\cdot\vec{e}_{x'} + \dot{y}'\cdot\vec{e}_{y'} + \dot{z}'\cdot\vec{e}_{z'} + x'\cdot\dot{\vec{e}}_{x'} + y'\cdot\dot{\vec{e}}_{y'} + z'\cdot\dot{\vec{e}}_{z'}$$



$$\vec{a} = \ddot{x}' \cdot \vec{e}_{x'} + \ddot{y}' \cdot \vec{e}_{y'} + \ddot{z}' \cdot \vec{e}_{z'} +$$

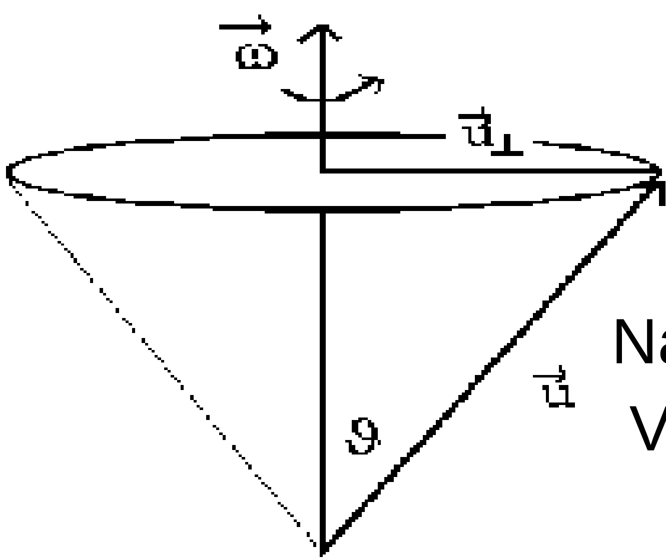
$$2 \cdot \left[\dot{x}' \cdot \dot{\vec{e}}_{x'} + \dot{y}' \cdot \dot{\vec{e}}_{y'} + \dot{z}' \cdot \dot{\vec{e}}_{z'} \right]$$

$$+ x' \cdot \ddot{\vec{e}}_{x'} + y' \cdot \ddot{\vec{e}}_{y'} + z' \cdot \ddot{\vec{e}}_{z'}$$

Beschleunigung durch Scheinkräfte

(Ableitung der Einheitsvektoren)

Rotation eines Vektors $\vec{u}$ um seine Drehachse $\vec{\omega}$



$\frac{d\vec{u}}{dt} \perp$ auf $\vec{u}$ und $\vec{\omega}$

$$\left| \frac{d\vec{u}}{dt} \right| = \omega \cdot u_\perp = \omega \cdot u \cdot \sin\vartheta$$

Nach der Definition des Vektorprodukts:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{u}$$

Für $\vec{u}$ setzen wir $\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'} \rightarrow \dot{\vec{e}}_{x'} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{x'}$

$$\dot{\vec{e}}_{y'} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{y'}$$

$$\dot{\vec{e}}_{z'} = \vec{\omega} \times \vec{e}_{z'}$$

$$\rightarrow \ddot{\vec{e}}_{x'} = \vec{\omega} \times \dot{\vec{e}}_{x'} = \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{e}_{x'}\right)$$

$$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + 2 \cdot \omega \times \left[\dot{x}' \cdot \vec{e}_{x'} + \dot{y}' \cdot \vec{e}_{y'} + \dot{z}' \cdot \vec{e}_{z'}\right] +$$

$$\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times (x(t)' \cdot \vec{e}_{x'} + y(t)' \cdot \vec{e}_{y'} + z(t)' \cdot \vec{e}_{z'})]$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}'\right)}$$

Σ: $\vec{F}$ wirkt auf m

$$\Sigma' : \vec{F}' = \vec{F} - 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v}' \cdot m - \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}'\right) \cdot m$$

