Studium des elektroinduzierten $N \rightarrow \Delta$ - Übergangs

Habilitationsschrift
zur
Erlangung der venia legendi
der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelm-Universität
zu Bonn

vorgelegt von
Ralf Walter Gothe
aus
Meckenheim-Altendorf

Bonn 1998

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Im Gegensatz zu dem gemessenen, positiven Quadrupolmoment und somit zu der prolaten Deformation des Deuterons, die auf den durch Tensorkräfte der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung verursachten d-Wellenbeimischungen zur Grundzustandswellenfunktion beruhen, können Tensorkräfte zwischen den Quarks des Nukleons nur zu intrinsischen Deformationen führen. Solche intrinsischen Deformationen sind nicht direkt messbar, wenn der Gesamtdrehimpuls J wie im Fall des Nukleons mit $J = \frac{1}{2}$ kleiner ist als eins. Doch lassen sie sich in Analogie zur Kernphysik bestimmen, indem Übergänge zwischen dem Grundzustand und angeregten Zuständen mit $J \geq 1$ vermessen werden [FrH 87]. Die elektromagnetische $\Delta_{33}(1232)$-Anregung des Nukleons ist ein aus vielerlei Gründen besonders geeigneter Übergang von dem Grundzustand des Nukleons zu seinem ersten angeregten Zustand, der mit $J = \frac{3}{2}$ zu mehr als 99 % [PDG 94] unter Emission eines P-Wellen Pions wieder in den Grundzustand zurückkehrt und dessen Argand-Diagramm [NPS 71-72, BeD 75] und *Speed-Plot* [HDT 96] die Lehrbuchbeispiele für eine sauber identifizierte Resonanz in der Teilchenphysik sind. Neben der dominierenden, transversal magnetischen Dipolübergangsamplitude (M1 $\Leftrightarrow M_{1+}$) können unter Berücksichtigung der Drehimpuls- und Paritätserhaltung (siehe Kap. 2.2.4) am Photonenpunkt mit $K^2 = 0\,GeV^2$ nur die transversal elektrische (E2 $\Leftrightarrow E_{1+}$) und bei Anregung mittels raumartiger, virtueller Photonen mit $-K^2 > 0\,GeV^2$ auch zusätzlich die longitudinal elektrische (L2 $\Leftrightarrow L_{1+}$) oder die aufgrund der Eichinvarianz äquivalente, skalare (C2 $\Leftrightarrow S_{1+}$) Quadrupolübergangsamplitude beitragen. Diese Quadrupolübergangsamplituden sind die physikalischen Messgrößen, die potentiell sensitiv auf die Deformation des Nukleons und/oder des Δs sind. Denn diese Deformationen können selbst bei modellunabhängiger Extraktion der Quadrupolübergangsamplituden nur modellabhängig berechnet werden (siehe Kap. 3.7 und [WWA 96]). So ergibt sich beispielsweise im Rahmen eines nichtrelativistischen Konstituenten-Quark-Modells für das in Mainz mit reellen, transversal polarisierten Photonen gemessene E2/M1-Verhältnis (EMR = $-2.5\,\% \pm 0.2\,\% \pm 0.2\,\%$) [Bec 97] eine oblate Deformation des Δs mit $Q_\Delta \simeq (-0.11 \pm 0.01)\,fm^2$ [Gia 90]. Nach Normierung der Quadrupolmomente auf das Quadrat des jeweiligen mittleren Radius lässt sich die relative Deformation des Δs $Q_\Delta/\bar{R}_\Delta^2 \simeq -0.14$ (oblat) [Buc 97] mit der des Deuterons $Q_d/\bar{R}_d^2 \simeq 0.015$ (prolat) [May 79] und der der Erde $Q_E/\bar{R}_E^2 \simeq -0.0027$ (oblat) [Her 79] vergleichen.

In der störungstheoretischen Quantenchromodynamik stark wechselwirkender Quarks und Gluonen, lassen sich die relativen Verhältnisse der N $\rightarrow \Delta$ - Übergangsamplituden im Grenzfall beliebig großer Viererimpulsüberträge $-K^2 \rightarrow \infty$ zu EMR = E2/M1 = +1 sowie CMR = C2/M1 als konstant und klein ($|$C2/M1$| \ll 1$) [Car 86] bestimmen. Doch verhindern die Selbstwechselwirkung der Gluonen und das Anwachsen der laufenden, starken Kopplungskonstante α_s zu klei-

neren Viererimpulsüberträgen (3.12) im Allgemeinen die Fortsetzung der perturbativen Behandlung baryonischer Eigenschaften bis zu $K^2 = 0\,GeV^2$. Doch bis zu welchen Impulsüberträgen perturbative QCD erfolgreich ist, kann noch nicht eindeutig beantwortet werden. So setzt die Skalierung der differentiellen Wirkungsquerschnitte der Photospaltung des Deuterons $D(\gamma,p)n$ mit $s^{-(n-2)} = s^{-11}$ (*constituent counting rule*) bei $p_T^2 \simeq 1\,GeV^2$ ein [Hol 89, Hol 97], wohingegen die bei $-K^2 = 2.8$ und $4.0\,GeV^2$ in der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz gemessenen EMR- und CMR-Werte noch nicht störungstheoretisch beschreibbar sind [Nap 94, Sto 98]. Eine Vielzahl konzeptionell unterschiedlicher Modelle versucht möglichst unter Beibehaltung der Symmetrien der Quantenchromodynamik die nichtperturbative Struktur der Baryonen und die in diesem K^2-Bereich relevanten Freiheitsgrade der Reaktionsmechanismen aufzudecken. Neue gemessene $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Quadrupolübergangsamplituden der erzielten beziehungsweise angestrebten Präzision und insbesondere die entsprechenden Übergangsformfaktoren, deren K^2-Abhängigkeiten die radialen, räumlichen Verteilungen der Quadrupolübergangsdichten wiedergeben ebenso wie die Fourier-Transformierte des elastischen, elektrischen Formfaktors die Ladungsdichte- und die des magnetischen die Spindichteverteilung beschreiben, erreichen die momentan stärkstmögliche, modelldiskriminierende Wirkung (siehe Kap. 3) und sind so für das tiefere Verständnis der Nukleonen von wegweisender Bedeutung. Das hierzu angelaufene, internationale $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Forschungsprogramm umfasst neben Photoproduktionsexperimenten an LEGS (Brookhaven) [Bla 97], MAMI (Mainz) [Bec 97] und TJNAF (Newport News) [Sob 91, Ros 93, Fic 94, Gil 94] auch die der Elektroproduktion an ELSA (Bonn) [GHW 95, Kal 97], MAMI (Mainz) [Sch 96], MIT/Bates (Middleton) [Pap 87, Lou 89] und TJNAF (Newport News) [Bur 89a, Bur 89b, Lou 91, Jou 93, Elo 94, Nap 94, Sto 98].
Die vollständige Wirkungsquerschnittszerlegung der photo- und elektroinduzierten Einfachpionproduktion wird unter Berücksichtigung der Polarisationsfreiheitsgrade in Kapitel 2 ebenso theoretisch hergeleitet wie die Verallgemeinerung der Strahlasymmetrie der Reaktion $p(\vec{\gamma},p)\pi$ für $K^2 = 0\,GeV^2$ auf $p(e,e'p)\pi$ für beliebige $K^2 > 0\,GeV^2$. Hierdurch lässt sich die modellunabhängige Methode zur Bestimmung des E2/M1-Verhältnisses mit polarisierten, reellen Photonen [Bec 97] auf die an ELSA durchgeführten Experimente der Pionelektroproduktion übertragen. Neben der Beschreibung dieser ELSA- und der MIT/Bates-Experimente werden in Kapitel 4 die ersten Ergebnisse beider Labors zusammengestellt und im Einzelnen mit Modellen verglichen. Ein allgemeiner, umfassender Überblick der EMR- und CMR-Ergebnisse nichtperturbativer Modelle und ihr Vergleich mit den bisher vorhandenen, experimentellen Daten am Photonenpunkt sowie für kleine Viererimpulsüberträge ($K^2 \leq 1\,GeV^2$) werden in Kapitel 3 behandelt.

[NPS 71-72, BeD 75, Her 79, May 79, FrH 87, Pap 87, Bur 89a, Bur 89b, Hol 89, Lou 89, Gia 90, Lou 91, Sob 91, Jou 93, Ros 93, Elo 94, Fic 94, Gil 94, Nap 94, PDG 94, GHW 95, Car 86, HDT 96, Sch 96, WWA 96, Bec 97, Bla 97, Buc 97, Hol 97, Kal 97, Sto 98]

2. Theorie der Pionproduktion

2.1 Kinematik und Nomenklatur

Die Genauigkeit der vereinfachten Darstellung der elementaren, elektromagnetisch induzierten Pionproduktion mittels der Einphotonaustauschnäherung (siehe Abb. 2.1) liegt in Analogie zur elastischen Elektron-Proton-Streuung bei etwa 1 %, da die Stärke der elektromagnetischen Kopplung im betrachteten Mittelenergiebereich durch die Feinstrukturkonstante $\alpha_{em} = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$ gegeben ist.

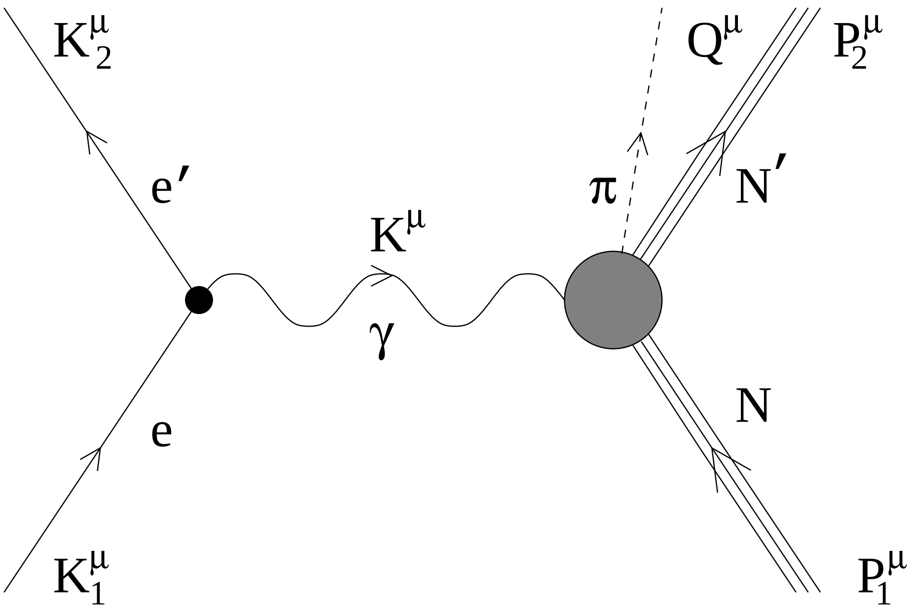


Abbildung 2.1: Kinematische Variablen der Pionproduktion in der Einphotonaustauschnäherung.

Die Beschreibung der Kinematik des elementaren Produktionsprozesses am Nukleon N lässt sich in kompakter Form

$$K^\mu + P_1^\mu = Q^\mu + P_2^\mu \tag{2.1}$$

durch die Vierimpulse (siehe Anhang A.1.3) des Pions Q^μ, des Nukleons vor P_1^μ und nach dem Stoß P_2^μ sowie des Photons

$$K^2 = K_\mu \cdot K^\mu = \{k_0, -\vec{k}\,\} \cdot \{k_0, \vec{k}\,\} = k_0^2 - \vec{k}^2 = \begin{cases} < 0 & \text{für } (e, e'\pi) \\ = 0 & \text{für } (\gamma, \pi) \end{cases} \quad , \tag{2.2}$$

mit

$$K^\mu = K_1^\mu - K_2^\mu\,,\;\; K_1^\mu = \{k_{10}, \vec{k}_1\} \quad \text{und} \quad K_2^\mu = \{k_{20}, \vec{k}_2\} \tag{2.3}$$

im Fall der Elektroproduktion, zusammenfassen. Im Gegensatz zum raumartigen, virtuellen Photon der Elektronstreuung liegen sowohl das Nukleon im Anfangs- und Endzustand ebenso wie das Pion

$$P_1^2 = m_1^2\,,\;\; P_2^2 = m_2^2 \quad \text{und} \quad Q^2 = m_\pi^2 \tag{2.4}$$

als auch das reelle Photon (2.2) auf der Massenschale. Aufgrund der gegebenen Energie- und Impulserhaltung (2.1) ist dieser Prozess bereits durch drei unabhängige Viererimpulse kinematisch vollständig bestimmt. Hierzu können beispielsweise K^μ, Q^μ und $P^\mu = \frac{1}{2}(P_1^\mu + P_2^\mu)$ oder Lorentz-invariante Skalare wie die Mandelstam-Variablen

$$\begin{array}{rcccc} s &=& (K_\mu + P_{1\mu}) \cdot (K^\mu + P_1^\mu) &=& (Q_\mu + P_{2\mu}) \cdot (Q^\mu + P_2^\mu) \\ t &=& (K_\mu - Q_\mu) \cdot (K^\mu - Q^\mu) &=& (P_{1\mu} - P_{2\mu}) \cdot (P_1^\mu - P_2^\mu) \\ u &=& (P_{2\mu} - K_\mu) \cdot (P_2^\mu - K^\mu) &=& (P_{1\mu} - Q_\mu) \cdot (P_1^\mu - Q^\mu) \end{array} \tag{2.5}$$

benutzt werden. Ihre Summation

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_\pi^2 + K^2 = 2m^2 + m_\pi^2 + K^2 \tag{2.6}$$

zeigt, dass für reelle Photonen die Kinematik bereits durch zwei Variablen, wie s und t, eindeutig festgelegt wird, denn nur für virtuelle Photonen sind s, t und u linear unabhängig (siehe Anhang A.2).

Im Schwerpunktsystem sind die Dreierimpulse vor und nach dem Stoß, also der Impuls des Photons und des Nukleons N beziehungsweise des Pions und des Nukleons N', entgegengesetzt gleich,

$$K^\mu = \{k_0, \vec{k}\,\}\,,\;\; P_1^\mu = \{p_{10}, -\vec{k}\,\}\,,\;\; Q^\mu = \{q_0, \vec{q}\,\} \quad \text{und} \quad P_2^\mu = \{p_{20}, -\vec{q}\,\}\,. \tag{2.7}$$

Zur höheren Übersichtlichkeit der Formeln werden in den theoretischen Kapiteln 2 und 3 sowie im Anhang nur die exklusiven Laborsystemgrößen mit $^\diamond$ markiert, wohingegen die Markierung der Schwerpunktsystemgrößen mit * unterdrückt wird. Aus gleichem Grund werden Kurzschreibweisen für den Betrag eines Vektors und den Einheitsvektor, wie

$$k = |\vec{k}|\,,\;\; \hat{k} = \frac{\vec{k}}{k}\,,\;\; q = |\vec{q}| \quad \text{und} \quad \hat{q} = \frac{\vec{q}}{q}\,, \tag{2.8}$$

eingeführt. Durch Auswertung der Mandelstam-Invarianten im Schwerpunkt- sowie Laborsystem,

$$\begin{array}{rcccc} s &=& W^2 &=& K^2 + m^2 + 2mk_0^\diamond \\ t &=& K^2 + m_\pi^2 - 2k_0q_0 + 2kq\cos\vartheta_\pi &=& -2mT_2^\diamond \\ u &=& K^2 + m^2 - 2k_0p_{20} + 2kp_2\cos\vartheta_2 &=& (m+m_\pi)^2 - 2mT_\pi^\diamond \end{array} \tag{2.9}$$

lässt sich ihre Bedeutung anschaulich vertiefen; denn s ist gleich dem Quadrat der invarianten Masse beziehungsweise der Gesamtenergie im Schwerpunktsystem W und abhängig von der Energie des

Photons $k_0^\diamond$ im Laborsystem. Ebenso lässt sich erkennen, dass t von dem Pionstreuwinkel ϑ_π, der kinetischen Energie $T_2^\diamond$ und somit dem Impulsübertrag auf das Nukleon im Laborsystem abhängt; Analoges folgt für u.

2.2 Modellunabhängige Zerlegung des Wirkungsquerschnittes

2.2.1 Invariante Amplituden im Dirac-Raum

Da der Wirkungsquerschnitt die auf die Luminosität normierte Übergangswahrscheinlichkeit beschreibt, die ihrerseits nach Fermis-Goldener-Regel neben dem Phasenraumfaktor quadratisch von der Übergangsmatrix T abhängt, soll diese zunächst in Lorentz- und eichinvariante Matrizen M_i und die zugehörigen skalaren Amplituden A_i zerlegt werden [BDW 67, Den 61, FNW 58, CGLN 57]. In der Photoproduktion wird die Übergangsmatrix

$$T = T_\alpha \cdot \Phi_\beta = \epsilon_\mu \cdot J_\alpha^\mu \cdot \Phi_\beta \tag{2.10}$$

durch den expliziten Polarisationsvektor des reellen Photons ϵ_μ, den elektromagnetischen Nukleonenstrom J_α^μ und das Pionfeld Φ_β definiert, so dass sich die Übergangsmatrix T_α weiter aufschlüsseln lässt.

$$T_\alpha = \epsilon_\mu \cdot J_\alpha^\mu = \epsilon_0 \rho - \vec{\epsilon} \cdot \vec{J}_\alpha = \epsilon_0 \rho - \vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{J}_{\alpha\perp} - \vec{\epsilon}_{||} \cdot \vec{J}_{\alpha||} \tag{2.11}$$

Im Fall der Elektroproduktion wird der Elektronvertex in der Einphotonaustauschnäherung durch den elektromagnetischen Leptonenstrom

$$j_\mu = <\bar{u}_{K_2}|e\gamma_\mu|u_{K_1}> \tag{2.12}$$

und den Photonpropagator festgelegt. Nach Strom-Strom-Kopplung erhält die so erweiterte Übergangsmatrix wieder die Form (2.10)

$$T = \frac{j_\mu \cdot J_\alpha^\mu \cdot \Phi_\beta}{K^2} = \epsilon_\mu \cdot J_\alpha^\mu \cdot \Phi_\beta\,, \tag{2.13}$$

wenn ϵ_μ nun neben der impliziten Polarisation des Photons auch die Kinematik des Elektronvertex beinhaltet. Unter dieser Voraussetzung gelten die im Folgenden hergeleiteten Zusammenhänge sowohl für die Photo- als auch die Elektroproduktion. Insbesondere gilt

$$\epsilon_\mu \cdot K^\mu = 0 \tag{2.14}$$

einerseits für reelle Photonen, weil ihre transversale Polarisation definitionsgemäß senkrecht zur Flugrichtung des Photons $\hat{k}$ steht und andererseits, aufgrund der Leptonenstromerhaltung, auch für die Elektroproduktion.

Da das Pion als Spin-Null-Teilchen mit negativer intrinsischer Parität pseudoskalar ist, die

Übergangsmatrixelemente[1] T_{fi} wie auch die Streuamplituden aber skalar sind und der Polarisationsvektor polar ist, muss J^μ_α axial beziehungsweise pseudovektoriell sein, so dass sich J^μ_α nur aus solchen Kombinationen der kinematischen Variablen K^μ, Q^μ und P^μ mit den Diracschen Operatoren 1, γ_5, γ_μ, $\gamma_5\gamma_\mu$ und $\sigma_{\mu\nu}$ (siehe Anhang A.1.4) zusammensetzen kann, die selbst wieder pseudovektoriell sind. Die Anzahl der benötigten Kombinationen wird durch die Gesamtzahl der möglichen Spinzustände $\gamma * N * \pi * N'$ festgelegt, also $2*2*1*2=8$ für reelle und $3*2*1*2=12$ für virtuelle Photonen. Die Invarianz gegenüber der Paritätstransformation, bei der sich die Spins aller Teilchen umkehren und so die Zustände je zur Hälfte ineinander übergehen, reduziert die Anzahl auf vier beziehungsweise sechs linear unabhängige Kombinationen. Beginnend mit den acht einfachsten Produkten[2]

$$J^\mu_\alpha = \gamma_5(K^\mu B_1 + Q^\mu B_2 + P^\mu B_3 + \gamma^\mu B_4) + \gamma_5(K^\mu B_5 + Q^\mu B_6 + P^\mu B_7 + \gamma^\mu B_8)\gamma_\nu K^\nu \tag{2.15}$$

müssen aufgrund der Nukleonenstromerhaltung

$$K_\mu \cdot J^\mu_\alpha = 0 \tag{2.16}$$

die Randbedingungen

$$\begin{aligned} K^2 B_1 + K_\mu Q^\mu B_2 + K_\mu P^\mu B_3 + K^2 B_8 &= 0 \\ B_4 + K^2 B_5 + K_\mu Q^\mu B_6 + K_\mu P^\mu B_7 &= 0 \end{aligned} \tag{2.17}$$

erfüllt sein, so dass B_2 und B_4 eleminiert werden können. Im allgemeineren Fall der Elektroproduktion bleiben wie oben nur noch sechs linear unabhängige Kombinationen übrig. Ausmultiplizieren und Umgruppieren führen für

$$T = \sum_{i=1}^{6} A_i M_i \tag{2.18}$$

mit

$$F^\nu_\mu = \epsilon_\mu K^\nu - K_\mu \epsilon^\nu \tag{2.19}$$

zu der explizit eichinvarianten Darstellung der Matrizen M_i.

$$\begin{aligned}
M_1 &= \tfrac{1}{2} i\gamma_5\gamma^\mu\gamma_\nu F^\nu_\mu && = \tfrac{1}{2} i\gamma_5(\not\epsilon \not K - \not K \not\epsilon) \\
M_2 &= 2i\gamma_5 P^\mu(Q_\nu - \tfrac{1}{2}K_\nu)F^\nu_\mu && = 2i\gamma_5(\epsilon_\mu P^\mu(Q_\nu - \tfrac{1}{2}K_\nu)K^\nu - K_\mu P^\mu(Q_\nu - \tfrac{1}{2}K_\nu)\epsilon^\nu) \\
M_3 &= \gamma_5\gamma^\mu Q_\nu F^\nu_\mu && = \gamma_5(\not\epsilon Q_\nu K^\nu - \not K Q_\nu \epsilon^\nu) \\
M_4 &= 2\gamma_5\gamma^\mu P_\nu F^\nu_\mu - 2mM_1 && = 2\gamma_5(\not\epsilon P_\nu K^\nu - \not K P_\nu \epsilon^\nu) - 2mM_1 \\
M_5 &= i\gamma_5 K^\mu Q_\nu F^\nu_\mu && = i\gamma_5(\epsilon_\mu K^\mu Q_\nu K^\nu - K^2 Q_\nu \epsilon^\nu) \\
M_6 &= \gamma_5 K^\mu \gamma_\nu F^\nu_\mu && = \gamma_5(\epsilon_\mu K^\mu \not K - \not\epsilon K^2)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

[1] Steht i für den Anfangs- und f für den Endzustand des Nukleons, so ist $T_{fi} = \langle f|T|i\rangle = \langle \bar u_{P_2}|T|u_{P_1}\rangle = \langle \pi N|T_\alpha|N'\rangle$ (siehe (2.29)).

[2] Alle anderen pseudovektoriellen Kombinationen lassen sich auf Linearkombinationen dieser Produkte zurückführen.

Für $K^2 = 0\, GeV^2$ entfallen bei der Photoproduktion M_5 sowie M_6 und die Terme mit $\frac{1}{2}K_\nu$ in M_2. [BDW 67, Ake 67, Den 61, FNW 58, CGLN 57, DoS 78]

2.2.2 Isospinzerlegung

Die komplexen Amplituden $A \in \{A_1, \ldots, A_6\}$ können für die vier physikalischen Produktionskanäle

$$\begin{array}{lclcl} \gamma_{(v)} + p & \rightarrow & p + \pi^0 & \Rightarrow & A^{p\pi^0} \\ \gamma_{(v)} + p & \rightarrow & n + \pi^+ & \Rightarrow & A^{n\pi^+} \\ \gamma_{(v)} + n & \rightarrow & n + \pi^0 & \Rightarrow & A^{n\pi^0} \\ \gamma_{(v)} + n & \rightarrow & p + \pi^- & \Rightarrow & A^{p\pi^-} \end{array} \tag{2.21}$$

gemessen werden, von denen bei Isospinerhaltung aber nur je drei physikalische Amplituden linear unabhängig sind. Die aus diesem Grund durchzuführende Isospinzerlegung der Amplituden A basiert auf der Isospinstruktur der elektromagnetischen Kopplung an das Nukleon, die sich mit $(1+\tau_0)$ aus einem isoskalaren, aber auch nur einem isovektoriellen Anteil zusammensetzt[3], und der der Kopplung des isovektoriellen Pionfeldes Φ_β an das Nukleon, die mit $\tau_\beta \in \{\tau_+, \tau_0, \tau_-\}$ hingegen rein isovektoriell ist. Dies führt zu drei linear unabhängigen Kombinationsmöglichkeiten, die üblicherweise [CGLN 57] hermitesch und antihermitesch gewählt werden

$$\begin{array}{lclclcl} c_+ & = & \frac{1}{2}(\tau_\beta\tau_0 + \tau_0\tau_\beta) & = & \frac{1}{2}\{\tau_\beta, \tau_0\} & = & \delta_{\beta 0} \\ c_- & = & \frac{1}{2}(\tau_\beta\tau_0 - \tau_0\tau_\beta) & = & \frac{1}{2}[\tau_\beta, \tau_0] & & \\ c_0 & = & \tau_\beta & & & & \end{array} \tag{2.22}$$

und somit bei Isospinerhaltung zur vollständigen Isospinzerlegung der Pionproduktionsamplituden

$$A = A^+ c_+ + A^- c_- + A^0 c_0 = A^+ \delta_{\beta 0} + A^- \frac{1}{2}[\tau_\beta, \tau_0] + A^0 \tau_\beta \tag{2.23}$$

mit

$$\begin{array}{lcl} \tau_+ & = & \dfrac{\tau_1 + i\tau_2}{\sqrt{2}} \\ \tau_0 & = & \tau_3 \\ \tau_- & = & \dfrac{\tau_1 - i\tau_2}{\sqrt{2}} \end{array} \tag{2.24}$$

und den Pauli-Matrizen τ_i (siehe Anhang A.1.4). Die isovektoriellen Amplituden A^+, A^- und die isoskalare A^0 sind ferner nach Amplituden zu festem Isospin im Endzustand zerlegbar,

$$A^+ = \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} + 2A_v^{\frac{3}{2}})\,, \quad A^- = \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} - A_v^{\frac{3}{2}}) \quad \text{und} \quad A^0 = A_s^{\frac{1}{2}}\,, \tag{2.25}$$

so dass sich folgendes resultierendes Beziehungsgeflecht der physikalischen Amplituden einerseits

[3]Die Komponenten $\tau_\alpha \in \{\tau_+, \tau_-\}$ tragen erst im Fall der erweiterten elektroschwachen Kopplung bei, wo sie zum Beispiel den β^-- beziehungsweise β^+-Zerfall beschreiben.

$$
\begin{array}{rcccccc}
A^{p\pi^0} & = & (A^+ + A^0) & = & A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} + 2A_v^{\frac{3}{2}}) & = & A_p^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \\
A^{n\pi^+} & = & \sqrt{2}(A^- + A^0) & = & \sqrt{2}[A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} - A_v^{\frac{3}{2}})] & = & \sqrt{2}[A_p^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}A_v^{\frac{3}{2}}] \\
A^{n\pi^0} & = & (A^+ - A^0) & = & -A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} + 2A_v^{\frac{3}{2}}) & = & -A_n^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \\
A^{p\pi^-} & = & -\sqrt{2}(A^- - A^0) & = & \sqrt{2}[A_s^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}(A_v^{\frac{1}{2}} - A_v^{\frac{3}{2}})] & = & \sqrt{2}[A_n^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}A_v^{\frac{3}{2}}]
\end{array}
\tag{2.26}
$$

mit den häufig genutzten Zusammenfassungen

$$
A_p^{\frac{1}{2}} = A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}A_v^{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad A_n^{\frac{1}{2}} = A_s^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}A_v^{\frac{1}{2}} \tag{2.27}
$$

der Isospin-$\frac{1}{2}$-Produktionsamplituden am Proton beziehungsweise Neutron und der Amplituden zu festem Isospin andererseits

$$
\begin{array}{rcccccc}
A_v^{\frac{3}{2}} & = & A^+ - A^- & = & A^{p\pi^0} - \frac{1}{\sqrt{2}}A^{n\pi^+} & = & A^{n\pi^0} + \frac{1}{\sqrt{2}}A^{p\pi^-} \\
A_v^{\frac{1}{2}} & = & A^+ + 2A^- & = & A^{p\pi^0} + \frac{1}{\sqrt{8}}A^{n\pi^+} - \frac{3}{\sqrt{8}}A^{p\pi^-} & = & \sqrt{2}A^{n\pi^+} - \frac{1}{2}A^{p\pi^0} + \frac{3}{2}A^{n\pi^0} \\
A_s^{\frac{1}{2}} & = & A^0 & = & \frac{1}{\sqrt{8}}(A^{n\pi^+} + A^{p\pi^-}) & = & \frac{1}{2}(A^{p\pi^0} - A^{n\pi^0})
\end{array}
\tag{2.28}
$$

ergibt.

[Fer 55, Wat 54, CGLN 57, Den 61, BeD 75, Gre 79, DrT 92]

2.2.3 Invariante Amplituden im Pauli-Raum

Um die Spin- und Drehimpulszustände des Pion-Nukleon- sowie des Photon-Nukleon-Systems aufzudecken, sind unter Aufgabe der Lorentz-Invarianz die Amplituden A_i und die Matrizen M_i aus dem Dirac-Raum in das Schwerpunktsystem des Pauli-Raumes zu transformieren, in dem sie zwischen den vierkomponentigen Dirac-Spinoren u_{P_1}, u_{P_2} entsprechend ausreduziert (siehe Anhang A.1.4) und mit Hilfe der Pauli-Matrizen σ_i bezüglich der zweikomponentigen Pauli-Spinoren χ_1, χ_2 zu den neuen Amplituden $\mathcal{F}_i$ zusammengefasst werden, wobei die z-Achse in Richtung des Photons als Quantisierungsachse zu wählen ist (vergleiche Anhang A.2). So ergibt sich im allgemeineren Fall der Elektroproduktion

$$
T_{fi} = <\bar{u}_{P_2}| \sum_{i=1}^{6} A_i M_i |u_{P_1}> = <\chi_2^+|\mathcal{F}|\chi_1>\,, \tag{2.29}
$$

der die Photoproduktion

$$
T_{fi} = <\bar{u}_{P_2}| \sum_{i=1}^{4} A_i M_i |u_{P_1}> = \frac{4\pi\sqrt{s}}{m} <\chi_2^+|\mathcal{F}|\chi_1> \tag{2.30}
$$

bis auf die [CGLN 57] angepasste Normierung beinhaltet, die vollständige Zerlegung von $\mathcal{F}$ zu

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F} \;=\; & i\vec{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}\,\mathcal{F}_1 + \vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\vec{\sigma}\cdot(\hat{k}\times\vec{\epsilon})\mathcal{F}_2 + i\vec{\sigma}\cdot\hat{k}\,\hat{q}\cdot\vec{\epsilon}\,\mathcal{F}_3 + \\
& i\vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\hat{q}\cdot\vec{\epsilon}\,\mathcal{F}_4 + i\vec{\sigma}\cdot\hat{k}\,\hat{k}\cdot\vec{\epsilon}\,\mathcal{F}_5 + i\vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\hat{k}\cdot\vec{\epsilon}\,\mathcal{F}_6 - \\
& i\vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\epsilon_0\,\mathcal{F}_7 - i\vec{\sigma}\cdot\hat{k}\,\epsilon_0\,\mathcal{F}_8\,.
\end{aligned}
\tag{2.31}
$$

Aufgrund der Nukleonenstromerhaltung (2.16) und der aus ihr folgenden Eichinvarianz der Übergangsmatrix (2.10, 2.18, 2.20), kann ϵ_μ durch $a_\mu = \epsilon_\mu - \lambda K_\mu$ für jedes beliebige λ ersetzt werden. Bei der Coulomb-Eichung wird $\lambda = \frac{\epsilon_0}{k_0}$ gesetzt

$$a_\mu = \epsilon_\mu - (\frac{\epsilon_0}{k_0}) K_\mu \,, \tag{2.32}$$

so dass die zeitartige[4] Komponente von a_μ verschwindet, da

$$a^\mu = \{a_0, \vec{a}\,\} = \{\epsilon_0, \vec{\epsilon}\} - \{\frac{\epsilon_0}{k_0} k_0, \frac{\epsilon_0}{k_0} \vec{k}\,\} = \{0, \vec{\epsilon} - \frac{\epsilon_0}{k_0} \vec{k}\,\} = \{0, \vec{\epsilon} - \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{k}}{k_0^2} \vec{k}\,\} = \{0, \vec{a}\,\} \tag{2.33}$$

gilt, wobei die auf der Leptonenstromerhaltung (2.14)

$$\epsilon_\mu \cdot K^\mu = (\epsilon_0 k_0 - \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}\,) = 0 \tag{2.34}$$

basierende Lorentz-Eichung benutzt wurde. Dies führt zum einen zur Vereinfachung der Übergangsmatrix T_α (2.11)

$$T_\alpha = \epsilon_\mu \cdot J_\alpha^\mu = a_\mu \cdot J_\alpha^\mu = -\vec{a}_\perp \cdot \vec{J}_{\alpha \perp} - a_{||} \cdot J_{\alpha ||} \tag{2.35}$$

und zum anderen durch das Verschwinden von a_0 zum Wegfall der zeitartigen Beiträge $\mathcal{F}_7$ sowie $\mathcal{F}_8$.

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \;&=\; i\vec{\sigma} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_1 + \vec{\sigma} \cdot \hat{q}\, \vec{\sigma} \cdot (\hat{k} \times \vec{a}) \mathcal{F}_2 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{k}\, \hat{q} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_3 + \\ &\quad\; i\vec{\sigma} \cdot \hat{q}\, \hat{q} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_4 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{k}\, \hat{k} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_5 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{q}\, \hat{k} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_6 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Unter der bei der Photoproduktion zusätzlich auftretenden Randbedingung der Transversalität der Photonen (siehe Kap. 2.2.4) folgt aus (2.33)

$$\vec{a} \cdot \vec{k} = \vec{\epsilon} \cdot \vec{k} = 0 \tag{2.37}$$

und somit auch der Wegfall der longitudinalen Beiträge $\mathcal{F}_5$ sowie $\mathcal{F}_6$.

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \;&=\; i\vec{\sigma} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_1 + \vec{\sigma} \cdot \hat{q}\, \vec{\sigma} \cdot (\hat{k} \times \vec{a}) \mathcal{F}_2 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{k}\, \hat{q} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_3 + \\ &\quad\; i\vec{\sigma} \cdot \hat{q}\, \hat{q} \cdot \vec{a}\, \mathcal{F}_4 \end{aligned} \tag{2.38}$$

[BDW 67, Den 61, CGLN 57, AFF 79]

[4] Häufig auch als skalare Komponente bezeichnet.

2.2.4 Drehimpuls- und Paritätsanalyse

Die zu gegebenem Gesamtdrehimpuls J_R und gegebener Parität $^\pi$ erlaubten Multipole der Einfachpionproduktion werden durch die Drehimpuls- und Paritätserhaltung selektiert. Denn koppelt der Spin des Nukleons s_N im Endzustand mit dem Bahndrehimpuls des Pions relativ zum Nukleon l_π zu J_f und im Anfangszustand mit dem Gesamtdrehimpuls des Photons L_γ zu J_i, so muss aufgrund der Drehimpulserhaltung

$$J_f \;=\; |l_\pi \pm \frac{1}{2}| \;=\; J_R \;=\; |L_\gamma \pm \frac{1}{2}| \;=\; J_i \quad \Rightarrow \quad |L_\gamma - l_\pi| \leq 1 \tag{2.39}$$

gelten. Hierbei setzt sich der Gesamtdrehimpuls des Photons L_γ wiederum aus seinem Spin $s_\gamma = 1$ und seinem Bahndrehimpuls relativ zum Nukleon l_γ zusammen. Reelle, masselose Photonen, mit paralleler oder antiparalleler Ausrichtung des Spins entlang ihres Impulses $\hat{k}$ (also $m_z = \pm 1$), ermöglichen nur transversal elektrisch und magnetisch induzierte Übergänge $\mathrm{E}L_\gamma, \mathrm{M}L_\gamma$. Für virtuelle, nicht auf der Massenschale liegende Photonen mit $m_z = 0, \pm 1$ treten überdies longitudinale Coulomb-Übergänge $\mathrm{C}L_\gamma$ für $m_z = 0$ auf. Die Paritätserhaltung führt unter Berücksichtigung der negativen intrinsischen Parität des Pions

$$\begin{array}{rcrcll} \mathrm{C}L_\gamma\,,\ \mathrm{E}L_\gamma & : & (-1)^{L_\gamma} & = & (-1)^{l_\pi+1} & \Rightarrow\ |L_\gamma - l_\pi| = 1 \\ \mathrm{M}L_\gamma & : & (-1)^{L_\gamma+1} & = & (-1)^{l_\pi+1} & \Rightarrow\ L_\gamma = l_\pi \end{array} \tag{2.40}$$

zur weiteren Einschränkung der erlaubten Drehimpulse und so zu den in Tabelle 2.1 zusammengestellten

γN-Multipole	Anfangszustand		angeregter Zustand			Endzustand		πN-Multipole
C, E, M	L_γ^π	s_N^π	J_R^π	N* $l_{2I\,2J}$	Δ	s_N^π	l_π^π	$L_{l\pm}$, $E_{l\pm}$, $M_{l\pm}$
C0	0^+	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$	P_{11}	P_{31}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	L_{1-}
C1, E1	1^-	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^-$	S_{11}	S_{31}	$\frac{1}{2}^+$	0^-	L_{0+}, E_{0+}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^-$	D_{13}	D_{33}	$\frac{1}{2}^+$	2^-	L_{2-}, E_{2-}
M1	1^+	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$	P_{11}	P_{31}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	M_{1-}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$	P_{13}	P_{33}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	M_{1+}
C2, E2	2^+	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$	P_{13}	P_{33}	$\frac{1}{2}^+$	1^+	L_{1+}, E_{1+}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{5}{2}^+$	F_{15}	F_{35}	$\frac{1}{2}^+$	3^+	L_{3-}, E_{3-}
M2	2^-	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^-$	D_{13}	D_{33}	$\frac{1}{2}^+$	2^-	M_{2-}
		$\frac{1}{2}^+$	$\frac{5}{2}^-$	D_{15}	D_{35}	$\frac{1}{2}^+$	2^-	M_{2+}

Tabelle 2.1: Multipolamplituden der Einfachpionproduktion.

Multipolen der niedrigsten elektromagnetischen Anregungen bis $L_\gamma \leq 2$. Die hier bei den angeregten Zwischenzuständen zusätzlich tabellierten N*- und Δ-Resonanzen mit $S, P, D, F, \ldots$ für $l_\pi = 0, 1, 2, 3, \ldots$ sind entsprechend [PDG 94] bezüglich des Gesamtisospins I (siehe Kap. 2.2.2) und des Gesamtdrehimpulses J indiziert, wohingegen die den Endzustand charakterisierenden πN-

Multipole $L_{l\pm}$[5], $E_{l\pm}$ und $M_{l\pm}$ bezüglich des relativen Bahndrehimpulses (l_π kurz l) und seiner Kopplung ($\pm$) mit dem Nukleonenspin zu $J_f = |l_\pi \pm \frac{1}{2}|$ indiziert sind.

[DrT 92, PDG 94]

2.2.5 Multipolentwicklung der CGLN-Amplituden

Die kinematische Abhängigkeit der CGLN-Amplituden $\mathcal{F}_i$ lässt sich im Allgemeinen durch drei skalare, linear unabhängige Größen beschreiben (siehe Anhang A.2), die im Folgenden zu (W, ϑ_π, K^2) gewählt werden und so wieder den spezielleren Fall der Photoproduktion mit $K^2 = 0\,GeV^2$, die nur von zwei Skalaren abhängt, explizit beinhaltet. Die Entwicklung der CGLN-Amplituden nach Legendre-Polynomen $P_l(x)$ (siehe Anhang A.1.5) mit $x = \hat{q}\cdot\hat{k} = \cos\vartheta_\pi$ führt zur Separation der ϑ_π-Winkelabängigkeit. Unter Berücksichtigung der Auswahlregeln für die Multipolamplituden (siehe Kap. 2.2.4) zu vorgegebenem Bahndrehimpuls l des Pions bezüglich des Nukleons und vorgegebener Parität $(-1)^l$ der jeweiligen Legendre-Polynome folgt

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_1(W,\vartheta_\pi,K^2) &= \sum_{l=0}^{\infty}\{[lM_{l+}(W,K^2)+E_{l+}(W,K^2)]P'_{l+1}(x) + \\
&\qquad [(l+1)M_{l-}(W,K^2)+E_{l-}(W,K^2)]P'_{l-1}(x)\} && (2.41)\\
\mathcal{F}_2(W,\vartheta_\pi,K^2) &= \sum_{l=1}^{\infty}\{[(l+1)M_{l+}(W,K^2)+lM_{l-}(W,K^2)]P'_l(x)\} && (2.42)\\
\mathcal{F}_3(W,\vartheta_\pi,K^2) &= \sum_{l=1}^{\infty}\{[E_{l+}(W,K^2)-M_{l+}(W,K^2)]P''_{l+1}(x) + \\
&\qquad [E_{l-}(W,K^2)+M_{l-}(W,K^2)]P''_{l-1}(x)\} && (2.43)\\
\mathcal{F}_4(W,\vartheta_\pi,K^2) &= \sum_{l=2}^{\infty}\{[M_{l+}(W,K^2)-E_{l+}(W,K^2)-M_{l-}(W,K^2)-E_{l-}(W,K^2)]P''_l(x)\} && (2.44)\\
\mathcal{F}_5(W,\vartheta_\pi,K^2) &= \sum_{l=0}^{\infty}\{[(l+1)L_{l+}(W,K^2)]P'_{l+1}(x)-[lL_{l-}(W,K^2)]P'_{l-1}(x)\} && (2.45)\\
\mathcal{F}_6(W,\vartheta_\pi,K^2) &= \sum_{l=1}^{\infty}\{[lL_{l-}(W,K^2)-(l+1)L_{l+}(W,K^2)]P'_l(x)\}\,, && (2.46)
\end{aligned}$$

wobei alle πN-Multipolamplituden $\mathcal{M}_{l\pm}(W,K^2) \in \{L_{l\pm}(W,K^2), E_{l\pm}(W,K^2), M_{l\pm}(W,K^2)\}$ nur noch von der Gesamtenergie im Schwerpunktsystem und dem Quadrat des Viererimpulsübertrages abhängen.

[PeK 57, Den 61, AFF 79]

2.2.6 Fermi-Watson-Theorem

Unterhalb der Zweipionenproduktionsschwelle wird die Streumatrix (siehe auch (2.1, 2.3 und 2.10))

[5] Die skalaren πN-Multipole $S_{l\pm}$ sind aufgrund der Nukleonenstromerhaltung (2.16) über die longitudinalen $L_{l\pm}$ durch $k_0 S_{l\pm} = k L_{l\pm}$ definiert.

$$S = I_{nn} + i(2\pi)^4 \delta^4 (\sum P_i^\mu - \sum P_f^\mu) T \tag{2.47}$$

der elementaren Pionproduktion nur durch die zwei Zustände (γN, πN) aufgespannt. Bei Vernachlässigung der Streuphasen der Compton-Streuung am Nukleon[6] sind die komplexen Phasen $\delta^I_{l\pm}$ der Pionproduktionsamplituden $\mathcal{M}^I_{l\pm}$ zu gegebenem Isospin $I \in \{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$, aufgrund der Unitarität der hermiteschen Streumatrix $SS^+ = S^+S = I_{nn}$ mit $S^+_{ik} = S^*_{ki}$ sowie der Zeitumkehrinvarianz $S_{ik} = S_{ki}$, bis auf ganzzahlige Vielfache von π gleich den entsprechenden Pion-Nukleon-Streuphasen.

$$\mathcal{M}^I_{l\pm}(W, K^2) = |\mathcal{M}^I_{l\pm}(W, K^2)| \, e^{i(\delta^I_{l\pm}(W) + n\pi)} \tag{2.48}$$

Sind die Pion-Nukleon-Streuphasen bekannt [CBC 73, Höh 79, PDG 88], so müssen bei Gültigkeit des Fermi-Watson-Theorems (2.48) nur die Beträge der komplexen Pionproduktionsamplituden $|\mathcal{M}^I_{l\pm}|$ gemessen werden, um die jeweiligen Real-

$$\mathrm{Re}[\mathcal{M}^I_{l\pm}(W, K^2)] = |\mathcal{M}^I_{l\pm}(W, K^2)| \, \cos(\delta^I_{l\pm}(W) + n\pi) \tag{2.49}$$

und Imaginäranteile

$$\mathrm{Im}[\mathcal{M}^I_{l\pm}(W, K^2)] = |\mathcal{M}^I_{l\pm}(W, K^2)| \, \sin(\delta^I_{l\pm}(W) + n\pi) \tag{2.50}$$

vollständig bestimmen zu können (siehe (A.1)).

[Wat 54, Fer 55, ChD 96, CBC 73, Höh 79, PDG 88, DoS 78]

2.2.7 Elementarer Wirkungsquerschnitt

Der unpolarisierte, zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt der Pionphotoproduktion am Nukleon ist im Schwerpunktsystem durch

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|} \cdot \frac{1}{4} \sum_{\varepsilon} \sum_{m_i, m_f} \left| \frac{m}{4\pi\sqrt{s}} T_{fi} \right|^2 = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|} \cdot \frac{1}{4} \sum_{\varepsilon} \sum_{m_i, m_f} \left| <\chi_2^+ | \mathcal{F} | \chi_1> \right|^2 \tag{2.51}$$

gegeben (siehe Kap. 2.2.1 und (2.30)), wobei über die Polarisation des Photons ε sowie den Spin des Nukleons im Anfangszustand m_i zu mitteln und über den Spin des Nukleons im Endzustand m_f zu summieren ist.
Der unpolarisierte, fünffach differentielle Wirkungsquerschnitt der Pionelektroproduktion

$$\frac{d^5\sigma_v}{dk^\diamond_{20} d\Omega^\diamond_e d\Omega_\pi} = \Gamma_v \cdot \frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} \tag{2.52}$$

faktorisiert in der Einphotonaustauschnäherung in einen leptonischen Anteil Γ_v, basierend auf dem Betragsquadrat des Leptonenstromes (2.12) $L_{\mu\nu} = j_\mu j^*_\nu$ sowie des Photonpropagators, und einen hadronischen Anteil $\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi}$, basierend auf dem Betragsquadrat des Nukleonenstromes $W^{\mu\nu} = J^\mu J^{\nu *}$ (siehe Kap. 2.2.1 und (2.29)). Der leptonische Anteil

[6] Die Auswirkungen dieser Näherung, insbesondere auf die E_{1+}-Amplitude, werden in [ChD 96] vertieft.

$$\Gamma_v = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{k_{20}^\diamond}{k_{10}^\diamond} \frac{k_\gamma^\diamond}{-K^2} \frac{1}{1-\varepsilon} \tag{2.53}$$

wird üblicherweise im Laborsystem ausgewertet und als virtueller Photonenfluss bezeichnet, da er als Zahl der virtuellen Photonen der in das Energieintervall $dk_{20}^\diamond$ und in den Raumwinkelbereich $d\Omega_e^\diamond$ gestreuten Elektronen interpretiert werden kann. Hierbei entspricht die äquivalente Photonenergie

$$k_\gamma^\diamond = \frac{s - m^2}{2m} = \frac{W^2 - m^2}{2m} \tag{2.54}$$

der Energie eines reellen Photons im Laborsystem, die dies benötigte, um im Schwerpunktsystem die Gesamtenergie W zu deponieren [Han 63] und

$$\varepsilon = \left(1 + 2\,\frac{|\vec{k}^\diamond|^2}{-K^2}\,\tan^2\frac{\vartheta_e^\diamond}{2}\right)^{-1} \tag{2.55}$$

dem transversalen Polarisationsgrad des virtuellen Photons (A.49). Der hadronische Anteil

$$\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \cdot \frac{1}{4} \sum_\varepsilon \sum_{m_i, m_f} \left|<\chi_2^+|\mathcal{F}|\chi_1>\right|^2 , \tag{2.56}$$

der ebenso wie die äquivalente Photonenergie

$$k_\gamma^* = \frac{m}{W}\,k_\gamma^\diamond = \frac{W^2 - m^2}{2W} \tag{2.57}$$

wieder im Schwerpunktsystem definiert ist, ist somit ein zweifach differentieller Wirkungsquerschnitt für virtuelle Photonen gegebener Energie und Polarisation zur Erzeugung von Pionen. Bei der Mittelung über ε ist zu beachten, dass sich die Zahl der Polarisationsfreiheitsgrade f_ε für virtuelle Photonen im πN-Schwerpunktsystem gegenüber der für reelle Photonen von 2 auf 3 erhöht (siehe Kap. 2.2.4). Jedoch tragen in (2.56) nur 2 Polarisationsfreiheitsgrade bei, weil in der Elektronstreuung üblicherweise über die Polarisation des virtuellen Photons im Breit-System des Elektrons gemittelt wird[7], indem dort $L_{\mu\nu}$ zunächst über den Spin des einlaufenden Elektrons zu mitteln ($f_\varepsilon = 2$) und das virtuelle Photon dann wieder in das πN-Schwerpunktsystem zu transformieren ist.

Letztendlich soll der Wirkungsquerschnitt gemäß

$$\mathcal{F} = \mathcal{L} + i\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{K}} \tag{2.58}$$

noch in spinabhängige $\mathcal{L}$ und spinunabhängige Anteile $\vec{\mathcal{K}}$ zerlegt werden. Dies erscheint zunächst widersprüchlich, da nach (2.31) alle Anteile von $\mathcal{F}$ mindestens einmal den Spin des Nukleons umkehren. Jedoch zerfällt aufgrund der Identität der Pauli-Matrizen [Gre 79]

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{a}\;\vec{\sigma} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \tag{2.59}$$

der doppelte Spinflipprozess

[7] Im Breit-System des Elektrons emittieren relativistische Elektronen rein transversale Photonen ($f_\varepsilon = 2$).

$$\vec{\sigma}\cdot\hat{q}\,\vec{\sigma}\cdot(\hat{k}\times\vec{a}) = \hat{q}\cdot(\hat{k}\times\vec{a}) + i\vec{\sigma}\cdot(\hat{q}\times(\hat{k}\times\vec{a})) \tag{2.60}$$

in einen spinabhängigen und einen spinunabhängigen Anteil. Das doppelte Kreuzprodukt auflösend

$$\hat{q}\times(\hat{k}\times\vec{a}) = \hat{k}\,\hat{q}\cdot\vec{a} - \vec{a}\,\hat{q}\cdot\hat{k} \tag{2.61}$$

folgen

$$\mathcal{L} = \hat{q}\cdot(\hat{k}\times\vec{a})\mathcal{F}_2 \tag{2.62}$$

sowie

$$\vec{\mathcal{K}} = \vec{a}(\mathcal{F}_1 - \cos\vartheta_\pi\ \mathcal{F}_2) + \hat{k}\,\hat{q}\cdot\vec{a}(\mathcal{F}_2+\mathcal{F}_3) + \hat{q}\,\hat{q}\cdot\vec{a}\ \mathcal{F}_4 + \hat{k}\,\hat{k}\cdot\vec{a}\ \mathcal{F}_5 + \hat{q}\,\hat{k}\cdot\vec{a}\ \mathcal{F}_6 \tag{2.63}$$

und somit

$$\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\cdot\frac{1}{4}\sum_\varepsilon\sum_{m_i,m_f}\left|<\chi_2^+|\mathcal{L}+i\vec{\sigma}\cdot\vec{\mathcal{K}}|\chi_1>\right|^2 . \tag{2.64}$$

Die Mittelung über m_i (keine Präparation der Targetpolarisation) und Summation über m_f (keine Messung der Rückstoßpolarisation) führen unter Berücksichtigung der Identität (2.59) und der verschwindenden Spur der Pauli-Matrizen zu

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\cdot\sum_{m_i,m_f}|<m_f|\mathcal{F}|m_i>|^2 &= \frac{1}{2}\cdot\sum_{m_i,m_f}<m_f|\mathcal{F}|m_i>^\star<m_f|\mathcal{F}|m_i> \\
&= \frac{1}{2}\cdot\sum_{m_i,m_f}<m_i|\mathcal{F}^+|m_f><m_f|\mathcal{F}|m_i> \\
&= \frac{1}{2}\cdot\sum_{m_i}<m_i|\mathcal{F}^+\mathcal{F}|m_i>=\frac{1}{2}\,\mathrm{Spur}(\mathcal{F}^+\mathcal{F}) \\
&= \frac{1}{2}\,\mathrm{Spur}(\mathcal{L}^+\mathcal{L}+\mathcal{L}^+i\vec{\sigma}\cdot\vec{\mathcal{K}} - i\vec{\sigma}\cdot\vec{\mathcal{K}}^+\mathcal{L} + \vec{\sigma}\cdot\vec{\mathcal{K}}^+\vec{\sigma}\cdot\vec{\mathcal{K}}) \\
&= |\mathcal{L}|^2 + |\vec{\mathcal{K}}|^2 ,
\end{aligned} \tag{2.65}$$

so dass sich der Wirkungsquerschnitt (2.64), der nur noch über die Polarisation des Photons zu mitteln ist, weiter vereinfacht

$$\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\cdot\frac{1}{2}\sum_\varepsilon(|\mathcal{L}|^2+|\vec{\mathcal{K}}|^2) \tag{2.66}$$

und (2.51) entsprechend

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\cdot\frac{1}{2}\sum_\varepsilon(|\mathcal{L}|^2+|\vec{\mathcal{K}}|^2) \tag{2.67}$$

für die Photoproduktion gilt.

[Ake 67, AFF 79, Han 63, Gre 79]

2.3 Koinzidenzwirkungsquerschnitt der Photoproduktion

Zur vollständigen Beschreibung der photoinduzierten Einfachpionproduktion am Nukleon (siehe Abb. 2.2) werden zu gegebenem Isospin und gegebener Kinematik nur vier komplexe, invariante Amplituden, beziehungsweise vier Beträge und drei relative Phasen der Amplituden, benötigt (siehe Kap. 2.2). In einem vollständigen Experiment [BDS 75] sind folglich sieben unabhängige Messgrößen zu bestimmen.

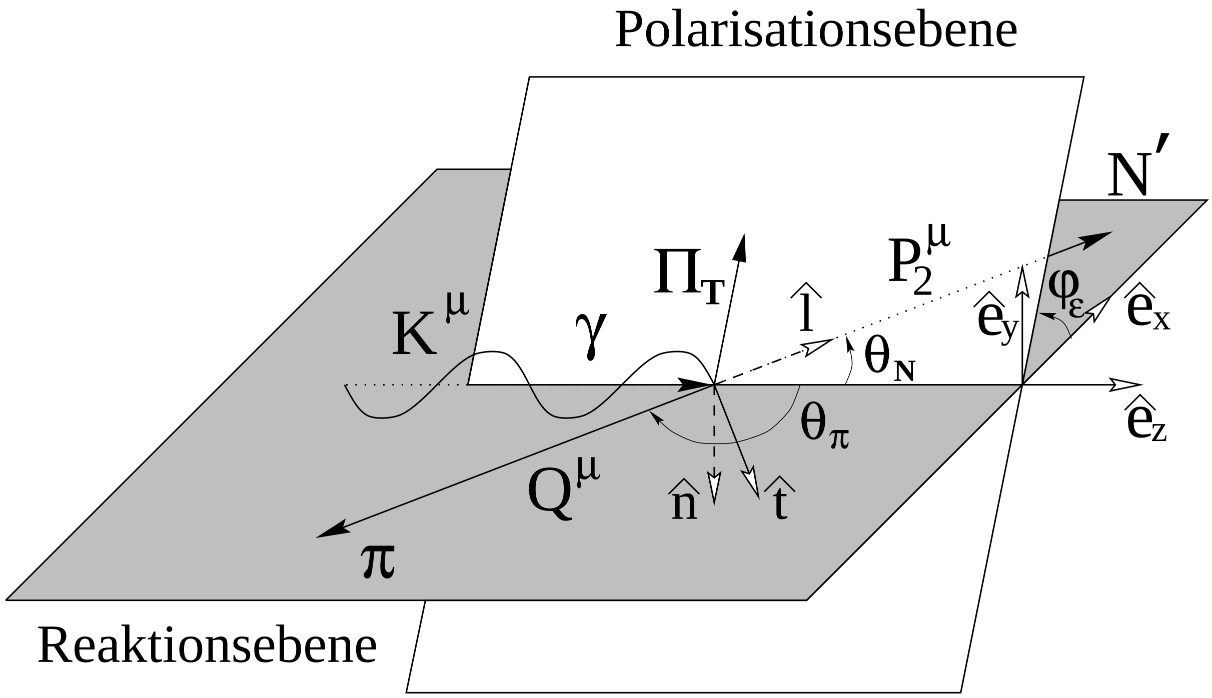


Abbildung 2.2: Kinematische Darstellung der Pionphotoproduktion.

2.3.1 Unpolarisierter Koinzidenzwirkungsquerschnitt

Der zweifach differentielle Koinzidenzwirkungsquerschnitt unpolarisierter, rein transversaler, reeller Photonen

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\, R_T \tag{2.68}$$

legt eine Messgröße fest. Der Zusammenhang zwischen der transversalen Antwortfunktion[8] R_T und den invarianten CGLN-Amplituden wird aus (2.67) in Anhang A.3.1 abgeleitet.

2.3.2 Photonpolarisation

Bei linearer Polarisation der transversalen Photonen entfällt die in (2.67) noch auszuführende Mittelung über ε und mit Hilfe des resultierenden, zweifach differentiellen Wirkungsquerschnittes (siehe

[8]Die Antwortfunktionen R, auch als Response- oder Strukturfunktionen bezeichnet, werden im Allgemeinen mit L und T bezüglich der beitragenden longitudinalen und transversalen Komponenten des Photons indiziert.

Anhang A.3.2)

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\,(R_T + \Pi_T\,R_{TT}\,\cos 2\varphi_\varepsilon) \tag{2.69}$$

lässt sich die über R_T hinausgehende Antwortfunktion zweier interferierender, transversaler Photonkomponenten R_{TT} bestimmen. Hierzu muss neben dem Polarisationsgrad Π_T des in der Polarisationsebene linear polarisierten Photons auch die φ_ε-Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes vermessen werden, wobei φ_ε der Winkel zwischen der Reaktionsebene, in der alle Impulsvektoren der Photoproduktion $(K^\mu, P_1^\mu, Q^\mu, P_2^\mu)$ liegen, und der nun ausgezeichneten Polarisationsebene ist (siehe Abb. 2.2).

2.3.3 Photon- und Target- oder Rückstoßpolarisation

Sowohl die Target- (i) als auch die Rückstoßpolarisation (f) wird im begleitenden Dreibein $(\hat{l}, \hat{n}, \hat{t})$ des Nukleons definiert. Wie in Abbildung 2.2 gezeigt, liegt $\hat{l}$ in Richtung des auslaufenden Nukleons N', $\hat{n} = \hat{k} \times \hat{q}\,/\sin\vartheta_\pi$ steht senkrecht zur Reaktionsebene und $\hat{t} = \hat{n} \times \hat{l}$ liegt wiederum in der Reaktionsebene, aber senkrecht zu $\hat{l}$. Die Komponenten der Nukleonpolarisation $P_\alpha = \hat{\alpha} \cdot \hat{S}_R$ sind somit die im Ruhesystem des Nukleons ausgeführten Projektionen des Spinvektors auf die jeweilige Achse $\alpha \in \{l, n, t\}$ [DrT 92]. Aufgrund der zusätzlichen Polarisationsfreiheitsgrade setzt sich der zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\Big(& [R_T + P_n R_T^n] + \Pi_Z\left[P_l R_{TT'}^l + P_t R_{TT'}^t\right] \\ & + \Pi_T\left[(R_{TT} + P_n R_{TT}^n)\,\cos 2\varphi_\varepsilon - (P_l R_{TT}^l + P_t R_{TT}^t)\,\sin 2\varphi_\varepsilon\right]\Big)\end{aligned} \tag{2.70}$$

nun aus zwölf unterschiedlichen, einzeln bestimmbaren Antwortfunktionen zusammen, die in der Photoproduktion gewöhnlich auf R_T normiert werden, da sich dann die so ergebenden elf Polarisationsobservablen durch entsprechende Asymmetrien darstellen lassen [DoS 78]. Hierzu gehören die Einfachpolarisationsobservablen wie die Strahlasymmetrie (siehe Kap. 2.4.3)

$$\Sigma(W, \vartheta_\pi) = \frac{d^2\sigma_\perp - d^2\sigma_{||}}{d^2\sigma_\perp + d^2\sigma_{||}} = -\frac{R_{TT}}{R_T} \tag{2.71}$$

der beiden zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitte für senkrecht ($\frac{d^2\sigma_\perp}{d\Omega_\pi}$ kurz $d^2\sigma_\perp$) und parallel zur Reaktionsebene ($\frac{d^2\sigma_{||}}{d\Omega_\pi}$ kurz $d^2\sigma_{||}$) linear polarisierte Photonen und die Targetasymmetrie

$$T(W, \vartheta_\pi) = \frac{d^2\sigma_{P_{n_i}=+1} - d^2\sigma_{P_{n_i}=-1}}{d^2\sigma_{P_{n_i}=+1} + d^2\sigma_{P_{n_i}=-1}} = \frac{R_T(n_i)}{R_T} = -\frac{R_{TT}(n_f)}{R_T}\,, \tag{2.72}$$

die bezüglich der Polarisation des Targetnukleons N sowie die Rückstoßasymmetrie

$$P(W, \vartheta_\pi) = \frac{d^2\sigma_{P_{n_f}=+1} - d^2\sigma_{P_{n_f}=-1}}{d^2\sigma_{P_{n_f}=+1} + d^2\sigma_{P_{n_f}=-1}} = \frac{R_T(n_f)}{R_T} = -\frac{R_{TT}(n_i)}{R_T}\,, \tag{2.73}$$

die bezüglich der Polarisation des auslaufenden Nukleons N' jeweils in und entgegengesetzt zur Richtung der Normalen $\hat{n}$ gebildet werden, wobei die Target- und Rückstoßasymmetrie mit den auf R_{TT}^{n} basierenden Doppelpolarisationsobservablen in angegebener Weise zusammenfallen. Die anderen Doppelpolarisationsobservablen der Photon- und Target-

$$\begin{aligned} E(W,\vartheta_\pi) &= -\frac{R_{TT'}(l_i)}{R_T} & \qquad F(W,\vartheta_\pi) &= \frac{R_{TT'}(t_i)}{R_T} \\ G(W,\vartheta_\pi) &= -\frac{R_{TT}(l_i)}{R_T} & \qquad H(W,\vartheta_\pi) &= \frac{R_{TT}(t_i)}{R_T} \end{aligned} \tag{2.74}$$

sowie Photon- und Rückstoßpolarisation

$$\begin{aligned} C^l(W,\vartheta_\pi) &= -\frac{R_{TT'}(l_f)}{R_T} & \qquad C^t(W,\vartheta_\pi) &= -\frac{R_{TT'}(t_f)}{R_T} \\ O^l(W,\vartheta_\pi) &= \frac{R_{TT}(l_f)}{R_T} & \qquad O^t(W,\vartheta_\pi) &= \frac{R_{TT}(t_f)}{R_T} \end{aligned} \tag{2.75}$$

sind ebenso als Asymmetrien definierbar, wie nochmals am Beispiel der für die Drell-Hearn-Gerasimov-Summenregel [Dre 95] relevanten Observablen

$$E(W,\vartheta_\pi) = \frac{d^2\sigma_{\frac{1}{2}} - d^2\sigma_{\frac{3}{2}}}{d^2\sigma_{\frac{1}{2}} + d^2\sigma_{\frac{3}{2}}} \tag{2.76}$$

gezeigt, wo im Anfangszustand die für $\Pi_Z = +1$ rein rechts- und für $\Pi_Z = -1$ rein linkszirkular polarisierten Photonen mit den in longitudinaler Richtung $\hat{l}$ polarisierten Nukleonen N zu den Gesamthelizitäten $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{2}$ koppeln, bezüglich derer die Asymmetrie der Wirkungsquerschnitte gebildet wird.
Die auftretenden Responsefunktionen werden im Anhang A.4 allgemein nach den CGLN-Amplituden $\mathcal{F}_i$ und im Anhang A.5 nach den πN-Multipolen $\mathcal{M}_{l\pm}$ für $l \leq 1$ zerlegt. Bei gleichzeitiger Target- und Rückstoßpolarisation treten vier weitere Doppelpolarisationsobservablen auf, so dass sich die Zahl der Messgrößen auf maximal 16 mögliche Observablen[9] der polarisierten Pionphotoproduktion erhöht [BDS 75, KDT 95], von denen aber nur sieben Messgrößen unabhängig sind.

[BDS 75, DoS 78, DrT 92, KDT 95, Dre 95]

2.4 Wirkungsquerschnitt der Elektroproduktion

In einem vollständigen Experiment zur elektroinduzierten Einfachpionproduktion am Nukleon (siehe Abb. 2.3) erhöht sich die Anzahl der unabhängigen Messgrößen gegenüber der Photoproduktion von sieben auf elf, da nun zu gegebenem Isospin und gegebener Kinematik gemäß Kapitel 2.2 der Wirkungsquerschnitt durch sechs komplexe, invariante Amplituden oder durch sechs Beträge und fünf relative Phasen dieser Amplituden vollständig beschrieben werden kann.

[9] Im Gegensatz zur Elektroproduktion treten in der Photoproduktion bei Dreifachpolarisation, des Photons und des Target- sowie des Rückstoßnukleons, keine neuen Observablen auf.

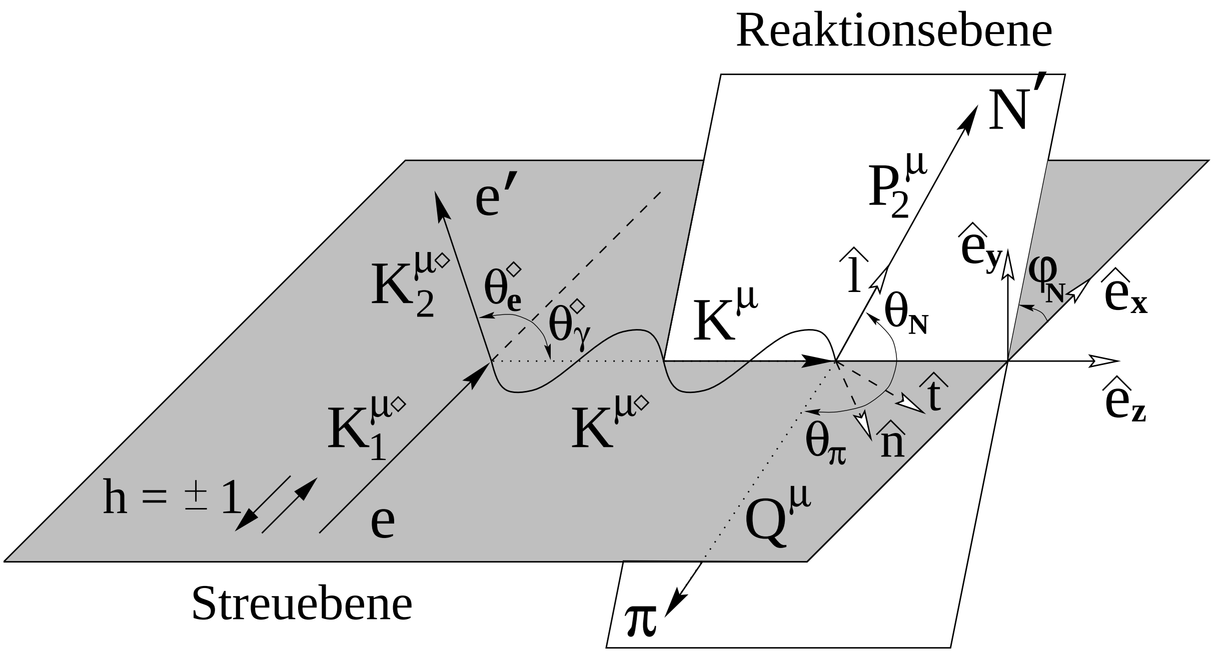


Abbildung 2.3: Kinematische Darstellung der Pionelektroproduktion.

In dem für die Photo- und Elektroproduktion analog gewählten, das Schwerpunktsystem aufspannenden, rechtshändigen Koordinatensystem $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z)$ werden die Impulsvektoren und die Polarisation des Photons beziehungsweise die Komponenten des Leptontensors $L_{\mu\nu}$ sowie die korrespondierenden Komponenten des Hadrontensors $W^{\mu\nu}$ definiert (siehe Anhang A.2 und A.3). Der Einheitsvektor $\hat{e}_z = \hat{k}$ liegt in Richtung des Photons, $\hat{e}_y = \hat{k}_1^\diamond \times \hat{k}_2^\diamond \,/\, \sin\vartheta_e^\diamond$ steht senkrecht zur Streuebene und $\hat{e}_x = \hat{e}_y \times \hat{e}_z$ liegt wiederum in der Streuebene, aber senkrecht zu $\hat{e}_z$ (siehe Abb. 2.3). Wird aufgrund der nicht ausgezeichneten Streuebene das Koordinatensystem der Photoproduktion, wie in Abbildung 2.2 gezeigt, bezüglich der Reaktionsebene aufgebaut, so beschreiben der Winkel zwischen der Polarisations- und der Reaktionsebene φ_ε im Fall der Photoproduktion einerseits sowie der Winkel zwischen der Streu- und der Reaktionsebene $\varphi_\pi = \varphi_N + 180^o$ im Fall der Elektroproduktion andererseits die Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von der Polarisation des Photons in gleicher Weise.

2.4.1 Koinzidenzwirkungsquerschnitt polarisierter Elektronen

Die Zerlegung des zweifach differentiellen Wirkungsquerschnittes der Einfachpionproduktion mittels polarisierter Elektronen der Helizität $h = \pm 1$ (siehe Abb. 2.3)

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \Big(& R_T + \varepsilon_L \, R_L + \sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\, R_{LT}\, \cos\varphi_\pi + \varepsilon\, R_{TT}\, \cos 2\varphi_\pi \\ & + h\,\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,-\,\varepsilon)}\, R_{LT'}\, \sin\varphi_\pi \Big) \end{aligned} \tag{2.77}$$

nach invarianten CGLN-Amplituden $\mathcal{F}_i$ wird in Anhang A.3.3 aus dem elementaren Wirkungsquerschnitt (2.66) ohne Mittelung über die Photonpolarisation im Breit-System des Elektrons, also ohne Mittelung über die Helizität des einlaufenden Elektrons e, hergeleitet. Der Wirkungsquerschnitt setzt sich aus fünf einzeln bestimmbaren Messgrößen[10], der transversalen Responsefunktion R_T und der longitudinalen R_L sowie den Responsefunktionen je zwei interferierender Photonkomponenten R_{LT}, R_{TT} und $R_{LT'}$, zusammen. Neben dem transversalen Polarisationgrad ε (2.55,A.49) des virtuellen Photons treten der longitudinale Polarisationsparameter (A.50)

$$\varepsilon_L = \frac{-K^2}{k_0^2}\, \varepsilon \tag{2.78}$$

sowie die den interferierenden, longitudinalen und transversalen Photonkomponenten entsprechenden Kombinationen $\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}$ (A.51) und $\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,-\,\varepsilon)}$ (A.52) auf.

2.4.2 Unpolarisierter Koinzidenzwirkungsquerschnitt

Wird der exklusive Wirkungsquerschnitt (2.77) über die Helizität h der Elektronen gemittelt, so legt der resultierende Koinzidenzwirkungsquerschnitt

$$\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \left(R_T + \varepsilon_L\, R_L + \sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\, R_{LT}\, \cos\varphi_\pi + \varepsilon\, R_{TT}\, \cos 2\varphi_\pi \right) \tag{2.79}$$

immer noch vier unterschiedliche Messgrößen, nämlich die Responsefunktionen R_T, R_L, R_{LT} und R_{TT}, fest. Gewöhnlich wird er als unpolarisierter Koinzidenzwirkungsquerschnitt bezeichnet, da weder Target- oder Rückstoßpolarisation noch Elektronpolarisation vorliegen. Jedoch sind in Einfachpionproduktionsexperimenten, bei denen das gestreute Elektron e' in Koinzidenz mit dem Nukleon N' und/oder dem Pion π gemessen wird, sowohl die Streuebene und somit die transversale Polarisationsebene des virtuellen Photons als auch die Reaktionsebene eindeutig definiert (siehe Abb. 2.3). Folglich sind die in einem Pionproduktionsexperiment mit linear polarisierten, reellen Photonen bestimmbaren Observablen (siehe Kap. 2.3.2) auch in einem unpolarisierten Koinzidenzexperiment der Pionelektroproduktion ermittelbar.

2.4.3 Verallgemeinerte Strahlasymmetrie der Elektroproduktion

Um die Bedeutung der Photoproduktionspolarisationsobservablen Σ in der Elektroproduktion zu vertiefen, wird zunächst der zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt linear polarisierter, reeller Photonen (2.69) bezüglich des unpolarisierten Wirkungsquerschnittes $\frac{d^2\sigma_u}{d\Omega_\pi}$ (2.68) umgeformt

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\, R_T \left(1 + \Pi_T\, \frac{R_{TT}}{R_T}\, \cos 2\varphi_\varepsilon\right) = \frac{d^2\sigma_u}{d\Omega_\pi}\; (1 - \Pi_T\, \Sigma\, \cos 2\varphi_\varepsilon) \tag{2.80}$$

und die Strahlasymmetrie gemäß (2.71)

$$\Sigma = \frac{d^2\sigma_\perp^m - d^2\sigma_\parallel^m}{d^2\sigma_\perp^m + d^2\sigma_\parallel^m} \tag{2.81}$$

[10]Die Antwortfunktionen R_T, R_L sind aufgrund ihrer ϑ_e°-Abhängigkeit (analog der Rosenbluth-Separation), $R_T + \varepsilon_L\, R_L, R_{LT}, R_{TT}, R_{LT'}$ aufgrund ihrer φ_π-Abhängigkeit und $R_{LT'}$ zusätzlich durch Bildung der Elektronhelizitätsasymmetrie separierbar.

zerlegt, wobei die auf maximale Linearpolarisation, also $\Pi_T = 1$ und $\varphi_\varepsilon = 0$ bei paralleler

$$\frac{d^2\sigma_{\|}^m}{d\Omega_\pi} = \frac{d^2\sigma_u}{d\Omega_\pi}\,(1-\Sigma)\,, \tag{2.82}$$

beziehungsweise $\Pi_T = 1$ und $\varphi_\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ bei senkrechter Polarisation

$$\frac{d^2\sigma_{\perp}^m}{d\Omega_\pi} = \frac{d^2\sigma_u}{d\Omega_\pi}\,(1+\Sigma) \tag{2.83}$$

normierten Wirkungsquerschnitte mit ^{m} markiert werden. Die Mittelung des unpolarisierten Koinzidenzwirkungsquerschnittes der Elektroproduktion (2.79) über φ_π und $\varphi_\pi + \pi$ führt durch Ausklammern des φ_π-unabhängigen Anteils

$$\frac{d^2\sigma_v^{\varphi u}}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\,(R_T + \varepsilon_L\,R_L) \tag{2.84}$$

zu

$$\overline{\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi}} = \frac{d^2\sigma_v^{\varphi u}}{d\Omega_\pi}\,\left(1 + \varepsilon\,\frac{R_{TT}}{R_T + \varepsilon_L\,R_L}\,\cos 2\varphi_\pi\right), \tag{2.85}$$

da

$$\overline{\cos\varphi_\pi} = 0 \qquad \text{und} \qquad \overline{\cos 2\varphi_\pi} = \cos 2\varphi_\pi \tag{2.86}$$

gelten. Im Bereich der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz dominiert die transversale Responsefunktion R_T den φ_π-unabhängigen Wirkungsquerschnitt [Bät 72, Bar 71], so dass $R_T + \varepsilon_L\,R_L$ näherungsweise durch R_T ersetzt werden kann und so aus (2.85) die der Photoproduktion entsprechenden Wirkungsquerschnitte

$$\overline{\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi}} \approx \frac{d^2\sigma_v^{\varphi u}}{d\Omega_\pi}\,\left(1 - \varepsilon\,\Sigma\,\cos 2\varphi_\pi\right) \tag{2.87}$$

sowie

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{v\perp}^m}{d\Omega_\pi} &\approx \frac{d^2\sigma_v^{\varphi u}}{d\Omega_\pi}\,(1+\Sigma) \approx \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\,(R_T - R_{TT}) \\ \frac{d^2\sigma_{v\|}^m}{d\Omega_\pi} &\approx \frac{d^2\sigma_v^{\varphi u}}{d\Omega_\pi}\,(1-\Sigma) \approx \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\,(R_T + R_{TT}) \end{aligned} \tag{2.88}$$

folgen. Falls $\frac{d^2\sigma_v^{\varphi u}}{d\Omega_\pi}$ (2.84) zu verschiedenen Elektronstreuwinkeln $\vartheta_e^\diamond$ bei sonst gleicher Kinematik (W, ϑ_π, K^2) bekannt ist, lässt sich R_T von $\varepsilon_L\,R_L$ separieren und die Strahlasymmetrie der Photoproduktion $\Sigma(W, \vartheta_\pi)$ näherungsfrei auf die in Abhängigkeit vom Viererimpulsübertrag bestimmbare Strahlasymmetrie der Elektroproduktion $\Sigma(W, \vartheta_\pi, K^2)$ erweitern.

2.4.4 Unpolarisierter Einarmwirkungsquerschnitt

Während der unpolarisierte Koinzidenzwirkungsquerschnitt noch auf die Responsefunktionen R_{LT}, R_{TT} ebenso wie auf die relativen Phasen der interferierenden Multipolamplituden empfindlich ist, tragen zum Einarmwirkungsquerschnitt

$$\iint \frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} d\Omega_\pi \;=\; \iint \frac{|\vec{q}\,|}{k^*_\gamma} \left(R_T + \varepsilon_L\, R_L\right) d\Omega_\pi \;=\; \sigma_T + \varepsilon_L\, \sigma_L \tag{2.89}$$

nur die über φ_π und $\cos\vartheta_\pi$ integrierten Responsefunktionen R_L, R_T und von denen auch nur die inkohärent summierten Einzelamplituden bei (siehe Anhang A.6.1). Aus diesem Grund ist der Informationsgehalt der beiden inklusiven Messgrößen σ_T (A.114) und σ_L (A.115) im Vergleich zu dem der exklusiven R_T (A.85) und R_L (A.88) deutlich reduziert.

2.4.5 Elektron- und Target- oder Rückstoßpolarisation

Die Projektionen $P_\alpha = \hat{\alpha} \cdot \hat{S}_R$ der Target- (i) und Rückstoßpolarisation (f) auf die Achsen $\alpha \in \{l, n, t\}$ des das Nukleon begeleitenden Dreibeins (siehe Abb. 2.3) sowie das Dreibein $(\hat{l}, \hat{n}, \hat{t})$ selbst werden wie in der Photoproduktion definiert (siehe Kap. 2.3.3). Jedoch zeigt die allgemeine Zerlegung der Responsefunktionen nach invarianten CGLN-Amplituden $\mathcal{F}_i$ (siehe Anhang A.4), dass durch den zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitt der Einfachpionproduktion

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{k^*_\gamma} \Big(& [R_T + P_n R_T^n] + \varepsilon_L\, [R_L + P_n R_L^n] \\
& + \sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\, \Big[(R_{LT} + P_n R_{LT}^n)\, \cos\varphi_\pi + (P_l R_{LT}^l + P_t R_{LT}^t)\, \sin\varphi_\pi \Big] \\
& + \varepsilon \Big[(R_{TT} + P_n R_{TT}^n)\, \cos 2\varphi_\pi + (P_l R_{TT}^l + P_t R_{TT}^t)\, \sin 2\varphi_\pi \Big] \\
& + h \sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,-\,\varepsilon)}\, \Big[(R_{LT'} + P_n R_{LT'}^n)\, \sin\varphi_\pi + (P_l R_{LT'}^l + P_t R_{LT'}^t)\, \cos\varphi_\pi \Big] \\
& + h \sqrt{(1\,-\,\varepsilon^2)}\, \Big[P_l R_{TT'}^l + P_t R_{TT'}^t \Big] \Big) \,,
\end{aligned} \tag{2.90}$$

der ohne weitere Indizierung sowohl den Fall der Elektron- und Targetpolarisation (i) als auch den der Elektron- und Rückstoßpolarisation (f) beschreibt, 26 unterschiedliche Antwortfunktionen einzeln zugänglich werden. Bei gleichzeitiger Rückstoß- und Targetpolarisation erhöht sich die Zahl der unterschiedlichen Messgrößen auf 34 und bei voller Dreifachpolarisation auf die maximale Anzahl von 36 [KDT 95]. Da aber zur vollständigen sowie eindeutigen Beschreibung der Einfachpionproduktion nur elf unabhängige Messgrößen benötigt werden, liegt es in den Händen des Experimentators eine geschickte Auswahl zu treffen.

[DrT 92, KDT 95]

2.4.6 Polarisierter Einarmwirkungsquerschnitt

Zum polarisierten Einarmwirkungsquerschnitt trägt nur der Freiheitsgrad der Targetpolarisation bei, da das auslaufende Nukleon N' namensgemäß nicht vermessen wird, so dass der inklusive polarisierte Wirkungsquerschnitt sich aus dem exklusiven (2.90) bei Vernachlässigung der Rückstoßpolarisation und durch Integration über $d\Omega_\pi$ zu

$$\begin{aligned}\iint \frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} d\Omega_\pi &= \iint \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \left([R_T + P_{n_i} R_T^{n_i}] + \varepsilon_L \, [R_L + P_{n_i} R_L^{n_i}] \right) d\Omega_\pi \\ &= [\sigma_T + P_{n_i} \sigma_T^{n_i}] + \varepsilon_L \, [\sigma_L + P_{n_i} \sigma_L^{n_i}]\end{aligned} \tag{2.91}$$

ergibt. Jedoch ist wie in Kapitel 2.4.4 die Aussagekraft der vier unterschiedlichen Messgrößen $\sigma_T, \sigma_L, \sigma_T^{n_i}, \sigma_L^{n_i}$ gegenüber der der Responsefunktionen $R_T, R_L, R_T^{n_i}, R_L^{n_i}$ entsprechend gemindert.

3. Modelle der N $\rightarrow \Delta$ - Anregung

3.1 Dynamische Modelle

Um die pionischen Beiträge zu den N $\rightarrow$ Δ - Übergangsformfaktoren zu studieren, sind neuere nichtrelativistische, dynamische Modelle (NRDM) so aufgebaut, dass sie nicht mehr nur die Pion-Nukleon-Dynamik sondern alle möglichen Wechselwirkungen zwischen Photon, Pion, Nukleon und Δ in einem einheitlichen, unitären, das Watson-Theorem (siehe Kap. 2.2.6 und [Wat 54, ChD 96]) berücksichtigenden Ansatz beschreiben [TaO 85, Yan 85, ChD 89-94]. Die Nukleonen und Δs bestehen aus einem im Gegensatz zu den *Cloudy-Bag*-Modellen (siehe Kap. 3.2) nicht mehr weiter aufgelösten Kern, dem *bare* Nukleon beziehungsweise dem *bare* Δ, der von einer Pionenwolke umgeben ist. Die im Bereich der $\Delta(1232)$ zunächst nichtresonant angeregten Pionen (Born-Graphen) übernehmen bei resonanter Rückstreuung aufgrund der Unitarität die resonante Phase und führen, da sie nun auf oder nahe der Massenschale sitzen, im Wesentlichen zu langreichweitigen Beiträgen zu den N $\rightarrow \Delta$ - Übergangsformfaktoren. Tanabe und Ohta bestimmen so das E2/M1-Verhältnis des nackten N $\rightarrow \Delta$ - Überganges am Photonenpunkt ($K^2 = 0\,GeV^2$), in dem sie ihr Modell sowohl an die Photoproduktions- als auch an die Pionstreudaten anpassen und die pionischen Beiträge abziehen [TaO 85]. Christillin und Dillon zeigen überdies die unterschiedliche Entwicklung der N $\rightarrow \Delta$ - Übergangsformfaktoren von der Pseudoschwelle ($|\vec{k}| = 0$), wo aufgrund des Siegert-Theorems [Sie 37, EiG 70] im Langwellenlimes der transversal elektrische und der Coulomb-Übergangsformfaktor zusammenfallen, bis hin zum Photonenpunkt [ChD 89-94]. In ihrem Modell wird die Größe und Phase der transversalen Quadrupolübergangsamplitude jedoch bereits durch rein pionische Beiträge beschrieben [ChD 96, ChD 89-94], so dass die nackten Resonanzbeiträge vernachlässigt werden können. Zu dem gleichen Ergebnis kommen bei relativistischer Behandlung (RDM) des um ρ- und ω-Austausch erweiterten dynamischen Modells auch Sato und Lee [SaL 96]. Dagegen erzeugt das kovariant formulierte RDM, in das zusätzlich die sich wesentlich im Isospin-$\frac{1}{2}$-Kanal auswirkende Roper $P_{11}(1440)$- sowie die große D-Wellenbeimischungen verursachende $D_{13}(1520)$-Resonanz inkorporiert sind, sogar positive E2/M1-Beiträge beim Übergang vom nackten zum angezogenen Δ (siehe Tab. 3.1 und [SuG 96]).

[Sie 37, Wat 54, EiG 70, TaO 85, Yan 85, ChD 89-94, ChD 96, SaL 96, SuG 96]

E2/M1	Referenz	Modell	Bemerkungen
$+(3.7\,\% \pm 0.4\,\%)$	[TaO 85]	NRDM	phenom. Wechselwirkung, *bare* Δ
$-7.9\,\%$	[Yan 85]	NRDM	phenom. $\hat{\mathrm{H}}$, γN- und πN-Reaktionen
$+1.4\,\% - i5.7\,\%$	[Kum 88]	NRDM	komplex (Re,Im), $k_0 = \lvert\vec{k}\rvert = 400\,MeV$
$0.0\,\% - i7.4\,\%$			$k_0 = \lvert\vec{k}\rvert = 340\,MeV$, nur C2/M1
$-3.8\,\% - i8.6\,\%$			$k_0 = \lvert\vec{k}\rvert = 275\,MeV$, (PB)
$-(2.5\,\% \pm 0.5\,\%)$	[ChD 96]	NRDM	pionischer Beitrag (<u>PB</u>)
$-(4.2\,\% \pm 0.5\,\%)$	[ChD 89-94]		C2/M1 $\neq$ E2/M1, Siegert-Theorem (<u>ST</u>)
$-3.1\,\%$	[NBL 90]	RDM	πN-CBM-$\hat{\mathrm{H}}$, Lippmann-Schwinger (<u>LS</u>)
$-(3.1\,\% \pm 1.3\,\%)$	[BNM 93]	RDM	nacktes (<u>*bare*</u>) Δ, nach [NBL 90]
$-1.5\,\%$	[SuG 96]	RDM	*bare* Δ, kovariant, Bethe-Salpeter (<u>BS</u>)
$-0.63\,\%$			*dressed* Δ, Resonanz-Modell
$(0.0\,\% \pm 1.3\,\%)$	[SaL 96]	RDM	*bare* Δ, effektiver Hamilton (<u>E$\hat{\mathrm{H}}$</u>)
$-(1.8\,\% \pm 0.9\,\%)$			*dressed* Δ, Rarita-Schwinger (<u>RS</u>)
$-0.92\,\%$	[KäE 83]	CBM	πq-Wechselwirkung auch im *Bag*
$-1.8\,\%$	[BDT 88]	CBM	Pseudovektorkopplung (<u>PV</u>), (ST)
$-1.6\,\%$			Pseudoskalarkopplung (<u>PS</u>), (ST)
$-(0.0315\,\% \pm 0.0025\,\%)$	[LTW 97]	CBM	(RSK), *Bag*-Radius $R = 0.85 \pm 0.05\,fm$
$-i(0.0079\,\% \pm 0.0003\,\%)$			(ohne (RSK) Re $-0.002\,\%$, Im $-0.0003\,\%$)
$-1.8\,\%$	[FGS 96]	LSM	Lineares-σ-Modell (<u>LSM</u>), (RSK), (NTS)
$-2.3\,\%$			C2/M1
$-1.9\,\%$	[FGS 96]	LSM	plus farbdielektrisches Feld (<u>CDM</u>)
$-2.5\,\%$			C2/M1
$-2.28\,\%$	[WCG 95-96]	NJL	SU(2_f), nichttopologische Solitonen (<u>NTS</u>)
$5\,\%$	[AdN 83-85]	Skyrme	in SU(2_f) über Zerfallsbreiten
$-(3.1\,\% \pm 0.5\,\%)$	[WiW 87]	Skyrme	erweiterter Skyrme-Ansatz, (ST)
$-(4.2\,\% \pm 0.7\,\%)$			mit *soft pion*-Korrekturen
$-(3.4\,\% \pm 0.3\,\%)$	[AWR 96]	Skyrme	kollektiver SU(3_f)-Zugang
$-(2.5\,\% \pm 0.2\,\%)$			reskaliert mit $\mu_p^{skyrme}/\mu_p^{exp}$
$-2.3\,\%$	[WaH 97]	Skyrme	Rückstoßkorrektur (<u>RSK</u>), Vektormesonen
$-2.7\,\%$			C2/M1
$-2.6\,\%$	[Hab 97]	Skyrme	starrer (*rigid*) Rotator (<u>RRA</u>), SU(3_f)
$-(2.07\,\% \pm 0.17\,\%)$			langsamer (*slow*) Rotator (<u>SRA</u>)
$(5.8\,\% \pm 2.7\,\%)$	[BSS 93]	HBχPT	betragsmäßig
$(3.5\,\% \pm 2.0\,\%)$			Realteil, betragsmäßig
$(4.5\,\% \pm 2.0\,\%)$			Imaginärteil, betragsmäßig

Tabelle 3.1: Relative Stärke der transversalen und longitudinalen Quadrupolanregungen der $\Delta(1232)$ für $K^2 = 0\,GeV^2$ in Modellen mit mesonischen Freiheitsgraden.

3.2 MIT- und Cloudy-Bag-Modelle

In der einfachsten, aber dennoch Lorentz-invarianten Form des MIT-*Bag*-Modells [Cho 74] bewegen sich drei masselose Quarks, der Sorten *up* und *down*, frei in einer sphärischen Kavität, dem *Bag*. Durch den zunächst einzigen freien Modellparameter B, der die Stärke der konstanten, positiven, potentiellen Energiedichte im Inneren des *Bags* festlegt, wird der äußere Druck des Vakuums durch den inneren Druck der Quarks auf die *Bag*-Oberfläche ausbalanciert. Die Massen des Nukleons und des Δs sind jedoch entartet und liegen für einen hier typischen *Bag*-Radius R von $1.2\,fm$ bei ungefähr $1.1\,GeV$. Werden farbmagnetische Austauschkräfte zwischen den Quarks zugelassen, so lässt sich die Entartung auf Kosten eines weiteren Modellparameters, der Quark-Gluon-Kopplungskonstanten α_{qg}, aufheben. Wird letztlich das *Strange*-Quark als dritte Quarksorte (*Flavor*) eingefügt und seine Masse m_s angepasst, so lassen sich die statischen Eigenschaften der leichten Hadronen in einem nun SU(3)-*Color*- und -*Flavor*-symmetrischen MIT-*Bag*-Modell [DeG 75] bemerkenswert gut reproduzieren und dies obwohl die chirale Symmetrie gebrochen und pionische Freiheitsgrade unterdrückt sind.

Das *Cloudy-Bag*-Modell (CBM) [Tho 80-84, Cho 75, BrR 79] sorgt durch die Einführung elementarer, perturbativer Pionenfelder (für $r \geq R$), die nur an der Oberfläche des *Bags* pseudoskalar an die Quarks (mit $r \leq R$) koppeln, für die Restaurierung der chiralen Symmetrie beziehungsweise des teilweise erhaltenen Axialvektorstromes, PCAC. Kälbermann und Eisenberg [KäE 83], die erstmals den photoinduzierten $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Übergang in einem *Cloudy-Bag*-Modell berechneten, erlauben das Eindringen der Pionen in das *Bag*, wo sie pseudovektoriell an die Quarks koppeln und so der dort stattfindende Einpionaustausch zwischen den Quarks zu zusätzlichen Tensorkräften und D-Wellenbeimischungen führt. Ein direkter Vergleich der Ergebnisse bei pseudoskalarer Oberflächen- und bei pseudovektorieller Volumenkopplung [BDT 88] zeigt, dass die prinzipiell gleichberechtigten Kopplungsarten aufgrund praktischer Beschränkungen der beitragenden Konfigurationsbeimischungen im Hilbert-Raum in Abhängigkeit der zu untersuchenden Observablen unterschiedlich schnell konvergieren. Insbesondere bei der Berechnung der auf unterschiedliche Modelle sehr sensitiven Quadrupolbeimischung zum $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Übergang zeigt sich ferner, dass für beide Kopplungsarten das Strommatrixelement E2 aufgrund starker, sich gegenseitig aufhebender Beiträge nicht konvergiert und zu willkürlichen Ergebnissen führt, wohingegen das Ladungsmatrixelement C2 gut konvergiert und stabile Ergebnisse liefert. Da hier wie auch in vielen Konstituenten-Quark-Modellen der Fehler bei der Gleichsetzung des elektrischen und des Coulomb-Formfaktors, $G_E(K^2) = G_C(K^2)$, unter Anwendung des Siegert-Theorems [Sie 37, EiG 70] bei $|\vec{k}| \geq 340\,MeV$, das nur im Langwellenlimes, also für $|\vec{k}| = 0\,MeV$, exakt gilt, als klein gegenüber der Unsicherheit der Berechnung des elektrischen Strommatrixelementes angenommen wird, muss die Abweichung der Formfaktoren $G_E(K^2)$ und $G_C(K^2)$ voneinander, siehe beispielsweise [ChD 89-94], toleriert werden.

Die bislang vernachlässigten Korrekturen (RSK), der durch Rückstoßeffekte verursachten Schwerpunktsbewegung, reduzieren in einem Galilei-invarianten, nichtrelativistischen Ansatz [LTW 97] die $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Übergangsamplituden um 5 % bis 10 % für $-K^2 \leq 0.5\,GeV^2$. Da jedoch in dem verwendeten

Cloudy-Bag-Modell die Annahme exakter SU(6_{sf})-Symmetrie[1] bei perturbativer, pseudoskalarer Oberflächenkopplung und somit reine N- und Δ-S-Wellengrundzustände eingehen, sind der berechnete, relative Beitrag der Quadrupolübergangsamplitude und folglich erst recht seine Korrektur vernachlässigbar klein.

[Cho 74, DeG 75, Tho 80-84, Cho 75, BrR 79, KäE 83, BDT 88, Sie 37, EiG 70, ChD 89-94, LTW 97]

3.3 Skyrme-Modelle und N_c^{-1}-Entwicklung

Mit Hilfe der Quantenchromodynamik (QCD) als nichtabelsche SU(3_c)-Eichtheorie stark wechselwirkender Quarks und Gluonen lassen sich grundlegende hadronische Eigenschaften wie Massenspektren oder Streu- und Übergangsamplituden nicht berechnen, da im Gegensatz zur abelschen Quantenelektrodynamik (QED) eine störungstheoretische Entwicklung nach $\alpha_s \gg \alpha_{em}$ nicht möglich ist. Die Verallgemeinerung der QCD von einer SU(3_c)- zu einer SU(N_c)-Eichgruppe und die Idee, die Zahl der Farbfreiheitsgrade N_c als Entwicklungsparameter zu nutzen, gehen auf 't Hooft zurück [Hoo 74]. Bei dem Übergang von $\mathrm{N}_c = 3$ nach $\mathrm{N}_c \to \infty$ wird $\alpha_c^2 \cdot N_c$ konstant gehalten, so dass sowohl α_c^2, nun eine mit der Zahl der Farbfreiheitsgrade laufende QCD-Kopplungskonstante, als auch die Wechselwirkungsamplituden entsprechend mit N_c^{-1} skalieren. Die Entwicklung nach N_c unter Beibehaltung des *Confinement* führt für $\mathrm{N}_c \to \infty$ einerseits zu einfachen, stabilen, in niedrigster Ordnung nicht wechselwirkenden, reinen $q\bar{q}$-Mesonen, deren Massen von der Ordnung $\mathcal{O}(1)$ sind, wohingegen die Baryonen andererseits aus N_c Quarks zusammengesetzt sind, die zu einem antisymmetrischen Farbsingulett koppeln und so zu Massen von der Ordnung $\mathcal{O}(N_c)$ führen [Wit 79-83, DGH 94].
Die mesonischen Eigenschaften der QCD für $\mathrm{N}_c \gg 1$, die in diesem Fall in eine effektive Mesonenfeldtheorie übergeht, werden bereits im Rahmen des nichtlinearen σ-Modells [GeL 60, Bha 88] (vergleiche Kap. 3.4) für masselose Pionen durch

$$\mathcal{L} = \frac{f_\pi^2}{4}\,\mathrm{Spur}(\partial_\mu U \partial^\mu U^+) \tag{3.1}$$

bei entsprechendem Potential

$$U = \frac{\sigma + i\vec{\tau}\cdot\vec{\pi}}{f_\pi} \tag{3.2}$$

sowie fester Beziehung zwischen σ und π

$$\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = f_\pi^2 \tag{3.3}$$

beschrieben, doch sind die resultierenden Solitonen[2] sowohl punktförmig als auch energielos und folglich nicht in der Lage baryonische Eigenschaften zu beschreiben. Erst durch den von Skyrme [Sky 62] eingeführten quadratischen Wechselwirkungsterm

[1] SU(6_{sf}) steht für die Spin-*Flavor*-Symmetriegruppe SU(2_s)⊗SU(3_f).

[2] Solitonen sind zeitunabhängige, stabile Energiestrukturen, die sich aufgrund ihrer Selbstwechselwirkung zusammenhalten und als stationäre, topologische Lösungen Lorentz-invarianter Mesonenfeldtheorien auftreten [Alv 86].

$$\mathcal{L} = \frac{f_\pi^2}{4}\,\mathrm{Spur}(\partial_\mu U \partial^\mu U^+) + \frac{1}{32\tilde{\alpha}^2}\,\mathrm{Spur}[U^+\partial_\mu U, U^+\partial_\nu U]^2\,, \tag{3.4}$$

mit der Pionzerfallskonstanten $f_\pi = 93\,MeV$ wie zuvor und einem dimensionslosen Parameter $\tilde{\alpha}$, der in der chiralen Störungstheorie (χPT) zu $\tilde{\alpha} \approx 5.9$ [DGH 94] bestimmt wird[3], treten stabile Lösungen definierter Größe und Energie auf, deren erhaltene topologische Quanten- oder auch Windungszahl der Baryonenzahl entspricht[4] [Wit 79-83]. Diese Skyrmionen sind die einfachsten topologischen Solitonen und die effektive Lagrange-Funktion (3.4) ist der einfachste Niederenergieansatz vierter Ordnung in $\partial_\mu U$ zur Modellierung der QCD für $N_c \gg 1$.