$\vec{F}'_C$

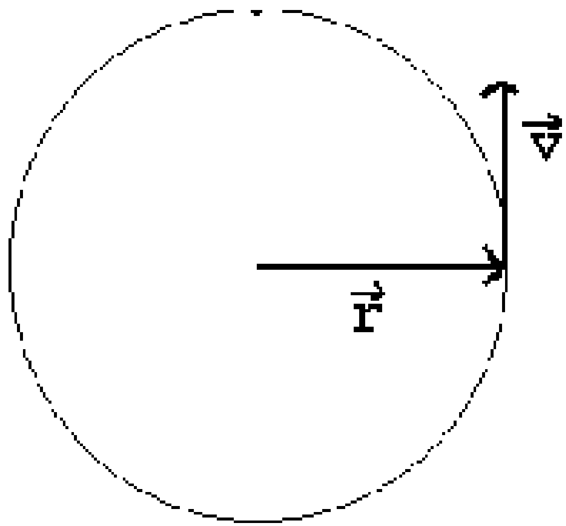
(Zentrifugalkraft) *auf m*

Coriolis

Zentrifugalkraft

Scheinkräfte

Diskussion: Gleichförmige Bewegung eines Massenpunktes m



$\omega = \frac{v}{r}$ =konstant

Σ : $\vec{F}_r$: **Zentripetalkraft**

$a_r = \omega^2 \cdot r \rightarrow\rightarrow\rightarrow$

zum Zentrum hin, zwingt m auf Kreisbahn (z.B. mit Faden)!

v=konstant,

In Σ', das mit ω rotiert , ruht m

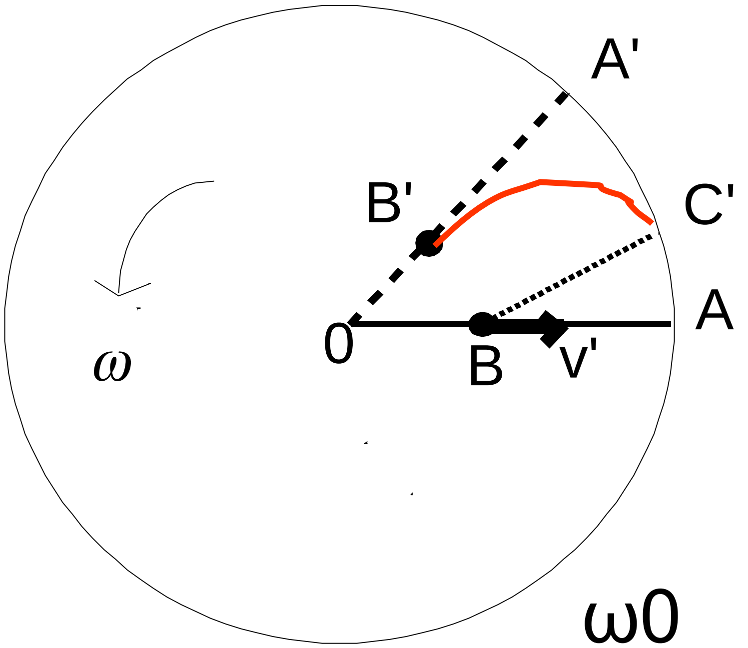
$$\rightarrow F' = 0 = \vec{F}_r + \vec{F}_N$$

Zentripetalkraft = *Zentrifugalkraft (Scheinkraft)*

Beispiel: Satellit auf Umlaufbahn
Schwerkraft= Zentripetalkraft = Zentrifugalkraft
Massen "fühlen" sich schwerelos!

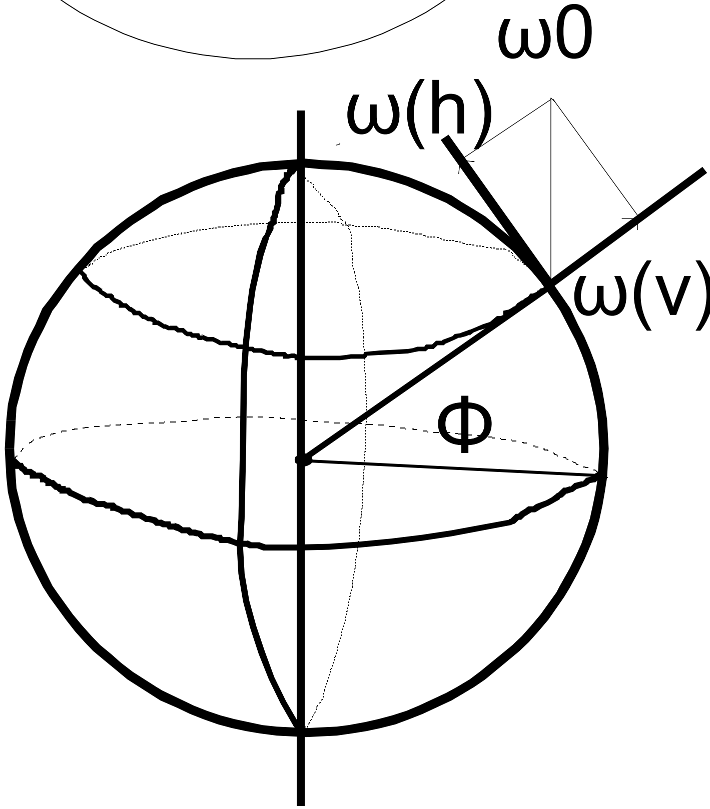
Beispiel:

- Drehscheibe:
  ω=konstant, Beobachter
  B stößt Kugel mit
- v’ in Richtung A



Inertialsystem: Geradlinig nach C‘

Nach Δt trifft sie am Rande auf!
Dabei Φ =Δt*ω
B   ->   B’: Erwartet Kugel in A
Aber Kugel trifft C’-> Kraft ⊥ v’



Erde als rotierendes System

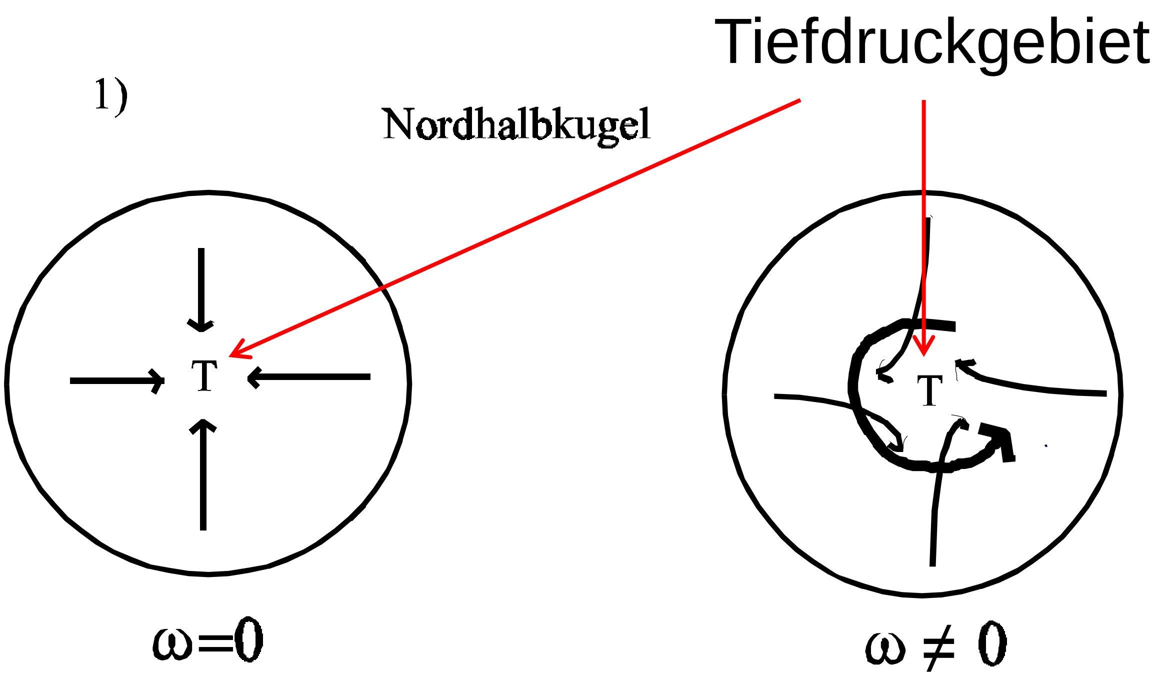
1.Bewegung in der Oberfläche: ω_{v} $\vec{F}_c \perp \vec{v}$ *in der Ebene*

Pol: $\boxed{F_c = 2mv\omega_0}$ Allgemein: $F_C = 2mv\omega_0 \sin\Phi;$

Äquator: $F_c = 0$ Φ :Breitengrad

Rechtsablenkung auf der Nord-Halbkugel , Linksablenkung auf der Südhalbkugel!