Soll der energetische Gültigkeitsbereich vergrößert und die Beschränkung auf S- und D-Wellen-$\pi\pi$-Streuung aufgehoben werden, müssen kompliziertere $\partial_\mu U$-Beiträge bis zu höheren Ordnungen, wie bei Wirzba und Weise bis zur sechsten Ordnung [WiW 87], der effektiven Lagrange-Funktion hinzugefügt werden.

Andere auf dem Skyrme-Modell basierende Ergänzungen, wie relativistische Rückstoßkorrekturen, die jedoch stark mit der modellabhängigen Solitonmasse variieren, Beimischungen von vektormesonischer Photonkopplung und rotationsinduzierte Solitondeformationen, werden von Walliser und Holzwarth zur konsistenteren Beschreibung der elektromagnetischen $N \to \Delta$ - Übergangsformfaktoren eingeführt [WaH 97].

Zur *Flavor*-Erweiterung des Skyrme-Modells von $SU(2_f)$ auf $SU(3_f)$ gibt es zwei prinzipiell unterschiedliche Ansätze. In dem einen werden Hyperonen als Bindungszustände von Kaonen im $SU(2_f)$-Solitonenfeld (BSA) [CaK 85-88] und in dem anderen als kollektive Anregungen der $SU(2_f)$-Solitonen [AWR 96, Hab 97] angesehen. Im letzteren entstehen durch die starre Rotation (RRA) der Pionenfelder zunächst nicht verschwindende Kaonenfelder und die assoziierten Amplitudenfluktuationen der Solitonenfelder führen zu Zuständen mit hyperonischen Quantenzahlen. Verläuft die kollektive Drehung des Solitons so langsam (SRA), dass die stationäre Lösung für jede *Flavor*-Richtung bestimmbar wird, so liegt bei maximaler *Strange*-Ausrichtung auch ein Soliton vor, dessen Yukawa-artiger Ausläufer seiner Profilfunktion von der Masse des Kaons und nicht mehr von der des Pions abhängt [Hab 97].

[GeL 60, Sky 62, WeZ 71, Hoo 74, WiW 87, Wit 79-83, Alv 86, CaK 85-88, Bha 88, DGH 94, AWR 96, Hab 97]

3.4 Nambu-Jona-Lasinio- und Lineare σ-Modelle

Diese im Übergangsbereich von Konstituenten-Quark- und *Cloudy-Bag*- zu Skyrme-Modellen liegenden Ansätze, bei denen die Baryonenzahl der sonst solitonartigen Lösungen der Feldgleichungen durch die explizit auftretenden Valenzquarks und nicht über die topologische Windungszahl definiert wird, fallen folglich in die Klasse der nichttopologischen Solitonmodelle.

[3] $\tilde{\alpha}$ entspricht somit auch der $\rho\pi\pi$-Kopplungskonstanten, die aus dem $\rho \to \pi\pi$-Zerfall ebenfalls zu $\tilde{\alpha} \approx 5.9$ bestimmt wird.

[4] Unter Berücksichtigung der Wess-Zumino-Kopplung lassen sich auch die Quantenzahlen der auf *Flavor*-$SU(3_f)$-erweiterten QCD-Baryonen beschreiben [WeZ 71, Wit 79-83, DGH 94].

Aufgrund der Feststellung, dass die störungstheoretische Behandlung des Pionenfeldes im *Cloudy-Bag*-Modell umso fragwürdiger erscheint, je kleiner der *Bag*-Radius ($R < 1\,fm$) ist, wird im linearen σ-Modell (LSM) [GeL 60, DGH 94] in einem nichtperturbativen Ansatz die Mesonenwolke durch kohärente Zustände beschrieben [FGS 96]. Die so bei nichtlinearer Wechselwirkung der Quarks mit den skalar-isoskalaren σ-Mesonen einerseits und den pseudoskalar-isovektoriellen Pionen andererseits im LSM resultierenden, chiralen Solitonen lassen sich durch Spin- sowie Isospinprojektionen in physikalische Zustände wie N und Δ überführen (*Hedgehog*-Ansatz [Cho 75, CoB 86, Bha 88]). Die zugehörige Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_{\sigma,\pi} + \mathcal{L}_{qm}\,, \tag{3.5}$$

auf der die Rechnungen von Fiolhais, Golli und Širca beruhen, setzt sich aus Termen der Quarkdynamik

$$\mathcal{L}_q = i\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi\,, \tag{3.6}$$

der Meson-Meson-Wechselwirkung

$$\mathcal{L}_{\sigma,\pi} = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \frac{1}{2}\partial_\mu\vec{\pi}\cdot\partial^\mu\vec{\pi} - U(\sigma^2+\vec{\pi}^2) \tag{3.7}$$

mit dem *Mexican Hat*-Potential $U(\sigma^2+\vec{\pi}^2)$, das nur im LSM auftritt (vergleiche 3.1) und der Quark-Meson-Wechselwirkung

$$\mathcal{L}_{qm} = \alpha_{qm}\bar{\Psi}(\sigma + i\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi})\Psi\,, \tag{3.8}$$

deren P-Wellen-Pion-Quark-Wechselwirkungsanteil die S- und D-Zustände der Quarks mischt, zusammen. In der chromodielektrischen Erweiterung (CDM) dieses Modells wird vollständiges *Confinement* durch ein zusätzliches, skalar-isoskalares, chirales Singulettfeld erreicht, das die Bedeutung des Pionenfeldes herabsetzt und so die Lösung des CDM eher denen der *Cloudy-Bag*-Modelle und die des LSM eher denen der Skyrme-Modelle entsprechen.
Die Lagrange-Funktion des nichtlinearen Nambu-Jona-Lasinio-Modells (NJLM) [NJL 61]

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(-i\gamma^\mu\partial_\mu + m_0 + MU^{\gamma_5})\Psi \tag{3.9}$$

beinhaltet neben der *Current*-Quarkmasse m_0, die die chirale Symmetrie explizit bricht und im chiralen Limes zu Null wird, nur die Dynamik der Quarks und ihre Wechselwirkung mit dem Mesonenfeld[5]

$$MU^{\gamma_5} = \sigma + i\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi} \tag{3.10}$$

unter der Randbedingung

[5] $MU^{\gamma_5} = M(\frac{1+\gamma_5}{2}U + \frac{1-\gamma_5}{2}U^+) = \frac{1+\gamma_5}{2}(\sigma + i\vec{\tau}\cdot\vec{\pi}) + \frac{1-\gamma_5}{2}(\sigma - i\vec{\tau}\cdot\vec{\pi}) = (\sigma + i\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi})$ mit $U = \frac{(\sigma+i\vec{\tau}\cdot\vec{\pi})}{M}$, vergleiche (3.2).

$$\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = M^2\,, \tag{3.11}$$

wobei M die durch dynamische, chirale Symmetriebrechung erzeugte Konstituentenquarkmasse ist, die hier typischerweise zu $M = 420\,MeV$ gewählt wird [WCG 95-96]. Mesonen sind im NJLM $q\bar{q}$-Anregungen und Baryonen nichttopologische Solitonen dreier, durch Mesonenfelder an den polarisierten Dirac-See gebundener Valenzquarks. Jedoch besitzt dieses Modell kein *Confinement* und es ist nicht renormierbar, wobei sich Letzteres durch einen endlichen Abschneideparameter, den ultravioletten *Cut-Off*, kurieren lässt.

[GeL 60, NJL 61, Cho 75, Bha 88, CoB 86, DGH 94, WCG 95-96, FGS 96]

3.5 Konstituenten-Quark-Modelle

Die $\mathrm{N} \to \Delta$ - Quadrupolübergangsamplituden lassen sich im Grenzfall asymptotischer Freiheit[6] der störungstheoretischen QCD, also für $-K^2 \to \infty$, zu $\mathrm{EMR} = \mathrm{E2/M1} = +1$ und $\mathrm{CMR} = \mathrm{C2/M1} = 0$ berechnen [BrL 79-81, Car 86]. Die Nukleonen bestehen dort, wie aus der Hochenergie-Elektron-Proton-Streuung bekannt, neben den drei masselosen Valenzquarks (*Current*-Quarks) aus den sie umgebenden Gluonen und Quark-Antiquark-Paaren (Seequarks), die für kleine Impulsüberträge $-K^2 < 1\,GeV^2$ nicht mehr aufgelöst und so mit den *Current*-Quarks zu den drei effektiven, massiven Konstituentenquarks mit $m_q \simeq \frac{1}{3} m_N$ zusammengefasst werden, deren Bindung und Restwechselwirkungen wiederum durch verschiedenste Potentiale modelliert werden; wobei die Notwendigkeit und relative Stärke zusätzlicher Restwechselwirkungsbeiträge, wie der des geschmacklosen (*flavor*-unabhängigen) Eingluonaustausches, des Einpion- oder allgemeiner des Einmesonaustausches (siehe Tab. 3.2) und der der geschmackvollen (*flavor*-abhängigen) instantoninduzierten Quark-Quark-Wechselwirkung [Hoo 76], noch ungeklärt bleibt. Selbst in den naivsten Konstituenten-Quark-Modellen (CQM), ähnlich wie in den einfachsten MIT-*Bag*-Modellen, werden viele statische Baryoneneigenschaften gut beschrieben, sobald drei Quarks mit den entsprechenden Drehimpuls-, *Flavor*- und Farbquantenzahlen dem *Confinement* unterworfen werden. Doch generelle Bedenken gegenüber den nichtrelativistischen Konstituenten-Quark-Modellen (NRCQM) theoretischerseits[7] [ClL 90] lassen sich durch Abschätzung der Geschwindigkeit $\beta = \frac{v}{c} = \frac{p}{E}$ der auf das Volumen des Nukleons begrenzten, leichten Konstituentenquarks mit $m_q \simeq 313\,MeV$ über die Unschärferelation $\Delta r \Delta pc \geq \hbar c \simeq 197\,MeV\,fm$ nur bestärken, so dass neben den NRCQMs auch solche mit relativis-

[6] Die laufende starke Kopplungskonstante der QCD,

$$\alpha_s(-K^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f)\,ln(-K^2/\Lambda^2)} \cdot \left[1 - \frac{6(153-19n_f)}{(33-2n_f)^2} \frac{ln(ln(-K^2/\Lambda^2))}{ln(-K^2/\Lambda^2)} + \cdots\right] \tag{3.12}$$

mit der Anzahl der Quarksorten n_f und der experimentell angepassten QCD-Massenskala $\Lambda = 234 \pm 26 \pm 50\,MeV$ [DGH 94, PDG 96], wird für große Impulsüberträge $-K$ beziehungsweise kleine Abstände zwischen den Quarks verschwindend klein.

[7] Close und Li: "The nonrelativistic constituent quark model is highly successful phenomenologically, has very little theoretical justification, and as a *true* description of nature must be wrong. Progress in understanding could follow if first we make the model break down in experiment and then learn from the nature of its failure."

E2/M1	Referenz	Modell	Bemerkungen
0.0 %	[BeM 65]	NRCQM	symmetrisches, additives QM
−0.32 %	[GeD 81]	NRCQM	Eingluonaustausch ⇒ (FHW)
−0.4 %	[IKK 80-82]	NRCQM	(FHW)
+(0.4 % ± 0.4 %)	[DeD 84]	NRCQM	Farbelektrische Wechselwirkung (FHW)
−(15.5 % ± 7.5 %)	[DrG 84]	NRCQM	D-Beimischung nach [VBJ 81], (FHW)
−0.69 %	[WeW 86]	NRCQM	Farb-Hyperfein-Wechselwirkung (FHW)
−0.23 %			(FHW) und Einpionaustausch
−0.39 %	[GuK 87]	NRCQM	NRCQM wie [IKK 80-82] mit Pionenwolke
			nach [Tho 80-84] und reskal. $\alpha_{\pi q}$-Koppl.
−0.6 %	[BoM 87]	NRCQM	(FHW) nach [IKK 80-82, GeD 81]
−0.6 %			C2/M1 = E2/M1 (ST)
+0.28 %	[ClL 90]	NRCQM	Gültigkeit im Vergleich zu RCCQM
0.0 %	[BIL 94]	NRCQM	kollektives String-Modell
−5.6 %	[Buc 97]	NRCQM	(FHW), (ZKA), Siegert-Theorem (ST)
−3.5 %	[Buc 97, BHF 97]	NRCQM	(FHW), (ZKA), (ST) im Langwellenlimes
0.0 %	[MBF 97]	NRCQM	Zweikörperaustauschströme (ZKA)
−0.52 %	[GST 87]	RCCQM	rel. γq-Wechselwirkung sonst (NRCQM)
−0.62 %			C2/M1, (FHW)
−1.4 %	[War 90]	RCCQM	relativ. CMS-Dynamik ⇒ (RSK)
−0.21 %	[CaK 90]	RCCQM	NR-Übergangsoperator, (RWF), (FHW)
+0.09 %	[ClL 90]	RCCQM	nichtadditive (RSK)-Beiträge, (FHW)
−0.22 %	[Cap 92]	RCCQM	orthog. Wellenfunktion (OWF)
−0.06 %			[IKK 80-82] mit rel. Hamilton-Op. ($\hat{\mathrm{H}}$)
+0.14 %			*relativized* WF (RWF), (FHW)
−0.2 %	[BDW 87]	RCQM	ohne Tensorkraft, (LKF)
0.0 %	[Eic 88]	RCQM	unabh. Quarks, lin. Potential, Dirac-Glg.
−0.5 %	[Web 91, Web 92]	RCQM	Lichtkegelformalismus (LKF), (RS)
−2.1 %	[Azn 93]	RCQM	*infinite momentum frame* (IMF)
−2.1 %			C2/M1
0.0 %	[CaK 95]	RCQM	*light-front* $\hat{\mathrm{H}}$, (LKF), C2/M1 = E2/M1
−0.2 %	[Kos 96]	RCQM	(LKF) nach [Web 92] ohne (FHW)
−0.9 %			C2/M1
−(0.19 % ± 0.25 %)	[Wag 96]	RCQM	gleiches Ergebnis für (IMF) und (LKF)
−(0.28 % ± 0.14 %)			C2/M1
−3.4 %	[Kei 96-97]	RCQM	kovariantes Quark-Diquark-Modell, (BS)
+2.1 %			C2/M1

Tabelle 3.2: Relative Stärke der transversalen und longitudinalen Quadrupolanregungen der $\Delta(1232)$ für $K^2 = 0\,GeV^2$ in Konstituenten-Quark-Modellen.

tischen Korrekturen (RCCQM) und solche mit vollrelativistischen Ansätzen (RCQM) auftreten. In Analogie zum Schalenmodell der Kerne lässt sich der Hamilton-Operator des NRCQMs der Baryonen

$$H = \sum_{i=1}^{3} H_i^{et} - H^{cms} + \sum_{i<j} H_{ij}^{zt} \tag{3.13}$$

aus einem Einteilchenterm

$$\sum_{i=1}^{3} H_i^{et} = \sum_{i=1}^{3} \left(m_i + \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} \right) , \tag{3.14}$$

der die Massen und die kinetischen Energien der Konstituentenquarks beinhaltet, einem Anteil

$$H^{cms} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{3} \vec{p}_i\right)^2}{2\sum_{i=1}^{3} m_i} = \frac{\vec{p}_{cms}^{\,2}}{2m_B} , \tag{3.15}$$

mit dem in diesem Modell die Schwerpunktsbewegung exakt und einfach abgezogen werden kann sowie einem Zweiteilchenterm

$$\sum_{i<j} H_{ij}^{zt} = \sum_{i<j} V^{conf}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) + \sum_{i<j} V^{rest}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) \tag{3.16}$$

aufbauen, wobei m_i wiederum für die Masse, $\vec{r}_i$ den Ort und $\vec{p}_i$ den Impuls des jeweiligen Quarks stehen. Das *Confinement*-Potential wird in aller Regel, auch wenn es als lineares Quark-Quark-Potential ansetzbar ist, durch ein quadratisches, harmonisches Oszillatorpotential wie

$$V^{conf}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = -a_c \lambda_i \cdot \lambda_j (\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2 \tag{3.17}$$

beschrieben, das die Abhängigkeit von der Stärke des *Confinement* a_c und den Gell-Mannschen Farbmatrizen $\lambda_i \cdot \lambda_j = \sum_{a=1}^{8} \lambda_i^a \lambda_j^a$ widerspiegelt [Buc 97]. Die Unterschiede zwischen den einzelnen NRCQMs bestehen im Wesentlichen in der Modellierung des Restwechselwirkungspotentials

$$V^{rest}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = V^{ega}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) + V^{e\pi a}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) + V^{e\sigma a}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) + \ldots \tag{3.18}$$

sowie der detaillierten Eigenstruktur des Eingluon-, Einpion- und Einsigmaaustausches oder weiterer Restwechselwirkungen wie beispielsweise dem *string*-ähnlichen Potential von Bijker, Iachello und Leviatan [BIL 94], das korrelierte Vibrations- und Rotationsbewegungen zur Bestimmung der Baryonenmassen zulässt. Doch aufgrund der in diesem kollektiven Modellansatz ebenso wie in dem einfachsten harmonischen NRCQM [BeM 65] verlangten SU(6_{sf})-Symmetrie, verschwinden die Quadrupolübergangsamplituden zwischen den sphärischen ($L^\pi = 0^+$)-Zuständen des Nukleons $^2 8_{\frac{1}{2}}[56, 0^+]$ und des Δs $^4 10_{\frac{3}{2}}[56, 0^+]$. Durch die Einführung eines Eingluonaustauschpotentials können zusätzliche farbelektrische (spinunabhängige) und farbmagnetische (spinabhängige) Spin-Bahn- sowie Spin-Spin-Kräfte berücksichtigt werden, wobei der Tensoranteil der farbmagnetischen

Spin-Spin-Wechselwirkung, die auch als Farb-Hyperfein-Wechselwirkung bezeichnet wird, zwar einerseits zu D-Wellenbeimischungen, aber andererseits auch zur Brechung der als erfolgreich geltenden $SU(6_{sf})$-Symmetrie führt. Da in den Konstituenten-Quark-Modellen im Allgemeinen die Helizitätsamplituden[8] $A_{\frac{1}{2}}$ und $A_{\frac{3}{2}}$ im Vergleich zu den experimentell bestimmten betragsmäßig um $\simeq 30\,\%$ zu klein berechnet werden, fügen Guiasu und Koniuk ihrem NRCQM [GuK 87] eine Pionenwolke hinzu, die an die Konstituentenquarks koppelt (siehe auch Kap. 3.2). Jedoch muss zunächst die Pionkopplungskonstante $\alpha_{\pi q}$ um einen Faktor 2 verkleinert werden, um die magnetischen Momente der Nukleonen wieder zu reproduzieren, was aber auch wieder die Helizitätsamplituden auf zu kleine, typische CQM-Werte reduziert.
Bei der folgerichtigen Erweiterung der Konstituenten-Quark-Modelle durch relativistische Korrekturen müssen zunächst weitere Probleme, wie die konsistente Behandlung der Ordnung der relativistischen Korrekturen sowohl des Operators als auch der Wellenfunktionen, die Erhaltung der Orthogonalität der Wellenfunktionen [Cap 92] sowie die kompliziertere Korrektur der Schwerpunktsbewegung, die bei korrekter Transformation des Quarkspins vom Ruhesystem des Rückstoßquarks in das Ruhesystem des Rückstoßbaryons zu nichtadditiven Termen führt [ClL 90, War 90], bearbeitet werden, die bei den vollrelativistischen Konstituenten-Quark-Modellen von vornherein keine Rolle spielen. So weisen Capstick und Karl noch auf die Wichtigkeit der durch die Farb-Hyperfein-Wechselwirkung verursachten Tensorkräfte für die D-Wellenbeimischung und die Berechnung des E2/M1-Verältnisses hin [CaK 90], wohingegen bei konsistenter relativistischer Behandlung auch des Hamilton-Operators farbmagnetische Tensorkräfte für die Bestimmung des EMRs wieder unbedeutend werden [Cap 92] und Cardarelli ferner zeigt, dass in seinem RCQM große E2/M1-Verältnisse von $-3\,\%$ bis $-13\,\%$ für $2\,GeV^2 \leq -K^2 \leq 10\,GeV^2$ selbst bei reinen S-Wellengrundzuständen des Nukleons und Δs resultieren [Car 96]. Die engen Zusammenhänge zwischen den beiden, auf den ersten Blick recht unterschiedlich erscheinenden Ansätzen des *Infinite-Momentum-Frames*[9] (IMF) und des Lichtkegelformalismus[10] (LKF) werden in den Diplomarbeiten von Koster und Wagner [Kos 96, Wag 96] aufgezeigt.

[BeM 65, Hoo 76, BrL 79-81, Car 86, GuK 87, CaK 90, ClL 90, War 90, Cap 92, BIL 94, DGH 94, Car 96, Kos 96, PDG 96, Wag 96, Buc 97]

[8] Über die Helizitätsamplituden liegen sowohl das E2/M1-Verhältnis als auch das $N \rightarrow \Delta$ - Übergangsformfaktorverhältnis

$$EMR = \frac{E2}{M1} = \frac{A_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} A_{\frac{3}{2}}}{A_{\frac{1}{2}} + \sqrt{3} A_{\frac{3}{2}}} = -\frac{A_{\frac{3}{2}}(E2)}{A_{\frac{3}{2}}(M1)} = -\frac{G^{\Delta}_{E2}}{G^{\Delta}_{M1}} \tag{3.19}$$

fest.

[9] Im *Infinite-Momentum-Frame* ist die z-Komponente des Baryonimpulses im Anfangszustand unendlich groß.

[10] Im Lichtkegelformalismus definiert die Lichtfront $z^+ \equiv z^0 + z^3 = 0$ die den Lichtkegel tangierende Hyperfläche, die nur genau einmal von der Weltlinie geschnitten wird.

E2/M1	Referenz	Modell	Bemerkungen
$-(1.5\,\% \pm 0.2\,\%)$	[DMW 86]	ELA	phenom. $\gamma N\Delta$-Wechselwirkung, (PV)
$-4.0\,\%$	[Lag 77-88]	ELA	Blomqvist-Laget-Modell mit rel. Korr.
$-4.0\,\%$			C2/M1, angezogenes (*dressed*) Δ
$-(2.00\,\% \pm 0.67\,\%)$	[DMW 91]	ELA	ω- und ρ-Austausch, (PV), gobaler Fit
$-(1.12\,\% \pm 0.44\,\%)$			auf $W \approx 1230\,MeV$ beschränkter Fit
$-(1.57\,\% \pm 0.72\,\%)$			gemitteltes Ergebnis
$-2.0\,\%$	[DeL 75]	FFP	phenomänologisch, (BWF), (DR)
$-2.5\,\%$			C2/M1
$-2.0\,\%$	[DEK 76]	FFP	phenom., *Constraint-Free*-Formfaktor (CFF)
$-2.5\,\%$			C2/M1
$0.0\,\%$	[Kör 87]	FFP	verallg. Vektor-Dominanz-Modell, (CFF)
$0.0\,\%$			C2/M1
$-1.0\,\%$	[ScW 69-70]	MA	Dispersionsrelation (DR), (WT), (Born)
$-0.5\,\%$	[Geh 70-71]	MA	(DR), Watson-Theorem (WT)
$-2.2\,\%$	[NPS 71-72]	MA	(EUA), (WT), (Born)
$-5\,\%$	[DeL 72-73]	MA	(DR), (BWF), C2/M1
$-(1.1\,\% \pm 0.4\,\%)$	[MeW 74]	MA	(EA), (BWF+Born+Untergrund)
$-4.9\,\%$	[BeD 75]	MA	(EUA), (WT), für $l_\pi > 1$ (DR)
$-2.8\,\%$	[Ger 80]	MA	(DR), Breit-Wigner-Fit (BWF)
$-2.4\,\%$			C2/M1
$-(1.65\,\% \pm 0.75\,\%)$	[ArF 82]	MA	(DR), energieabhängig (EA)
$-1.2\,\%$	[CrM 83]	MA	(DR), (EA), (WT), (BWF+Born) $\chi^2/f = 2.38$
$-1.1\,\%$			energieunabhängig (EUA), $\chi^2/f = 1.41$
$-3.9\,\%$	[WAL 92]	MA	Untergrundmodellierung nach [NBL 90]
$-(1.6\,\% \pm 0.4\,\%)$	[ASW 96]	MA	(EA), (BWF+Untergrund), SM95 $\chi^2/f = 2.35$
$-(1.3\,\% \pm 0.3\,\%)$	[Azn 97]	MA	(DR), (WT), (BWF+Born)
$-(1.07\,\% \pm 0.37\,\%)$	[DaM 90]	MI	(MA), (EUA), am K-Matrixpol, untergrundfrei
$-(1.5\,\% \pm 0.4\,\%)$	[WAL 92]	MI	(MA), (EA), am K-Matrixpol
$+(3\,\% \pm 8\,\%)$	[LDW 92-93]	MI	QCD-Gitterrechnung
$-2.4\,\%$	[HDT 96]	MI	(DR), (WT), $\mathrm{Im}[E_{1+}^{\frac{3}{2}}]/\mathrm{Im}[M_{1+}^{\frac{3}{2}}]$
$-3.5\,\%$			angezogenes (*dressed*) Δ am T-Matrixpol
$-3.5\,\% - i4.6\,\%$			komplex (Re,Im), *dressed* Δ, (EUA), *speed plot*
$-(1.5\,\% \pm 0.4\,\%)$	[PDG 96]	Mittel	[WAL 92, DMW 91, DaM 90, DMW 86, TaO 85]

Tabelle 3.3: Relative Stärke der transversalen und longitudinalen Quadrupolanregungen der $\Delta(1232)$ für $K^2 = 0\,GeV^2$ und zumeist datennahen Parametrisierungen.

3.6 Datennahe Analysen

3.6.1 Effektive Lagrange-Modelle

Der eigentliche Unterschied des ebenfalls unitären und dem Watson-Theorem weitgehend folgenden, effektiven Lagrange-Ansatzes (ELA) im Vergleich zu den dynamischen Modellen ist die Vernachlässigung der durch Pionrückstreuung verursachten Endzustandswechselwirkungen. Ansonsten wird aus allen oder Teilen der folgenden Komponenten: Born-Terme mit pseudovektorieller πN-Kopplung, also inklusive des *Seagull*- beziehungsweise Kontaktterms, ω- und ρ-Austausch im t-Kanal und Δ-Anregung im s- und u-Kanal, eine effektive Lagrange-Funktion aufgebaut. Das Ziel dieses Ansatzes ist einerseits nach Anpassung der benötigten Kopplungskonstanten, insbesondere je einer am γNΔ-Vertex für die E2 sowie die M1 Kopplung, an die experimentellen Daten, wieder eine Trennung von resonanten und nichtresonanten Beiträgen zu den elementaren N $\rightarrow \Delta$ - Übergangsamplituden zu erreichen und andererseits einen möglichst einfachen Ausgangspunkt für Modelle der Pionproduktion an Kernen zu schaffen.

[DMW 86, Lag 77-88, DMW 91]

3.6.2 Formfaktorparametrisierung

Devenish und Lyth passen die Formfaktoren (FFP) der transversalen $E_{l\pm}$, $M_{l\pm}$ und der skalaren Multipole $S_{l\pm}$ unter Berücksichtigung ihres Schwellenverhaltens und der auftretenden Resonanzen in Breit-Wigner-Form den experimentellen Daten an. Mit Hilfe der so gewonnenen Imaginäranteile werden die Realanteile der Amplituden durch die entsprechenden Dispersionsrelationen zu festem t berechnet (siehe Kap. 3.6.3 und [DeL 75]). Bei der randbedingungsfreien Formfaktorparametrisierung (CFFP) werden zunächst die Formfaktoren der bei der Wirkungsquerschnittszerlegung theoretisch hergeleiteten, Lorentz- und eichinvarianten Matrizen (siehe Kap. 2.2.1) angepasst, aus denen dann wieder die Formfaktoren der Multipol- oder Helizitätsamplituden abgeleitet werden können [DEK 76]. Körner parametrisiert ferner den Verlauf der K^2-Abhängigkeit seiner randbedingungsfreien Formfaktoren im Sinne eines verallgemeinerten Vektordominanzmodellansatzes durch vier freie ρ-Massen und normiert die sich aus ihnen zusammensetzenden elektromagnetischen Formfaktoren auf den jeweiligen, experimentell bestimmten Wert bei $K^2 = 0\,GeV^2$ [Kör 87].

[DeL 75, DEK 76, Kör 87]

3.6.3 Multipolanalyse

Die tabellierten Multipolanalysen (MA) der Pionproduktionsdaten beruhen neben der in Kapitel 2 hergeleiteten sowie in Anhang A.4 und A.5 ausgeführten Multipolzerlegung der Wirkungsquerschnitte zumeist auf der Ausnutzung der Dispersionsrelationen der invarianten Amplituden B_i beziehungsweise A_i (siehe Kap. 2.2.1). Solche Dispersionsrelationen zu festem t (DR) [FNW 58, Den 61, BDW 67, ScW 69-70, Geh 70-71] sind Integralgleichungen, die den Realteil in Beziehung zu dem Dispersionsintegral über den Imaginärteil der jeweiligen invarianten Amplituden setzen. Sie basieren auf fundamentalen Voraussetzungen wie der Unitarität der Streumatrix S, der

Kausalität, aus der die Analytizität der ins Komplexe fortgesetzten Streuamplituden folgt, die nur physikalische Singularitäten besitzen, sowie der *Crossing*-Symmetrie. Der Zusammenhang zwischen den invarianten Amplituden A_i im s- und im u-Kanal

$$A_i^{+,0,-}(s,t,u,K^2) = \zeta^{+,0,-}\xi_i A_i^{+,0,-}(u,t,s,K^2)\,, \tag{3.20}$$

mit den isoskalaren A_i^0 und den isovektoriellen Amplituden A_i^+, A_i^- zu festem Isospin (siehe Kap. 2.2.2) sowie $\zeta^+ = \zeta^0 = -\zeta^- = 1$ und $\xi_1 = \xi_2 = -\xi_3 = \xi_4 = -\xi_5 = -\xi_6 = 1$, folgt aus der durch die Ladungskonjugation kreuzweisen Verknüpfung (*crossing*) der beiden Kanäle. Unter Berücksichtigung der Nukleonpole im s-Kanal bei $s = m^2$ wie im u-Kanal bei $u = m^2$ und des Pionpoles im t-Kanal bei $t = m_\pi^2$ ergeben sich die unsubtrahierten Dispersionsrelationen der invarianten Amplituden zu festem t zu

$$\mathrm{Re}[A_i^{+,0,-}(s,t,K^2)] = A_{i,pol}^{+,0,-}(s,t,K^2) + \frac{1}{\pi}\mathcal{P}\!\!\int_{s_0}^{\infty}\left(\frac{1}{s'-s} + \frac{\zeta^{+,0,-}\xi_i}{s'-u}\right)\mathrm{Im}[A_i^{+,0,-}(s',t,K^2)]\,ds'\,. \tag{3.21}$$

Hierbei markiert $\mathcal{P}\!\!\int$ das jeweilige Hauptwertintegral von der Pionproduktionsschwelle $s_0 = (m + m_\pi)^2$ bis ins Unendliche. Aufgrund des in B_1 und B_2 auftretenden Pionpolterms, wobei B_2 nach (2.17) eliminiert wird, konvergiert das entsprechende Dispersionsintegral der geladenen Pionelektroproduktion für A_5 nicht, so dass hier eine einfach subtrahierte Dispersionsrelation angesetzt werden muss, in der die Konvergenz durch Subtraktion einer zu festem t, bezüglich s konstanten, aber von K^2 abhängigen Funktion wiederhergestellt wird [DeL 72-73]. Jedoch konvergieren bereits die unsubtrahierten Dispersionsrelationen (3.21) sowohl in der Pionphotoproduktion, die ja bereits durch die vier Amplituden $A_1, A_2, \ldots A_4$ vollständig definiert ist, als auch in der π^0-Elektroproduktion, zu der der Pionpolterm nicht beiträgt.
In den aufgeführten Multipolanalysen wurden zunächst die in den Dispersionsintegralen benötigten Imaginäranteile einfachheitshalber ausschließlich durch Breit-Wigner-artige Resonanzen beschrieben [DeL 72-73, Ger 80], die dann bei höheren Energien ($W = \sqrt{s} > 2\,GeV$) durch Regge-artige Parametrisierungen erweitert [ArF 82] und unter Beachtung des Watson-Theorems durch Born-Terme ergänzt wurden [CrM 83, Azn 97]. Crawford und Morton haben zusätzlich eine energieunabhängige, durch die energieabhängige dispersionstheoretische Lösung stabilisierte Multipolanalyse durchgeführt, die eine bessere Anpassung an die experimentellen Daten ermöglicht, aber bei der anschließenden Parametrisierung der Resonanzen auch weitere Untergrundterme benötigt [CrM 83]. Jedoch wurden schon früher in stabilen, direkten und energieunabhängigen Multipolanalysen die Phasenverschiebungen $\delta_{l\pm}^I$ ohne Vorgabe ihrer Energieabhängigkeit für jede Energie einzeln bestimmt [BeW 71, NPS 71-72, BeD 75, BeD 78].

[FNW 58, Den 61, BDW 67, ScW 69-70, Geh 70-71, BeW 71, NPS 71-72, DeL 72-73, BeD 75, BeD 78, Ger 80, ArF 82, CrM 83, Azn 97]

3.7 Modellunabhängige Ansätze

Eine modellunabhängige (MI) Bestimmung des E2/M1-Verhältnisses der Pionphotoproduktion am K-Matrixpol [DaM 90] erfolgt unter den Annahmen, dass die Compton-Streuamplituden vernachlässigbar klein gegenüber den Photoproduktionsamplituden sind (wie beim Watson-Theorem in Kap. 2.2.6) und der Kausalität (wie in der Dispersionstheorie Kap. 3.6.3), die hier für die analytische Struktur der K-Matrix sorgt, die ihrerseits mit der Übergangsmatrix T

$$T = K(I_{nn} - iK)^{-1} = K(I_{nn} + iT) \tag{3.22}$$

und so mit der unitären Streumatrix S (2.47) zusammenhängt. Der K-Matrixpol, an dem die Streuphase δ durch 90^o geht (mit $\tan\delta = K_{\pi\pi}$) und der Realteil der Pionphotoproduktionsamplituden verschwindet ($\mathrm{Re}[T_{\gamma\pi}] = 0$), wird im Bereich der $\Delta(1232)$-Resonanz durch eine direkte, energieunabhängige Multipolanalyse der experimentellen Daten bestimmt und liegt bei $W = m_\Delta \simeq 1232\,MeV$. Die Ergebnisse der Analyse für E2 und M1 sind an dieser Stelle folglich rein imaginär [DaM 90] ebenso wie die auf einer energieabhängigen Multipolanalyse basierenden Ergebnisse am K-Matrixpol von Workman, Arndt und Li [WAL 92].

Die bei der Berechnung der Quantenchromodynamik auf dem Gitter auftretenden Ungenauigkeiten sind auf die vierdimensionale Diskretisierung des Raumzeitkontinuums zurückzuführen, so dass die QCD-Gitterrechnungen exakt sein könnten, wenn sowohl der Gitterabstand $a \simeq 0.1\,fm$ beliebig klein, das betrachtete Gittervolumen $L^3 \simeq (2.5\,fm)^3$ beliebig groß und der statistische Fehler beliebig klein wären als auch die zu groß angenommenen, stabile Baryonen verursachenden Quarkmassen mit den *Current*-Quarkmassen übereinstimmen würden. Der große angegebene Fehler des E2/M1-Verhältnisses beruht bei den Gitterrechnungen so im Wesentlichen auf zu geringer verfügbarer Rechnerleistung und Rechenzeit [LDW 92-93].

In der wiederum auf einer energieunabhängigen Multipolanalyse bis $2\,GeV$ sowie einer ω- und ρ-Austauschparametrisierung im t-Kanal ab $2\,GeV$ beruhenden, unsubtrahierten, dispersionstheoretischen Rechnung von Hanstein, Drechsel und Tiator, werden sowohl die Position des T-Matrixpols der $\Delta(1232)$-Resonanz in der Pionphotoproduktion als auch das komplexe E2/M1-Verhältnis an dieser Stelle mit Hilfe der *Speed-Plot*-Technik[11] [Don 73] modellunabhängig zu $W = (1211 - i50)\,MeV$ und EMR$= -3.5\,\% - i4.6\,\%$ bestimmt [HDT 96]. Es sei hier darauf hingewiesen, dass sich die physikalische Zusammensetzung und folglich auch die Bedeutungen der abgetrennten, nichtresonanten Beiträge in den beiden modellunabhängigen Analysen am reellen K-Matrixpol und am komplexen T-Matrixpol voneinander unterscheiden, denn ob beispielsweise nichtresonant produzierte, aber dann resonant rückgestreute Pionen als resonant oder nichtresonant bezeichnet werden und zum *bare* Δ oder *dressed* Δ beitragen, kann nicht frei von individuellen Modellvorstellungen geklärt werden [WWA 96]. Ebenso kann die Frage, was eine Resonanz ist, nicht mehr eindeutig beantwortet werden, sobald die zugrundeliegenden Messgrößen untergrundbehaftet sind [Don 73].

[11]Die Geschwindigkeit $\frac{dT}{dW}$, mit der sich die Amplituden der Übergangsmatrix T in Abhängigkeit der invarianten Masse W ändern, wird als Geschwindigkeits- oder auch *Speed*-Vektor und seine Auftragung in der komplexen Ebene (Argand-Diagramm) als *Speed-Plot* bezeichnet.

E2/M1	Referenz	Modell	Bemerkungen
$-(2.5\,\% \pm 0.2\,\% \pm 0.2\,\%)$	[Bec 97]	EXP	für $p(\vec{\gamma},p)\pi^0$ bei $W = 1232\,MeV$
$-(3.0\,\% \pm 0.3\,\% \,{}^{+0.2\,\%}_{-0.3\,\%})$	[Bla 97]	EXP + ELA	für $p(\vec{\gamma},\pi)$ und $p(\vec{\gamma},\gamma)$ mit [DMW 91]
$-(2.7\,\% \pm 0.3\,\%)$			für $p(\vec{\gamma},\pi^0)$ bei $W = 1232\,MeV$

Tabelle 3.4: Neue experimentelle Photoproduktionsdaten für die relative E2/M1-Stärke der transversalen Quadrupolanregung der $\Delta(1232)$.

[Don 73, DaM 90, WAL 92, LDW 92-93, WWA 96, HDT 96]

3.8 Experimentelle Ergebnisse der Photoproduktion

Die in Mainz an MAMI[12] von Beck et al. gemessenen, zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitte $\frac{d^2\sigma_\parallel}{d\Omega_\pi}$ und $\frac{d^2\sigma_\perp}{d\Omega_\pi}$ (siehe Kap. 2.3) wurden für die Reaktion $p(\vec{\gamma},p)\pi^0$ mit energiemarkierten, linear polarisierten, kohärenten Bremsstrahlungsphotonen im Bereich der $\Delta(1232)$-Resonanz bei Nachweis des auslaufenden Protons in dem zylindersymmetrischen 3.7π-Detektor Daphne bestimmt [Bec 97]. Das auf der Resonanzposition bei $E_\gamma = 340\,MeV$ näherungsweise modellunabhängige Ergebnis

$$\mathrm{EMR} = \frac{\mathrm{Re}[E^*_{1+}M_{1+}]}{|M_{1+}|^2} = \frac{\mathrm{Im}[E^{\frac{3}{2}}_{1+}]}{\mathrm{Im}[M^{\frac{3}{2}}_{1+}]} = \frac{1}{12}\frac{C_\parallel}{A_\parallel} = -2.5\,\% \pm 0.2\,\% \pm 0.2\,\%\,, \tag{3.23}$$

mit je 0.2 % statistischem und systematischem Fehler, lässt sich über das Verhältnis des $\cos^2(\vartheta)$-abhängigen zu dem ϑ-unabhängigen Anteil des Wirkungsquerschnittes $\frac{d^2\sigma_\parallel}{d\Omega_\pi}$ der in der Reaktionsebene linear polarisierten Photonen festlegen (siehe Anhang A.6.2). In Brookhaven an LEGS[13] haben Blanpied et al. die zweifach differentiellen Photonpolarisationsquerschnitte der Reaktionen $p(\vec{\gamma},\pi^0)$, $p(\vec{\gamma},\pi^+)$ und $p(\vec{\gamma},\gamma)$ simultan mit an $2.6\,GeV$-Elektronen zurückgestreuten, energiemarkierten Laserphotonen hoher, linearer Polarisation ($> 80\,\%$) im Photonenenergiebereich $209\,MeV < E_\gamma < 333\,MeV$ unterhalb der $\Delta(1232)$-Resonanz vermessen [Bla 97]. Zur Abtrennung nichtresonanter Beiträge werden die Parameter des effektiven Lagrange-Modells von Davidson, Mukhopadhyay und Wittman [DMW 86] an die neuen differentiellen Wirkungsquerschnitte und Strahlasymmetriedaten in allen drei Reaktionskanälen angepasst, was zu dem Ergebnis

$$\mathrm{EMR} = -3.0\,\% \pm 0.3\,\% \,{}^{+0.2\,\%}_{-0.3\,\%} \tag{3.24}$$

mit dem zusammengefassten systematischen und statistischen Fehler von 0.3 % sowie dem asymmetrischen Modellfehler von +0.2 % und −0.3 % führt.

[Bec 97, Bla 97, DMW 91]

[12] MAinzer MIkrotron.

[13] Laser Elektron Gamma Source.

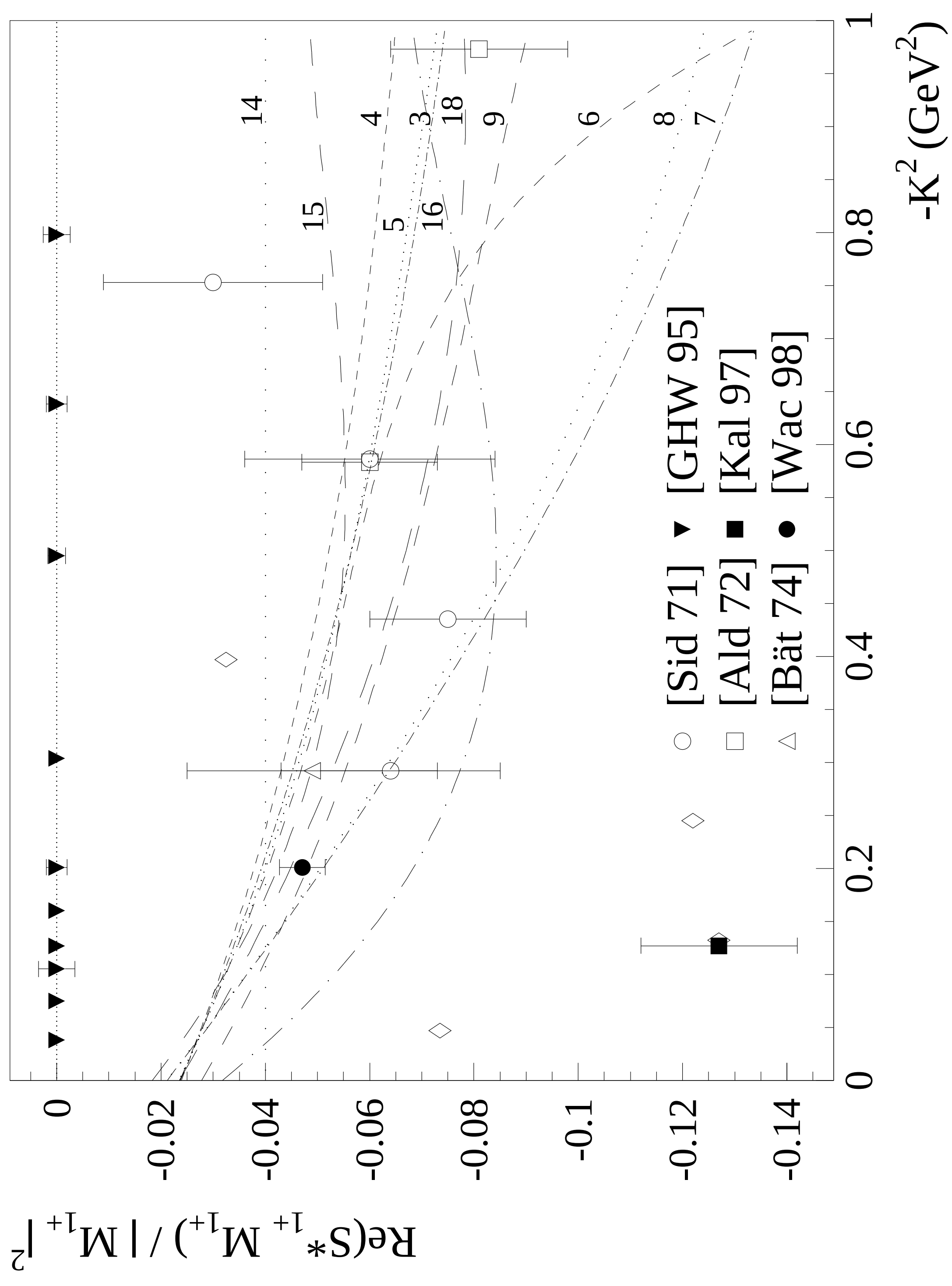


Abbildung 3.1: Modellrechnungen zur $-K^2$-Abhängigkeit des SMR mit $\diamond$: [Cra 71] (MA), 3: [DeL 75] (FFP), 4: [DEK 76] (FFP), 5: [FGS 96] (LSM), 6: [FGS 96] (CDM), 7: [Azn 93] (RCQM), 8: [Azn 93] (RCQM) ohne Beimischung höherer Anregungszustände, 9: [WaH 97] (Skyrme), 14: [Lag 77-88] (ELA), 15: [Kei 96-97] (RCQM) mit positiven Werten $\Rightarrow$ die Kurve muss an der x-Achse gespiegelt werden, 16: [Kei 96-97] (RCQM) mit ebenfalls positiven Werten und ohne skalare Kopplung des axialvektoriellen Diquarks, 18: [Ger 80] (MA) sowie experimentelle Daten: [Sid 71, Ald 72, Bät 74, Kal 97, Wac 98] und der Markierung der in Bonn gemessenen, aber noch nicht analysierten Messungen [GHW 95].

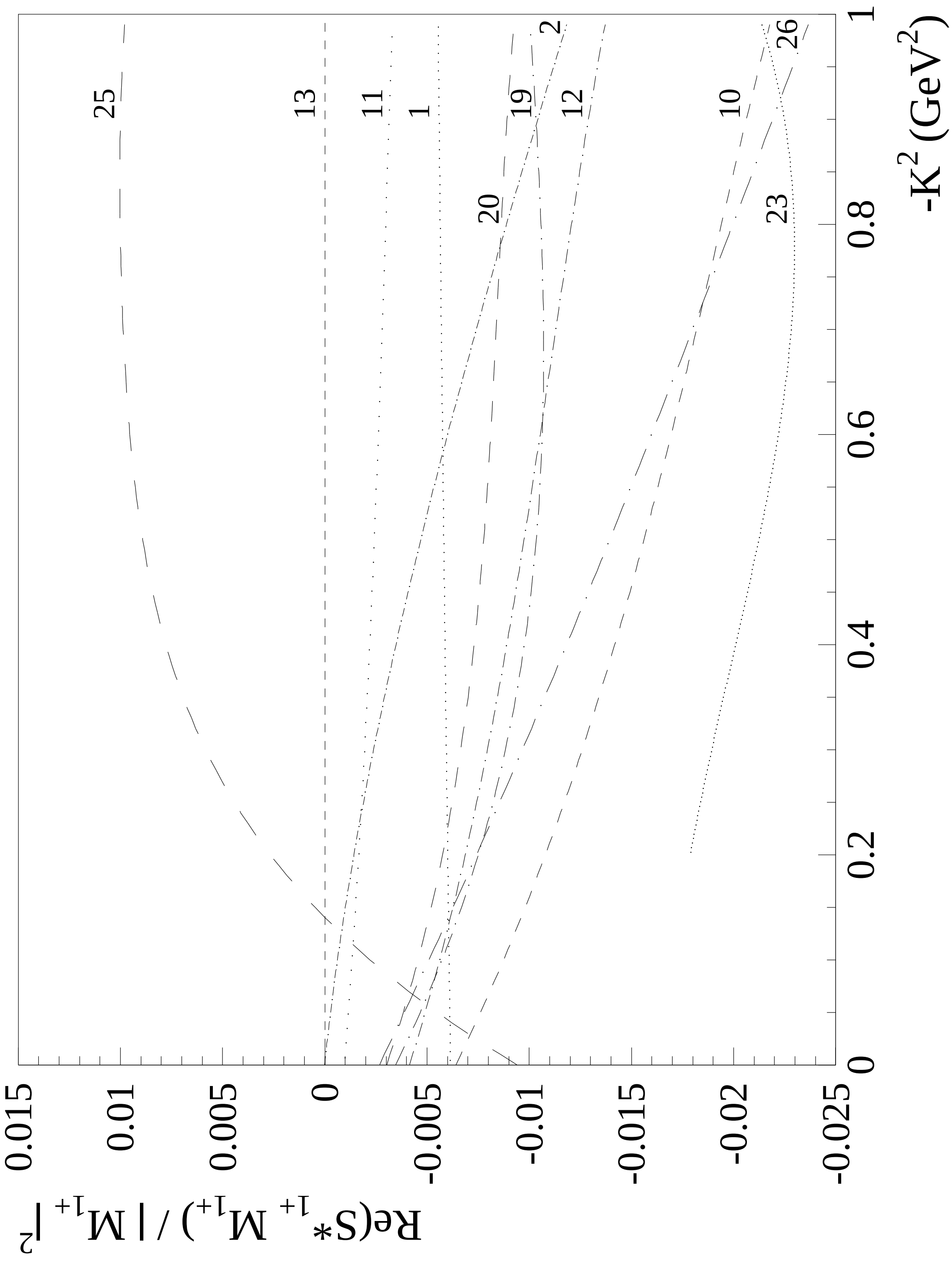


Abbildung 3.2: Modellrechnungen zur $-K^2$-Abhängigkeit des SMR mit 1: [GST 87] (RCCQM), 2: [Kör 87] (FFP), 10: [BoM 87] (NRCQM), 11: [CaK 90] (RCCQM), 12: [IKK 80-82] (NRCQM), 13: [CaK 95] (RCQM), 19: [War 90] (RCCQM), 20: [War 90] (NRCQM), 23: [Web 91] (RCQM), 25: [Kos 96] (RCQM) und 26: [Wag 96] (RCQM).

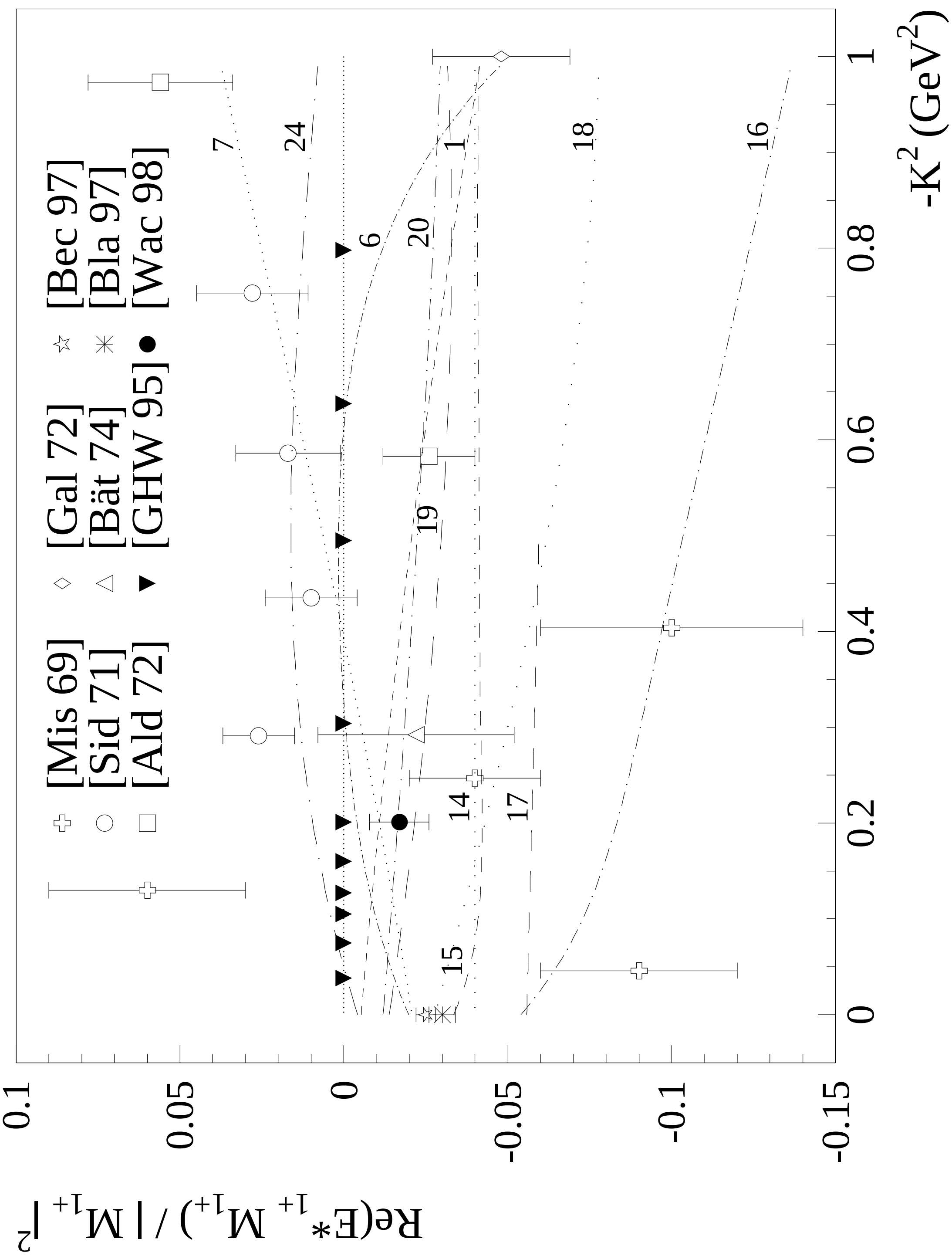


Abbildung 3.3: Modellrechnungen zur $-K^2$-Abhängigkeit des EMR mit 1: [GST 87] (RCCQM), 6: [FGS 96] (CDM), 7: [Azn 93] (RCQM), 14: [Lag 77-88] (ELA), 15: [Kei 96-97] (RCQM), 16: [Kei 96-97] (RCQM) ohne skalare Kopplung des axialvektoriellen Diquarks, 17: [Buc 97] (NRCQM), 18: [Ger 80] (MA), 19: [War 90] (RCCQM), 20: [War 90] (NRCQM) und 24: [Web 92] (RCQM) sowie experimentelle Daten: [Mis 69, Sid 71, Ald 72, Gal 72, Bät 74, Bec 97, Bla 97, Wac 98] und der Markierung der in Bonn gemessenen, aber noch nicht analysierten Messungen [GHW 95].

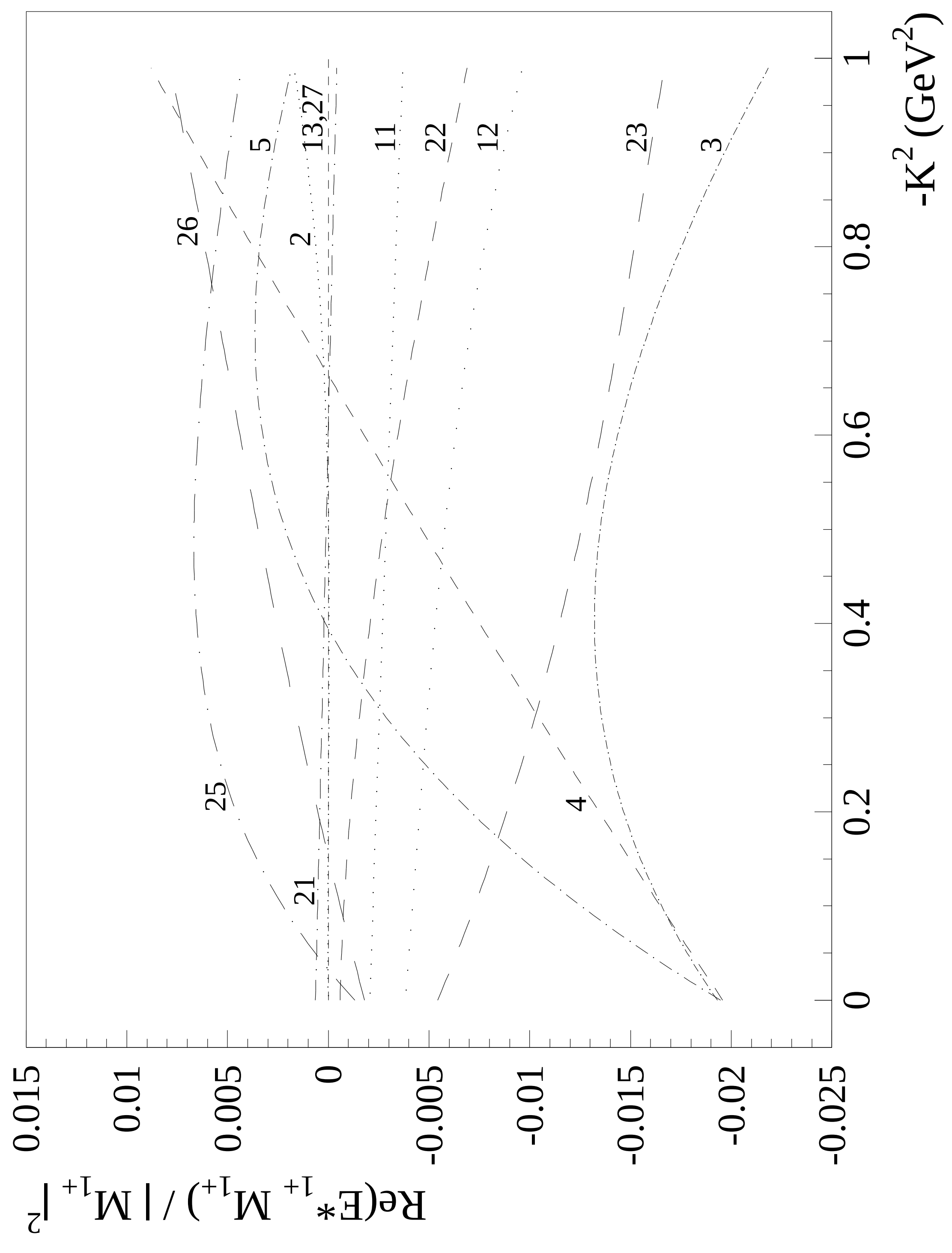


Abbildung 3.4: Modellrechnungen zur $-K^2$-Abhängigkeit des EMR mit 2: [Kör 87] (FFP), 3: [DeL 75] (FFP), 4: [DEK 76] (FFP), 5: [FGS 96] (LSM), 11: [CaK 90] (RCCQM), 12: [IKK 80-82] (NRCQM), 13: [CaK 95] (RCQM), 21: [Cap 92] (RCCQM), 22: [Cap 92] (RCCQM) wie [IKK 80-82], aber mit relativistischem Hamilton-Operator, 23: [Web 91] (RCQM), 25: [Kos 96] (RCQM), 26: [Wag 96] (RCQM) und 27: [BIL 94] (NRCQM).

4. Elektroinduzierte $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Experimente

4.1 Bonner Beschleunigeranlage

Die Grundlage der Experimente mit elektromagnetischen Sonden am Physikalischen Institut der Universität Bonn bildet die in Abbildung 4.1 im Überblick gezeigte, dreistufige Elektronenbeschleunigeranlage ELSA[1] [Alt 68-87, Hus 85-88]. Die am Beginn dieser Beschleunigerkette stehende, thermische Elektronenquelle liefert $120\,keV$-Elektronen bei einem maximalen Pulsstrom von $2\,A$ und einer Pulsdauer von $1\,\mu s$. Der folgende $3\,GHz$-Wanderwellen-Linearbeschleuniger (LINAC 1) beschleunigt Elektronenströme bis zu $500\,mA$ auf $20\,MeV$, von denen aber höchstens $180\,mA$ selbst nach Durchlaufen des Energiekompressorsystems in der vom Synchrotron akzeptierten Energiebreite von $0.5\,\%$ liegen. Das Synchrotron arbeitet mit einer Wiederholrate von $50\,Hz$ netzsynchron und wird über vier Umläufe[2] gefüllt. Die von nun an verwendete Beschleunigerfrequenz von $500\,MHz$ führt zur Umgruppierung der Elektronen in alle $2\,ns$ aufeinanderfolgende, typischerweise $120\,ps$ breite Pakete [Dec 84]. Die so dem Elektronenstrahl aufgeprägte Zeitstruktur wird später im Experiment zur Optimierung der Zeitauflösung ausgenutzt. Da das bei der Extraktion erreichbare, makroskopische Tastverhältnis[3] des Synchrotrons aufgrund des netzsynchronen Magnetfeldverlaufs systembedingt nur bei $3\,\% - 5\,\%$ liegt [Sch 90], dient es meist nur noch als Vorstufe, die die Elektronen auf $0.5 - 1.6\,GeV$ beschleunigt, bevor sie in den ELSA-Ring transferiert werden. Die Extraktion erfolgt dabei wahlweise über ein bis drei Umläufe, um so trotz der unterschiedlichen Umlaufzeiten von $232\,ns$ im Synchrotron und $548\,ns$ in ELSA eine möglichst gute Ringfüllung zu erreichen. In Abhängigkeit der experimentellen Strahlanforderungen ist einer der drei im Folgenden beschriebenen ELSA-Betriebsmodi [Nec 93] zu wählen.

Im Stretchermodus werden die Elektronen bereits im Synchrotron auf ihre Endenergie beschleunigt und über drei Umläufe möglichst gleichmäßig nach ELSA transferiert. Dort setzt $300\,\mu s$ nach der Injektion die langsame Extraktion durch gezielt gesteuerte Anregung einer horizontalen Betatronresonanz ein, mit der der ELSA-Ring in den verbleibenden $19.7\,ms$ kontinuierlich geleert wird, so dass das makroskopische Tastverhältnis bei $98\,\%$ liegt. In diesem Modus stehen dem Experiment auch die höchsten extrahierten Strahlströme von bis zu $80\,nA$ zur Verfügung, jedoch ist die Endenergie

[1] ELektronen Stretcher Anlage.

[2] Das Verhältnis der Pulsdauer von $1\,\mu s$ zu der dem Synchrotronumfang von $69.9\,m$ entsprechenden Umlaufzeit von $232\,ns$ erlaubt eine Füllung über ungefähr vier Umläufe.

[3] Als makroskopisches Tastverhältnis oder makroskopischer *Duty Cycle* wird der Bruchteil der Zeit bezeichnet, in dem extrahierte Elektronen dem Experiment zur Verfügung stehen.

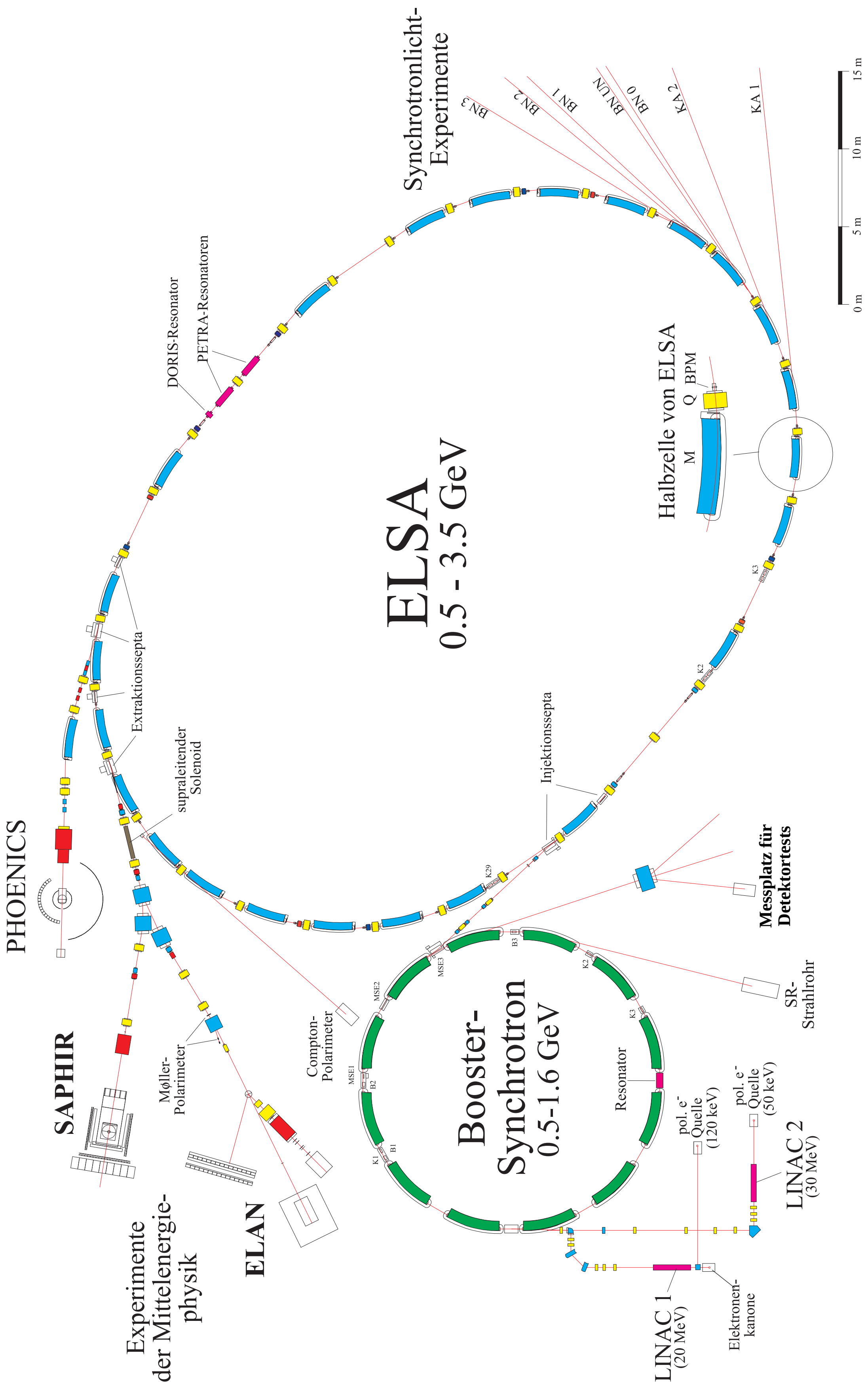


Abbildung 4.1: Die Bonner Beschleunigeranlage ELSA.

auf 1.6 GeV beschränkt und für das experimentell wichtigere, mikroskopische Tastverhältnis[4] lassen sich nur bei stetiger Kontrolle Werte zwischen 40 % und 60 % stabilisieren.
Höhere Energien bis zu 3.5 GeV sowie langfristig stabile, mikroskopische Tastverhältnisse im Bereich von 75 % bis 95 % sind nur im Nachbeschleunigungsmodus erreichbar. Hierbei werden der ELSA-Ring über nur jeweils einen Synchrotronumlauf, aber mehrere Synchrotronzyklen zeitversetzt gefüllt und die Elektronen auf die geforderte Endenergie beschleunigt, bevor die kontinuierliche Extraktion einsetzen kann. Bei der Wahl der Extraktionsdauer und der Anzahl der Füllzyklen ist ein Kompromiss zwischen hoher gewünschter Strahlintensität und möglichst hohem makroskopischem Tastverhältnis zu finden, der zudem von der Endenergie abhängig ist. Typische Einstellungen für das ELAN[5]-Experiment führten zu $10 - 20\,nA$ Strahlstrom bei makroskopischen Tastverhältnissen zwischen 50 % und 70 %.
Im Speichermodus werden in ELSA wiederum über mehrere Synchrotronzyklen Strahlströme bis zu 100 mA akkumuliert und auf die gewählte, durch die Erwärmung der Strahlrohrkammern beschränkte Endenergie gerampt. Mit etwa einstündigen Lebensdauern lässt sich nun der Elektronenstrahl im ELSA-Ring speichern und als Synchrotronlichtquelle nutzen.
Polarisierte Elektronen standen zur Durchführung des $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Messprogrammes nicht zur Verfügung, jedoch konnten mit polarisierten Elektronen der 120 keV-Quelle bereits erste Ergebnisse der Untersuchung depolarisierender Resonanzen in ELSA erzielt werden [Nak 98]. Zukünftig sollen die polarisierten Elektronen der 50 keV-Quelle, die über den LINAC 2 in das Synchrotron injiziert und wie gehabt beschleunigt werden, sowohl unter Ausnutzung der Polarisationsüberwachung mit Hilfe eines Compton-Polarimeters [Hil 97, Dol 98] weiteren Beschleunigerstudien als auch den experimentellen Bedürfnissen genügen.

[Alt 68-87, Dec 84, Hus 85-88, Sch 90, Nec 93, Wil 93, Hil 97, Dol 98, Nak 98]

4.2 Aufbau des ELAN-Experimentes

Die Gesamtübersicht der Versuchsanordnung ist in Abbildung 4.2 skizziert. Der aus ELSA extrahierte Elektronenstrahl wird durch das Strahlführungssystem [Hei 87] über die Wechselwirkungszone zur geeichten Stromintegration in den total absorbierenden Faraday-Cup [Sch 90, Wil 93] geleitet. Die in der mit flüssigem Wasserstoff oder Deuterium gefüllten Targetzelle gestreuten Elektronen werden im Magnetspektrometer ebenso wie die kinematisch fokussierten $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Reaktionsprodukte in dem nichtmagnetischen Flugzeitspektrometer und dem vorgelagerten Vertexdetektor impuls- so-

[4]Das mikroskopische Tastverhältnis ist auf die Feinstruktur der von Elektron- zu Elektronpaket schwankenden Intensität empfindlich und so ebenfalls ein Maß für die unerwünschten zufälligen Koinzidenzen, die letztlich den verarbeitbaren Strom limitieren. Dieses Tastverhältnis TV wurde im ELAN-Experiment mit zwei Plastik-Čerenkov-Zählern nach

$$TV = \frac{\dot{N}_1 \dot{N}_2}{\dot{N}_z} \cdot \tau \tag{4.1}$$

bestimmt, wobei $\dot{N}_z$ die Rate der in der Zeit $\tau = 20\,ns$ zufällig auftretenden Koinzidenzen der beiden um $20\,ns$ gegeneinander verschobenen Einzelsignale und $\dot{N}_{1,2}$ die jeweilige freie Einzelrate ist [Wil 93].

[5]ELektronenstreuung An Nukleonen.

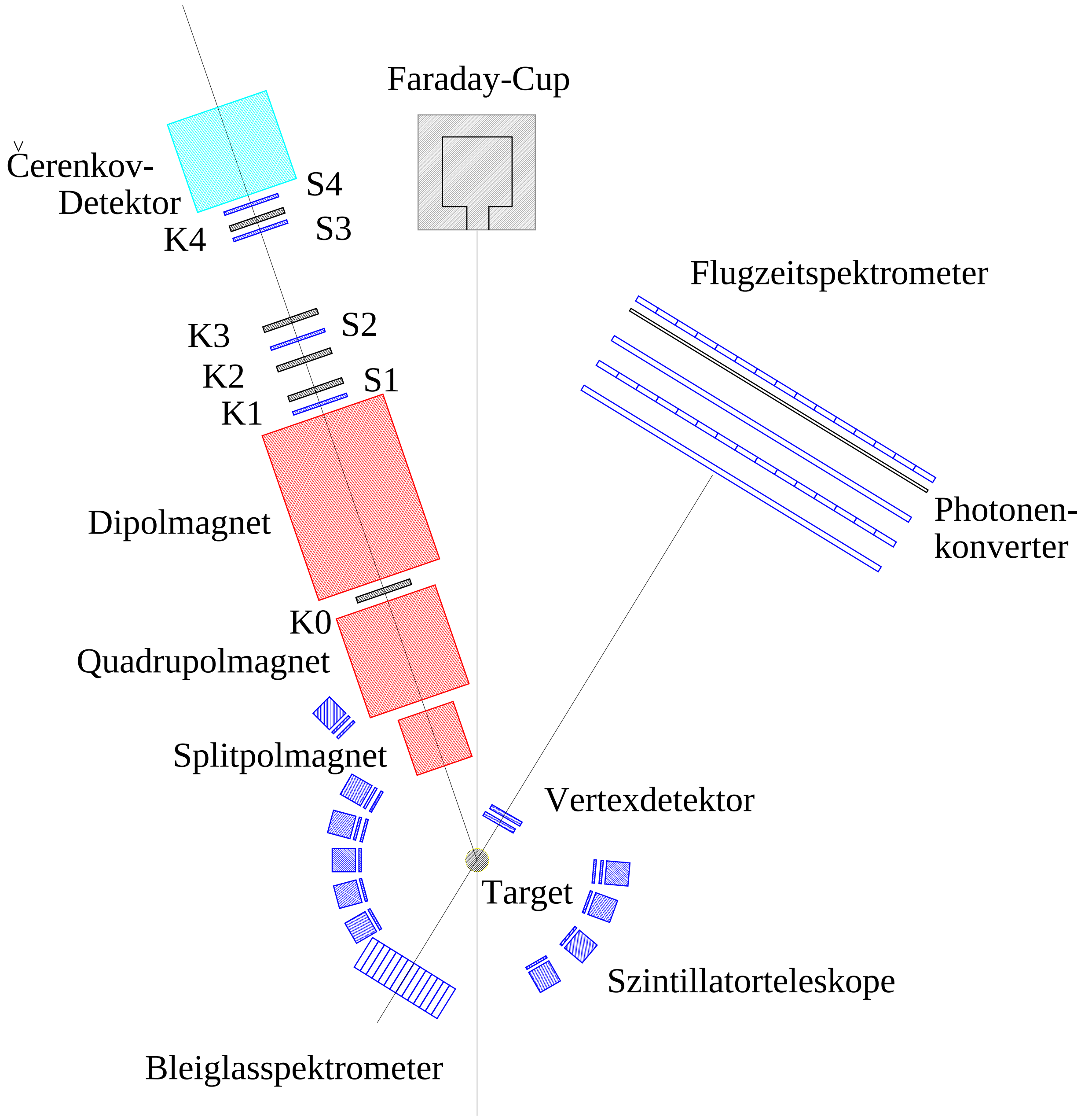


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des ELAN-Experimentaufbaus.

wie ortsempfindlich vermessen. Zur vollständigen Isospinzerlegung der Pionproduktionsamplituden müssen die π^0N-Zerfallskanäle durch Messung mindestens eines π^0-Zerfallsphotons markiert werden. Hierbei erhöhen der aus Eisen bestehende, zwei Strahlungslängen dicke Photonenkonverter und das Bleiglasspektrometer die Photonnachweiseffizienz. Die zusätzlichen Szintillatorteleskope ermöglichen auch bei kleinen Viererimpulsüberträgen den Nachweis koinzidenter πN-Paare und erweitern die kinematische Akzeptanz für die Nukleonen der Elektrospaltung des Deuterons. Die einzelnen Komponenten der Versuchsanordnung werden in den folgenden Unterkapiteln näher behandelt.

[Hei 87, Sch 90, Wil 93]

4.2.1 Elektronenspektrometer

Das abbildende QQD-Magnetsystem des die gestreuten Elektronen nachweisenden ELAN-Spektrometers [Sch 73, Ric 74, Rit 74] besteht aus dem horizontal fokussierenden Splitpol- (SP), dem vertikal fokussierenden Quadrupol- (QP) und dem dispersiven Sektormagnet (SM), siehe Abbildungen 4.2 und 4.3. Es bildet Elektronen mit unterschiedlichen horizontalen Startorten y_0, aber gleichen horizontalen Startwinkeln y_0' (axiale Parallelen-zu-Punkt-Abbildung) ebenso wie Elektronen mit unterschiedlichen vertikalen Startwinkeln x_0', aber gleichen Impulsen k_2 und gleichen vertikalen Startorten x_0 (radiale Punkt-zu-Punkt-Abbildung) in jeweils einen Punkt ab. Aus den Durchtrittsorten in den fünf Vieldrahtproportionalkammern (MWPC) K0 bis K4 lassen sich die Bahnen und letztlich die vier Startgrößen x_0', y_0, y_0', k_2 der Elektronen ereignisweise rekonstruie-

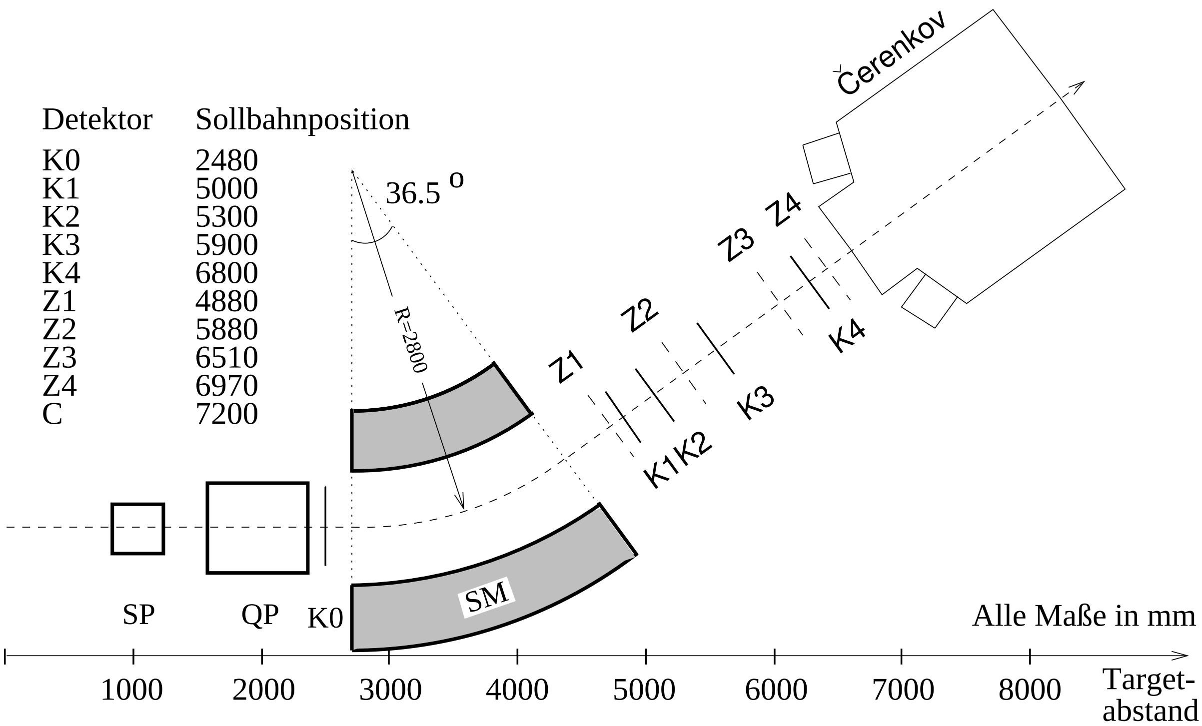


Abbildung 4.3: Laterale Schnittdarstellung des Elektronenspektrometers.

ren, wobei der vertikale Startort aufgrund der geringen vertikalen Ausdehnung des Primärstrahls $x_0 < 3\,mm$ FWHM[6] auf Null gesetzt wird. Das koinzidente Ansprechen der vier einseitig ausgelesenen Szintillationszähler Z1 bis Z4 initiiert die Ereignisauslese und definiert unter Berücksichtigung der Feinstruktur des Elektronenstrahls (siehe Kap. 4.1) den Startzeitpunkt [Rei 93]. Zur eindeutigen Identifikation der gestreuten Elektronen befindet sich am Ende des Spektrometers ein Gas-Schwellen-Čerenkov-Zähler, der die Abtrennung der bei gleichem Impuls langsameren und so kein Čerenkov-Licht abstrahlenden Myonen sowie Pionen bewirkt. Alle Komponenten des Spektrometers sind auf einer um den Targetpunkt schwenkbaren Lafette montiert, so dass sich Sollstreuwinkel ohne weitere Umbauten im Bereich zwischen $\vartheta_e^{min} = 18.9^o$ und $\vartheta_e^{max} = 24.0^o$ einstellen lassen. Der maximal akzeptierte Elektronenimpuls liegt bei voller Erregung des Sektormagneten bei knapp $2\,GeV$. Die Akzeptanzen des Elektronenspektrometers sind ebenso wie die energieabhängigen Auflösungen

	Akzeptanz	Auflösung (FWHM)
vertikaler Streuwinkel	$80.0\,mrad$	$4.65\,mrad$
horizontaler Streuwinkel	$22.5\,mrad$	$1.41\,mrad$
Raumwinkel	$1.8\,mSr$	
relativer Impuls	$\pm 12\,\%$	$0.47\,\%$

Tabelle 4.1: Akzeptanzen und Auflösungen bei $k_{20}^{soll} = 1.15\,GeV$ des ELAN-Elektronenspektrometers.

[Fro 93] für $k_{20}^{soll} = 1.15\,GeV$, der Sollenergie des gestreuten Elektrons, die der $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Messung bei $-K^2 = 0.2\,GeV^2$ entspricht, in Tabelle 4.1 zusammengestellt. Zur Optimierug des Elektronennachweises wurden die Magnete SP, QP, SM sowie die Kammern K1 bis K4 neu justiert und die Ausleseelektronik überarbeitet. Durch den erfolgreichen Einbau der zusätzlichen Kammer K0 [Hil 76] konnte zudem die Targetstartortauflösung um einen Faktor 5 auf $y_0 \simeq 7\,mm$ FWHM verbessert werden [Mas 96].

[Sch 73, Ric 74, Rit 74, Hil 76, Fro 93, Rei 93, Mas 96]

4.2.2 Flugzeitspektrometer

Die konzeptionelle Entwicklung eines bestmöglich angepassten Hadronendetektors zur Untersuchung der Winkelverteilungen über den vollen φ- und einen weiten ϑ-Winkelbereich, auf denen die $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Wirkungsquerschnittszerlegungen beruhen, führte zum Design eines großflächigen Flugzeitspektrometers höchstmöglicher Zeitauflösung. Hierzu wurden zunächst die bezüglich des Materials und ihrer Maße optimierten, $300 * 20 * 5\,cm^3$ großen NE 110-Szintillationslatten in einer Prototypstudie über verschiedenste Lichtleiter sowohl in gedrehter als auch in Fischschwanzgeometrie durch eine Reihe der modernsten $1''$ bis $5''$ Photomultiplier[7] beidseitig ausgelesen. Aus den Zeitinformatio-

[6] Full Width Half Maximum oder auch volle Halbwertsbreite mit FWHM $= 2\sqrt{2\ln 2}\sigma = 2.35\sigma$.

[7] Sekundärelektronenvervielfacher.

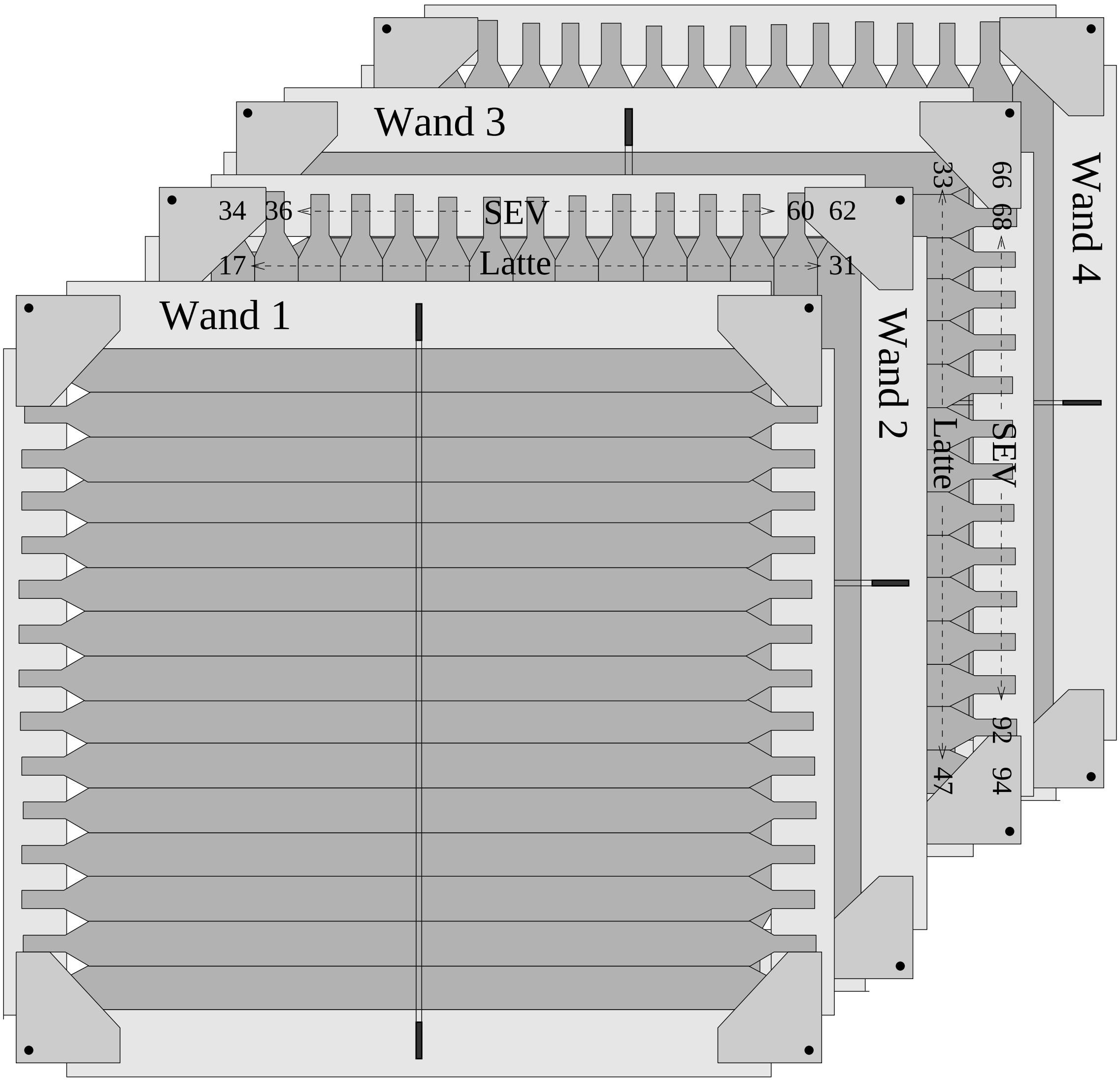


Abbildung 4.4: Aufbau des Flugzeitspektrometers.

nen der beiden TDC[8]-Signale läßt sich durch Differenzbildung der Durchtrittsort und durch Summenbildung die Flugzeit eines Teilchens bestimmen. Die höchste Zeitauflösung von $216\,ps$ FWHM beziehungsweise Ortsauflösung von $3.38\,cm$ FWHM wurde mit der auch für den Aufbau des Flugzeitspektrometers eingesetzten Kombination des $2''$-Hamamatsu-R2083-Photomultipliers mit einem Lichtleiter in Fischschwanzgeometrie erzielt [Kun 93]. Bei der Verarbeitung korrelierter Signale, wie sie bei der Auslese des Flugzeitspektrometers auftreten, muss zur Erhaltung der hohen Zeitauflösung das Übersprechen benachbarter Signale sowohl in der Diskriminator- und Koinzidenzelektronik als auch beim Transport vermieden werden, wobei sich Letzteres durch Erdung jedes zweiten Kabelpaares des verwendeten *Twisted-Pair*-Flachbandkabels AWG 28 einfach erreichen lässt. Es zeigte sich aber, dass ein Übersprechen bei den schnellen Mehrkanaldiskriminatorbausteinen, die auch in kommerziell vertriebenen Diskriminatoreinschüben eingesetzt werden, unvermeidbar ist. Aus diesem Grund wurde die gesamte signalverarbeitende Elektronik basierend auf dem Einkanaldis-

[8] Time to Digital Converter.

kriminatorbaustein MAXIM MAX9690 selbst entwickelt und aufgebaut [Jak 96]. Hierbei werden die Signale jedes Photomultipliers zunächst dreifach geteilt und dann zur Pulshöhenanalyse zu einem ADC[9]-Kanal weitergeleitet sowie zur Zeitmessung durch zwei *Leading-Edge*-Diskriminatoren mit unterschiedlich hohen Schwellen in Normpulse gewandelt, die im Folgenden als obere beziehungsweise untere Schwelle bezeichnet werden. Die unteren Schwellen einer Szintillationslatte werden nur weiterverarbeitet, wenn mindestens eine obere Schwelle der selben Latte angesprochen hat, wodurch sich die Nachweiseffizienz für Teilchen mit geringer Lichtausbeute weiter erhöhen lässt. Zur effizienten Nutzung der TDC-Kanäle wird jede akzeptierte untere Schwelle nochmals geteilt, verzögert und den oberen Schwellen nicht benachbarter Latten überlagert [Jak 96, Jak 97]. Durch den integrierten Einbau in den Rahmen der jeweiligen Flugzeitwand wird die Elektronik beim Experimenteinsatz zusätzlich von der elektromagnetischen Störstrahlung abgeschirmt.

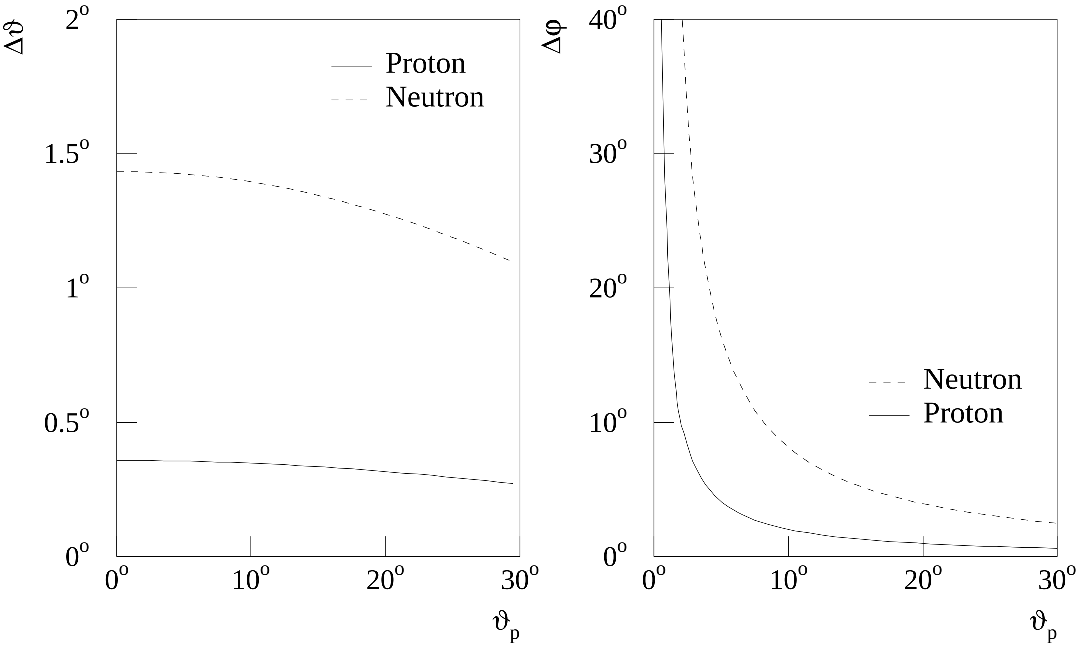


Abbildung 4.5: Untere Abschätzung der minimal erreichbaren Winkelauflösungen (FWHM/2).

Das so resultierende Flugzeitspektrometer (siehe Abb. 4.4) besteht aus vier eigenständigen Wänden, von denen jede aus 15 beidseitig ausgelesenen Szintillationslatten der obigen Maße $300 * 20 * 5\, cm^3$ zusammengesetzt ist und so eine effektive Nachweisfläche von $3 * 3\, m^2$ überdeckt, die ihrerseits durch eine 4 mm dicke, an die erste Wand montierte Aluminiumplatte vor niederenergetischen Photonen sowie Elektronen geschützt wird. Je ein zu den Latten einer Wand gekreuztes, ebenfalls beidseitig ausgelesenes Szintillationsfaserpaar dient zur Ortseichung und Auflösungsoptimierung

[9] Analog to Digital Converter.

der TDC-Differenzen [Bru 96]. Sind die Latten je zwei hintereinander aufgestellter Wände, wie in Abbildung 4.4 gezeigt, zueinander gekreuzt, so ergibt sich bereits durch das koinzidente Ansprechen je zwei gekreuzter Latten eine Unterteilung in 225 Detektorsegmente der jeweiligen Größe von $20 * 20\,cm^2$. Da die Ortsauflösung entlang der Latte selbst ohne *Time-Walk*-Korrekturen [Kun 93] besser als $5\,cm$ FWHM ist, erhöhen sich die Winkelauflösungen $\Delta\varphi$ und $\Delta\vartheta$ (FWHM/2) weiter, siehe Abbildung 4.5. Da Neutronen mit einer Nachweiswahrscheinlichkeit von ungefähr 5 % pro Wand typischerweise nur in einer Latte registriert werden, lässt sich in der Regel der Ort nur auf $5 * 20\,cm^2$ einschränken, so dass der dargestellten Winkelauflösung für das Neutron die symmetrisierte Fläche von $20 * 20\,cm^2$ als obere Abschätzung zu Grunde liegt.

[Kun 93, Jak 96, Bru 96, Jak 97]

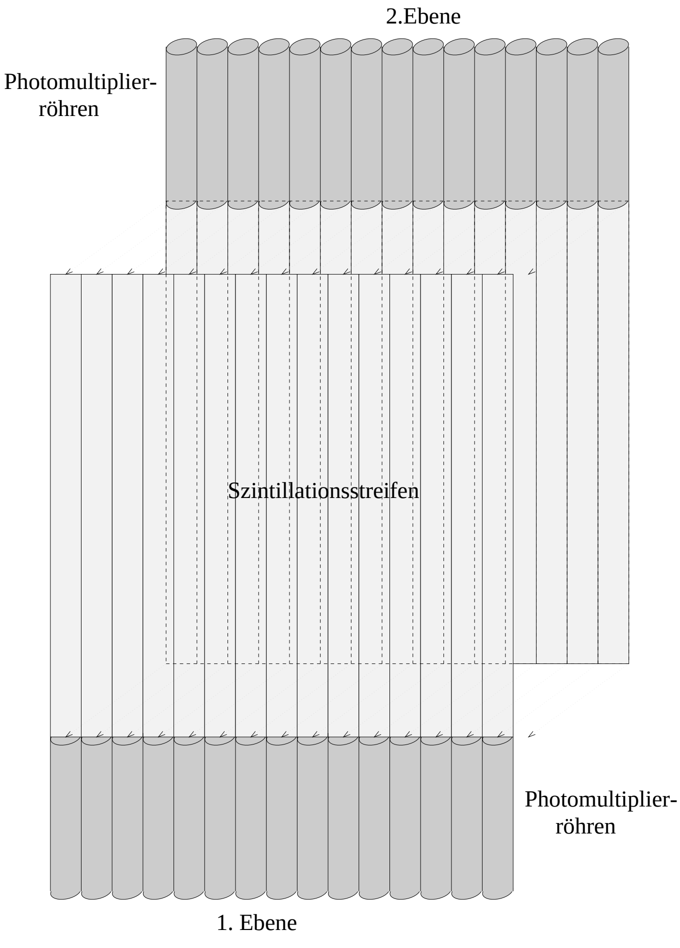


Abbildung 4.6: Aufbau des Vertexdetektors.

4.2.3 Vertexdetektor

Der in Abbildung 4.6 skizzierte zweilagige Vertexdetektor besteht aus $2 * 15$ vertikal angeordneten Pilot U-Szintillationsstreifen der Größe $30 * 2 * 0.1\,cm^3$, die einseitig durch $\frac{3}{4}''$-Hamamatsu-R1166-Photomultiplier ausgelesen werden [Tra 95, Ban 96]. Seine Positionierung und Entfernung zum Target wird so gewählt, dass er den gleichen Raumwinkel wie das Flugzeitspektrometer überdeckt.

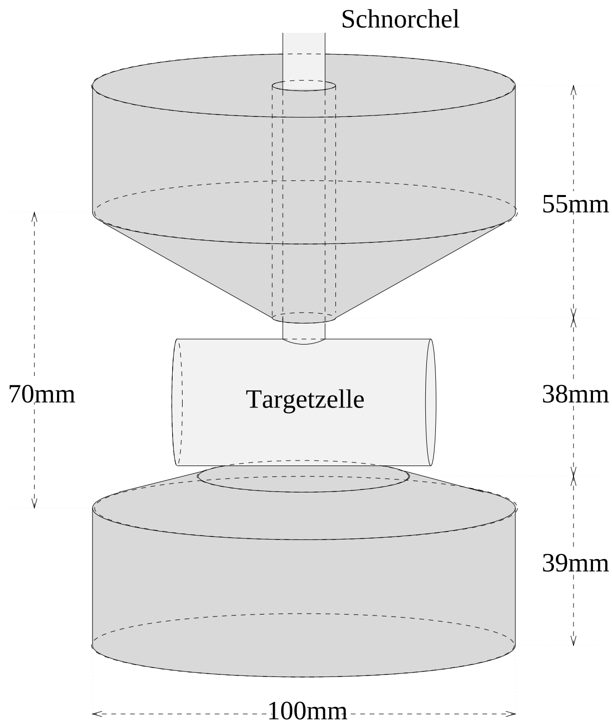


Abbildung 4.7: Anordnung der Reinigungsmagnete.

Beide Lagen sind um $1\,cm$ gegeneinander versetzt, wodurch sich die so verbesserbare horizontale Ortsauflösung verdoppelt. Da auf diese Weise auch die unvermeidbar auftretenden Spalten zwischen den Szintillationsstreifen abgedeckt werden, müssen alle Nukleonen szintillierendes Material passieren, so dass der Vertexdetektor bei der Neutronenidentifikation zusätzlich als Vetodetektor fungiert. Schwierigkeiten bereitet jedoch der niederenergetische Untergrund, der hier nicht durch $4\,mm$ Aluminium abgeschirmt werden kann, da sonst die hohe Winkelauflösung des Flugzeitspektrometers verloren ginge. Mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen und MAFIA[10]-Rechnungen wurde die Geometrie des in den Vakuumtargettopf (siehe Abb. 4.8) zu integrierenden Permanentmagnetpaares mit dem in Abbildung 4.7 gezeigten Ergebnis optimiert. Ihr Einsatz im Experiment reduzierte wie vorhergesagt den niederenergetischen Untergrund auf etwa $\frac{1}{10}$ [Ban 96].

[Tra 95, Ban 96]

4.2.4 Szintillatorteleskope

Die Versuchsanordnung wird durch zwölf und bei gleichzeitigem Einsatz des Bleiglasspektrometers durch zehn Szintillatorteleskope ergänzt, die im Rahmen der Kollaboration mit der Universität Utrecht zur Messung der elektroinduzierten Deuteronspaltung im Bereich der Δ-Resonanz bereitgestellt wurden [WiG 95]. Mit Hilfe der über die so vermessbaren Reaktionskanäle $D(e,e'p(n))$ und $H(e,e'\pi^+(n))$ markierten Neutronen lässt sich ebenfalls die Neutronnachweiseffizienz des Flugzeitspektrometers kalibrieren. Jedes Teleskop besteht aus einem $100*18*18\,cm^3$ großen Szintillati-

[10]MAxwell's equations using the Finite Integration Algorithm.

onsblock und ein bis zwei vorgelagerten Vetodetektoren, die alle beidseitig ausgelesen werden. Die so erreichbare Zeitauflösung liegt bei $1\,ns$ FWHM und die korrespondierende Ortsauflösung bei $10\,cm$ FWHM. Unter Berücksichtigung der mit wachsendem Winkel zur Richtung des virtuellen Photons abnehmenden kinetischen Energie der Protonen beziehungsweise Neutronen der Deuteronspaltung sowie der mit kleineren Winkeln zur Richtung des Elektronenstrahls stark ansteigenden, niederenergetischen Møller-Untergrundraten wird für jedes einzelne Teleskop sowohl die Vetodetektorkonfiguration als auch die Dicke der Abschirmung optimiert, so dass unter Rückwärtswinkeln nur je ein $0.3\,cm$ dicker Vetozähler und unter Vorwärtswinkeln je zwei $1\,cm$ dicke, mit bis zu $3\,mm$ Eisen abgeschirmte Vetozähler eingesetzt werden.