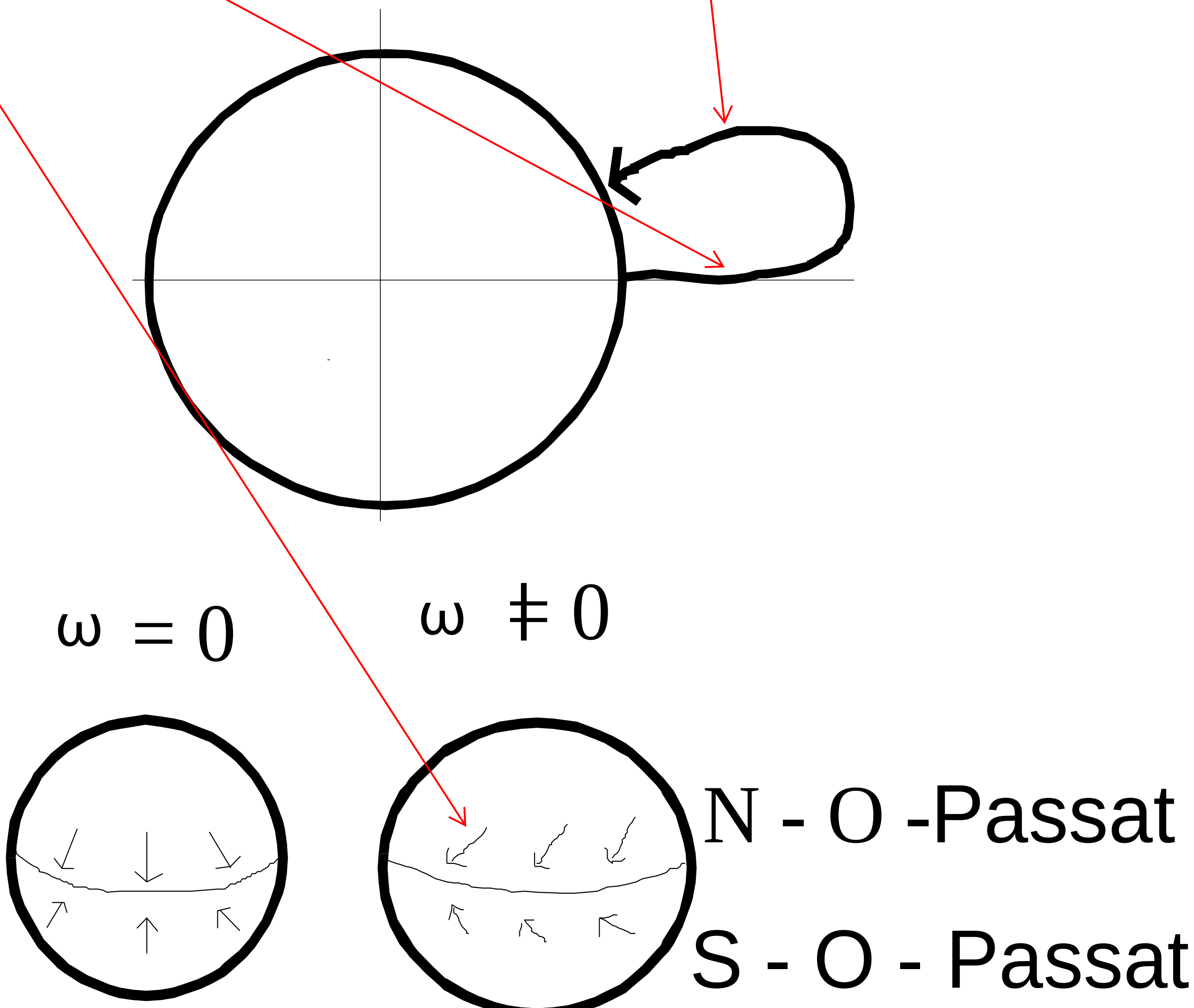
Einfluss auf Luftbewegungen in der Erdatmosphäre