[WiG 95]

4.2.5 Bleiglasspektrometer

In dem bereits abgeschlossenen ELAN-Experiment zur $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Anregung bei einem Viererimpulsübertrag von $-K^2 = 0.127\,GeV^2$ wurde zum Nachweis des hochenergetischen π^0-Zerfallsphotons eine $12 * 14$ Bleiglasdetektormatrix symmetrisch um die Vorwärtsrichtung des virtuellen Photons aufgestellt. Die gemessene φ-Winkelverteilung ermöglicht die Zerlegung des Wirkungsquerschnittes in seine Responsefunktionen (2.79) und so unter Annahme der M_{1+}-Dominanz die Bestimmung der C2/M1-Verhältnisse über $R_{LT}/(R_T + \varepsilon_L\, R_L)$ zu

$$\mathrm{SMR} = \frac{\mathrm{Re}[S_{1+}^* M_{1+}]}{|M_{1+}|^2} = -12.7\,\% \pm 1.5\,\% \tag{4.2}$$

beziehungsweise über $R_{LT}/\varepsilon\, R_{TT}$ zu

$$\mathrm{SMR} = \frac{\mathrm{Re}[S_{1+}^* M_{1+}]}{|M_{1+}|^2} = -11.0\,\% \pm 3.7\,\% \tag{4.3}$$

[Kal 97]. In der hier beschriebenen Experimentanordnung steht das Bleiglasspektrometer symmetrisch um die Rückwärtsrichtung des virtuellen Photons (siehe Abb. 4.2) und wird in erster Linie nur zur Markierung der $\pi^0 p$- und $\pi^0 n$-Endzustände in den Messungen an Deuterium eingesetzt. Die einzelnen Bleiglasdetektoren setzen sich aus $30 * 6.4 * 6.4\,cm^3$ großen SF5-Bleiglasblöcken und den sie auslesenden EMI-9813 B-Photomultipliern zusammen [Wil 93]. Die Maße der Bleiglasblöcke entsprechen 12.7 Strahlungslängen und 1.5 Molière-Radien.

[Wil 93, Kal 97]

4.2.6 Target

Für die Messungen der $\pi^0 p$- und $\pi^0 n$-Zerfallskanäle wurde die $6\,cm$ lange, bei einem Durchmesser von $3\,cm$ zylindrische Targetzelle aus $125\,\mu m$ dicker Kaptonfolie entsprechend mit flüssigem Wasserstoff beziehungsweise mit flüssigem Deuterium gefüllt. Durch adiabatische Expansion des zuvor auf $300\,bar$ komprimierten Heliums wird die Temperatur des Wärmetauschers auf etwa $20\,K$ reduziert und so der zur Verflüssigung benötigte Wärmeentzug gewährleistet. Der Dampfdruck des verflüssigten Wasserstoffs (Deuteriums) wird durch ein thermisches Regelsystem auf 30 bis $80\,mbar$

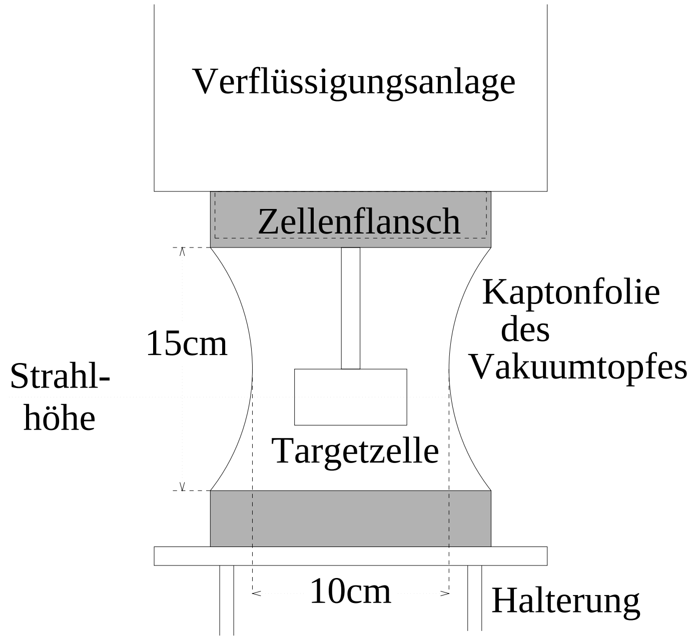


Abbildung 4.8: Neuer Vakuumtargettopf mit asymmetrisch positionierter Targetzelle.

über Normaldruck stabilisiert. Zur Wärmeisolation wird die Targetzelle in einem auf $10^{-6}\,mbar$ evakuierten Targettopf aufgehängt. Um Abschattungen der einzelnen Detektorkomponenten zu vermeiden, wurde ein rundum offener Vakuumtopf entworfen und gebaut, der mit nur einer Stütze gehaltert und durch eine umlaufende, $250\,\mu m$ dicke Kaptonfolie versiegelt wird, siehe Abbildung 4.8. In der asymmetrischen Positionierung der Targetzelle reflektiert sich die bezüglich der Strahlhöhe von $1.5\,m$ asymmetrische Raumwinkelabdeckung des Flugzeitspektrometers (siehe auch Abb. 4.13). Indem der Druckausgleich zwischen dem Vorratsbehälter und der Targetzelle durch Schließen eines Ventils unterbrochen wird, kann der kondensierende Wasserstoff durch den Druck des verdampfenden Wasserstoffs nicht mehr in die Targetzelle laufen, so dass nach etwa 15 Minuten bei immer noch kalt gefahrenem Verflüssigungssystem eine Leertargetmessung zur Bestimmung der von den Folien verursachten Untergrundraten begonnen werden kann. Wird der Druckausgleich durch Öffnen des Ventils wieder ermöglicht, so läuft die Targetzelle innerhalb weniger Minuten voll.

4.2.7 Datenaufnahme

Die Aufgabe der Datenerfassung besteht darin, alle von den Detektoren aufgenommenen Informationen zu digitalisieren, zu einem Ereignis zusammen zu fassen und dem zentralen Datennahmerechner zur Speicherung sowie *Online*-Auswertung zu übermitteln. Hierzu meldet das koinzidente Ansprechen aller vier Szintillationszähler des Elektronenspektrometers Z1 bis Z4 zunächst ein aufzunehmendes Ereignis e^-_{live} an, siehe Abbildung 4.9, wobei die zeitliche Definition des Ereignisses von dem Szintillationszähler Z1 abgeleitet wird. Eine Veto-Verriegelung stellt sicher, dass kein Ereignis aufgenommen wird, solange weder die Ausleseelektronik noch die rechnergesteuerte Datennahme mit der Verarbeitung eines früheren Ereignisses beschäftigt ist. Das als Master bezeichnete, akzeptierte Ereignis löst dann die Digitalisierung der anstehenden Signale aus. Hierbei werden einerseits

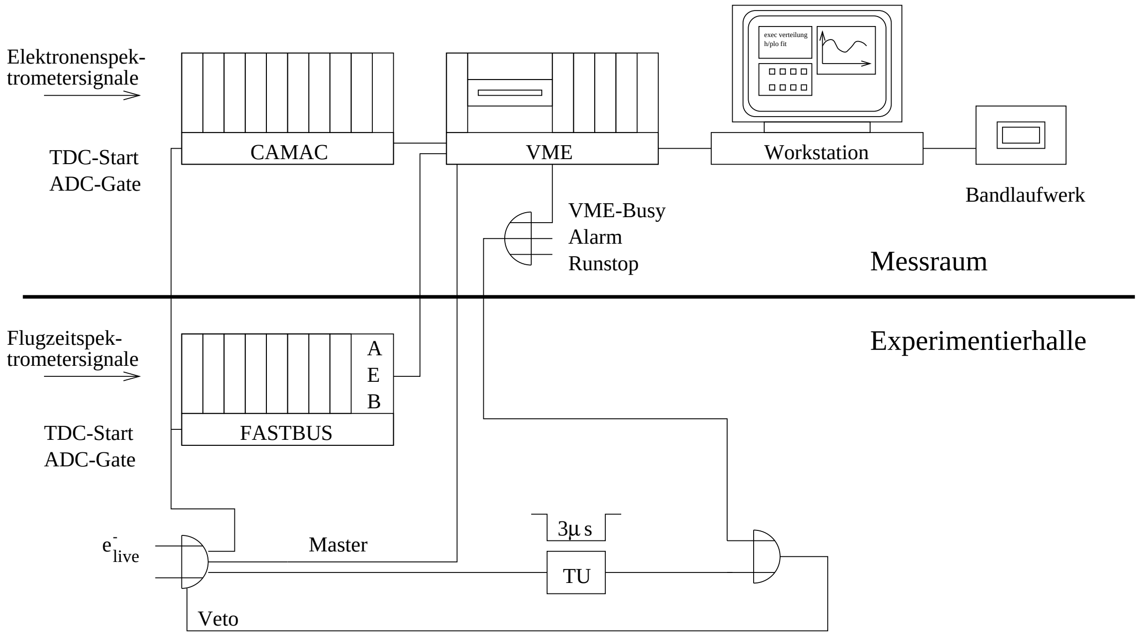


Abbildung 4.9: Schema der Datennahme.

die Ansprecher in den Vieldrahtproportionalkammern (K0-K4) durch das am DESY[11] entwickelte PERSEUS[12]-System aufbereitet und ebenso wie die Zeit- und Pulshöhensignale (Z1-Z4,Č) in CAMAC[13]-Modulen digitalisiert, wohingegen andererseits die Informationen des Flugzeitspektrometers sowie des Vertexdetektors in der eigenentwickelten Elektronik und die des Bleiglasspektrometers sowie der Szintillatorteleskope in NIM[14]-Modulen aufbereitet und in Fastbus-ADCs und -TDCs verarbeitet werden. Die sich anschließende Auslese der Fastbus-Module übernimmt der am CERN[15] entwickelte AEB[16] [Noë 92] und die der CAMAC-Module ein VME[17]-Rechner [För 91], der auch die Informationen des AEB empfängt, alle Daten zu einem Ereignis zusammenfasst und dies wie gefordert an den zentralen Datennahmerechner weiterleitet, bevor er die Messung wieder freigibt.

[För 91, Noë 92]

4.3 Kinematik und Messprogramm

Der in der Elektronstreuung durch ein virtuelles Photon an das Nukleon vermittelte Energie- und Impulsübertrag $K^\mu = \{k_0, \vec{k}\}$ wird jeweils so gewählt, dass die im Schwerpunktsystem zur

[11]Deutsches Elektronen SYnchrotron.

[12]Priority Encoding Readout System Economical with Ultra high Speed.

[13]Computer Automated Measurement And Control.

[14]Nuclear Instrument Module.

[15]Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire.

[16]Aleph Event Builder.

[17]Versus Module Europe.

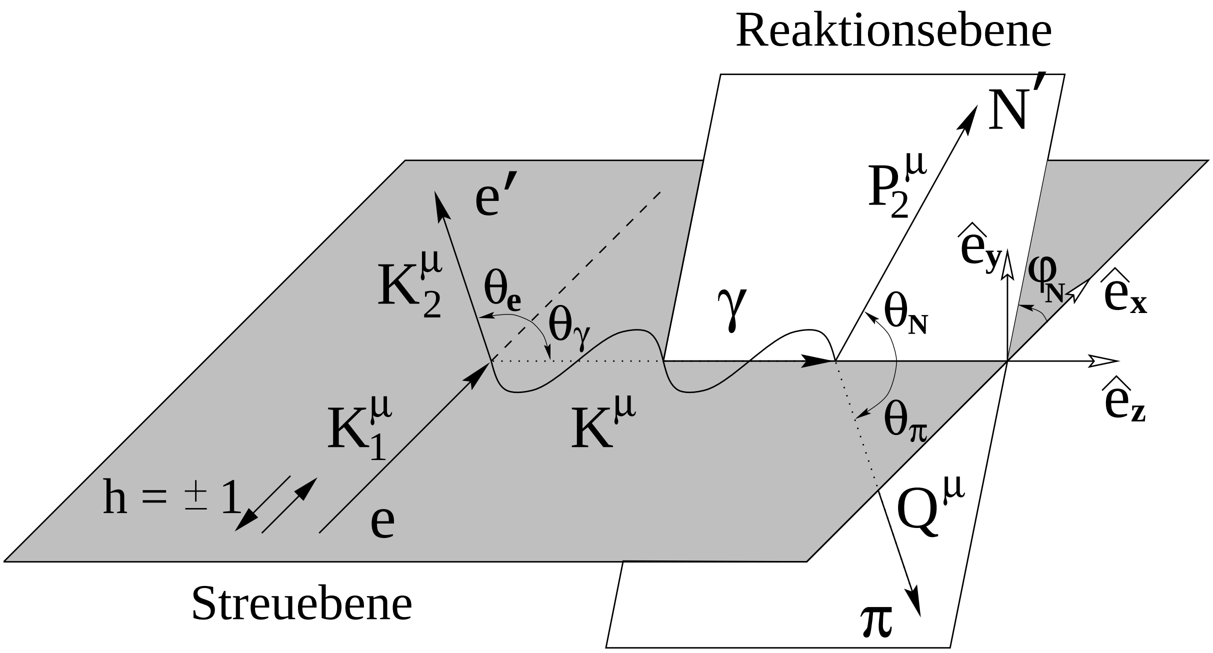


Abbildung 4.10: Kinematische Darstellung der Pionelektroproduktion.

Verfügung stehende Energie (siehe (2.9))

$$W = \sqrt{s} = \sqrt{K^2 + 2mk_0 + m^2} \tag{4.4}$$

auf die Anregung der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz abgestimmt ist. Hier wird ebenso wie bei der theoretischen Herleitung der Wirkungsquerschnittszerlegung in Kapitel 2 auf die Einphotonaustauschnäherung zurückgegriffen, was zu der in Abbildung 4.10 skizzierten kinematischen Darstellung des Streuprozesses führt. Jedoch wird in diesem experimentnahen Kapitel, im Gegensatz zu der Konvention in den theoretischen Kapiteln, die Markierung der Laborsystemgrößen mit $^\diamond$ unterdrückt, so dass neben den konjugiert komplexen Multipolamplituden nun auch alle exklusiven kinematischen Größen des Schwerpunktsystems mit * markiert werden. Die $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz zerfällt nun zu mehr als 99 % in ein Pion und ein Nukleon [PDG 96]. Da die Experimentanordnung und vor allem das Flugzeitspektrometer auf Protonen, Neutronen, geladene Pionen und Photonen sensitiv ist, lassen sich bereits am Wasserstoff über die simultan gemessenen Reaktionskanäle $\gamma_v p \to \Delta^+ \to p\pi^0$ und $\gamma_v p \to \Delta^+ \to n\pi^+$ die isovektoriellen Isospinamplituden $A_v^{\frac{3}{2}}$ und die isoskalar isovektoriellen Mischamplituden $A_p^{\frac{1}{2}}$, wie in Kapitel 2.2.2 gezeigt, extrahieren. Zur vollständigen Isospinzerlegung der Multipolamplituden in $A_v^{\frac{3}{2}}$, $A_v^{\frac{1}{2}}$, $A_s^{\frac{1}{2}}$ oder $A_v^{\frac{3}{2}}$, $A_p^{\frac{1}{2}}$, $A_n^{\frac{1}{2}}$ muss noch zusätzlich einer der beiden am Deuterium gemessenen Reaktionskanäle $\gamma_v n \to \Delta^0 \to n\pi^0$ oder $\gamma_v n \to \Delta^0 \to p\pi^-$ analysiert werden. Die noch laufende Auswertung dieser Reaktionskanäle erschwert sich sowohl aufgrund der durch die Fermi-Bewegung der Nukleonen im Deuterium verschmierten Winkelverteilungen (siehe Abb. 4.11) als auch aufgrund der zur Trennung der Reaktionskanäle zu fordernden Dreifachkoinzidenz (e', N, γ) beziehungsweise $(e', N, \pi^\pm)$.

Bei der Optimierung der kinematischen experimentellen Parameter wird in erster Linie auf die Maximierung des virtuellen Photonenflusses (2.53) Wert gelegt, was in der Regel zur Einstellung des

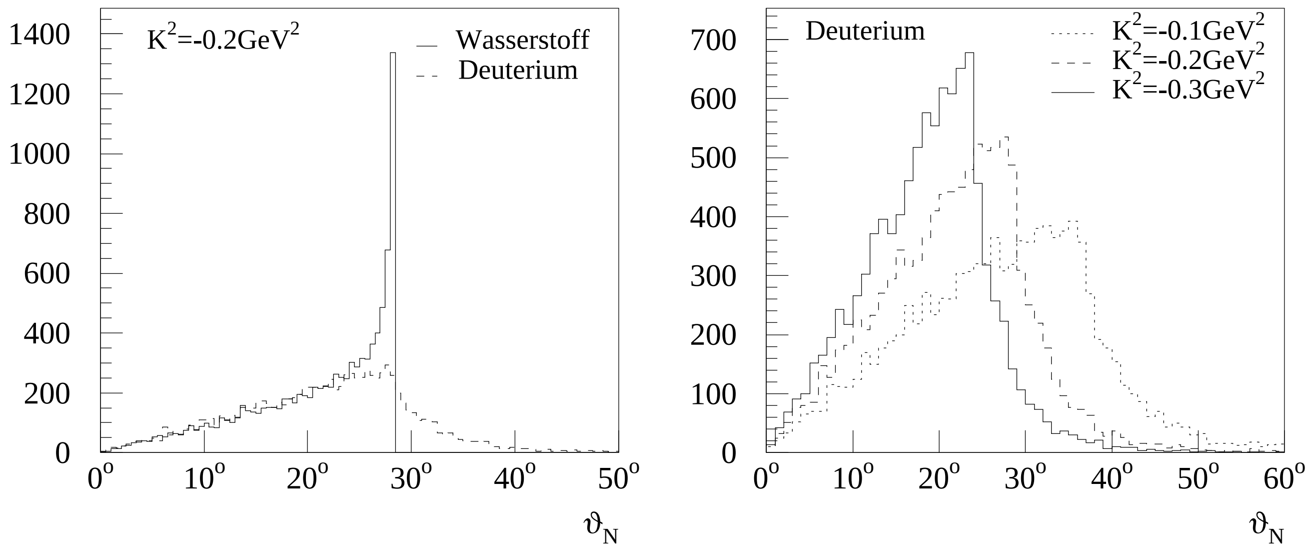
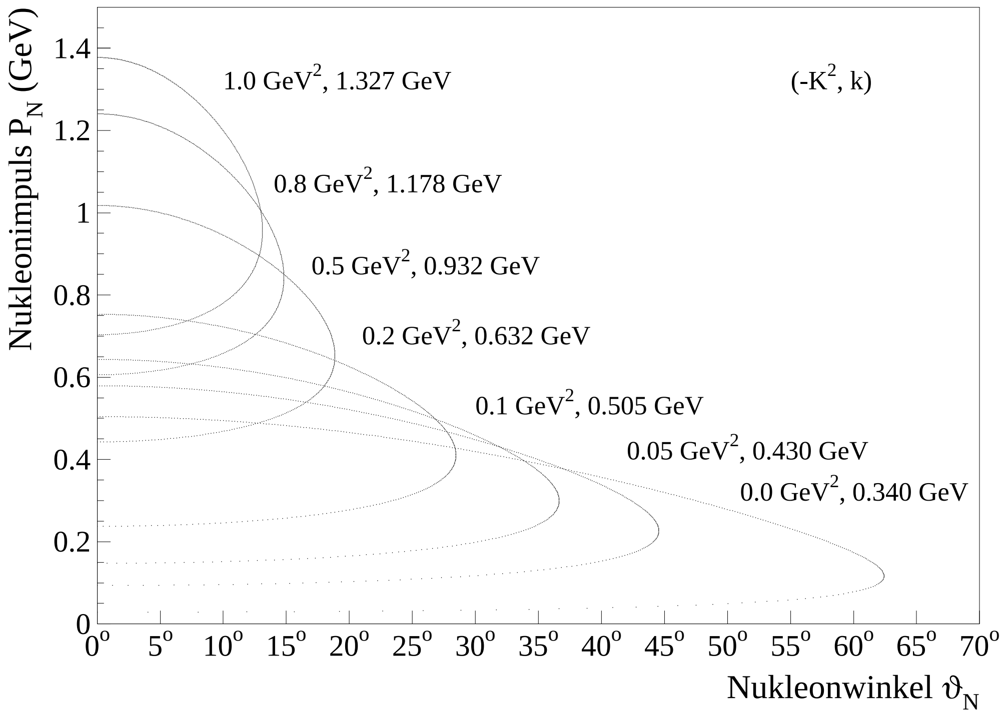


Abbildung 4.11: Auswirkungen der Fermi-Bewegung.

kleinstmöglichen Elektronenspektrometerwinkels von 18.95^o führt, da der virtuelle Photonenfluss mit kleiner werdenden Winkeln ϑ_e stark ansteigt. Nur bei den hohen Impulsüberträgen muss der Spektrometerwinkel vergrößert werden, um die Δ-Resonanz im Bereich der maximal akzeptierten Elektronstreuenergien mit $k_{20} \leq k_{20}^{max} = 2\,GeV$ zu halten, siehe Kapitel 4.2.1. Die resultierenden kinematischen Parameter des bereits abgeschlossenen ELAN-Messprogrammes zur Bestimmung der Viererimpulsübertragsabhängigkeiten der Messgrößen im $\Delta_{33}(1232)$-Resonanzbereich sind der Tabelle 4.2 zu entnehmen.

$-K^2\,(GeV^2)$	0.038	0.075	0.105	0.127	0.160	0.201	0.304	0.495	0.638	0.798
$k_{10}\,(GeV)$	0.800	1.043	1.200	1.305	1.446	1.602	1.944	2.210	2.300	2.600
ϑ_e	18.91^o	18.95^o	18.98^o	18.95^o	18.95^o	18.95^o	18.95^o	21.52^o	23.88^o	23.60^o
$k_{20}\,(GeV)$	0.440	0.663	0.804	0.898	1.021	1.156	1.442	1.607	1.620	1.835
$k_0\,(GeV)$	0.360	0.380	0.396	0.407	0.425	0.447	0.502	0.603	0.680	0.765
$\lvert\vec{k}^*\rvert\,(GeV)$	0.312	0.357	0.389	0.412	0.444	0.482	0.568	0.706	0.799	0.896
ε	0.803	0.860	0.878	0.886	0.894	0.900	0.908	0.889	0.866	0.869
ε_L	0.516	1.238	1.972	2.621	3.811	5.757	15.05	131.6	∞	163.2
ϑ_γ	-20.4^o	-27.4^o	-30.8^o	-32.6^o	-34.6^o	-36.4^o	-38.9^o	-39.5^o	-38.7^o	-38.7^o
ϑ_N^{max}	47.4^o	40.0^o	36.1^o	33.8^o	31.1^o	28.4^o	23.8^o	19.0^o	16.7^o	14.8^o
Target	H_2	H_2	H_2,D_2	H_2	H_2	H_2,D_2	H_2	H_2	H_2	H_2

Tabelle 4.2: Kinematische Größen des $N \rightarrow \Delta$ - Messprogrammes.



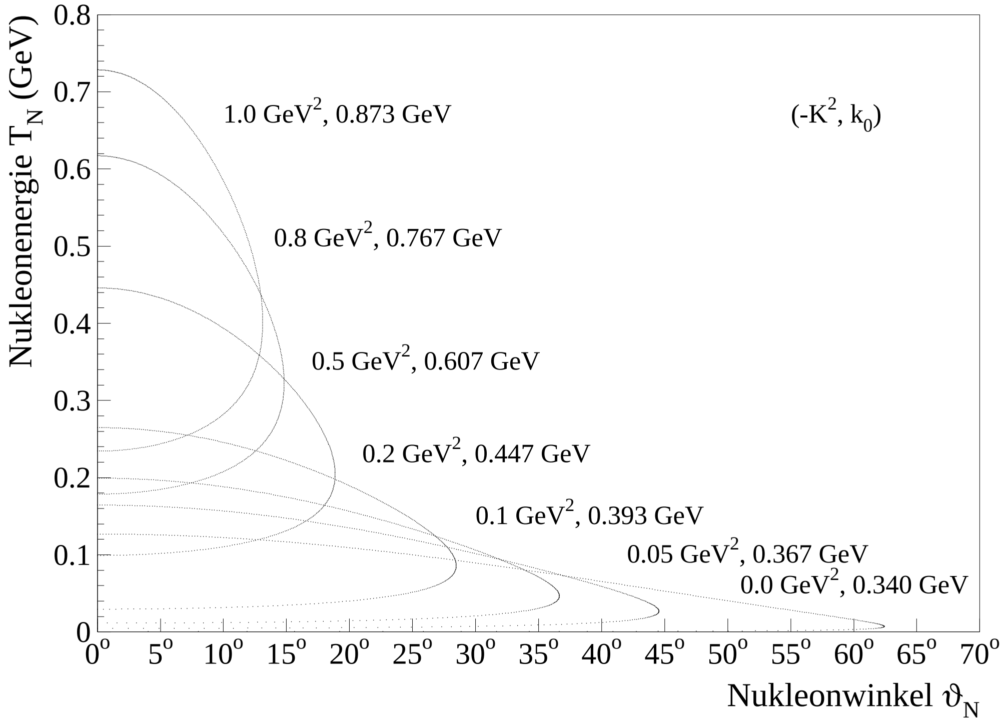


Abbildung 4.12: Impuls- und Energieübertrag auf das Nukleon in Abhängigkeit des Viererimpulsübertrages $-K^2$ und des entsprechenden Impuls- $|\vec{k}| = k$ beziehungsweise Energieübertrages k_0 des virtuellen Photons in $\vartheta_N^* = 0.5^o$-Schritten.

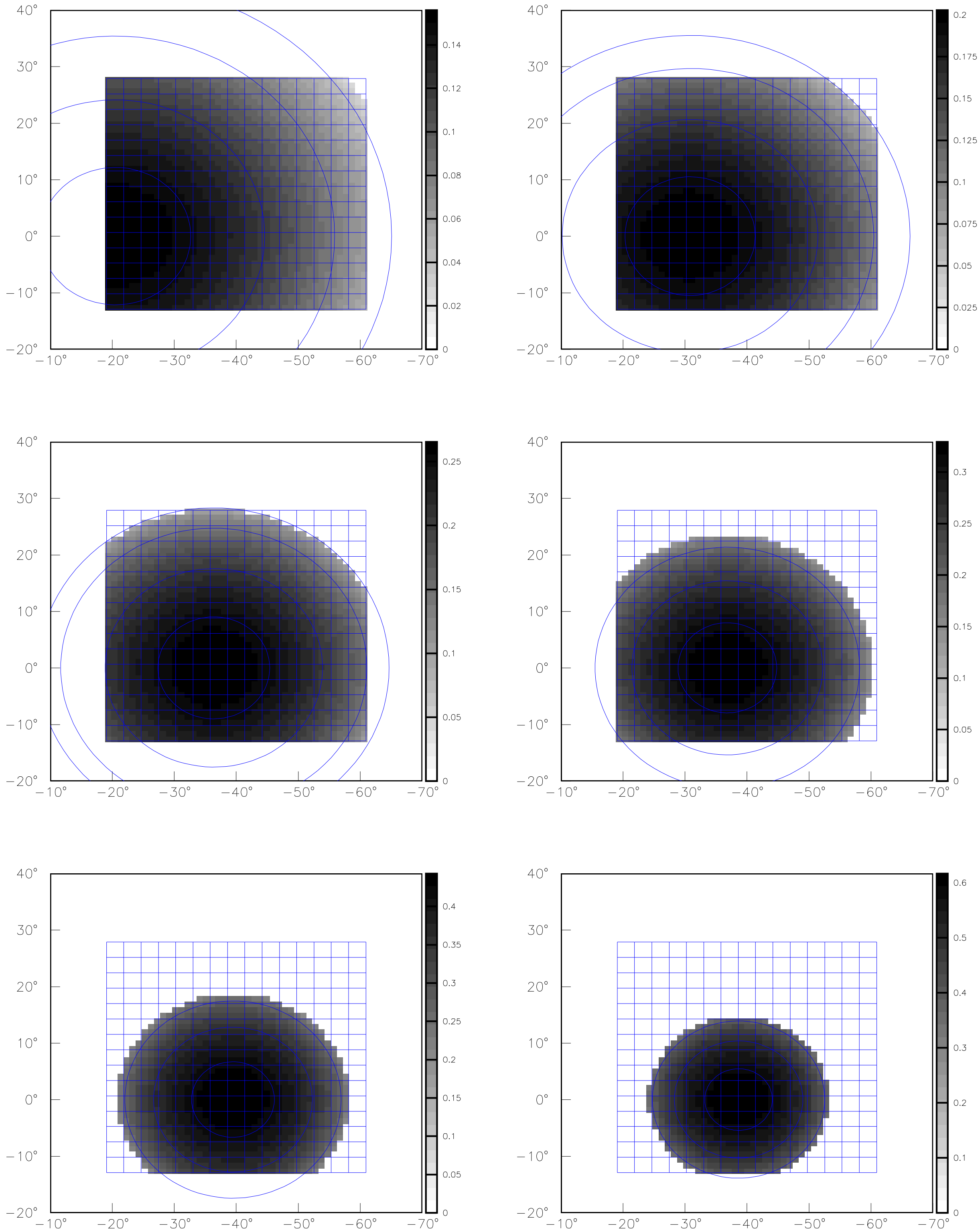


Abbildung 4.13: Auf das Flugzeitspektrometer projizierte Nukleonenkegel für verschiedene $-K^2 \in \{0.038, 0.105, 0.201, 0.304, 0.495, 0.798\, GeV^2\}$ und $W = 1.232\, GeV$ mit Nukleonenringen bei $\vartheta_N^* \in \{30^o,\, 60^o,\, ...\}$ und der in Graustufen kodierten Verteilung der kinetischen Nukleonenergie in GeV.

Zur vollständigen Bestimmung der Kinematik (siehe auch Anhang A.2) muss nur das Nukleon oder das Pion des Δ-Zerfalls gemessen werden, weil ihre Impulse im Schwerpunktsystem entgegengesetzt gleich sind. Da die relative Geschwindigkeit zwischen dem Labor- und dem Schwerpunktsystem zwar kleiner als die Geschwindigkeit des Pions, aber größer als die des Protons im Schwerpunktsystem ist, treten die Pionen nach der Lorentz-Transformation in das Laborsystem [BGR 63, Got 90] immer noch unter allen Winkeln auf (schwache kinematische Fokussierung), wohingegen die Winkelverteilung der Nukleonen aufgrund der starken kinematischen Fokussierung in einen Kegel um die Richtung des virtuellen Photons transformiert wird. Hieraus folgt, dass unter jedem ϑ_N-Winkel des Laborsystems innerhalb des Kegels entweder ein niederenergetischeres, im Schwerpunktsystem rückwärts gestreutes oder ein hochenergetischeres, im Schwerpunktsystem vorwärts gestreutes Nukleon auftritt, siehe Abbildung 4.12, wobei alle φ-Winkel unter der Lorentz-Transformation unverändert bleiben $\varphi = \varphi^*$. Wie sich diese starke kinematische Fokussierung der Nukleonen auf deren Energie- und Winkelverteilung im Flugzeitspektrometer in Abhängigkeit des Viererimpulsübertrages auswirkt ist in den Abbildungen 4.13 und 4.14 dargestellt.

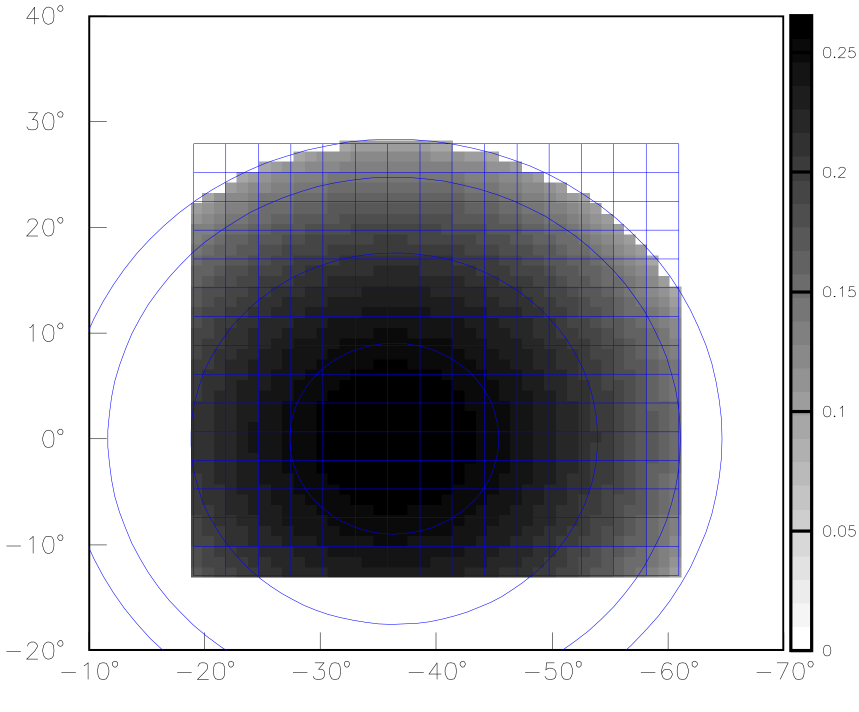


Abbildung 4.14: Auf das Flugzeitspektrometer projizierter Nukleonenkegel für $-K^2 = 0.201\,GeV^2$ und $W = 1.232\,GeV$ mit Nukleonenringen bei $\vartheta_N^* \in \{30^o, 60^o, ...\}$ und der in Graustufen kodierten Verteilung der kinetischen Nukleonenergie in GeV.

Es zeigt sich, dass insbesondere für kleinere Viererimpulsüberträge $-K^2$ volle φ_N-Winkelverteilungen bis zu größeren ϑ_N-Winkeln messbar wären, wenn das Flugzeitspektrometer weiter links und tiefer plaziert würde. Doch lässt sich dies unter Berücksichtigung der äußeren Maße des Flug-

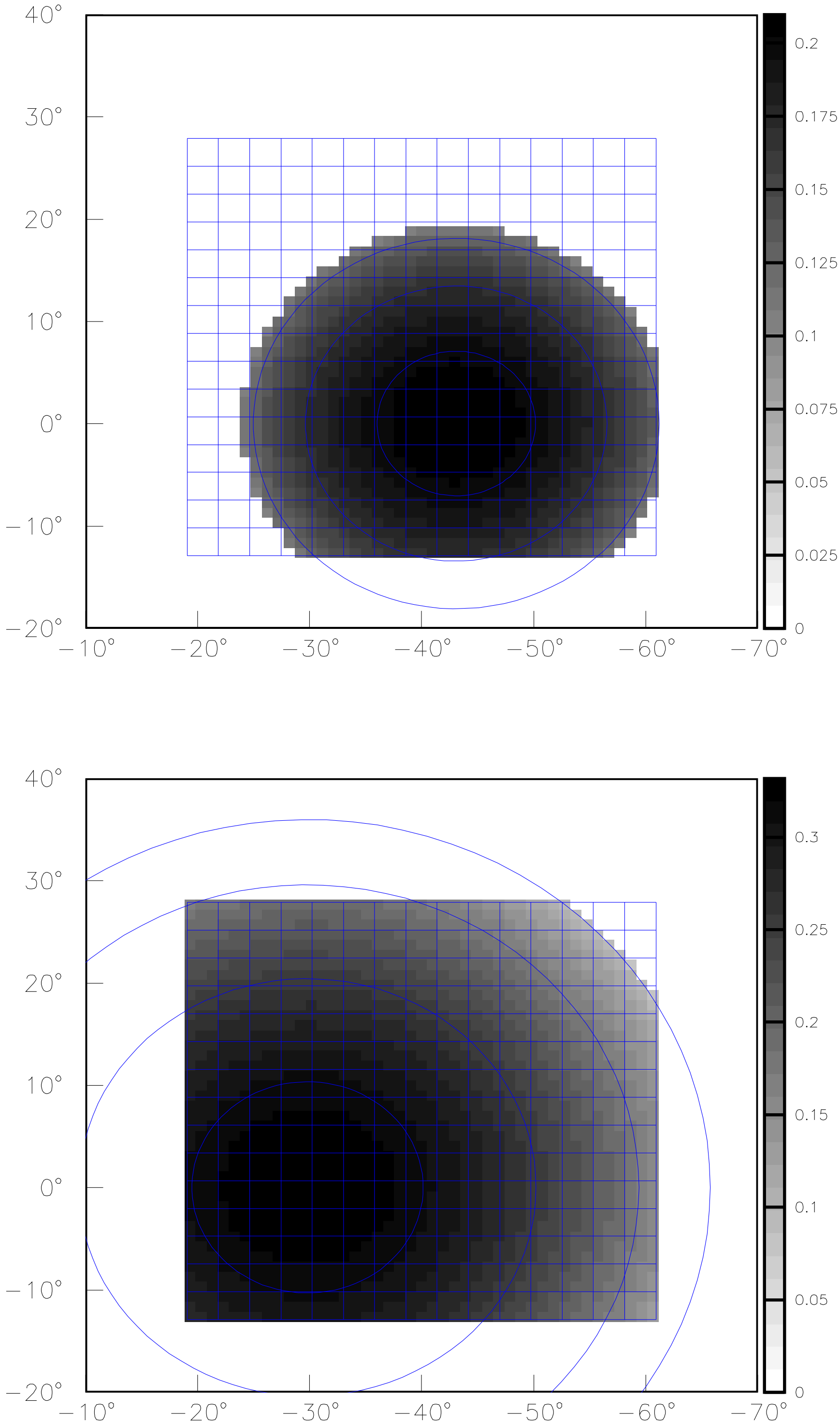


Abbildung 4.15: Auf das Flugzeitspektrometer projizierter Nukleonenkegel für $-K^2 = 0.201\, GeV^2$ und $W = 1.160\, GeV$ (oben) sowie $W = 1.310\, GeV$ (unten) jeweils mit Nukleonenringen bei $\vartheta_N^* \in \{30^o,\, 60^o,\, ...\}$ und der in Graustufen kodierten Verteilung der kinetischen Nukleonenergie in GeV.

zeitspektrometers, der benötigten Abschirmung gegen den hinter dem Target aufgeweiteten Elektronenstrahl und der Strahlhöhe von $1.5\,m$ nicht weiter optimieren, so dass durch die $4\,m$ vom Target entfernte, sensitive Szintillatorfläche der die Akzeptanz bestimmenden, dritten Wand ein auf die Elektronenstrahlrichtung bezogener, horizontaler Winkelbereich von -19^o bis -61^o und ein auf die Richtung des virtuellen Photons bezogener, vertikaler Winkelbereich von -13^o bis $+28^o$ überdeckt werden (siehe Abbildungen 4.13-4.15). Diese Winkelakzeptanzen des Flugzeitspektrometers behalten für alle durchgeführten $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Experimente (siehe Tab. 4.2) ihre Gültigkeit, da die Positionierung der Flugzeitwände bis zum Abschluss des $\mathrm{N} \rightarrow \Delta$ - Messprogrammes im September letzten Jahres unverändert blieb.

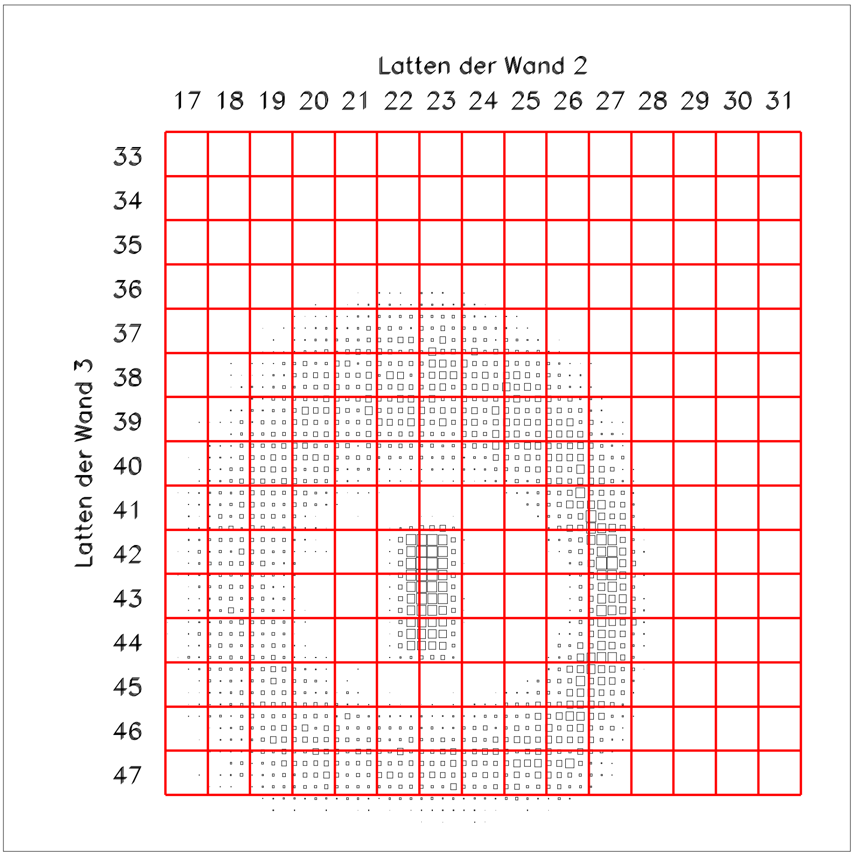


Abbildung 4.16: Im Flugzeitspektrometer gemessene Verteilung des auf $40^o \leq \vartheta_p^* \leq 50^o$ geschnittenen Protonenringes und der korrespondierenden virtuellen Photonen für $-K^2 = 0.201\,GeV^2$ und $W = 1.232\,GeV$.

Die große Akzeptanz des Flugzeitspektrometers ermöglicht auch die weitgehend vollständige Ausnutzung der vergleichsweise großen Elektronenspektrometerakzeptanzen. So zeigen die Abbildungen

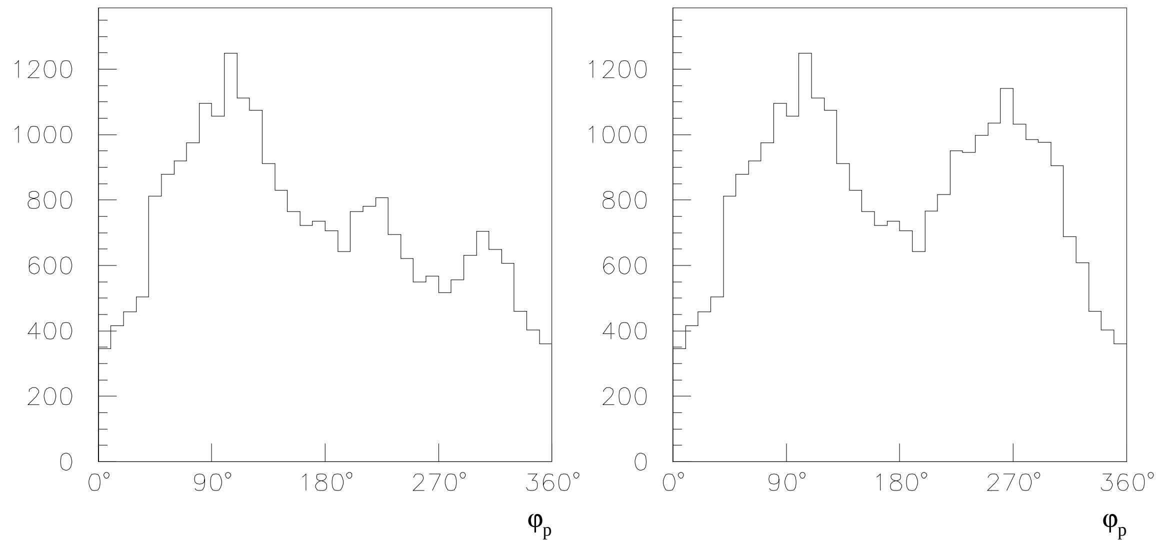


Abbildung 4.17: Gemessene φ_p^*-Verteilung des auf $40^o \leq \vartheta_p^* \leq 50^o$ geschnittenen Protonenringes ohne (links) und mit Akzeptanzkorrektur (rechts) für $-K^2 = 0.201\,GeV^2$ und $W = 1.232\,GeV$.

4.14 und 4.15 am Beispiel des Viererimpulsübertrages von $-K^2 = 0.201\,GeV^2$ die Projektionen der Nukleonenkegel auf das Flugzeitspektrometer in Abhängigkeit von den invarianten Massen W, die den Elektronenstreuenergien in der Mitte und an den beiden Rändern des Akzeptanzbereiches entsprechen. Hierbei sind das Wandern der Richtung des virtuellen Photons und somit des Nukleonenkegels nach links sowie das Anwachsen sowohl der Kegelgröße als auch der maximal auftretenden Nukleonenenergie mit zunehmender invarianter Masse deutlich erkennbar. Die Raumwinkelakzeptanz des Elektronenspektrometers spiegelt sich in der in Abbildung 4.16 dargestellten, zentralen, rechteckigen Verteilung der virtuellen Photonen sowie der Verbreiterung des auf $40^o \leq \vartheta_p^* \leq 50^o$ beziehungsweise $12^o \leq \vartheta_p \leq 15^o$ geschnittenen Protonenringes wider. Zudem lassen sich selbst für nicht mehr vollständig im Flugzeitspektrometer abgebildete Ringe, wie im gezeigten Fall, nach durchgeführter Akzeptanzkorrektur wieder vollständige φ_p-Verteilungen aufbauen, siehe Abbildung 4.17.

[BGR 63, Got 90, PDG 96, Wac 98]

4.4 Methodik der Extraktion erster Ergebnisse

Die im Flugzeitspektrometer bei einem Viererimpuls von $-K^2 = 0.201\,GeV^2$ gemessene Winkelverteilung der Protonen des Reaktionskanals $\gamma_v p \to \Delta^+ \to p\pi^0$ bildet hier die Grundlage für die in Kapitel 2 behandelte Zerlegung der Wirkungsquerschnitte und den so extrahierten ersten Ergebnissen [Wac 98]. Nach der in der Einphotonaustauschnäherung durchgeführten Abtrennung des leptonischen Anteils des fünffach differentiellen Wirkungsquerschnittes (2.52)

$$\frac{d^5\sigma_v}{dk_{20}\,d\Omega_e\,d\Omega^*_{\pi^0}} = \Gamma_v \cdot \frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\,, \tag{4.5}$$

lässt sich die auf der Polarisation des virtuellen Photons beruhende Struktur des hadronischen zweifach differentiellen Koinzidenzwirkungsquerschnittes der Pionproduktion mittels unpolarisierter Elektronen wie in Anhang A.3.3 hergeleitet (2.79,A.53)

$$\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}} = \frac{|\vec{q}^{\,*}|}{k^*_\gamma}\left(R_T + \varepsilon_L\,R_L + \sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\,R_{LT}\,\cos\varphi^*_{\pi^0} + \varepsilon\,R_{TT}\,\cos 2\varphi^*_{\pi^0}\right) \tag{4.6}$$

aufdecken. Hierbei sind sowohl die Summe der longitudinalen und der transversalen Responsefunktion $R_T + \varepsilon_L\,R_L$ als auch die Responsefunktion der longitudinal transversal interferierenden R_{LT} sowie die der transversal transversal interferierenden Photonkomponenten R_{TT} aufgrund ihrer spezifischen $\varphi^*_{\pi^0}$-Abhängigkeit einzeln bestimmbar. Die in Anhang A.5 in S- und P-Wellennäherung ($l_\pi \leq 1$) ausgeführte Multipolzerlegung der Responsefunktionen (A.85,A.88,A.90,A.96)

$$\begin{aligned}
R_T &= |E_{0+}|^2 + 0.5|2\underline{M_{1+}} + M_{1-}|^2 + 0.5|3E_{1+} - \underline{M_{1+}} + M_{1-}|^2 && (4.7)\\
&\quad +\mathbf{cos}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot 2\mathrm{Re}[E^*_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})]\\
&\quad +\mathbf{cos^2}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot (|3E_{1+} + \underline{M_{1+}} - M_{1-}|^2 - 0.5|2\underline{M_{1+}} + M_{1-}|^2\\
&\qquad - 0.5|3E_{1+} - \underline{M_{1+}} + M_{1-}|^2)\,,\\
R_L &= |L_{0+}|^2 + 4|L_{1+}|^2 + |L_{1-}|^2 - 4\mathrm{Re}[L^*_{1+}L_{1-}] && (4.8)\\
&\quad +\mathbf{cos}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot 2\mathrm{Re}[L^*_{0+}(4L_{1+} + L_{1-})]\\
&\quad +\mathbf{cos^2}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot 12(|L_{1+}|^2 + \mathrm{Re}[L^*_{1+}L_{1-}])\,,\\
R_{LT} &= -\mathbf{sin}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot \mathrm{Re}[L^*_{0+}(3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}) - E_{0+}(2L^*_{1+} - L^*_{1-}) && (4.9)\\
&\qquad + \mathbf{cos}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot 6(\underline{L^*_{1+}}(E_{1+} - \underline{M_{1+}} + M_{1-}) + L^*_{1-}E_{1+})] \quad \text{und}\\
R_{TT} &= +\mathbf{sin^2}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot 3(1.5|E_{1+}|^2 - 0.5|\underline{M_{1+}}|^2 && (4.10)\\
&\qquad - \mathrm{Re}[E^*_{1+}(M_{1+} - M_{1-}) + M^*_{1+}M_{1-}])
\end{aligned}$$

erlaubt unter Ausnutzung der unterschiedlichen $\vartheta^*_{\pi^0}$-Abhängigkeiten die weitere Isolierung einzelner Multipolamplitudenkombinationen. Die Güte der S- und P-Wellennäherung beziehungsweise die Bedeutung der Multipolamplituden nächsthöherer Ordnung ($l_\pi = 2$) lässt sich bei Anpassung der entsprechend erweiterten $\vartheta^*_{\pi^0}$-Abhängigkeit

$$\begin{aligned}
A^\varphi(\vartheta) &= \tilde{A}^\vartheta_0 + \tilde{A}^\vartheta_1 \cdot \cos\vartheta^*_{\pi^0} + \tilde{A}^\vartheta_2 \cdot \cos^2\vartheta^*_{\pi^0} + \tilde{A}^\vartheta_3 \cdot \cos^3\vartheta^*_{\pi^0} && (4.11)\\
B^\varphi(\vartheta) &= \left(\tilde{B}^\vartheta_0 + \tilde{B}^\vartheta_1 \cdot \cos\vartheta^*_{\pi^0} + \tilde{B}^\vartheta_2 \cdot \cos^2\vartheta^*_{\pi^0}\right) \cdot \sin\vartheta^*_{\pi^0} && (4.12)\\
C^\varphi(\vartheta) &= \left(\tilde{C}^\vartheta_0 + \tilde{C}^\vartheta_1 \cdot \cos\vartheta^*_{\pi^0}\right) \cdot \sin^2\vartheta^*_{\pi^0} && (4.13)
\end{aligned}$$

an der Größe der Parameter $\tilde{A}^\vartheta_3$, $\tilde{B}^\vartheta_2$ und $\tilde{C}^\vartheta_1$ erkennen. Da in der bisherigen Auswertung der Protonenverteilungen nur der innere Teil des gemessenen $\vartheta^*_{\pi^0}$-Winkelbereiches beiträgt [Wac 98], muss die Zahl der freien Parameter zur Stabilisierung der Fitergebnisse beschränkt werden. Hierzu wird, da der totale Wirkungsquerschnitt der π^0-Produktion am Proton bis auf wenige Prozent ausschließlich durch die M_{1+}-Amplitude bestimmt wird und die verbleibenden direkten Born-Beiträge zudem nahezu reell sind [Han 96], das Verhalten der so dominierenden M_{1+}-Amplitude am K-Matrixpol der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz (siehe Kap. 3.7) ausgenutzt, deren Realanteil an dieser Stelle einerseits verschwindet und deren Imaginäranteil andererseits fast maximal ist. Zu den Responsefunktionen R_T und R_{TT} tragen folglich in erster Ordnung nur $|M_{1+}|^2$-Terme bei. Da diese aber in R_{LT} nicht auftreten, ist hier der interessierende Beitrag $\mathrm{Re}[L_{1+}^* M_{1+}]$ sogar der der führenden Ordnung, indem der Imaginäranteil der ebenfalls resonanten, aber kleinen L_{1+}-Amplitude durch den der M_{1+}-Amplitude heraus projiziert wird. Der nächstwichtigste und vorläufig letzte, berücksichtigte Beitrag ist der der interferierenden Imaginäranteile der E_{0+}- und M_{1+}-Amplituden. Dies mag zunächst merkwürdig erscheinen, da die E_{0+}-Amplitude zwar den π^+-Produktionswirkungsquerschnitt über den t-Kanal-Born-Graph mit dominiert, sie aber einerseits als Born-Amplitude nahezu rein reell ist und andererseits aufgrund dieses in der π^0-Produktion nicht auftretenden Pionpolterms hier nicht direkt beitragen kann. Doch verursacht die Rückstreuung aus dem $\pi^+ n$- in den $\pi^0 p$-Kanal das Auftreten einer alles andere als vernachlässigbar großen, nahezu rein imaginären E_{0+}-Amplitude [Han 96]. Somit lässt sich das Gleichungssystem (4.7 - 4.10) unter Beibehaltung der Terme führender Ordnung näherungsweise durch

$$
\begin{aligned}
R_T &= (2.5 - 1.5 \cdot \mathbf{cos^2}\vartheta^*_{\pi^0}) \cdot |M_{1+}|^2 + 2 \cdot \mathbf{cos}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot \mathrm{Re}[E^*_{0+} M_{1+}]\,, && (4.14)\\
R_L &\simeq 0\,, && (4.15)\\
R_{LT} &= 6 \cdot \mathbf{cos}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot \mathbf{sin}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot \mathrm{Re}[L^*_{1+} M_{1+}] \quad \text{und} && (4.16)\\
R_{TT} &= -1.5 \cdot \mathbf{sin^2}\vartheta^*_{\pi^0} \cdot |M_{1+}|^2 && (4.17)
\end{aligned}
$$

ersetzten.

[Han 96, Wac 98]

4.5 Erste Ergebnisse

Die im Folgenden aufgeführten ersten ELSA-Ergebnisse beruhen auf der im Rahmen der Doktorarbeit von Wacker beschriebenen Auswertung des Reaktionskanals $\gamma_v p \to \Delta^+ \to p\pi^0$ bei einem Viererimpuls von $-K^2 = 0.201\, GeV^2$ (siehe Tab. 4.2) [Wac 98].

4.5.1 Winkelverteilungen

Zunächst wird die im Flugzeitspektrometer gemessene Winkelverteilung der Protonen sowohl bezüglich der Nachweiswahrscheinlichkeit und der Akzeptanz des Elektronenspektrometers als auch bezüglich der Sollrichtung der virtuellen Photonen, die über die Kinematik der gestreuten Elektronen, die entlang der in Abbildung 4.3 eingezeichneten Sollbahn fliegen, definiert ist, ereignisweise

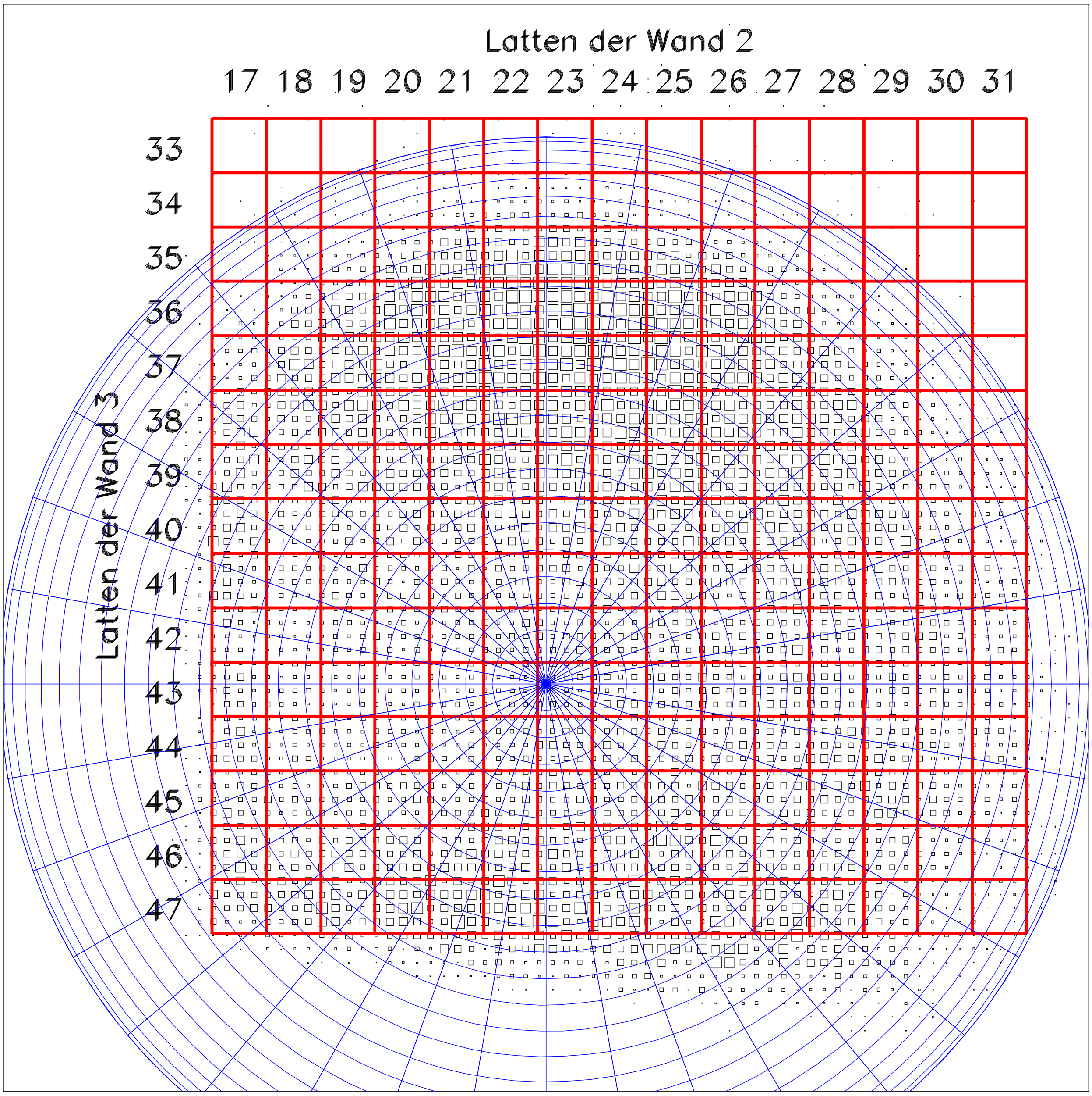


Abbildung 4.18: Segmentierung des Flugzeitspektrometers sowie der akzeptanz- und richtungskorrigierten Winkelverteilung der Protonen, deren Häufigkeit über die Größe der kleinen Quadrate definiert ist.

korrigiert. Die in Abbildung 4.18 dargestellte, resultierende Protonenverteilung verliert so ihren direkten Bezug zu den 225 durch die Wände 2 und 3 des Flugzeitspektrometers gebildeten Segmenten, in denen sie ursprünglich vermessen wurde und wird von nun an in den $\Delta\vartheta_p^* = 5^o$ und $\Delta\varphi_p^* = 10^o$ großen Raumwinkelelementen ausgewertet. Die hier gewählten Winkeldefinitionen entsprechen Abbildung 4.10 und so denen der theoretischen Wirkungsquerschnittszerlegung, so dass die Sollrichtung der virtuellen Photonen mit der z-Achse und der $\vartheta_p^* = \varphi_p^* = 0^o$ Richtung der Protonenverteilung zusammenfällt. Da das Proton und das Pion im Schwerpunktsystem diametral emittiert werden, lässt sich die Protonenverteilung mit $\vartheta_{\pi^0}^* = 180^o - \vartheta_p^*$ und $\varphi_{\pi^0}^* = 180^o + \varphi_p^*$ leicht in die zugehörige Pionenverteilung überführen (siehe Abb. 2.3).

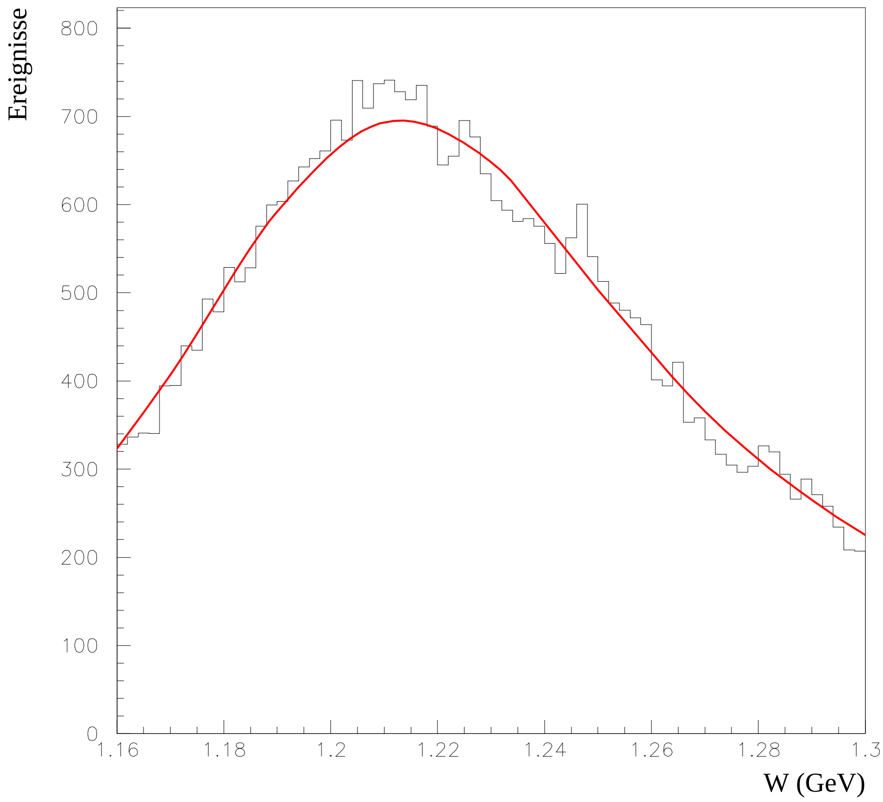


Abbildung 4.19: Abhängigkeit der über φ_p^* und $\vartheta_p^* < 40^o$ integrierten π^0-Elektroproduktion von der invarianten Masse W im Vergleich zu dem modellierten Wirkungsquerschnittsverlauf [Dre 88] unter Berücksichtigung interner und externer Strahlungskorrekturen.

Zur Querkontrolle der Auswertung und der Energiebestimmung werden in Abbildung 4.19 die über $0^o \leq \varphi_p^* < 360^o$ und $0^o \leq \vartheta_p^* < 40^o$ integrierten Zählraten in Abhängigkeit der im Schwerpunktsystem zur Verfügung stehenden Energie W mit dem über den gleichen Raumwinkel integrierten π^0-Elektroproduktionswirkungsquerschnitt verglichen, der mit Hilfe des Monte-Carlo-Programmes ENIGMA [ViK 91], basierend auf dem effektiven Lagrange-Ansatz von Dressler [Dre 88], unter Berücksichtigung interner und externer Strahlungskorrekturen simuliert wurde. Aufgrund der noch

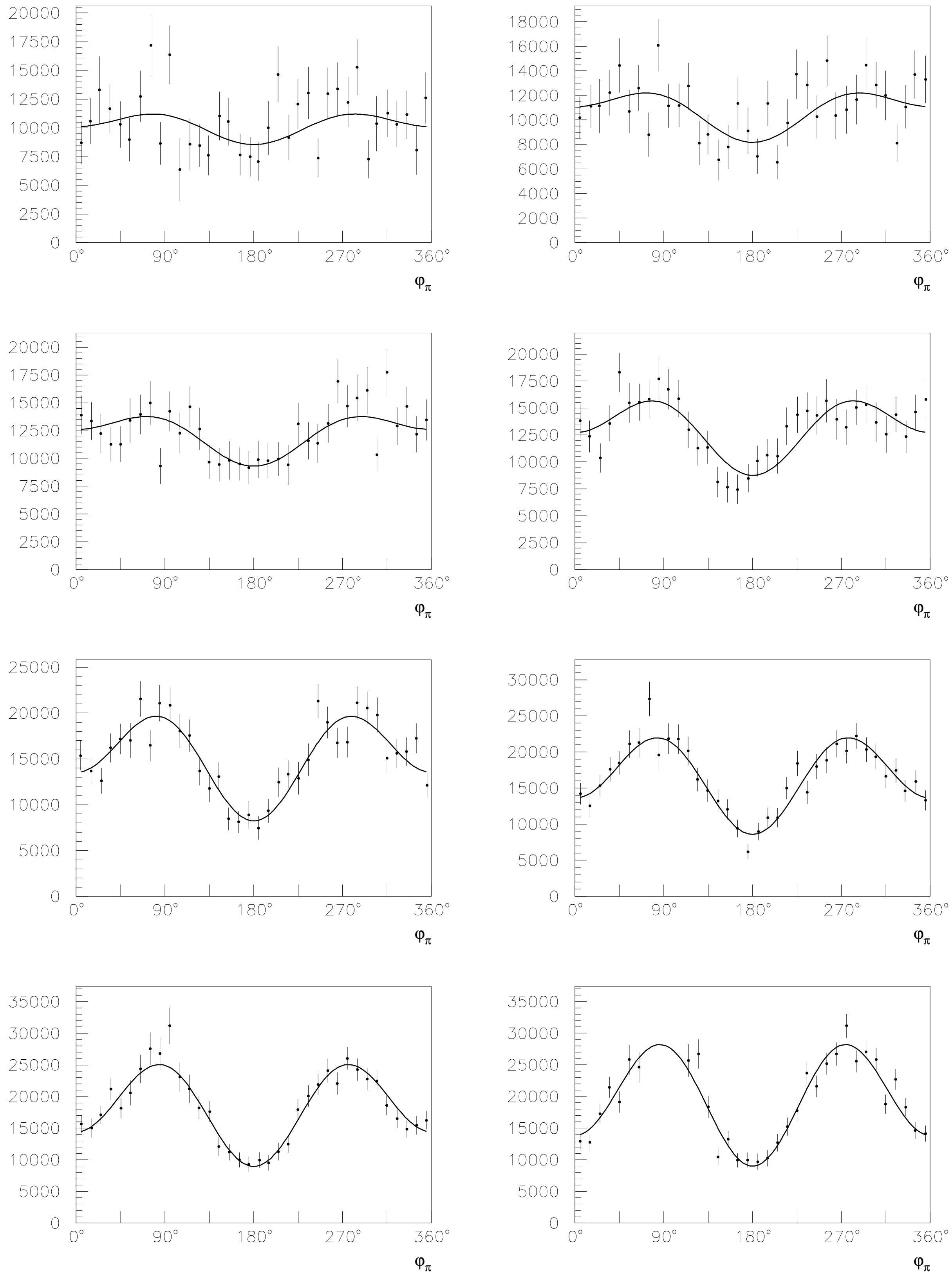


Abbildung 4.20: Fit an die gemessene $\varphi^*_{\pi^0}$-Verteilung in den einzelnen $\Delta\vartheta^*_p = 5^o$-Ringen von $\vartheta^*_p = 12.5^o$ (oben links) bis $\vartheta^*_p = 47.5^o$ (unten rechts).

nicht durchgeführten Absolutnormierung der Messdaten, die über den mitgemessenen, bekannten und die Luminosität eichenden, elastischen Wirkungsquerschnitt erfolgen wird, wurde die Höhe des dargestellten Wirkungsquerschnittes an die Daten angepasst.
Werden die Daten nun auf einen Bereich von $\pm 20\,MeV$ um die $\Delta_{33}(1232)$-Resonanzposition beschränkt und auf ihr jeweiliges Raumwinkelelement normiert, so lassen sich die so in Abbildung 4.20 aufgebauten $\varphi^*_{\pi^0}$-Verteilungen nach

$$\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}} = A^\varphi + B^\varphi \cdot \cos\varphi^*_{\pi^0} + C^\varphi \cdot \cos 2\varphi^*_{\pi^0} \tag{4.18}$$

parametrisieren. Mit steigenden ϑ^*_p nimmt der ebenfalls dargestellte, auf der Statistik beruhende Fehler entsprechend dem wachsenden Raumwinkel der einzelnen $\Delta\vartheta^*_p$-Ringe ab, so dass die $\cos\varphi^*_{\pi^0}$- und $\cos 2\varphi^*_{\pi^0}$-abhängigen Anteile, deren Stärken entsprechend der $\sin\vartheta^*_{\pi^0}\cos\vartheta^*_{\pi^0}$- und $\sin^2\vartheta^*_{\pi^0}$-Abhängigkeiten der Responsefunktionen R_{LT} und R_{TT} moduliert sind (siehe (4.16,4.17)), immer deutlicher erkennbar werden. Die numerischen Fitergebnisse sind der Tabelle 4.3 zu entnehmen und die korrespondierenden Fitkurven der Abbildung 4.20.

mittleres ϑ^*_p	A^φ	B^φ	C^φ	χ^2
7.5^o	9325 ± 454	902 ± 652	27 ± 638	0.86
12.5^o	10238 ± 346	771 ± 478	-904 ± 493	1.41
17.5^o	10778 ± 305	1448 ± 421	-1175 ± 433	1.30
22.5^o	12222 ± 289	1637 ± 393	-1289 ± 408	0.99
27.5^o	13077 ± 274	1969 ± 364	-2369 ± 385	1.17
32.5^o	15150 ± 270	2626 ± 350	-4309 ± 377	1.22
37.5^o	16464 ± 276	2475 ± 344	-5334 ± 382	0.96
42.5^o	18330 ± 283	2749 ± 342	-6604 ± 398	0.83
47.5^o	19744 ± 305	2477 ± 334	-8279 ± 427	1.65

Tabelle 4.3: Parameter des $\varphi^*_{\pi^0}$-Fits $\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}} = A^\varphi + B^\varphi \cdot \cos\varphi^*_{\pi^0} + C^\varphi \cdot \cos 2\varphi^*_{\pi^0}$.

Diese Ergebnisse der Parameter A^φ, B^φ, C^φ und ihre Fehler, die die Fitunsicherheiten wiedergeben, lassen sich nun in Abhängigkeit von $\vartheta^*_{\pi^0}$, wie in Abbildung 4.21 geschehen, auftragen und entsprechend (4.14-4.17) nach

$$\begin{aligned} A^\varphi(\vartheta) &= 2.5A_0^\vartheta + 2A_1^\vartheta \cdot \cos\vartheta^*_{\pi^0} - 1.5A_0^\vartheta \cdot \cos^2\vartheta^*_{\pi^0}\,, && (4.19)\\ B^\varphi(\vartheta) &= B_0^\vartheta \sin\vartheta^*_{\pi^0} \cdot \cos\vartheta^*_{\pi^0} \quad \text{und} && (4.20)\\ C^\varphi(\vartheta) &= C_0^\vartheta \sin^2\vartheta^*_{\pi^0} && (4.21) \end{aligned}$$

weiter parametrisieren.

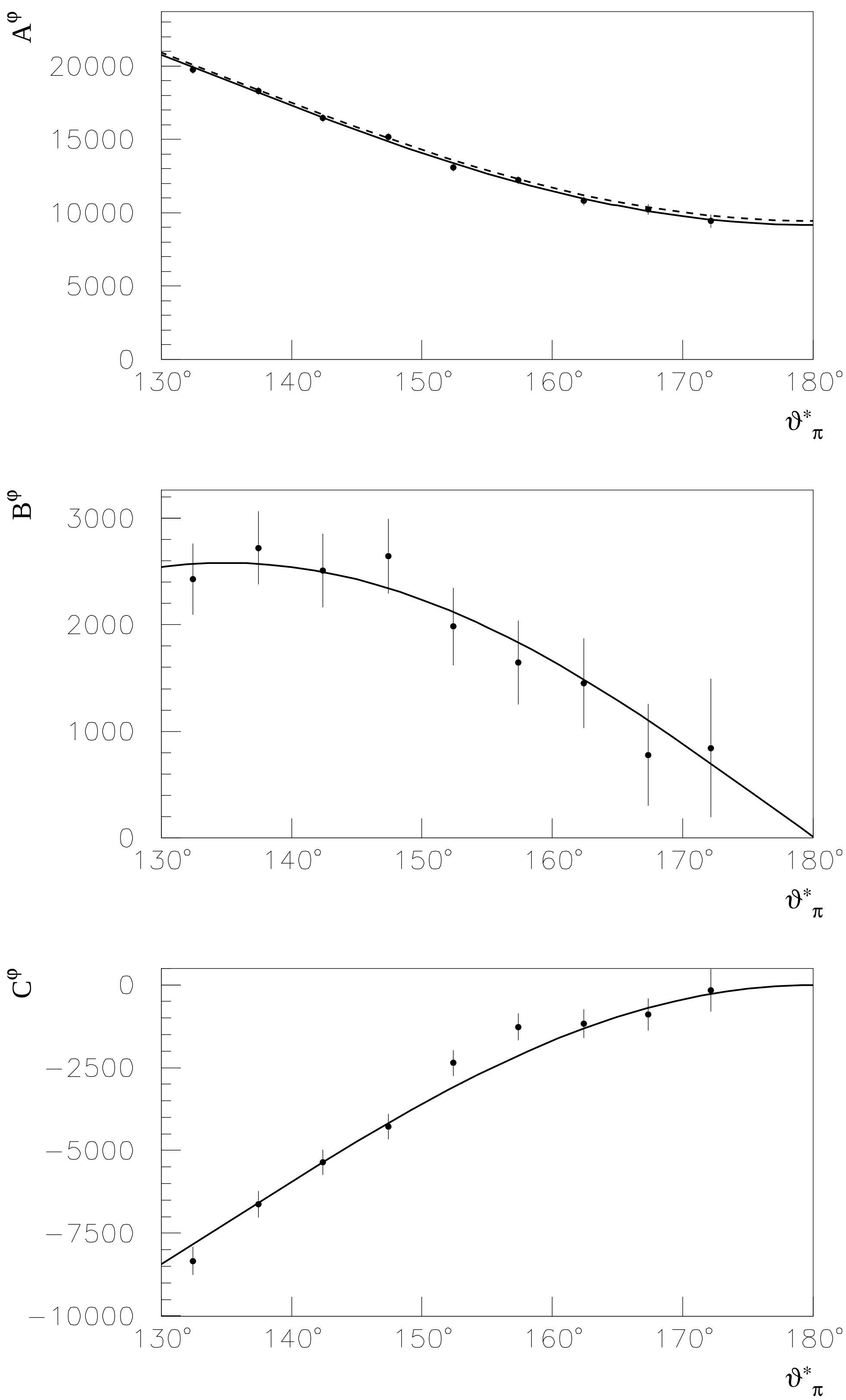


Abbildung 4.21: Anpassung der $\vartheta^*_{\pi^0}$-Abhängigkeit des $\varphi^*_{\pi^0}$-Fitparametersatzes A^φ, B^φ, C^φ.

$\vartheta^*_{\pi^0}$-Fitparameter	$\vartheta^*_{\pi^0}$-Fitergebnisse	χ^2
A_0^ϑ	$12060 \pm 246 \pm 376$	0.57
A_1^ϑ	$1455 \pm 204 \pm 227$	0.57
B_0^ϑ	$-5168 \pm 304 \pm 306$	0.25
C_0^ϑ	$-14345 \pm 448 \pm 584$	1.18

Tabelle 4.4: Parameter der $\vartheta^*_{\pi^0}$-Fits.

Neben der in Abbildung 4.21 gezeigten Übereinstimmung des aufgrund der theoretischen Wirkungsquerschnittszerlegung qualitativ erwarteten Kurvenverlaufs mit den experimentellen Daten wird zur weiteren Überprüfung der Güte des $\varphi^*_{\pi^0}$-Fits dem $\vartheta^*_{\pi^0}$-Verlauf des Parameters A^φ (oberes Teilbild), der den $\varphi^*_{\pi^0}$-unabhängigen Wirkungsquerschnittsanteil $R_T + \varepsilon_L R_L$ beschreibt, der $\vartheta^*_{\pi^0}$-Verlauf der über $\varphi^*_{\pi^0}$ integrierten Zählraten (gestrichelte Kurve) gegenüber gestellt. Die Resultate beider $\vartheta^*_{\pi^0}$-Fits stimmen innerhalb ihrer Fehler miteinander überein. Der Koeffizientenvergleich der Gleichungssysteme (4.14-4.17) und (4.19-4.21) führt unter Berücksichtigung der Umrechnung $k_0^* S_{1+} = k^* L_{1+}$ (siehe Kap. 2.2.4) direkt auf die relativen Multipolamplitudenverhältnisse

$$\frac{\mathrm{Re}(S_{1+}^* M_{1+})}{|M_{1+}|^2} = \frac{|\vec{k}^{\,*}|}{k_0^*} \cdot \frac{-1.5 \cdot \varepsilon}{6 \cdot \sqrt{2\varepsilon_L(\varepsilon+1)}} \cdot \frac{B_0^\vartheta}{C_0^\vartheta} \tag{4.22}$$

und

$$\frac{\mathrm{Re}(E_{0+}^* M_{1+})}{|M_{1+}|^2} = -1.5 \cdot \varepsilon \cdot \frac{A_1^\vartheta}{C_0^\vartheta}\,, \tag{4.23}$$

wohingegen bei der Herleitung von

$$\frac{\mathrm{Re}(E_{1+}^* M_{1+})}{|M_{1+}|^2} = \frac{2.25 \cdot \varepsilon}{12} \cdot \frac{A_0^\vartheta}{C_0^\vartheta} + \frac{1.5}{12} \tag{4.24}$$

zusätzlich auf die Zerlegung der die Strahlasymmetrie bestimmenden Wirkungsquerschnitte (siehe Anhang A.6.2 und Kap. 2.4.3) zurück zu greifen ist, so dass sich mit (A.121,A.124,A.128,A.131) an der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanzposition

$$C_{\|} = C_T + C_{TT} = 12\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-})] \simeq 12\,\mathrm{Re}[E_{1+}^* M_{1+}] = -1.5 A_0^\vartheta - \frac{C_0^\vartheta}{\varepsilon} \tag{4.25}$$

und nach Koeffizientenvergleich

$$|M_{1+}|^2 = \frac{-1}{1.5\varepsilon} C_0^\vartheta \tag{4.26}$$

wie zuvor ergibt, woraus schließlich (4.24) folgt. Die relativen Multipolamplitudenverhältnisse ergeben sich nun durch Einsetzen der in Tabelle 4.4 zusammengestellten $\vartheta^*_{\pi^0}$-Fitergebnisse zu den in

Tabelle 4.5 aufgeführten Endresultaten. Hierbei gibt der erstgenannte Fehler die von der Statistik abhängende Fitunsicherheit und der zweitgenannte den systematischen Fehler an, der aus der Änderung der Ergebnisse bei Variation der invarianten Masse und der Sollrichtung der virtuellen Photonen innerhalb ihrer jeweiligen Fehlergrenzen folgt.

$\frac{\mathbf{Re}(\mathbf{S}^*_{1+}\mathbf{M}_{1+})}{\lvert\mathbf{M}_{1+}\rvert^2}$	$\frac{\mathbf{Re}(\mathbf{E}^*_{1+}\mathbf{M}_{1+})}{\lvert\mathbf{M}_{1+}\rvert^2}$	$\frac{\mathbf{Re}(\mathbf{E}^*_{0+}\mathbf{M}_{1+})}{\lvert\mathbf{M}_{1+}\rvert^2}$
$-4.71\,\% \pm 0.31\,\% \pm 0.32\,\%$	$-1.69\,\% \pm 0.53\,\% \pm 0.73\,\%$	$13.7\,\% \pm 2.0\,\% \pm 2.2\,\%$

Tabelle 4.5: Aus den $\vartheta^*_{\pi^0}$-Fitparametern bestimmte Multipolamplitudenverhältnisse.

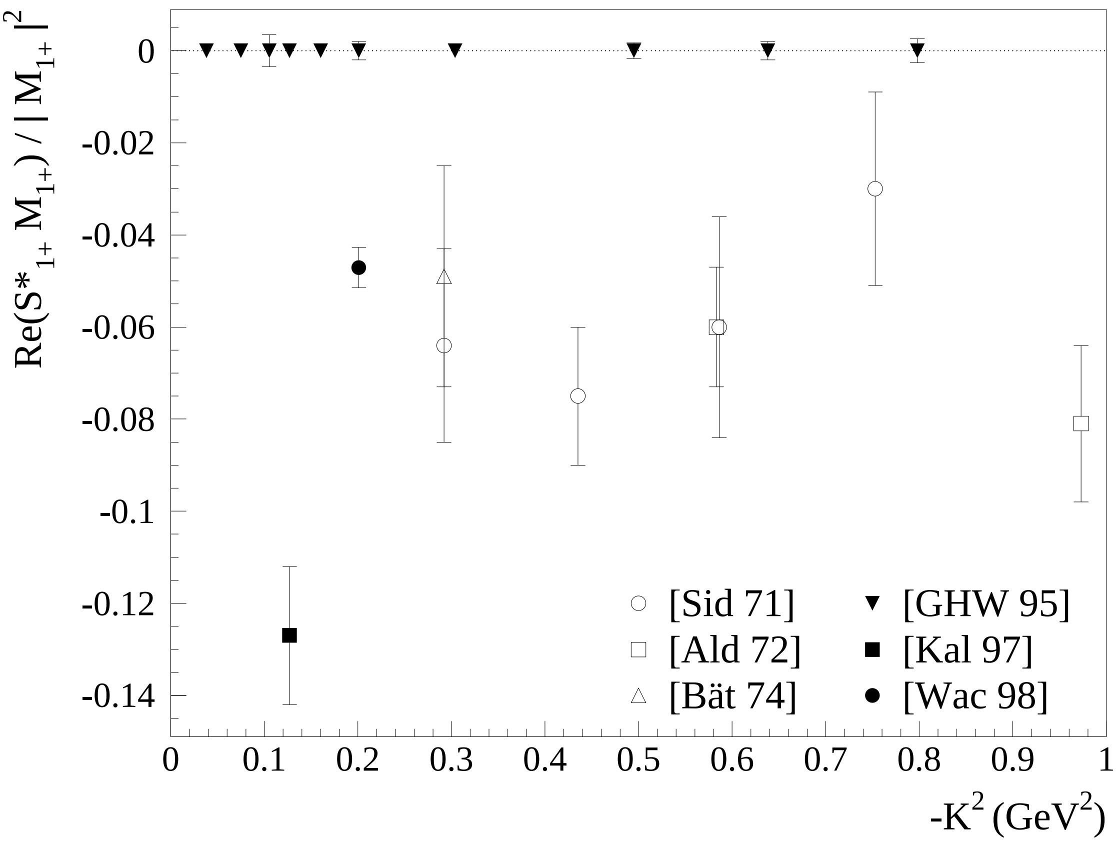


Abbildung 4.22: SMR-Messwerte zu verschiedenen Viererimpulsüberträgen von [Sid 71, Ald 72, Bät 74, Kal 97, Wac 98] mit dem kombinierten statistischen und systematischen Fehler im Fall [Wac 98] und ansonsten rein statistischen Fehlern.

Aufgrund der breiten Datenbasis am Photonenpunkt liefern hier durchgeführte Multipolanalysen stabile Ergebnisse wie beispielsweise $\frac{\mathrm{Re}(E^*_{0+}M_{1+})}{|M_{1+}|^2} = 13.97\,\%$ [ScW 69-70] oder $\frac{\mathrm{Re}(E^*_{0+}M_{1+})}{|M_{1+}|^2} = 13.31\,\%$

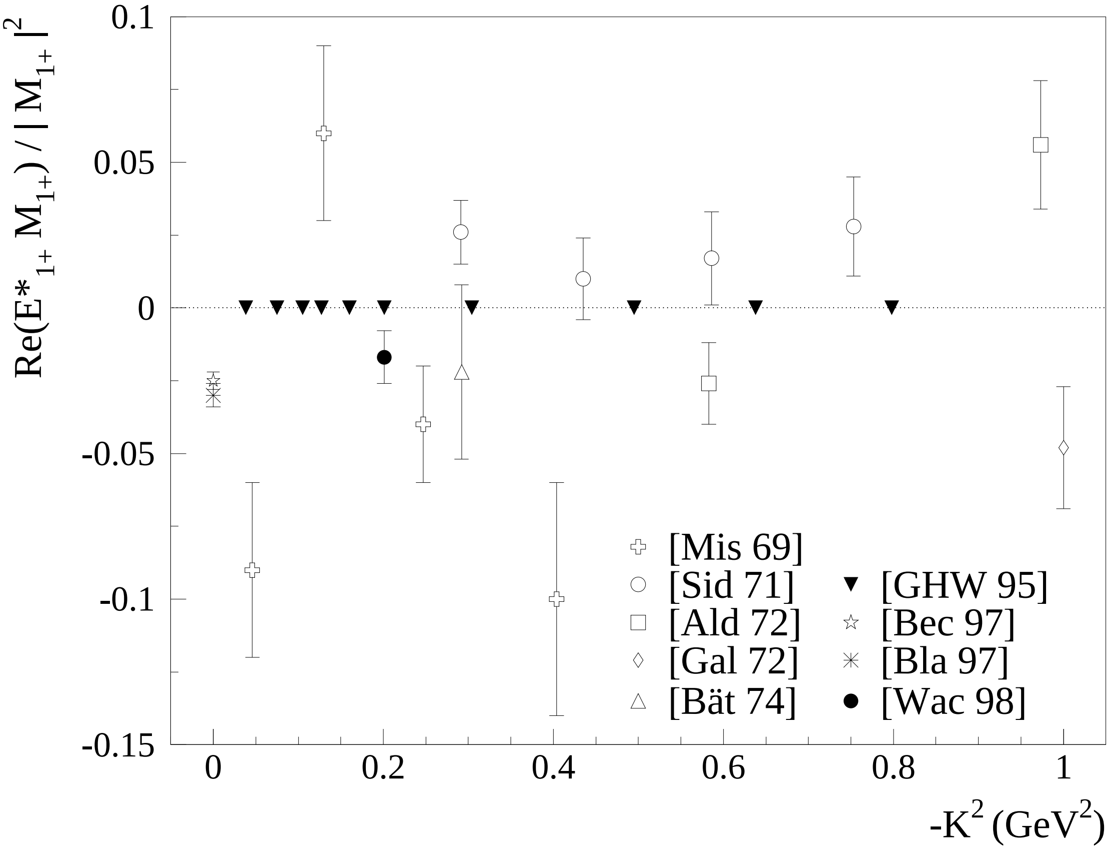


Abbildung 4.23: EMR-Messwerte zu verschiedenen Viererimpulsüberträgen von [Mis 69, Sid 71, Ald 72, Gal 72, Bät 74, Bec 97, Bla 97, Wac 98] mit dem kombinierten statistischen und systematischen Fehler im Fall [Bec 97, Bla 97, Wac 98] und ansonsten rein statistischen Fehlern.

[Geh 70-71]. Die erwartete $-K^2$-Abhängigkeit ist schwach und die $\frac{\mathrm{Re}(E^*_{0+}M_{1+})}{|M_{1+}|^2}$-Messwerte für $-K^2 \leq 1\,GeV^2$ streuen typischerweise zwischen 9 % und 17 % mit statistischen Fehlern zwischen ±4 % und ±7 %, so dass der hier bestimmte Wert der nichtresonanten Untergrundamplitude von $\frac{\mathrm{Re}(E^*_{0+}M_{1+})}{|M_{1+}|^2} = 13.7\,\% \pm 2.0\,\% \pm 2.2\,\%$ bei deutlich verkleinertem Fehler in guter Übereinstimmung mit dem bisher Bekannten ist. Die SMR $= \frac{\mathrm{Re}(S^*_{1+}M_{1+})}{|M_{1+}|^2}$- und EMR $= \frac{\mathrm{Re}(E^*_{1+}M_{1+})}{|M_{1+}|^2}$-Ergebnisse werden mit den bereits gemessenen Werten in den Abbildungen 4.22 beziehungsweise 4.23 dargestellt und in den Abbildungen 3.1 bis 3.4 des Kapitels 3 mit den $-K^2$-abhängigen Modellrechnungen verglichen. Die gefüllten Dreiecke markieren hierbei die Viererimpulsüberträge, zu denen Messungen der elektroinduzierten $\mathrm{N} \to \Delta$ - Anregung an ELSA durchgeführt wurden. Der erwartete, rein statistische Fehler der SMR-Messwerte ist bei Auswertung aller im Akzeptanzbereich des Flugzeitspektrometers liegender Protonen im Fall der Messung am Wasserstoff nur bei den hohen Viererimpulsüberträgen sichtbar (siehe Abb. 4.22), und die Fehlerbalken bei $-K^2 = 0.1$ und $0.2\,GeV^2$ entsprechen so den Messungen am Deuterium (siehe auch Tab. 4.2).

4.5.2 Energieverteilungen

Zur Bestimmung der Energieabhängigkeit der Responsefunktionen wird der akzeptierte Bereich der invarianten Masse W durch $\Delta W = \pm 10\,MeV$ breite Schnitte unterteilt und die Protonenverteilung zur Erhöhung der Statistik über $0^o \leq \vartheta_p^* < 40^o$ integriert. Die resultierenden $\varphi_{\pi^0}^*$-Winkelverteilungen (siehe beispielsweise Abb. 4.24) werden wieder nach (4.18) parametrisiert und die numerischen Ergebnisse in Tabelle 4.6 zusammengestellt.

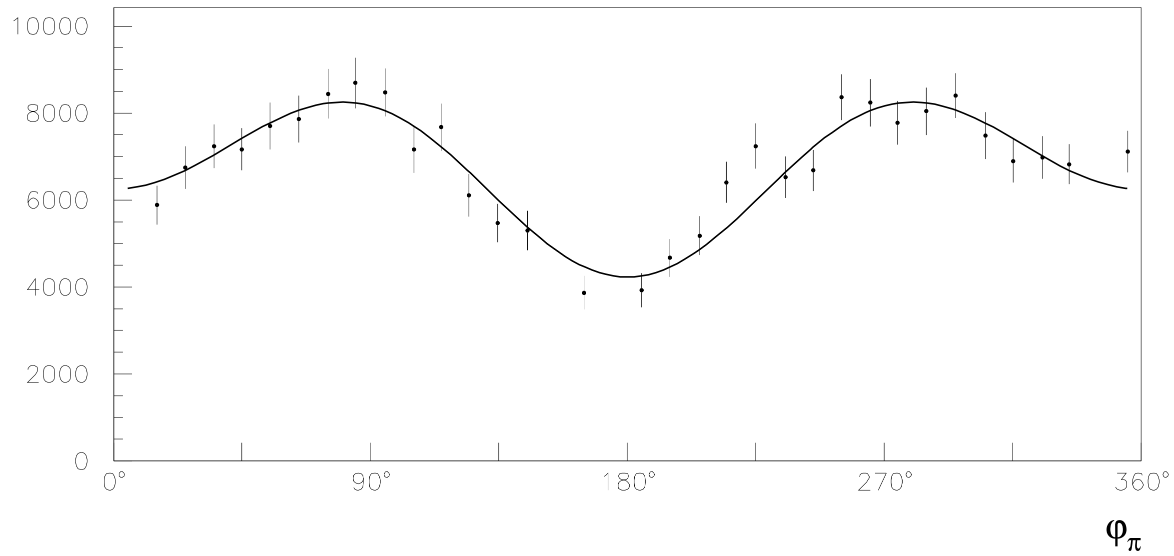


Abbildung 4.24: $\varphi_{\pi^0}^*$-Fit an die über ϑ_p^* integrierte Protonenverteilung für $W = 1230 \pm 10\,MeV$.

W (MeV)	A^φ	B^φ	C^φ	χ^2
1170	4302 ± 77	48 ± 104	-765 ± 108	1.05
1190	6589 ± 88	553 ± 120	-1131 ± 127	0.93
1210	7638 ± 90	940 ± 119	-1656 ± 128	1.05
1230	6701 ± 87	1010 ± 123	-1462 ± 127	1.09
1250	5527 ± 83	984 ± 109	-1274 ± 113	1.69
1270	4308 ± 86	456 ± 109	-1086 ± 117	1.15
1290	3271 ± 78	296 ± 104	-768 ± 113	1.29

Tabelle 4.6: Parameter der $\varphi_{\pi^0}^*$-Fits in Abhängigkeit der invarianten Masse.

Die graphisch aufbereiteten Ergebnisse werden in Abbildung 4.25 wieder mit dem, mit und ohne Strahlungskorrekturen unter ansonsten gleichen Bedingungen simulierten, effektiven Lagrange-Modell von Dressler [Dre 88] verglichen. Wie erwartet zeigt sich für A^φ eine bessere Übereinstim-

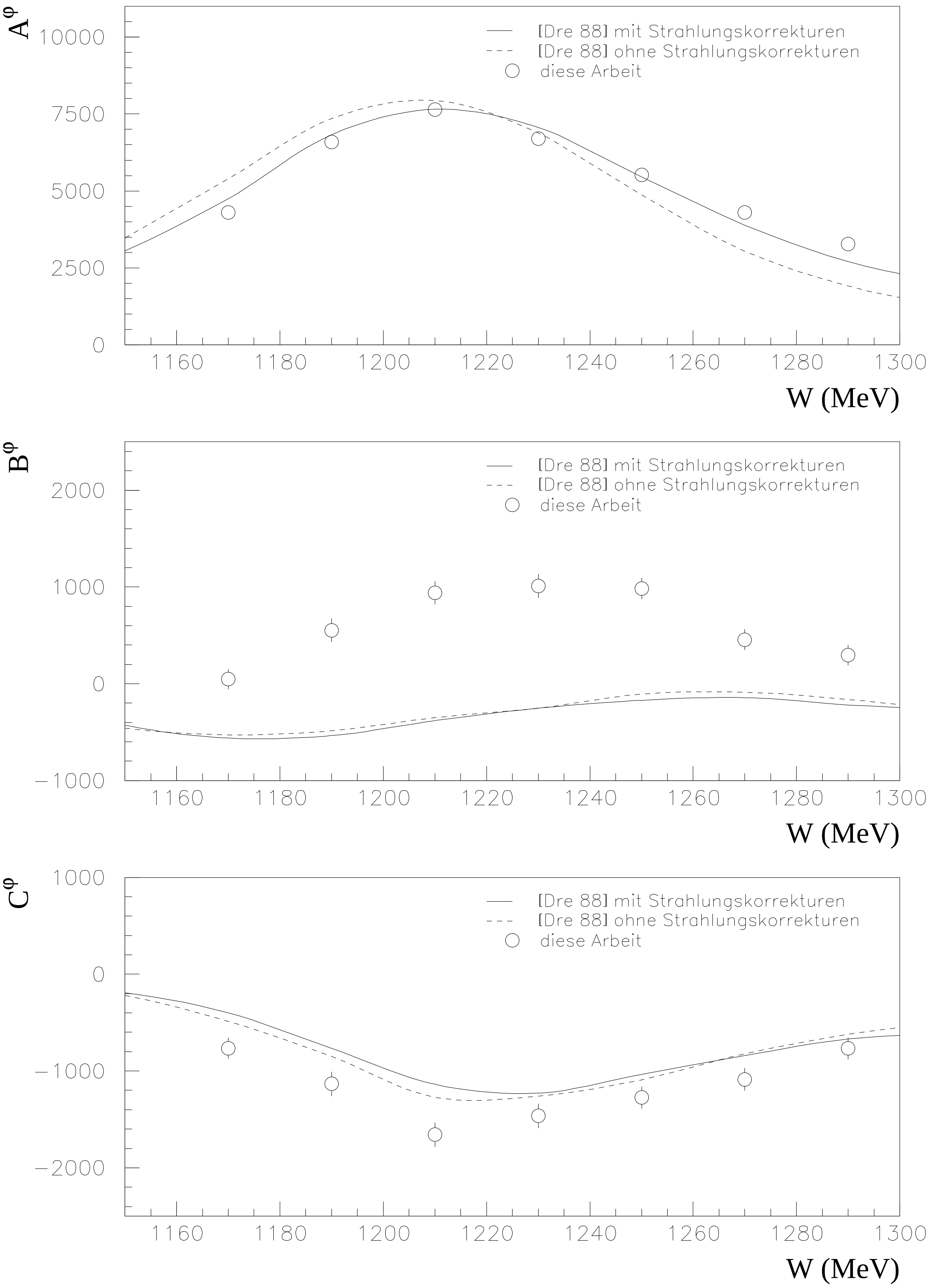


Abbildung 4.25: Energieabhängigkeit der $\varphi^*_{\pi^0}$-Fitparameter und der Einfluss von Strahlungskorrekturen.

mung des Modells mit den Daten, wenn die Strahlungskorrekturen mit berücksichtigt werden (vergleiche auch mit Abb. 4.19). Doch zeigt sich hier wie auch schon in Kapitel 3, dass bei der Beschreibung der relativen Stärke der S_{1+}-Amplitude, die sich vor allem in der Responsefunktion R_{LT} und somit in der Energieverteilung des Parameters B^{φ} bemerkbar macht, viele Modelle zunächst scheitern.

[Mis 69, ScW 69-70, Geh 70-71, Sid 71, Ald 72, Gal 72, Bät 74, Dre 88, ViK 91, GHW 95, Bec 97, Bla 97, Kal 97, Wac 98]

4.6 MIT-Bates-Messungen

Die beiden Experimente zur Bestimmung der Links-Rechts-Asymmetrie und der Rückstoßpolarisation wurden am MIT-Bates[18] unter Zusammenarbeit der beiden Kollaborationen FPP[19] und OOPS[20] durchgeführt. In dem etwa $200\,m$ langen Linearbeschleuniger werden die unpolarisierten Elektronen einer thermischen Quelle oder die polarisierten einer GaAs-Quelle beim ersten Durchlaufen auf maximal $500\,MeV$ beschleunigt, wahlweise zur Erlangung höherer Endenergien rezirkuliert und an die Experimente in der Nord- oder Südhalle transferiert, siehe Abbildung 4.26. Da der gepulste Elektronenstrahl bei einer Repetitionsrate der typischerweise $17\,\mu s$ langen Pulse von $600\,Hz$ nur ein makroskopisches Tastverhältnis von ungefähr 1 % erreicht, werden in beiden Messungen sowohl die Elektronen als auch die Protonen in den magnetischen QQD-Spektrometern MEPS[21] (siehe Abb. 4.27) beziehungsweise OHIPS[22] (siehe Abb. 4.28) nachgewiesen, wobei das OHIPS-Detektorsystem in Abbildung 4.29 dargestellt ist.