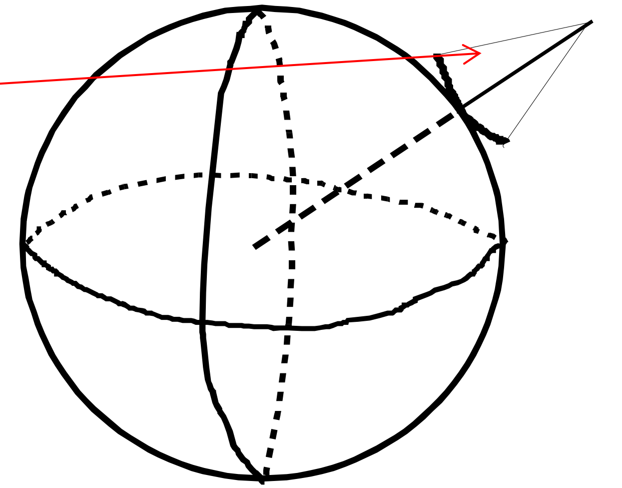
"Linksdrall" der Luftmassen

Corioliskraft bestimmt hauptsächlich das Wetter

2. Warme Luft steigt auf und sinkt bei etwa 30°wieder ab und fließt in Richtung Äquator.



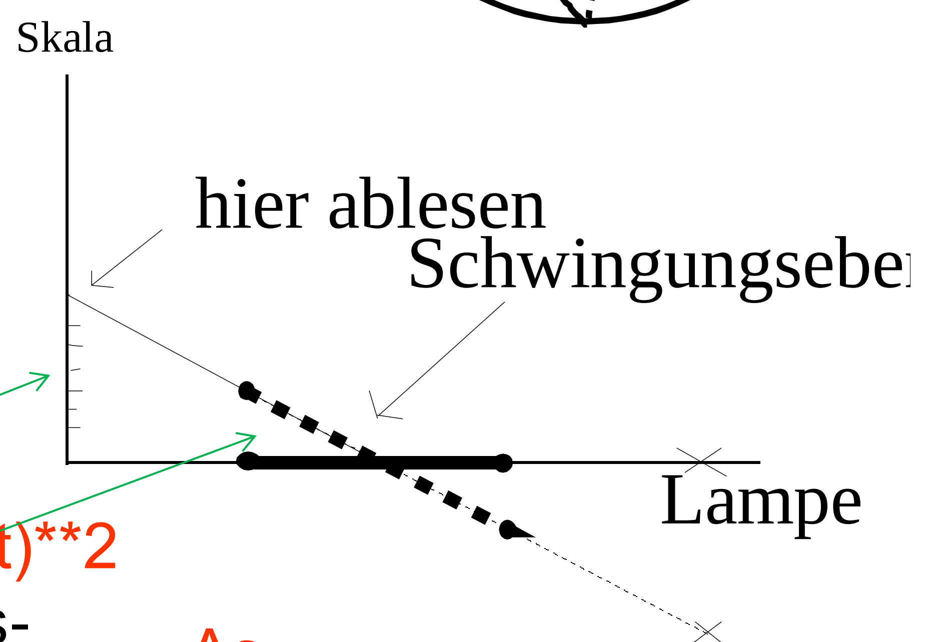
Nachweis der Erddrehung mit dem Pendel (Foucault, Paris 1850)



Trägheit: Schwingungsebene wird beibehalten! Um diese dreht sich das Labor.

Schwingungsebene dreht sich in Bonn in $T=24/\sin\Phi=31h$; 1min=0.2Grad

Inertialsystem: Erde dreht sich unter Schwingungsebene. Auf der Erde: Coriolis- Kraft. Verschiebung:



Pendel in der Schwingungsebene $\Delta s=u*\Delta t$(u Geschwindigkeit)

(b=Coriolisbeschleunigung)

Senkrecht dazu um $\Delta s‘=(b/2)*(\Delta t)**2$

Der Drehwinkel der Schwingungsrichtung: $\Delta\alpha=\Delta s’/\Delta s=$

$(u*\omega*\sin\Phi*(\Delta t)**2/u*\Delta t)=\omega*\sin\Phi*\Delta t$