4.6.1 Links-Rechts-Asymmetrie

Im Gegensatz zu den $N \to \Delta$ - Messungen mit dem ELAN-Flugzeitspektrometer wird hier nur der Reaktionskanal $\gamma_v p \to \Delta^+ \to p\pi^0$ und dieser nur in der Reaktionsebene links ($\varphi_p = 0^o$) und rechts ($\varphi_p = 180^o$) von der Sollrichtung der virtuellen Photonen vermessen, siehe Abbildungen 4.10 und 4.30. Hierzu wurde die Kinematik des Elektronvertex mit einer Primärenergie von $k_{10} = 799\,MeV$, einer Streuenergie von $k_{20} = 389\,MeV$ und einem Streuwinkel von $\vartheta_e^{soll} = 37.1^o$ so gewählt, dass der Akzeptanzbereich der invarianten Masse W um $1232\,MeV$ zentriert ist und die Sollrichtung der virtuellen Photonen bei $\vartheta_\gamma^{soll} = -25.9^o$ liegt. Zur Bestimmung der Links-Rechts-Asymmetrie wurde OHIPS nach Ausbau des Kohlenstoffanalysators in den aufeinander folgenden Messungen unter $\vartheta_p^{soll} \in \{-20.0^o, -22.9^o, -25.9^o, -28.9^o, -31.9^o\}$ plaziert, siehe Abbildung 4.30.

[18] Massachusetts Institute of Technologie, Cambridge, Massachusetts und Bates Linear Accelerator Center, Middelton, Massachusetts.

[19] Focal Plane Polarimeter.

[20] Out Of Plane Spectrometer.

[21] Medium Energy Pion Spectrometer.

[22] One-Hundred-Inch Proton Spectrometer.

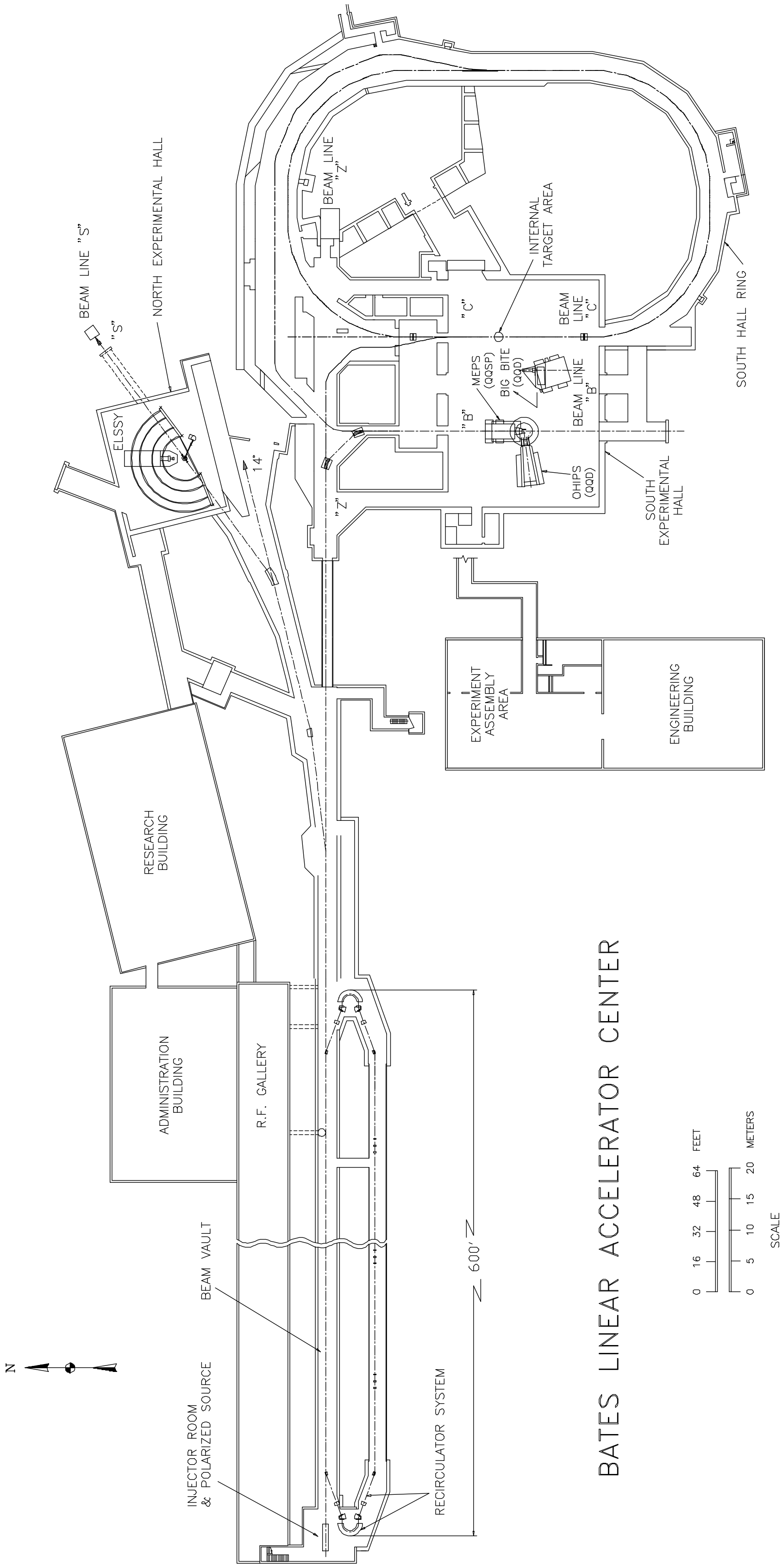


Abbildung 4.26: Die MIT-Bates Elektronenbeschleunigeranlage.

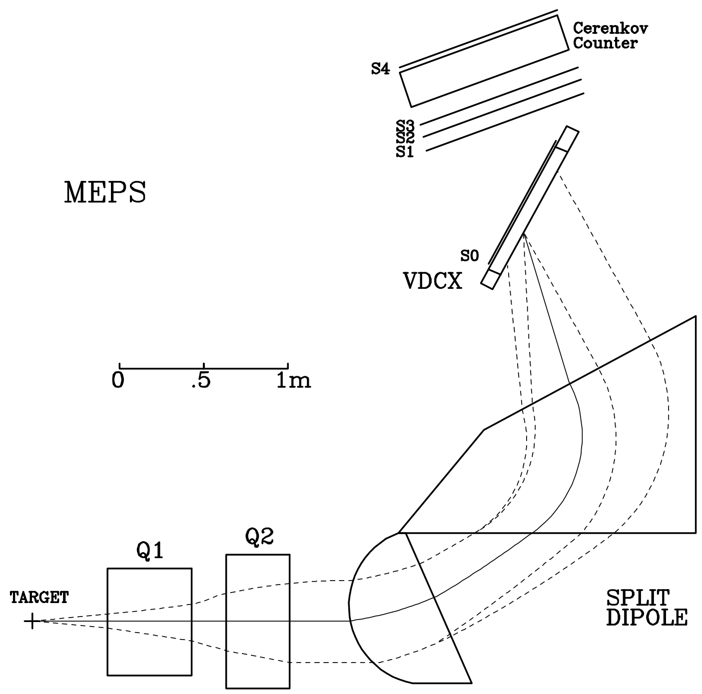


Abbildung 4.27: Skizzierter Aufbau des MEPS-Spektrometers, wobei in den hier beschriebenen Messungen nur die beiden Szintillationszähler S3 und S4, der Čerenkov-Zähler sowie das aus zwei vertikalen Driftkammern bestehende VDCX-Paket zur Analyse der Kinematik der Elektronen eingesetzt wurden.

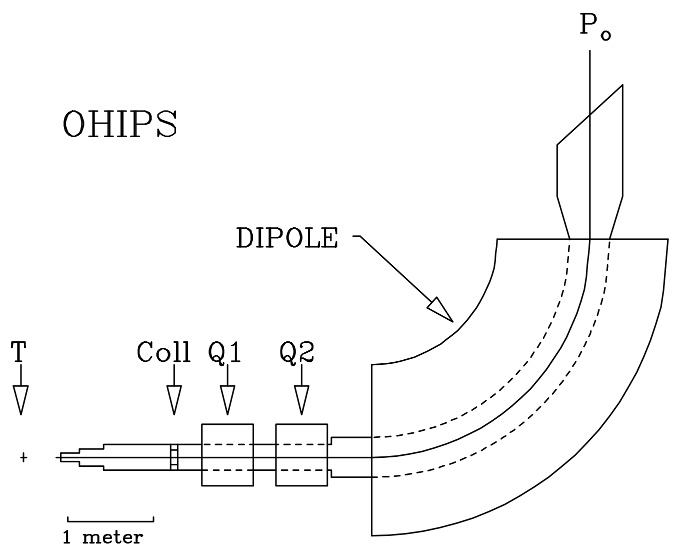


Abbildung 4.28: Magnetkonfiguration des OHIPS-Spektrometers.

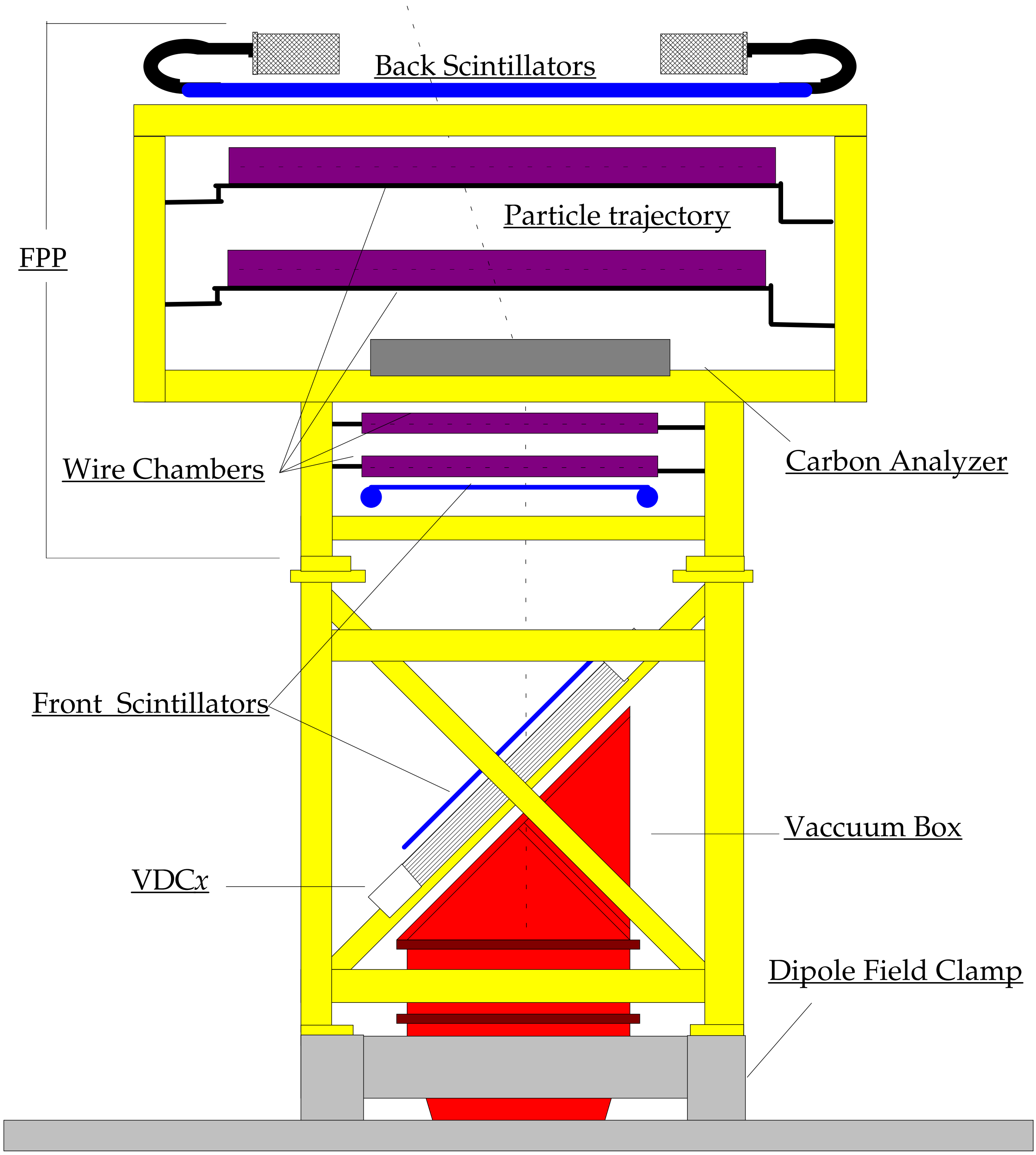


Abbildung 4.29: Das OHIPS-Detektorsystem bestehend aus dem vertikalen Driftkammerpaket VDCx, gefolgt von je zwei Szintillationszählern und Vieldrahtproportionalkammern (MWPC) zum Nachweis der Protonen vor der Streuung am Kohlenstoffanalysator sowie den beiden MWPCs und den hinteren Szintillatoren zur Bestimmung der Winkeländerung der jeweiligen Protontrajektorie hinter dem Kohlenstoffanalysator.

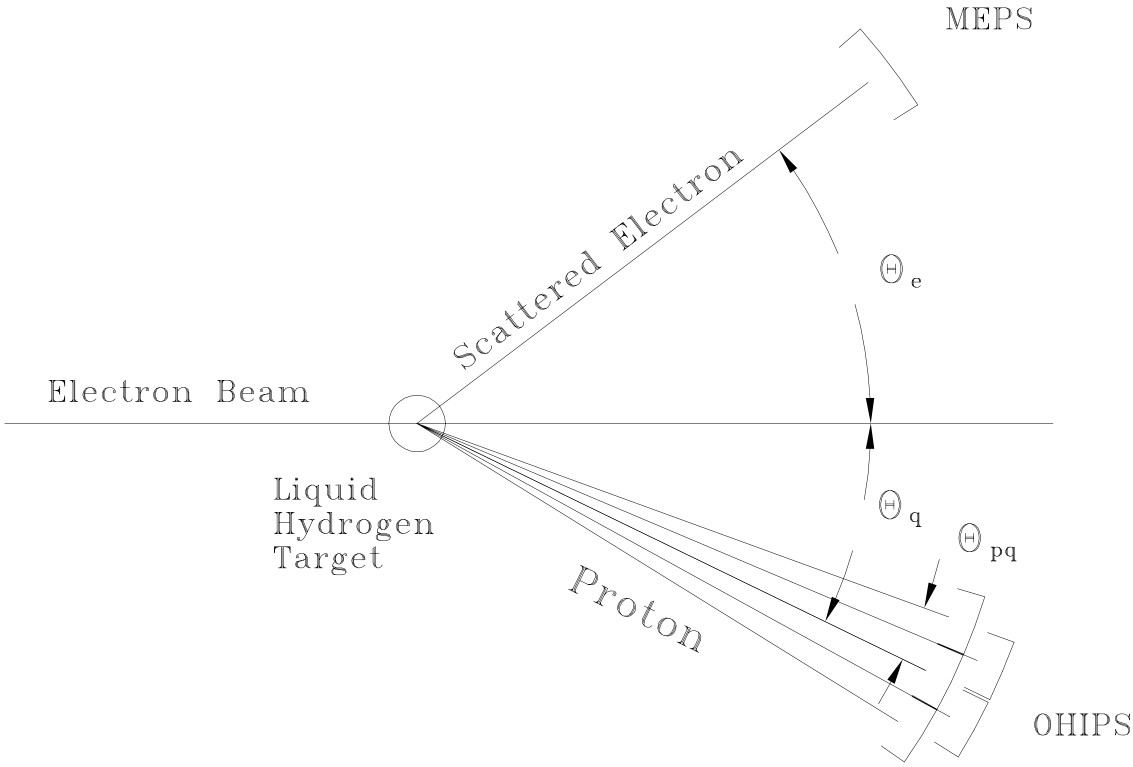


Abbildung 4.30: Schematische Darstellung des Experimentaufbaus in der Südhalle.

In paralleler Kinematik, also für $\vartheta_\gamma^{soll} = \vartheta_p^{soll}$, vereinfacht sich der unpolarisierte zweifach differentielle Pionelektroproduktionswirkungsquerschnitt (2.79,4.6) zu

$$\left.\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\right|_{\vartheta^*_p=0^o} = \frac{|\vec{q}^{\,*}|}{k^*_\gamma}\,(R_T + \varepsilon_L\, R_L) = \sigma_0\,, \tag{4.27}$$

da sowohl R_{LT} (4.9) mit $sin\vartheta^*_{\pi^0}$ als auch R_{TT} (4.10) mit $sin^2\vartheta^*_{\pi^0}$ für $\vartheta^*_{\pi^0} = 180^o - \vartheta^*_p = 180^o$ verschwinden. Die Energie- und Viererimpulsübertragsabhängigkeit des so gemessenen Wirkungsquerschnittes wird in den Abbildungen 4.31 und 4.32 mit verschiedenen effektiven Lagrange-Modellen (ELA) [Lag 77-88, MeW 81] beziehungsweise dem relativistischen dynamischen Modell (RDM) [SaL 96] verglichen, siehe auch Kapitel 3. Bei der Bildung der Links-Rechts-Asymmetrie

$$A_{LT} = \frac{\left.\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\right|_{\varphi^*_p=0^o} - \left.\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\right|_{\varphi^*_p=180^o}}{\left.\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\right|_{\varphi^*_p=0^o} + \left.\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\right|_{\varphi^*_p=180^o}} \tag{4.28}$$

heben sich die $\varphi^*_{\pi^0}$-unabhängigen Anteile (R_T, R_L) ebenso wie der $\cos 2\varphi^*_{\pi^0}$-abhängige Anteil (R_{TT}) bei der Differenzbildung und der $\cos\varphi^*_{\pi^0}$-abhängige Anteil (R_{LT}) bei der Summenbildung nach (4.6) auf, so dass sich (4.28) zu

$$A_{LT} = \frac{\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\,R_{LT}}{R_T + \varepsilon_L\,R_L + \varepsilon\,R_{TT}} \tag{4.29}$$

vereinfacht und sich somit auch

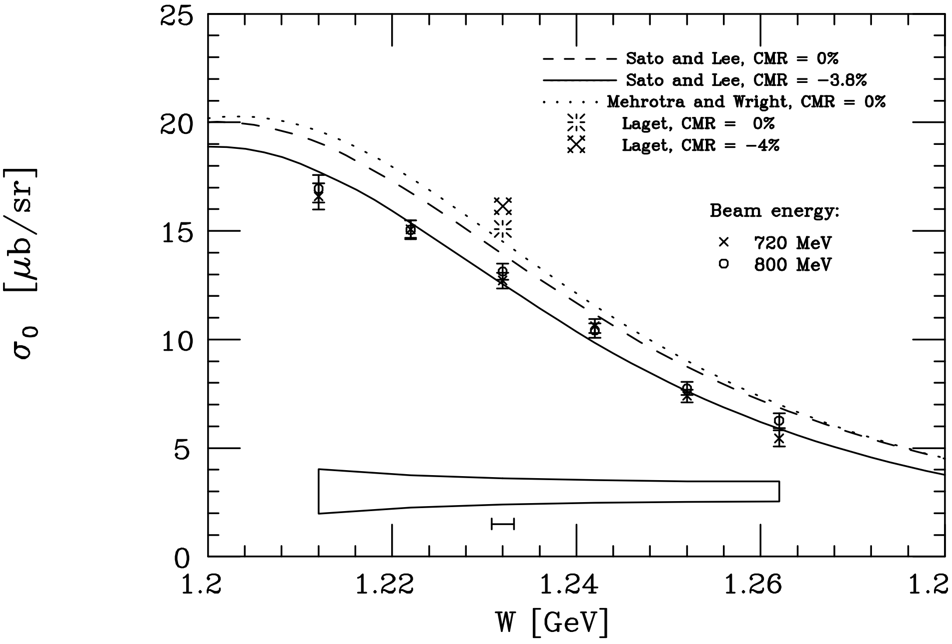


Abbildung 4.31: Energieabhängigkeit des Pionelektroproduktionswirkungsquerschnittes in paralleler Kinematik im Vergleich zu den Modellen von [Lag 77-88, MeW 81, SaL 96] und der Angabe des systematischen Fehlerbandes sowie der Unsicherheit in W.

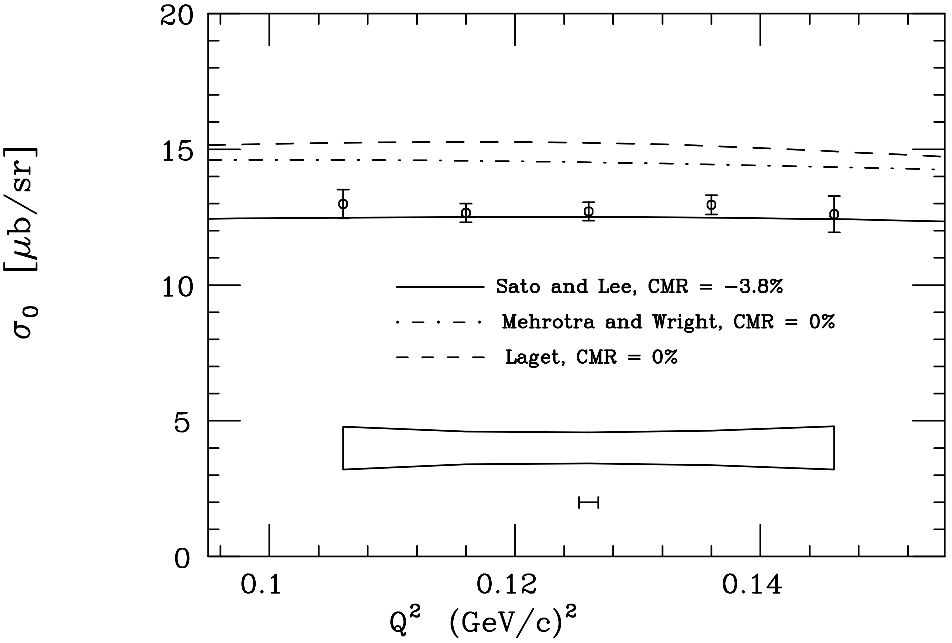


Abbildung 4.32: Viererimpulsübertragsabhängigkeit des Pionelektroproduktionswirkungsquerschnittes in paralleler Kinematik im Vergleich zu den Modellen von [Lag 77-88, MeW 81, SaL 96] und der Angabe des systematischen Fehlerbandes sowie der Unsicherheit in $-K^2 \equiv Q^2$.

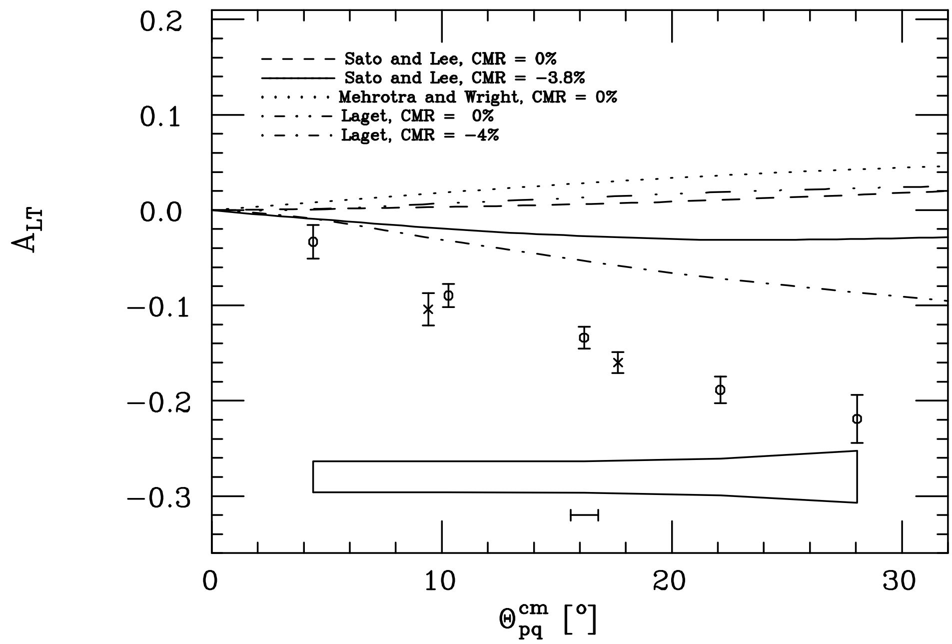


Abbildung 4.33: Winkelabhängigkeit der Links-Rechts-Asymmetrie A_{LT} im Vergleich zu den Modellen von [Lag 77-88, MeW 81, SaL 96] und der Angabe des systematischen Fehlerbandes sowie der Unsicherheit in $\vartheta_p^* \equiv \Theta_{pq}^{cm}$.

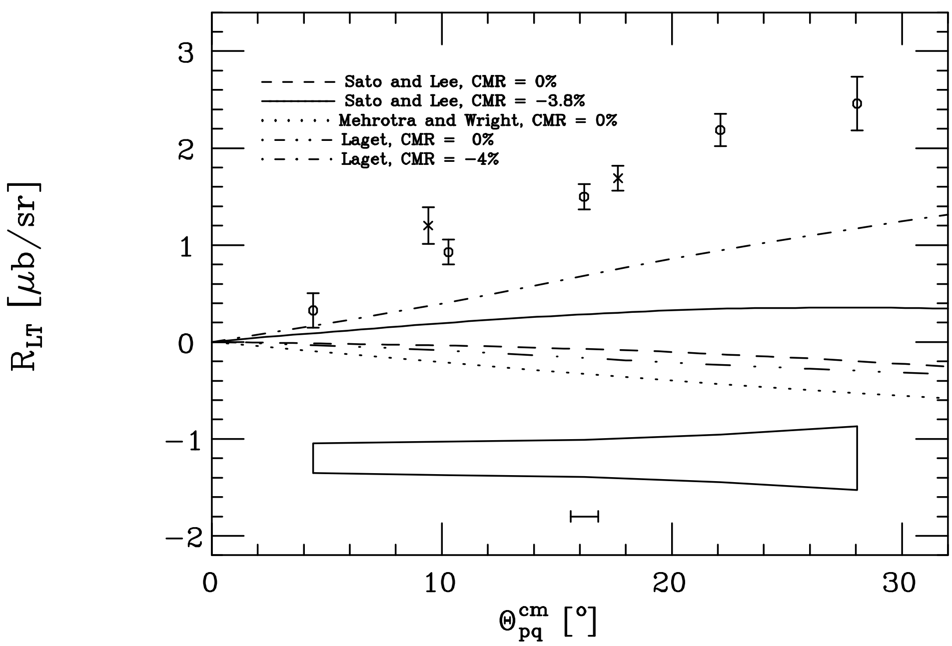


Abbildung 4.34: Winkelabhängigkeit der Responsefunktion R_{LT} im Vergleich zu den Modellen von [Lag 77-88, MeW 81, SaL 96] und der Angabe des systematischen Fehlerbandes sowie der Unsicherheit in $\vartheta_p^* \equiv \Theta_{pq}^{cm}$.

$$R_{LT} = \frac{\left.\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\right|_{\varphi^*_p=0^o} - \left.\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega^*_{\pi^0}}\right|_{\varphi^*_p=180^o}}{2\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}} \tag{4.30}$$

ergibt. Die ϑ^*_p-Abhängigkeiten der gemessenen Asymmetrie A_{LT} und der Responsefunktion R_{LT} werden in den Abbildungen 4.33 und 4.34 wiederum mit den Modellen [Lag 77-88, MeW 81, SaL 96] verglichen, wobei auch hier wieder der vergleichsweise guten Übereinstimmung der Modelle mit $\sigma_0 \sim (R_T + \varepsilon_L\, R_L)$ das Scheitern bei der Beschreibung der auf die resonante skalare Quadrupolamplitude (S_{1+}) empfindlichen Messgrößen A_{LT} und R_{LT} gegenüber steht.

[Lag 77-88, MeW 81, SaL 96, Mer 98]

4.6.2 Rückstoßpolarisation

Die Messung der Rückstoßpolarisation des Protons wurde mit ebenfalls unpolarisierten Elektronen der Energie $k_{10} = 719\,MeV$ durchgeführt, wobei die MEPS-Einstellungen zum Nachweis gestreuter Elektronen zu $\vartheta_e^{soll} = 44.2^o$ und $k_{20} = 309\,MeV$ wieder so gewählt wurden, dass die $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz bei einem Viererimpulsübertrag von $-K^2 = 0.126\,GeV^2$ möglichst zentral im OHIPS-Akzeptanzfenster der invarianten Masse liegt.

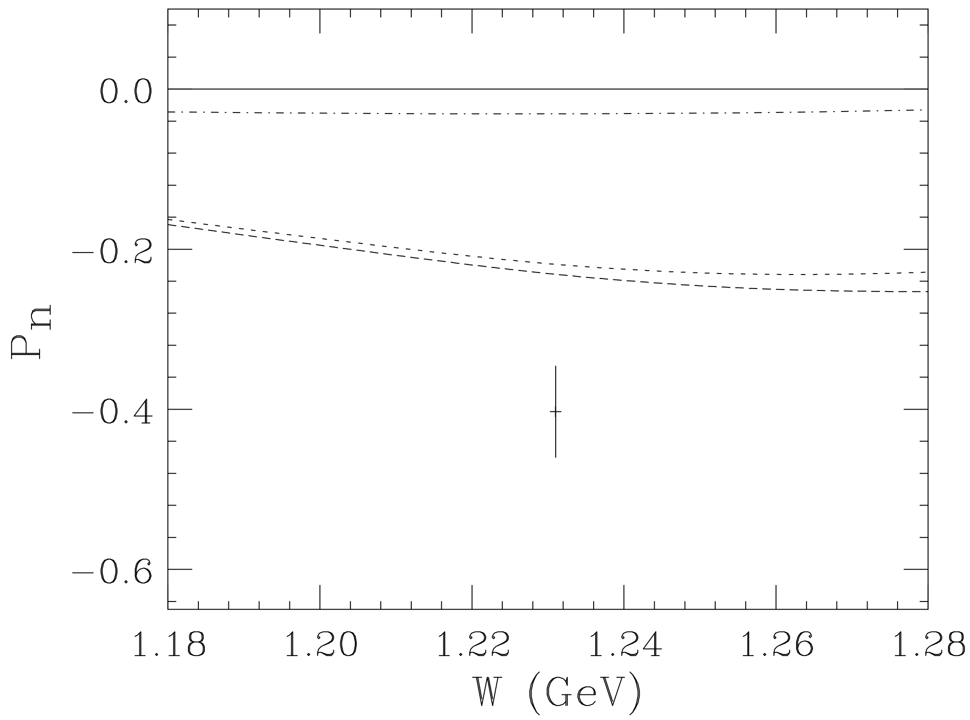


Abbildung 4.35: Die gemessene Rückstoßpolarisation P_n im Vergleich mit den beiden Modellen [MeW 81] (– · – · –) und [SaL 96] (— — —) jeweils ohne und (- - - - -) mit 1.4 % D-Beimischungen zur Δ_{33}-Grundzustandswellenfunktion.

Die Normalkomponente der Protonrückstoßpolarisation $P_n = \hat{n} \cdot \hat{S}_R$ (siehe Kap. 2.4.5 und Abb. 2.3) vereinfacht sich so in paralleler Kinematik mit $\vartheta_p^{soll} = \vartheta_\gamma^{soll} = -23.7^o$ zu

$$P_n|_{\vartheta_p^* = 0^o} = \frac{\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\,R_{LT}^n}{R_T + \varepsilon_L\,R_L} = \frac{\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\,R_{LT}^n}{\sigma_0}\,, \tag{4.31}$$

weil die Responsefunktionen $R_T^n, R_L^n, R_{TT}^n, R_{LT}$ und R_{TT} aufgrund ihrer Winkelabhängigkeiten (siehe Kap. A.5) für $\vartheta_{\pi^0}^* = 180^o - \vartheta_p^* = 180^o$ verschwinden. Das so bestimmte Ergebnis wird in Abbildung 4.35 wie zuvor mit den Modellen [MeW 81, SaL 96] verglichen. Da R_{LT}^n (A.95) und somit auch P_n an der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanzposition die Stärke der Realanteile der skalaren Multipolamplituden beschreibt, zeigt der Vergleich mit den Modellen [MeW 81, SaL 96], dass auch der nichtresonante Anteil des Wirkungsquerschnittes nicht adäquat behandelt wird.

[MeW 81, SaL 96, War 98]

5. Zusammenfassung

An dem externen Elektronenstrahl der Bonner Beschleunigeranlage ELSA wurde die elektroinduzierte $\mathrm{N} \to \Delta_{33}(1232)$ - Anregung in Abhängigkeit des Viererimpulsübertrages im Bereich von $-K^2 = 0.04 - 0.8\,GeV^2$ vermessen. Hierbei ermöglicht das neu aufgebaute Flugzeitspektrometer der erweiterten und optimierten ELAN-Versuchsanordnung die simultane Messung beider Isospinkanäle ($p\pi^0$, $n\pi^+$) am Wasserstoff und aller vier, durch die Dreifachkoinzidenzen (e', N, γ) oder $(e', N, \pi^\pm)$ markierten Isospinkanäle ($p\pi^0$, $n\pi^+$, $p\pi^-$, $n\pi^0$) am Deuterium. Basierend auf der hohen Raumwinkelakzeptanz und Winkelauflösung des Flugzeitspektrometers, der großen Impulsakzeptanz des Elektronenspektrometers sowie der Polarisation der virtuellen Photonen lassen sich die fünffach differentiellen Pionelektroproduktionswirkungsquerschnitte über den ganzen Bereich der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz zerlegen. Die ersten, am K-Matrixpol der $\Delta_{33}(1232)$-Resonanz näherungsweisen, modellunabhängigen Ergebnisse der relativen Stärke der resonanten Quadrupolübergangsamplituden im $p\pi^0$-Endkanal bei $-K^2 = 0.201\,GeV^2$ sind

$$\frac{\mathrm{Re}(S_{1+}^* M_{1+})}{|M_{1+}|^2} \quad = \quad -4.71\,\% \pm 0.31\,\% \pm 0.32\,\%$$

und

$$\frac{\mathrm{Re}(E_{1+}^* M_{1+})}{|M_{1+}|^2} \quad = \quad -1.69\,\% \pm 0.53\,\% \pm 0.73\,\%$$

sowie der nichtresonanten Untergrundamplitude

$$\frac{\mathrm{Re}(E_{0+}^* M_{1+})}{|M_{1+}|^2} \quad = \quad 13.7\,\% \pm 2.0\,\% \pm 2.2\,\%\,.$$

Ganz im Gegensatz zu der meist guten Übereinstimmung der Modellvorhersagen sowohl bezüglich der durch den magnetischen Dipolübergang (M_{1+}) dominierten, φ-unabhängigen Summe der Responsefunktionen $R_T + \varepsilon_L R_L$ als auch bezüglich der einzigen nichtresonanten, aber doch imaginären elektrischen Dipolübergangsamplitude (E_{0+}) der π^0-Produktion am Proton untereinander sowie mit den vorgestellten Messwerten, sind die Stärken der Quadrupolübergangsamplituden (S_{1+} , E_{1+}) und insbesondere deren $-K^2$-Abhängigkeit höchst modelldiskriminierend und so für das tiefere Verständnis der Nukleonen von entscheidender Bedeutung.

A. Anhang

A.1 Mathematische Beziehungen und Nomenklaturen

A.1.1 Komplexe Größen

$$z = a + ib = \mathrm{Re}[z] + i\,\mathrm{Im}[z] = |z|\,e^{i\varphi} = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{A.1}$$

$$|z|^2 = z\,z^* = a^2 + b^2 \tag{A.2}$$

$$\mathrm{Re}[z] = \frac{1}{2}\,(z + z^*) = a = \frac{1}{2}\,(z^* + z^{**}) = \mathrm{Re}[z^*] \tag{A.3}$$

$$\mathrm{Im}[z] = \frac{1}{2i}\,(z - z^*) = b = -\frac{1}{2i}\,(z^* - z^{**}) = -\mathrm{Im}[z^*] \tag{A.4}$$

[BrS 81]

A.1.2 Trigonometrische Beziehungen

$$\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1 \tag{A.5}$$

$$\cos^2\varphi = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\varphi}{2} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \sin^2\varphi = \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\varphi}{2} \tag{A.6}$$

$$\sin\varphi\,\cos\varphi = \frac{\sin 2\varphi}{2} \tag{A.7}$$

$$\cos\varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2} \qquad \text{und} \qquad \sin\varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i} \tag{A.8}$$

[BrS 81]

A.1.3 Vierervektoren

Die Raumzeitkoordinaten in kontravarianter Vierervektorschreibweise, unter Berücksichtigung von $\hbar = c = 1$,

$$x^\mu = \{x^0, x^1, x^2, x^3\} = \{t, x, y, z\} = \{t, \vec{x}\,\} \tag{A.9}$$

gehen nach Kontraktion mit dem metrischen Tensor

$$g_{\mu\nu} = \left\{ \begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right\} \tag{A.10}$$

in den kovarianten Vierervektor

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = \{x_0, x_1, x_2, x_3\} = \{t, -x, -y, -z\} = \{t, -\vec{x}\,\} \tag{A.11}$$

über. Analoges gilt für jeden beliebigen Vierervektor a^μ, der sich aus der zeitlichen Komponente a^0 und den räumlichen Komponenten $\{a^1, a^2, a^3\} = \{\vec{a}\,\}$ zusammensetzt, wie insbesondere auch für den Viererimpuls

$$p^\mu = \{p^0, p^1, p^2, p^3\} = \{p_0, p_x, p_y, p_z\} = \{E, p_x, p_y, p_z\} = \{E, \vec{p}\,\}\,. \tag{A.12}$$

[BjD 84]

A.1.4 Dirac-Matrizen und -Spinoren

Seien I_{nn} $n{*}n$-dimensionale Einheitsmatrizen und der Index $i \in \{1,2,3\}$, so lassen sich die Diracschen γ-Matrizen

$$\gamma^0 = \left\{ \begin{array}{rr} I_{22} & 0 \\ 0 & -I_{22} \end{array} \right\}, \quad \gamma^i = \left\{ \begin{array}{rr} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{array} \right\} \quad \text{und} \quad \gamma^5 = \left\{ \begin{array}{rr} 0 & I_{22} \\ I_{22} & 0 \end{array} \right\} \tag{A.13}$$

mit Hilfe der Pauli-Matrizen

$$\sigma_1 = \left\{ \begin{array}{rr} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array} \right\}, \quad \sigma_2 = \left\{ \begin{array}{rr} 0 & -i \\ i & 0 \end{array} \right\} \quad \text{und} \quad \sigma_3 = \left\{ \begin{array}{rr} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{array} \right\} \tag{A.14}$$

darstellen, wobei γ^0 und γ^5 sowohl unitär als auch hermitesch

$$(\gamma^0)^2 = \gamma^0\gamma^{0+} = I_{44} \;\Rightarrow\; \gamma^{0+} = \gamma^0 \qquad\qquad (\gamma^5)^2 = \gamma^5\gamma^{5+} = I_{44} \;\Rightarrow\; \gamma^{5+} = \gamma^5 \tag{A.15}$$

und γ^i zwar unitär, aber antihermitesch sind

$$(\gamma^i)^2 = -\gamma^i\gamma^{i+} = -I_{44} \;\Rightarrow\; \gamma^{i+} = -\gamma^i\,. \tag{A.16}$$

Die bei der Herleitung der Dirac-Gleichung [HaM 84, Gre 81] geforderten Antivertauschungsrelationen lassen sich so in kompakter Form

$$\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} = 2g_{\mu\nu} \tag{A.17}$$

zusammenfassen. Weitere wichtige Kombinationen der γ-Matrizen sind neben

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5 \tag{A.18}$$

die Definition des antisymmetrischen Tensors

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}\left[\gamma^\mu, \gamma^\nu\right] = \frac{i}{2}\left(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu\right) = -\sigma^{\nu\mu} \tag{A.19}$$

und die von Feynman eingeführte Kurzschreibweise

$$\not{a} = \gamma_\mu a^\mu = \gamma^0 a^0 - \vec{\gamma}\cdot\vec{a}\;. \tag{A.20}$$

Die vierkomponentigen Dirac-Spinoren eines Teilchens des Impulses p, des Spins s, der Masse m sowie der Energie E lassen sich durch die zweikomponentigen Pauli-Spinoren χ

$$|u_{p,s}\!> = \sqrt{\frac{E+m}{2m}}\left|\begin{array}{r}\chi_{p,s}\\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\,\chi_{p,s}\end{array}\right\rangle \equiv u \tag{A.21}$$

$$<\bar{u}_{p,s}| = <u^+_{p,s}\gamma^0| = \left\langle \chi^+_{p,s}\,, -\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\,\chi^+_{p,s}\right|\sqrt{\frac{E+m}{2m}} \equiv \bar{u} \tag{A.22}$$

ausdrücken, wobei die Dirac-Gleichung

$$i\left(\gamma^0\frac{\partial}{\partial x^0} + \gamma^1\frac{\partial}{\partial x^1} + \gamma^2\frac{\partial}{\partial x^2} + \gamma^3\frac{\partial}{\partial x^3} +\right) u - mu = 0\;, \tag{A.23}$$

die sich weiter zu

$$\left(i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu} - m\right) u = (i\not{\nabla} - m)\,u = (\not{p} - m)\,u = 0 = \bar{u}\,(\not{p} - m) \tag{A.24}$$

umformen lässt, von den Dirac-Spinoren entsprechend erfüllt wird.

[BjD 84, HaM 84, Gre 81]

A.1.5 Legendre-Polynome

Die Legendre-Polynome $P_n(x)$ bilden für $x \in [-1, 1]$ ein vollständiges System orthogonaler Funktionen, so dass in diesem Intervall jede Funktion $f(x)$ nach ihnen entwickelt werden kann. Sie sind Polynome n-ten Grades, der Parität $(-1)^n$ und besitzen n einfache Nullstellen. Die Legendre-Polynome lassen sich durch die Formel von Rodrigues

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{(dx)^n}(x^2 - 1)^n \tag{A.25}$$

oder rekursiv

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x) \tag{A.26}$$

definieren, was zu ihrer expliziten Darstellung

$$
\begin{aligned}
P_0(x) &= 1 \\
P_1(x) &= x \\
P_2(x) &= \frac{1}{2}\left(3x^2-1\right) \\
P_3(x) &= \frac{1}{2}\left(5x^3-3x\right) \\
P_4(x) &= \frac{1}{8}\left(35x^4-30x^2+3\right) \\
P_5(x) &= \frac{1}{8}\left(63x^5-70x^3+15x\right) \quad \ddots
\end{aligned}
\tag{A.27}
$$

sowie der ihrer ersten

$$
\begin{aligned}
P_1(x)' &= 1 \\
P_2(x)' &= 3x \\
P_3(x)' &= \frac{1}{2}\left(15x^2-3\right) \\
P_4(x)' &= \frac{1}{2}\left(35x^3-15x\right) \\
P_5(x)' &= \frac{1}{8}\left(315x^4-210x^2+15\right) \quad \ddots
\end{aligned}
\tag{A.28}
$$

und zweiten Ableitungen

$$
\begin{aligned}
P_2(x)'' &= 3 \\
P_3(x)'' &= 15x \\
P_4(x)'' &= \frac{1}{2}\left(105x^2-15\right) \\
P_5(x)'' &= \frac{1}{2}\left(315x^3-105x\right) \quad \ddots
\end{aligned}
\tag{A.29}
$$

in der für die Multipolentwicklung der CGLN-Amplituden (Kap. 2.2.5) benötigten Form führt.

[BrS 81]

A.2 Vollständig bestimmte Kinematik

Die Kinematik der elementaren Pionproduktion am Nukleon wird in der Einphotonaustauschnäherung (siehe Abb. 2.1) durch die Viererimpulse (siehe Anhang A.1.3) des Photons K^μ, des Pions Q^μ sowie des Nukleons P_1^μ vor beziehungsweise P_2^μ nach dem Stoß und somit durch **16** reelle, skalare Größen beschrieben. Deren Zahl reduziert sich aufgrund der Impuls- und Energieerhaltung (2.1) auf **12** linear unabhängige Größen, von denen bei bekannten Ruhemassen m_π, m_1, m_2 **3** und bei ruhendem Target mit $\vec{p}_1^{\,\diamond} = 0$ weitere **3** Skalare fixiert sind. Um die Kinematik vollständig zu bestimmen, müssen folglich **6** Größen der Elektroproduktion, aber mit $K^2 = 0\,GeV^2$ nur **5** der

Photoproduktion gemessen werden.
Die Wahl des Koordinatensystems (vergleiche Anhang A.3) legt bei Vorgabe der z-Achse in Richtung des Photonimpulses $\vec{k}$ und unter Ausnutzung der azimutalen Symmetrie der Kinematik bezüglich dieser Photonrichtung in theoretischen Beschreibungen **3** Größen implizit fest, so dass sich die kinematische Abhängigkeit der elementaren Elektroproduktion durch **3** reelle Skalare, wie (s, t, u) oder (W, ϑ_π, K^2) (siehe (2.9)), und die der elementaren Photoproduktion durch **2**, wie (s, t) oder (W, ϑ_π) (siehe (2.6)), darstellen lassen.

A.3 Prinzipielle Herleitung einiger Wirkungsquerschnitte

A.3.1 Pionphotoproduktion

An Kapitel 2.2.7 anschließend muss zur weiteren Herleitung der Zusammensetzung des Koinzidenzwirkungsquerschnittes der unpolarisierten Photoproduktion einzelner Pionen in Gleichung (2.67)

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|} \cdot \frac{1}{2} \sum_\varepsilon (|\mathcal{L}|^2 + |\vec{\mathcal{K}}|^2)\,, \tag{A.30}$$

bei vorgegebenem Koordinatensystem mit $\hat{k} = \{0, 0, 1\}$ sowie $\hat{q} = \{\sin\vartheta_\pi, 0, \cos\vartheta_\pi\}$ (siehe Abb. 2.2), über die beiden möglichen Polarisationszustände des Photons $\vec{a}_x = \{1, 0, 0\}$ und $\vec{a}_y = \{0, 1, 0\}$ gemittelt werden. Für die spinunabhängigen Anteile folgt aus (2.62)

$$\mathcal{L}_x = 0 \qquad \text{sowie} \qquad \mathcal{L}_y = -\sin\vartheta_\pi\ \mathcal{F}_2 \tag{A.31}$$

und somit

$$\sum_\varepsilon |\mathcal{L}|^2 = |\mathcal{L}_x|^2 + |\mathcal{L}_y|^2 = \sin^2\vartheta_\pi\ |\mathcal{F}_2|^2\ . \tag{A.32}$$

Für die spinabhängigen Anteile folgt entsprechend aus (2.63)

$$\vec{\mathcal{K}}_x = \vec{a}_x(\mathcal{F}_1 - \cos\vartheta_\pi\ \mathcal{F}_2) + \hat{k}\ \sin\vartheta_\pi(\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3) + \hat{q}\ \sin\vartheta_\pi\ \mathcal{F}_4 \quad \text{sowie} \quad \vec{\mathcal{K}}_y = \vec{a}_y(\mathcal{F}_1 - \cos\vartheta_\pi\ \mathcal{F}_2) \tag{A.33}$$

und nach Summation über ε unter Berücksichtigung der Komplexität der CGLN-Amplituden $\mathcal{F}_i$ mit (A.3)

$$\begin{aligned}\sum_\varepsilon |\vec{\mathcal{K}}|^2 &= |\vec{\mathcal{K}}_x|^2 + |\vec{\mathcal{K}}_y|^2 \\ &= 2|\mathcal{F}_1|^2 + 2\cos^2\vartheta_\pi|\mathcal{F}_2|^2 - 2\cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2] \\ &\quad + \sin^2\vartheta_\pi(|\mathcal{F}_2|^2 + |\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3]) \\ &\quad + \cos\vartheta_\pi\ \sin^2\vartheta_\pi\ \{2\,\mathrm{Re}[(\mathcal{F}_2^* + \mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_4] - 2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4]\}\ ,\end{aligned} \tag{A.34}$$

so dass sich für den zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} &= \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\cdot\frac{1}{2}\sum_\varepsilon(|\mathcal{L}|^2+|\vec{\mathcal{K}}|^2) \qquad (A.35)\\ &= \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\cdot\Big\{|\mathcal{F}_1|^2+|\mathcal{F}_2|^2+\frac{1}{2}\sin^2\vartheta_\pi(|\mathcal{F}_3|^2+|\mathcal{F}_4|^2)\\ &\qquad -\mathrm{Re}[2\cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2-\sin^2\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4+\mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3+\cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4)]\Big\}\\ &= \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\cdot R_T\end{aligned}$$

ergibt.

A.3.2 Pionproduktion polarisierter Photonen

Im Fall der Einfachpionproduktion mittels vollständig linear polarisierter, reeller Photonen entfällt die Mittelung über ε in (2.67)

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi}=\frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\cdot(|\mathcal{L}|^2+|\vec{\mathcal{K}}|^2)\,, \qquad (A.36)$$

da nun bei gleicher Wahl des Koordinatensystems mit $\hat{k}=\{0,0,1\}$ sowie $\hat{q}=\{\sin\vartheta_\pi,0,\cos\vartheta_\pi\}$ der Polarisationszustand des Photons $\vec{a}=\{\cos\varphi_\varepsilon,\sin\varphi_\varepsilon,0\}$ fest vorgegeben ist. Für die spinunabhängigen Anteile folgt wiederum aus (2.62)

$$\mathcal{L}=-\sin\vartheta_\pi\,\sin\varphi_\varepsilon\,\mathcal{F}_2 \qquad (A.37)$$

und

$$|\mathcal{L}|^2=\sin^2\vartheta_\pi(1-\cos2\varphi_\varepsilon)\,\frac{1}{2}|\mathcal{F}_2|^2 \qquad (A.38)$$

sowie für die spinabhängigen Anteile aus (2.63)

$$\vec{\mathcal{K}}=\vec{a}(\mathcal{F}_1-\cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_2)+\hat{k}\,\sin\vartheta_\pi\,\cos\varphi_\varepsilon(\mathcal{F}_2+\mathcal{F}_3)+\hat{q}\,\sin\vartheta_\pi\,\cos\varphi_\varepsilon\,\mathcal{F}_4 \qquad (A.39)$$

und mit (A.3)

$$\begin{aligned}|\vec{\mathcal{K}}|^2 &= |\mathcal{F}_1|^2+\cos^2\vartheta_\pi|\mathcal{F}_2|^2-\cos\vartheta_\pi\,2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2] \qquad (A.40)\\ &\quad +\sin^2\vartheta_\pi(1+\cos2\varphi_\varepsilon)\,\Big\{\frac{1}{2}(|\mathcal{F}_2|^2+|\mathcal{F}_3|^2+|\mathcal{F}_4|^2)+\mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4+\mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3]\Big\}\\ &\quad +\cos\vartheta_\pi\,\sin^2\vartheta_\pi(1+\cos2\varphi_\varepsilon)\,\mathrm{Re}[(\mathcal{F}_2^*+\mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_4]-\mathrm{Re}[\mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4]\,.\end{aligned}$$

Die Ergebnisse zusammenfassend, wird der Koinzidenzwirkungsquerschnitt der mit $\Pi_T=1$ vollständig linear polarisierten Photoproduktion durch

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi} &= \frac{|\vec{q}|}{|\vec{k}|} \cdot (|\mathcal{L}|^2 + |\vec{\mathcal{K}}|^2) \qquad\qquad (A.41)\\
&= \frac{|\vec{q}|}{|\vec{k}|} \cdot \Big(\Big\{ |\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 + \frac{1}{2}\sin^2\vartheta_\pi (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2) \\
&\qquad -\mathrm{Re}[2\cos\vartheta_\pi\, \mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 - \sin^2\vartheta_\pi (\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi\, \mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4)] \Big\} \\
&\qquad + \sin^2\vartheta_\pi \left\{ \frac{1}{2}(|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2) + \mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi\, \mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4] \right\} \cos 2\varphi_\varepsilon \Big) \\
&= \frac{|\vec{q}|}{|\vec{k}|} \cdot (R_T + \Pi_T\, R_{TT}\, \cos 2\varphi_\varepsilon)
\end{aligned}
$$

beschrieben.

A.3.3 Pionproduktion polarisierter Elektronen

Im Gegensatz zur Photoproduktion liegt in der Elektroproduktion neben der Reaktionsebene nun auch die Streuebene fest (siehe Abb. 2.3), so dass zwar der Einheitsvektor $\hat{k} = \{0, 0, 1\}$ nach wie vor mit $\hat{e}_z$ zusammenfällt, aber $\hat{q} = \{\sin\vartheta_\pi\, \cos\varphi_\pi, \sin\vartheta_\pi\, \sin\varphi_\pi, \cos\vartheta_\pi\}$ in dem um $\hat{e}_y$ erweiterten Koordinatensystem der kinematischen Variablen definiert ist. Da hier ansatzgemäß nicht über die Polarisation des virtuellen Photons im Breit-System des Elektrons gemittelt wird, vereinfacht sich (2.66) zu

$$
\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}|}{k_\gamma^*} \cdot (|\mathcal{L}|^2 + |\vec{\mathcal{K}}|^2)\,, \qquad (A.42)
$$

wobei sich der Polarisationszustand des virtuellen Photons in Abhängigkeit der Helizität des Elektrons $h = \pm 1$ durch

$$
\vec{a} = \frac{1}{|\vec{a}_\perp|}\{\vec{a}_\perp, \vec{a}_{||}\} = \frac{1}{|\vec{a}_\perp|}\{a_x, iha_y, a_z\} \qquad (A.43)
$$

mit

$$
|\vec{a}_\perp|^2 = a_x^2 + a_y^2 \quad \text{und} \quad |\vec{a}_{||}|^2 = a_z^2 \qquad (A.44)
$$

beschreiben lässt. Die Normierung ist so gewählt, dass die transversale Polarisation der Elektroproduktion der der Photoproduktion entspricht. Somit folgt für die spinunabhängigen Anteile nach (2.62)

$$
|\vec{a}_\perp|\, \mathcal{L} = (a_x\, \sin\varphi_\pi - iha_y\, \cos\varphi_\pi) \sin\vartheta_\pi\, \mathcal{F}_2 \qquad (A.45)
$$

und mit Hilfe der trigonometrischen Beziehung (A.6)

$$
\left(a_x^2 + a_y^2\right) |\mathcal{L}|^2 = \left(\frac{a_x^2 + a_y^2}{2} + \frac{a_y^2 - a_x^2}{2}\, \cos 2\varphi_\pi \right) \sin^2\vartheta_\pi\, |\mathcal{F}_2|^2 \qquad (A.46)
$$

sowie für die spinabhängigen Anteile nach (2.63)

$$
\begin{aligned}
|\vec{a}_\perp|\,\vec{\mathcal{K}} \;&=\; \vec{a}_\perp(\mathcal{F}_1 - \cos\vartheta_\pi\; \mathcal{F}_2) + \hat{k}\,(a_x\; \cos\varphi_\pi + iha_y\; \sin\varphi_\pi)\sin\vartheta_\pi(\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3) \\
&\quad + \hat{q}\,(a_x\; \cos\varphi_\pi + iha_y\; \sin\varphi_\pi)\sin\vartheta_\pi\; \mathcal{F}_4 + \hat{k}\; a_z\; \mathcal{F}_5 + \hat{q}\; a_z\; \mathcal{F}_6
\end{aligned} \tag{A.47}
$$

und mit (A.3, A.4, A.6)

$$
\begin{aligned}
\left(a_x^2 + a_y^2\right)|\vec{\mathcal{K}}|^2 \;&=\; \left(a_x^2 + a_y^2\right)\left\{|\mathcal{F}_1|^2 + \cos^2\vartheta_\pi|\mathcal{F}_2|^2 - \cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2]\right\} \\
&\quad + a_z^2\,\left\{|\mathcal{F}_5|^2 + |\mathcal{F}_6|^2 + \cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_5^*\mathcal{F}_6]\right\} \\
&\quad + \left(\frac{a_x^2 + a_y^2}{2} + \frac{a_x^2 - a_y^2}{2}\;\cos 2\varphi_\pi\right)\sin^2\vartheta_\pi\,\left\{|\mathcal{F}_2|^2 + |\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2\right. \\
&\qquad\qquad \left. +2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3]\right\} \\
&\quad + \left(\frac{a_x^2 + a_y^2}{2} + \frac{a_x^2 - a_y^2}{2}\;\cos 2\varphi_\pi\right)\sin^2\vartheta_\pi\;\cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4] \\
&\quad + (a_x a_z\cos\varphi_\pi)\sin\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[(\mathcal{F}_2^* + \mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_5 + (\mathcal{F}_1^* + \mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_6] \\
&\quad + (a_x a_z\cos\varphi_\pi)\sin\vartheta_\pi\;\cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_4^*\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_6] \\
&\quad + (ha_y a_z\sin\varphi_\pi)\sin\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Im}[(\mathcal{F}_2^* + \mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_5 + (\mathcal{F}_1^* + \mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_6] \\
&\quad + (ha_y a_z\sin\varphi_\pi)\sin\vartheta_\pi\;\cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Im}[\mathcal{F}_4^*\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_6]\,.
\end{aligned} \tag{A.48}
$$

Aufgrund der gewählten Definition des Polarisationsvektors $\vec{a}$, liegen alle auftretenden Polarisationsgrößen, wie auch ε (2.55) und ε_L (2.78),

$$
\frac{a_x^2 - a_y^2}{a_x^2 + a_y^2} = \varepsilon \tag{A.49}
$$

$$
\frac{a_z^2}{a_x^2 + a_y^2} = \varepsilon_L \tag{A.50}
$$

$$
\frac{a_x a_z}{a_x^2 + a_y^2} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_L(1\;+\;\varepsilon)}{2}} \tag{A.51}
$$

$$
\frac{a_y a_z}{a_x^2 + a_y^2} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_L\,(1\;-\;\varepsilon)}{2}} \tag{A.52}
$$

fest [Ake 67, AFF 79], wobei der Polarisationsgrad ε in der Elektroproduktion dem Grad der Linearpolarisation Π_T in der Photoproduktion entspricht und sich so der zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt der polarisierten Elektroproduktion

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma_v}{d\Omega_\pi} \;&=\; \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\cdot(|\mathcal{L}|^2 + |\vec{\mathcal{K}}|^2) \\
&=\; \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\cdot\Bigg(\Bigg\{|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 + \frac{1}{2}\sin^2\vartheta_\pi(|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2)
\end{aligned} \tag{A.53}
$$

$$
\begin{aligned}
& \quad -\mathrm{Re}[2\cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 - \sin^2\!\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4)]\Big\} \\
& +\varepsilon_L\Big\{|\mathcal{F}_5|^2 + |\mathcal{F}_6|^2 + 2\cos\vartheta_\pi\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_5^*\mathcal{F}_6]\Big\} \\
& -\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\,\sin\vartheta_\pi\,\{\mathrm{Re}[(\mathcal{F}_2^* + \mathcal{F}_3^* + \cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_5 \\
& \qquad\qquad +(\mathcal{F}_1^* + \mathcal{F}_4^* + \cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_6]\}\cos\varphi_\pi \\
& +\varepsilon\sin^2\!\vartheta_\pi\left\{\frac{1}{2}(|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2) + \mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4]\right\}\cos 2\varphi_\pi \\
& -h\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,-\,\varepsilon)}\,\sin\vartheta_\pi\,\{\mathrm{Im}[(\mathcal{F}_2^* + \mathcal{F}_3^* + \cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_5 \\
& \qquad\qquad +(\mathcal{F}_1^* + \mathcal{F}_4^* + \cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_6]\}\sin\varphi_\pi\Big) \\
= \; & \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*}\cdot\Big(R_T + \varepsilon_L\,R_L + \sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,+\,\varepsilon)}\,R_{LT}\,\cos\varphi_\pi + \varepsilon\,R_{TT}\,\cos 2\varphi_\pi \\
& \quad + h\sqrt{2\,\varepsilon_L\,(1\,-\,\varepsilon)}\,R_{LT'}\,\sin\varphi_\pi\Big)
\end{aligned}
$$

ergibt.

A.4 Allgemeine Zerlegung der Responsefunktionen

Die Responsefunktionen der Photo- und Einfachpionelektroproduktion werden sowohl bei Target- (i) als auch bei Rückstoßpolarisation (f) bezüglich der Projektionen auf die Achsen des das auslaufende Nukleon N' begleitenden Dreibeins $(\hat{l}, \hat{n}, \hat{t})$ (siehe Kap. 2.3.3, 2.4.5), mit $\hat{l} = \hat{p}_2$, $\hat{n} = \hat{k} \times \hat{q}\,/\sin\vartheta_\pi$ und $\hat{t} = \hat{n} \times \hat{l}$ (siehe Abb. 2.2, 2.3), ausgewertet. Ihre allgemeine Zerlegung nach invarianten CGLN-Amplituden (siehe Kap. 2.2.3, 2.2.7 und Anhang A.3) wird im Folgenden zusammengetragen.

Transversale Responsefunktionen

$$
\begin{aligned}
R_T &= |\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 + \frac{1}{2}\sin^2\!\vartheta_\pi(|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2) \\
&\quad -\mathrm{Re}[2\cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 - \sin^2\!\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4)] \qquad (A.54)
\end{aligned}
$$

$$
R_T(n_i) = \sin\vartheta_\pi\,\mathrm{Im}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4 + \cos\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3) - \sin^2\!\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4] \qquad (A.55)
$$

$$
\begin{aligned}
R_T(n_f) &= -\sin\vartheta_\pi\,\mathrm{Im}[2\,\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4 + \cos\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3) \\
&\qquad - \sin^2\!\vartheta_\pi\,\mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4] \qquad (A.56)
\end{aligned}
$$

$$
R_T(l_{i,f}) = R_T(t_{i,f}) = 0 \qquad (A.57)
$$

Longitudinale Responsefunktionen

$$
R_L = |\mathcal{F}_5|^2 + |\mathcal{F}_6|^2 + 2\cos\vartheta_\pi\,\mathrm{Re}[\mathcal{F}_5^*\mathcal{F}_6] \qquad (A.58)
$$

$$
R_L(n_i) = -R_L(n_f) = -2\sin\vartheta_\pi\,\mathrm{Im}[\mathcal{F}_5^*\mathcal{F}_6] \qquad (A.59)
$$

$$
R_L(l_{i,f}) = R_L(t_{i,f}) = 0 \qquad (A.60)
$$

Responsefunktionen der Longitudinal-Transversal-Interferenzen

$$\begin{aligned}
R_{LT} &= -\sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Re}[(\mathcal{F}_2^* + \mathcal{F}_3^* + \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_5 + (\mathcal{F}_1^* + \mathcal{F}_4^* + \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_6] && \text{(A.61)} \\
R_{LT}(l_i) &= \sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Im}[(\mathcal{F}_1^* - 2\,\cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_5 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_6] && \text{(A.62)} \\
R_{LT}(l_f) &= -\sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Im}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_6] && \text{(A.63)} \\
R_{LT}(t_i) &= \mathrm{Im}[(\cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_1^* - \cos 2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_5 + (\mathcal{F}_1^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_6] && \text{(A.64)} \\
R_{LT}(t_f) &= \mathrm{Im}[(\mathcal{F}_2^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_1^*)\mathcal{F}_5 - (\mathcal{F}_1^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_6] && \text{(A.65)} \\
R_{LT}(n_i) &= -R_{LT}(n_f) \;=\; -\mathrm{Im}[(\mathcal{F}_1^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^* + \sin^2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_5 && \text{(A.66)} \\
&\qquad\qquad -(\mathcal{F}_2^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_1^* + \sin^2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_6]
\end{aligned}$$

Responsefunktionen der Transversal-Transversal-Interferenzen

$$\begin{aligned}
R_{TT} &= \sin^2\vartheta_\pi \left\{ \frac{1}{2}(|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2) + \mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_3^*\mathcal{F}_4] \right\} && \text{(A.67)} \\
R_{TT}(l_i) &= -\sin^2\vartheta_\pi \, \mathrm{Im}[2\,\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4 - 2\cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3] && \text{(A.68)} \\
R_{TT}(l_f) &= \sin^2\vartheta_\pi \, \mathrm{Im}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4] && \text{(A.69)} \\
R_{TT}(t_i) &= -\sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Im}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 + \cos\vartheta_\pi(2\,\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4) - \cos 2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3] && \text{(A.70)} \\
R_{TT}(t_f) &= \sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Im}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4)] && \text{(A.71)} \\
R_{TT}(n_i) &= -R_T(n_f) && \text{(A.72)} \\
R_{TT}(n_f) &= -R_T(n_i) && \text{(A.73)}
\end{aligned}$$

Responsefunktionen der Longitudinal-Transversal-Interferenzen für polarisierte Elektronen

$$\begin{aligned}
R_{LT'} &= -\sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Im}[(\mathcal{F}_2^* + \mathcal{F}_3^* + \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_5 + (\mathcal{F}_1^* + \mathcal{F}_4^* + \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_6] && \text{(A.74)} \\
R_{LT'}(l_i) &= \sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Re}[(\mathcal{F}_1^* - 2\,\cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_5 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_6] && \text{(A.75)} \\
R_{LT'}(l_f) &= -\sin\vartheta_\pi \, \mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_6] && \text{(A.76)} \\
R_{LT'}(t_i) &= \mathrm{Re}[(\cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_1^* - \cos 2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_5 + (\mathcal{F}_1^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_6] && \text{(A.77)} \\
R_{LT'}(t_f) &= \mathrm{Re}[(\mathcal{F}_2^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_1^*)\mathcal{F}_5 - (\mathcal{F}_1^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*)\mathcal{F}_6] && \text{(A.78)} \\
R_{LT'}(n_i) &= -R_{LT'}(n_f) \;=\; \mathrm{Re}[(\mathcal{F}_1^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^* + \sin^2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_4^*)\mathcal{F}_5 && \text{(A.79)} \\
&\qquad\qquad -(\mathcal{F}_2^* - \cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_1^* + \sin^2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_3^*)\mathcal{F}_6]
\end{aligned}$$

Responsefunktionen der Transversal-Transversal-Interferenzen für polarisierte Elektronen

$$\begin{aligned}
R_{TT'}(l_i) &= \cos\vartheta_\pi(|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2) && \text{(A.80)} \\
&\quad -\mathrm{Re}[2\cos^2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 + \sin^2\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4 - 2\cos\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3)] \\
R_{TT'}(l_f) &= -\cos\vartheta_\pi(|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2) + \mathrm{Re}[2\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 + \sin^2\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4)] && \text{(A.81)} \\
R_{TT'}(t_i) &= -\sin\vartheta_\pi\{|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 && \text{(A.82)} \\
&\qquad +\mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 - \cos\vartheta_\pi(2\,\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_2 - \mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4) - \cos 2\vartheta_\pi \, \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3]\} \\
R_{TT'}(t_f) &= \sin\vartheta_\pi\{|\mathcal{F}_1|^2 - |\mathcal{F}_2|^2 + \mathrm{Re}[\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_4 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_3 + \cos\vartheta_\pi(\mathcal{F}_1^*\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^*\mathcal{F}_4)]\} && \text{(A.83)} \\
R_{TT'}(n_{i,f}) &= 0 && \text{(A.84)}
\end{aligned}$$

[DrT 92]

A.5 Multipolzerlegung der Responsefunktionen

Basierend auf der in Anhang A.4 angeführten Zerlegung der Responsefunktionen nach den invarianten CGLN-Amplituden $\mathcal{F}_i$, deren allgemeine Entwicklung nach Legendre-Polynomen (siehe Anhang A.1.5) und den zugehörigen ϑ_π-unabhängigen πN-Multipolamplituden $\mathcal{M}_{l\pm}(W, K^2)$ (siehe Kap. 2.2.4) den Gleichungen (2.41-2.46) zu entnehmen ist, wird im Folgenden die Multipolzerlegung der Responsefunktionen in S- und P-Wellennäherung, also für $l_\pi \leq 1$, angegeben.

Transversale Responsefunktionen

$$\begin{aligned}
R_T &= |E_{0+}|^2 + \frac{1}{2}|2M_{1+} + M_{1-}|^2 + \frac{1}{2}|3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})] \\
&\quad + \cos^2\vartheta_\pi \Big\{|3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-}|^2 - \frac{1}{2}|2M_{1+} + M_{1-}|^2 \\
&\qquad - \frac{1}{2}|3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2\Big\}
\end{aligned} \tag{A.85}$$

$$\begin{aligned}
R_T(n_i) &= \sin\vartheta_\pi\, 3\,\mathrm{Im}[E_{0+}^*(E_{1+} - M_{1+}) \\
&\qquad - \cos\vartheta_\pi\, \{E_{1+}^*(4M_{1+} - M_{1-}) + M_{1+}^* M_{1-}\}]
\end{aligned} \tag{A.86}$$

$$\begin{aligned}
R_T(n_f) &= -\sin\vartheta_\pi\, \mathrm{Im}[E_{0+}^*(3E_{1+} + M_{1+} + 2M_{1-}) \\
&\qquad + \cos\vartheta_\pi\, 3\{(3E_{1+}^* + M_{1+}^*)M_{1-}\}]
\end{aligned} \tag{A.87}$$

Longitudinale Responsefunktionen

$$\begin{aligned}
R_L &= |L_{0+}|^2 + 4|L_{1+}|^2 + |L_{1-}|^2 - 4\,\mathrm{Re}[L_{1+}^* L_{1-}] \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Re}[L_{0+}^*(4L_{1+} + L_{1-})] \\
&\quad + \cos^2\vartheta_\pi\, 12\Big\{|L_{1+}|^2 + \mathrm{Re}[L_{1+}^* L_{1-}]\Big\}
\end{aligned} \tag{A.88}$$

$$\begin{aligned}
R_L(n_i) &= -R_L(n_f) = \sin\vartheta_\pi\, 2\,\mathrm{Im}[L_{0+}^*(2L_{1+} - L_{1-}) \\
&\qquad - \cos\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^* L_{1-}\}]
\end{aligned} \tag{A.89}$$

Responsefunktionen der Longitudinal-Transversal-Interferenzen

$$\begin{aligned}
R_{LT} &= -\sin\vartheta_\pi\, \mathrm{Re}[L_{0+}^*(3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}) - (2L_{1+}^* - L_{1-}^*)E_{0+} \\
&\qquad + \cos\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}) + L_{1-}^* E_{1+}\}]
\end{aligned} \tag{A.90}$$

$$\begin{aligned}
R_{LT}(l_i) &= -\sin\vartheta_\pi\, \mathrm{Im}[L_{0+}^* E_{0+} + (2L_{1+}^* - L_{1-}^*)(2M_{1+} + M_{1-}) \\
&\qquad + \cos\vartheta_\pi \{L_{0+}^*(3E_{1+} - M_{1+} - 2M_{1-}) + 6(L_{1+}^* E_{0+})\} \\
&\qquad + \cos^2\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(3E_{1+} - M_{1+} - 2M_{1-})\}]
\end{aligned} \tag{A.91}$$

$$\begin{aligned}
R_{LT}(l_f) &= \sin\vartheta_\pi\, \mathrm{Im}[L_{0+}^* E_{0+} - (2L_{1+}^* - L_{1-}^*)(2M_{1+} + M_{1-}) \\
&\qquad + \cos\vartheta_\pi\, 3\{L_{0+}^*(E_{1+} + M_{1+}) + 2(L_{1+}^* E_{0+})\} \\
&\qquad + \cos^2\vartheta_\pi\, 18\{L_{1+}^*(E_{1+} + M_{1+})\}]
\end{aligned} \tag{A.92}$$

$$\begin{aligned}
R_{LT}(t_i) &= -\mathrm{Im}[L_{0+}^*(2M_{1+} + M_{1-}) - (2L_{1+}^* - L_{1-}^*)E_{0+} \\
&\qquad + \cos\vartheta_\pi \{L_{0+}^* E_{0+} - 2L_{1+}^*(3E_{1+} - 5M_{1+} - 4M_{1-})
\end{aligned} \tag{A.93}$$

$$
\begin{aligned}
& \quad\quad +L_{1-}^*(3E_{1+}+M_{1+}-M_{1-})\} \\
& + \cos^2\vartheta_\pi \{L_{0+}^*(3E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-})+6(L_{1+}^*E_{0+})\} \\
& + \cos^3\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(3E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-})\}]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{LT}(t_f) &= -\mathrm{Im}[L_{0+}^*(2M_{1+}+M_{1-})+(2L_{1+}^*-L_{1-}^*)E_{0+} \\
&\quad - \cos\vartheta_\pi\{L_{0+}^*E_{0+}-2L_{1+}^*(3E_{1+}+7M_{1+}+2M_{1-}) \\
&\quad\quad +L_{1-}^*(3E_{1+}+M_{1+}-M_{1-})\} \\
&\quad - \cos^2\vartheta_\pi\, 3\{L_{0+}^*(E_{1+}+M_{1+})+2(L_{1+}^*E_{0+})\} \\
&\quad - \cos^3\vartheta_\pi\, 18\{L_{1+}^*(E_{1+}+M_{1+})\}]
\end{aligned} \tag{A.94}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{LT}(n_i) &= -R_{LT}(n_f) = \mathrm{Im}[L_{0+}^*E_{0+}+(2L_{1+}^*-L_{1-}^*)(3E_{1+}-M_{1+}+M_{1-}) \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\{L_{0+}^*(3E_{1+}+M_{1+}-M_{1-})+(4L_{1+}^*+L_{1-}^*)E_{0+}\} \\
&\quad + \cos^2\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(E_{1+}+M_{1+}-M_{1-})+L_{1-}^*E_{1+}\}]
\end{aligned} \tag{A.95}
$$

Responsefunktionen der Transversal-Transversal-Interferenzen

$$
R_{TT} = \sin^2\vartheta_\pi \left\{\frac{9}{2}|E_{1+}|^2-\frac{3}{2}|M_{1+}|^2-3\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+}-M_{1-})+M_{1+}^*M_{1-}]\right\} \tag{A.96}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{TT}(l_i) &= -\sin^2\vartheta_\pi\,\mathrm{Im}[E_{0+}^*(3E_{1+}+M_{1+}+2M_{1-}) \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\, 6\{E_{1+}^*(M_{1+}+2M_{1-})\}]
\end{aligned} \tag{A.97}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{TT}(l_f) &= \sin^2\vartheta_\pi\, 3\,\mathrm{Im}[E_{0+}^*(E_{1+}-M_{1+}) \\
&\quad - \cos\vartheta_\pi\, 6\{E_{1+}^*M_{1+}\}]
\end{aligned} \tag{A.98}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{TT}(t_i) &= -\sin\vartheta_\pi\,\mathrm{Im}[-3E_{1+}^*(2M_{1+}+M_{1-})+3(M_{1+}^*M_{1-}) \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\{E_{0+}^*(3E_{1+}+M_{1+}+2M_{1-})\} \\
&\quad + \cos^2\vartheta_\pi\, 6\{E_{1+}^*(M_{1+}+2M_{1-})\}]
\end{aligned} \tag{A.99}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{TT}(t_f) &= \sin\vartheta_\pi\, 3\,\mathrm{Im}[E_{1+}^*(2M_{1+}+M_{1-})-M_{1+}^*M_{1-} \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\{E_{0+}^*(E_{1+}-M_{1+})\} \\
&\quad - \cos^2\vartheta_\pi\, 6\,\{E_{1+}^*M_{1+}\}]
\end{aligned} \tag{A.100}
$$

$$
R_{TT}(n_i) = -R_T(n_f) \tag{A.101}
$$

$$
R_{TT}(n_f) = -R_T(n_i) \tag{A.102}
$$

Responsefunktionen der Longitudinal-Transversal-Interferenzen für polarisierte Elektronen

$$
\begin{aligned}
R_{LT'} &= \sin\vartheta_\pi\,\mathrm{Im}[L_{0+}^*(3E_{1+}-M_{1+}+M_{1-})-(2L_{1+}^*-L_{1-}^*)E_{0+} \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(E_{1+}-M_{1+}+M_{1-})+L_{1-}^*E_{1+}\}]
\end{aligned} \tag{A.103}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{LT'}(l_i) &= \sin\vartheta_\pi\,\mathrm{Re}[L_{0+}^*E_{0+}+(2L_{1+}^*-L_{1-}^*)(2M_{1+}+M_{1-}) \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\{L_{0+}^*(3E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-})+6(L_{1+}^*E_{0+})\} \\
&\quad + \cos^2\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(3E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-})\}]
\end{aligned} \tag{A.104}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{LT'}(l_f) &= -\sin\vartheta_\pi\,\mathrm{Re}[L_{0+}^*E_{0+}-(2L_{1+}^*-L_{1-}^*)(2M_{1+}+M_{1-}) \\
&\quad + \cos\vartheta_\pi\, 3\{L_{0+}^*(E_{1+}+M_{1+})+2(L_{1+}^*E_{0+})\}
\end{aligned} \tag{A.105}
$$

$$+\cos^2\vartheta_\pi\, 18\{L_{1+}^*(E_{1+}+M_{1+})\}]$$

$$R_{LT'}(t_i) = \mathrm{Re}[L_{0+}^*(2M_{1+}+M_{1-}) - (2L_{1+}^* - L_{1-}^*)E_{0+} + \cos\vartheta_\pi\{L_{0+}^*E_{0+} - 2L_{1+}^*(3E_{1+} - 5M_{1+} - 4M_{1-}) + L_{1-}^*(3E_{1+}+M_{1+}-M_{1-})\} + \cos^2\vartheta_\pi\{L_{0+}^*(3E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-}) + 6(L_{1+}^*E_{0+})\} + \cos^3\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(3E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-})\}] \tag{A.106}$$

$$R_{LT'}(t_f) = \mathrm{Re}[L_{0+}^*(2M_{1+}+M_{1-}) + (2L_{1+}^* - L_{1-}^*)E_{0+} - \cos\vartheta_\pi\{L_{0+}^*E_{0+} - 2L_{1+}^*(3E_{1+} + 7M_{1+} + 2M_{1-}) + L_{1-}^*(3E_{1+}+M_{1+}-M_{1-})\} - \cos^2\vartheta_\pi\, 3\{L_{0+}^*(E_{1+}+M_{1+}) + 2(L_{1+}^*E_{0+})\} - \cos^3\vartheta_\pi\, 18\{L_{1+}^*(E_{1+}+M_{1+})\}] \tag{A.107}$$

$$R_{LT'}(n_i) = -R_{LT'}(n_f) = -\mathrm{Re}[L_{0+}^*E_{0+} + (2L_{1+}^* - L_{1-}^*)(3E_{1+}-M_{1+}+M_{1-}) + \cos\vartheta_\pi\{L_{0+}^*(3E_{1+}+M_{1+}-M_{1-}) + (4L_{1+}^*+L_{1-}^*)E_{0+}\} + \cos^2\vartheta_\pi\, 6\{L_{1+}^*(E_{1+}+M_{1+}-M_{1-}) + L_{1-}^*E_{1+}\}] \tag{A.108}$$

Responsefunktionen der Transversal-Transversal-Interferenzen für polarisierte Elektronen

$$R_{TT'}(l_i) = -3\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(E_{1+}-M_{1+})] + \cos\vartheta_\pi\{|E_{0+}|^2 - 9|E_{1+}|^2 + |M_{1+}|^2 + |M_{1-}|^2 + 2\,\mathrm{Re}[3E_{1+}^*(2M_{1+}+M_{1-}) - M_{1+}^*M_{1-}]\} + \cos^2\vartheta_\pi\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(9E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-})] + \cos^3\vartheta_\pi\, 6\{3|E_{1+}|^2 - \mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+}+2M_{1-})]\} \tag{A.109}$$

$$R_{TT'}(l_f) = \mathrm{Re}[E_{0+}^*(3E_{1+}+M_{1+}+2M_{1-})] - \cos\vartheta_\pi\{|E_{0+}|^2 - 9|E_{1+}|^2 + |M_{1+}|^2 + |M_{1-}|^2 - 2\,\mathrm{Re}[3E_{1+}^*(2M_{1+}+M_{1-}) + M_{1+}^*M_{1-}]\} - \cos^2\vartheta_\pi\, 3\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(3E_{1+}+M_{1+})] - \cos^3\vartheta_\pi\, 18\{|E_{1+}|^2 + \mathrm{Re}[E_{1+}^*M_{1+}]\} \tag{A.110}$$

$$R_{TT'}(t_i) = -\sin\vartheta_\pi\Big\{|E_{0+}|^2 - 2|M_{1+}|^2 + |M_{1-}|^2 + \mathrm{Re}[3E_{1+}^*(2M_{1+}+M_{1-}) + M_{1+}^*M_{1-}] + \cos\vartheta_\pi\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(9E_{1+}-M_{1+}-2M_{1-})] + \cos^2\vartheta_\pi\, 6\{3|E_{1+}|^2 - \mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+}+2M_{1-})]\}\Big\} \tag{A.111}$$

$$R_{TT'}(t_f) = \sin\vartheta_\pi\Big\{|E_{0+}|^2 + 2|M_{1+}|^2 - |M_{1-}|^2 - \mathrm{Re}[3E_{1+}^*(2M_{1+}+M_{1-}) + M_{1+}^*M_{1-}] + \cos\vartheta_\pi\, 3\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(3E_{1+}+M_{1+})] + \cos^2\vartheta_\pi\, 18\{|E_{1+}|^2 + \mathrm{Re}[E_{1+}^*M_{1+}]\}\Big\} \tag{A.112}$$

[DrT 92]

A.6 Multipolzerlegung spezieller Wirkungsquerschnitte

A.6.1 Einarmwirkungsquerschnitt

Die Multipolzerlegung des inklusiven Wirkungsquerschnittes

$$\sigma_v = \sigma_T + \varepsilon_L \sigma_L \tag{A.113}$$

ergibt sich unter Berücksichtigung des Verschwindens aller auftretenden Interferenzterme und nach Integration der Antwortfunktionen R_T (A.54, A.85)

$$\begin{aligned}
\sigma_T &= \iint \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} R_T d\Omega_\pi \qquad (A.114)\\
&= 2\pi \,\frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \sum_{l=0}^{\infty} (l+1)^2 \{(l+2)[|E_{l+}|^2 + |M_{l+1,-}|^2] + l[|M_{l+}|^2 + |E_{l+1,-}|^2]\}\\
&= 4\pi \,\frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \cdot \{|E_{0+}|^2 + |M_{1-}|^2 + 2|M_{1+}|^2 + 6|E_{1+}|^2 + \cdots\}
\end{aligned}$$

beziehungsweise R_L (A.58, A.88)

$$\begin{aligned}
\sigma_L &= \iint \frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} R_L d\Omega_\pi \qquad (A.115)\\
&= 4\pi \,\frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \sum_{l=0}^{\infty} (l+1)^3 \{|L_{l+}|^2 + |L_{l+1,-}|^2\}\\
&= 4\pi \,\frac{|\vec{q}\,|}{k_\gamma^*} \cdot \{|L_{0+}|^2 + |L_{1-}|^2 + 8|L_{1+}|^2 + \cdots\}
\end{aligned}$$

über das differentielle Raumwinkelelement $d\Omega_\pi$ (siehe Kap. 2.4.4).

[DoS 78, DrT 92]

A.6.2 Strahlasymmetrie bestimmende Wirkungsquerschnitte

Die unterschiedlichen ϑ_π-Abhängigkeiten der die Strahlasymmetrie bestimmenden Wirkungsquerschnitte (siehe Kap. 2.4.3)

$$\frac{d^2\sigma_\perp^m}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}(R_T - R_{TT}) = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\left(A_\perp + B_\perp \cos\vartheta_\pi + C_\perp \cos^2\vartheta_\pi\right) \tag{A.116}$$

beziehungsweise

$$\frac{d^2\sigma_\parallel^m}{d\Omega_\pi} = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}(R_T + R_{TT}) = \frac{|\vec{q}\,|}{|\vec{k}|}\left(A_\parallel + B_\parallel \cos\vartheta_\pi + C_\parallel \cos^2\vartheta_\pi\right) \tag{A.117}$$

lassen sich separieren und so neue Messgrößen $A_{\parallel,\perp}$, $B_{\parallel,\perp}$, $C_{\parallel,\perp}$ bestimmen. Die Multipolzerlegung der Messgrößen

$$A_\perp = A_T - A_{TT}\,, \quad B_\perp = B_T - B_{TT} \quad \text{und} \quad C_\perp = C_T - C_{TT} \tag{A.118}$$

ergibt sich aus (A.85) mit

$$\begin{aligned}
A_T &= |E_{0+}|^2 + \frac{1}{2}|2M_{1+} + M_{1-}|^2 + \frac{1}{2}|3E_{1+} - (M_{1+} - M_{1-})|^2 &\text{(A.119)}\\
&= |E_{0+}|^2 + \frac{5}{2}|M_{1+}|^2 + \mathrm{Re}[M_{1+}^* M_{1-}] + |M_{1-}|^2 + \frac{9}{2}|E_{1+}|^2 - 3\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-})] \\
B_T &= 2\,\mathrm{Re}[E_{0+}^*(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})] &\text{(A.120)}\\
C_T &= |3E_{1+} + (M_{1+} - M_{1-})|^2 - \frac{1}{2}|2M_{1+} + M_{1-}|^2 - \frac{1}{2}|3E_{1+} - (M_{1+} - M_{1-})|^2 &\text{(A.121)}\\
&= \frac{9}{2}|E_{1+}|^2 + 9\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-})] - \frac{3}{2}|M_{1+}|^2 - 3\,\mathrm{Re}[M_{1+}^* M_{1-}]
\end{aligned}$$

und aus (A.96, A.5) mit

$$\begin{aligned}
A_{TT} &= \frac{9}{2}|E_{1+}|^2 - \frac{3}{2}|M_{1+}|^2 - 3\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-}) + M_{1+}^* M_{1-}] &\text{(A.122)}\\
B_{TT} &= 0 &\text{(A.123)}\\
C_{TT} &= -\frac{9}{2}|E_{1+}|^2 + \frac{3}{2}|M_{1+}|^2 + 3\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-}) + M_{1+}^* M_{1-}] &\text{(A.124)}
\end{aligned}$$

zu

$$\begin{aligned}
A_\perp &= |E_{0+}|^2 + 4|M_{1+}|^2 + 4\,\mathrm{Re}[M_{1+}^* M_{1-}] + |M_{1-}|^2 &\text{(A.125)}\\
&= |E_{0+}|^2 + |2M_{1+} + M_{1-}|^2 \\
B_\perp &= B_T &\text{(A.126)}\\
C_\perp &= 9|E_{1+}|^2 + 6\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-})] - 3|M_{1+}|^2 - 6\,\mathrm{Re}[M_{1+}^* M_{1-}] &\text{(A.127)}
\end{aligned}$$

sowie für

$$A_\parallel = A_T + A_{TT}\,, \quad B_\parallel = B_T + B_{TT} \quad \text{und} \quad C_\parallel = C_T + C_{TT} \tag{A.128}$$

zu

$$\begin{aligned}
A_\parallel &= |E_{0+}|^2 + 9|E_{1+}|^2 + |M_{1+}|^2 - 2\,\mathrm{Re}[M_{1+}^* M_{1-}] + |M_{1-}|^2 - 6\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-})] &\text{(A.129)}\\
&= |E_{0+}|^2 + |3E_{1+} - (M_{1+} - M_{1-})|^2 \\
B_\parallel &= B_T &\text{(A.130)}\\
C_\parallel &= 12\,\mathrm{Re}[E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-})]\,. &\text{(A.131)}
\end{aligned}$$

Literaturverzeichnis

[AdN 83-85] G.S. Adkins und C.R. Nappi, *Model Independent Relation for Baryons as Solitons in Mesonic Theories*, Nucl. Phys. **B 249** (1985) 507-518; mit E. Witten, *Static Properties of the Nucleons in the Skyrme Model*, Nucl. Phys. **B 228** (1983) 552-566.

[AFF 79] E. Amaldi, S. Fubini und G. Furlan, *Pion-Electroproduction*, Springer Tracts in Modern Physics **83** (1979).

[Ake 67] C.W. Akerlof et al., *Measurement of the Pion Form Factor*, Phys. Rev. **163** (1967) 1482-1497.

[Ald 72] J.C. Alder et al., π^0 *Electroproduction at the First Resonance at Momentum Transfers* $q^2 = 0.6,\ 1.0$ *and* $1.56\,GeV^2$, Nucl. Phys. **B 46** (1972) 573-592.

[Alt 68-87] K.H. Althoff et al., *The* $2.5\,GeV$ *Electron Synchrotron of the University of Bonn*, NIM **61** (1968) 1-30; *ELSA - ein neuer Beschleuniger in der Mittelenergiephysik*, BONN-IR-87-30 (1987) Universität Bonn.

[Alv 86] R.F. Alvarez-Estrada et al., *Models of Hadron Structure Based on Quantum Chromodynamics*, Lecture Notes in Physics **259** (1986).

[ArF 82] I. Arai und H. Fujii, *A Phenomenological Analysis of Single Pion Photoproduction in the Resonance Region Using Fixed-t Dispersion Relations*, Nucl. Phys. **B 194** (1982) 251-318.

[ASW 96] R.A. Arndt, I.I. Strakovsky und R.L. Workman, *Updated Resonance Photodecay Amplitudes to* $2\,GeV$, Phys. Rev. **C 53** (1996) 430-440.

[AWR 96] A.A. Abada, H. Weigel und H. Reinhardt, *Radiative Decays of Hyperons in the Skyrme Model: E2/M1 Transitions Ratios*, Phys. Lett. **B 366** (1996) 26-31.

[Azn 93] I.G. Aznauryan, *On the* Q^2*-Dependence of the* $N \to N\gamma$ *and* $\Delta \to N\gamma$ *Transition Form Factors in a Quark Model at* $Q^2 < 4GeV^2$, Phys. Lett. **B 316** (1993) 391-396; *Relativistic Effects, QCD Mixing Angles and* $N \to N\gamma$ *and* $\Delta \to N\gamma$ *Transition Form Factors*, Z. Phys. **A 346** (1993) 297-305.

[Azn 97] I.G. Aznauryan, *How to Extract the* $P_{33}(1232)$ *Resonance Contributions from the Amplitudes* $M_{1+}^{3/2}$, $E_{1+}^{3/2}$, $S_{1+}^{3/2}$ *of Pion Electroproduction on Nucleons*, JLAB-THY-97-31 (1997).

[Ban 96] B. Bantes, *Untergrundstudien und Fertigstellung des targetnahen ELAN-Vertexdetektors*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IB-96-18 (1996) 1-49.

[Bar 71] W. Bartel et al., *Inelastic Electron-Proton Scattering in the Region of the Δ(1236) Resonance*, Phys. Lett. **B 35** (1971) 181-184.

[Bät 72] K. Bätzner et al., *Separation of σ_S and σ_T in the Region of the Δ(1236) Resonance and Determination of the Magnetic Dipole Transition Form Factor*, Phys. Lett. **B 39** (1972) 575-578.

[Bät 74] K. Bätzner et al., *π^0 Electroproduction at the Δ(1236) Resonance at a Four-Momentum Transfer of $q^2 = 0.3\,(GeV/c)^2$*, Nucl. Phys. **B 76** (1974) 1-14.

[BDS 75] I.S. Barker, A. Donnachie und A.A. J.K. Storrow, *Complete Experiments in Pseudoscalar Photoproduction*, Nucl. Phys. **B 95** (1975) 347-356.

[BDT 88] K. Bermuth, D. Drechsel und L. Tiator, *Photoproduction of the Delta and Roper Resonances in the Cloudy Bag Model*, Phys. Rev. **D 37** (1988) 89-100.

[BDW 67] F.A. Berends, A. Donnachie und D.L. Weaver, *Photoproduction and Electroproduction of Pions*, Nucl. Phys. **B 4** (1967) 1-53.

[BDW 87] J. Bieńkowska, Z. Dziembowski und H.J. Weber, *E2/M1 Ratio of $\gamma N \to \Delta(1232)$ Transitions in a Relativistic Three-Quark Model*, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 624-626.

[Bec 97] R. Beck et al., *Measurement of the E2/M1 Ratio in the $N \to \Delta$ Transition Using the Reaction $p(\vec{\gamma},p)\pi^0$*, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 606-609; Reply a), Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 4510; Reply b), Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 4512; Reply von R.L. Workman, *E2/M1 Ratio from Mainz $p(\vec{\gamma},p)\pi^0$ Data*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 4511.

[BeD 75] F.A. Berends und A. Donnachie, *A Multipole Analysis of Pion Photoproduction in the First Resonance Region*, Nucl. Phys. **B 84** (1975) 342-361.

[BeD 78] F.A. Berends und A. Donnachie, *An Energy-Independent Multipole Analysis of Pion Photoproduction through the Second Resonance Region*, Nucl. Phys. **B 136** (1978) 317-332.

[BeM 65] C. Becchi und G. Morpurgo, *Vanishing of the E2 Part of the $N_{33}^* \to N + \gamma$ Amplitude in the Non-Relativistic Quark Model of Elementary Particles*, Phys. Lett. **17** (1965) 352-354.

[BeW 71] F.A. Berends und D.L. Weaver, *An Energy-Independent Multipole Analysis of Pion Photoproduction on Protons below 450 MeV*, Nucl. Phys. **B 30** (1971) 575-604.

[BGR 63] A.M. Baldin, W.I. Goldanski und I.L. Rosental, *Kinematik der Kernreaktionen*, Akademie-Verlag, Berlin (1963).

[Bha 88] R.K. Bhaduri, *Models of the Nucleon*, Lecture Notes and Suppl. in Phys. **22** (1988).

[BHF 97] A.J. Buchmann, E. Hernández und A. Faessler, *Electromagnetic Properties of the Δ(1232)*, Phys. Rev. **C 55** (1997) 448-463.

[BIL 94] R. Bijker, F. Iachello und A. Leviatan, *Algebraic Models of Hadron Structure: I. Nonstrange Baryons*, Ann. Phys. **236** (1994) 69-116.

[BjD 84] J.D. Bjorken und S.D. Drell, *Relativistische Quantenmechanik*, B.I.-Hochschultaschenbücher **98**, Mannheim (1984).

[Bla 97] G. Blanpied et al., *$N \to \Delta$ Transition from Simultaneous Measurements of $p(\vec{\gamma},\pi)$ and $p(\vec{\gamma},\gamma)$*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 4337-4340; siehe auch, *The $N \to \Delta$ Transition from Simultaneous Measurements of $p(\vec{\gamma},\pi)$ and $p(\vec{\gamma},\gamma)$*, BNL-64382 (1997).

[BNM 93] A.M. Bernstein, S. Nozawa und M.A. Moinester, *Quadrupole Amplitude in the $\gamma N \leftrightarrow \Delta$ Transition*, Phys. Rev. **C 47** (1993) 1274-1281.

[BoM 87] M. Bourdeau und N.C. Mukhopadhyay, *Color Magnetism and the Helicity-Zero ($\gamma_v N \to \Delta$) Transition Amplitude*, Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 976-979.

[BrL 79-81] S.J. Brodsky und G.P. Lepage, *Helicity Selection Rules and Tests of Gluon Spin in Exclusive Quantum-Chromodynamic Processes*, Phys. Rev. **D 24** (1981) 2848-2855; *Exclusive Processes in Quantum-Chromodynamics: The Form Factors of Baryons at Large Momentum Transfer*, Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 545-549.

[BrR 79] G.E. Brown und M. Rho, *The Little Bag*, Phys. Lett. **B 82** (1979) 177-180.

[BrS 81] I.N. Bronstein und K.A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Thun (1981).

[Bru 96] H. Brunhöber, *Einsatz szintillierender Fasern zur Optimierung der Auflösung des ELAN-Flugzeitspektrometers*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IB-96-20 (1996) 1-33.

[BSS 93] M.N. Butler, M.J. Savage und R.P. Springer, *E2/M1 Mixing Ratio of $\Delta \to N\gamma$ and Hyperon Resonance Radiative Decay*, Phys. Lett. **B 304** (1993) 353-358.

[Buc 97] A.J. Buchmann, *Exchange Currents in Baryons*, Zeitschrift für Naturforschung **52a** (1997) 1-64.

[Bur 89a] V. Burkert et al., *Electroproduction of the P_{33}(1232)*, TJNAF-Proposal E-89-037 (1989) Newport News.

[Bur 89b] V. Burkert et al., *A Measurement of the Electron Asymmetry in $p(e,e'p)\pi^0$ and $p(e,e'\pi^+)n$ in the Mass Region of the P_{33}(1232) for $Q^2 < 2\,GeV^2/c^2$*, TJNAF-Proposal E-89-042 (1989) Newport News.

[CaK 85-88] C. Callan und I. Klebanov, *Bound-State Approach to Strangeness in the Skyrme Model*, Nucl. Phys. **B 262** (1985) 365-382; mit K. Hornbostel, *Baryon Masses in the Bound State Approach to Strangeness in the Skyrme Model*, Phys. Lett. **B 202** (1988) 269-275.

[CaK 90] S. Capstick und G. Karl, *E_{1+}/M_{1+} and S_{1+}/M_{1+} and their Q^2 Dependence in $\gamma_v N \to \Delta$ with Relativized Quark-Model Wave Functions*, Phys. Rev. **D 41** (1990) 2767-2775.

[CaK 95] S. Capstick und B.D. Keister, *Baryon Current Matrix Elements in a Light-Front Framework*, Phys. Rev. **D 51** (1995) 3598-3612.

[Cap 92] S. Capstick, *Photo- and Electroproduction of Nonstrange Baryon Resonances in the Relativized Quark Model*, Phys. Rev. **D 46** (1992) 2864-2881; *Photoproduction Amplitudes of P_{11} and P_{33} Baryon Resonances in the Quark Model*, Phys. Rev. **D 46** (1992) 1965-1972.

[Car 86] C.E. Carlson, *Electromagnetic $N \to \Delta$ Transition at High Q^2*, Phys. Rev. **D 34** (1986) 2704-2709; mit J.L. Poor, *Distribution Amplitudes and Electroproduction of the Delta and other Low-Lying Resonances*, Phys. Rev. **D 38** (1988) 2758-2765; mit N.C. Mukhopadhyay, *Qauntum Chromodynamics and Bloom-Gilman Duality*, Phys. Rev. **D 41** (1990) 2343-2346.

[Car 96] F. Cardarelli et al., *Electromagnetic $N \to \Delta$ Transition Form Factors in a Light-Front Constituent Quark Model*, Phys. Lett. **B 371** (1996) 7-13.

[CBC 73] J.R. Carter, D.V. Bugg und A.A. Carter, *πp Phase Shifts from 88 to 310 MeV*, Nucl. Phys. **B 58** (1973) 378-396.

[CGLN 57] G.F. Chew, M.L. Goldberger, F.E. Low und Y. Nambu, *Relativistic Dispersion Relation Approach to Photomeson Production*, Phys. Rev. **106** (1957) 1345-1355.

[ChD 89-94] P. Christillin und G. Dillon, *The $N-\Delta$ Form Factors: from the Real Photon to Pseudothreshold*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **20** (1994) 1169-1184; *Pionic Contribution to the $N-\Delta$ Transition Form Factors*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **18** (1992) 1915-1921; *On the $\gamma N\Delta$ Quadrupole Coupling Constant(s)*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **16** (1990) 805-811; *Nuclear Photoreactions at Intermediate Energies*, Phys. Rep. **190** (1990) 63-132; *On the $\gamma N\Delta$ Coupling Constants and on the Ratio of Quadrupole to Magnetic Dipole Transitions*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **15** (1989) 967-975.

[ChD 96] P. Christillin und G. Dillon, *Unitarity and the Breakdown of the Fermi-Watson Theorem: The (Experimental) Determination of the Δ Deformation*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **22** (1996) 1773-1778.

[Cho 74] A. Chodos et al., *New Extended Model of Hadrons*, Phys. Rev. **D 9** (1974) 3471-3495.

[Cho 75] A. Chodos et al., *Chiral Invariance in a Bag Theory*, Phys. Rev. **D 12** (1975) 2733-2743.

[ClL 90] F.E. Close und Z. Li, *Photo- and Electroproduction of N^* in a Quark Model*, Phys. Rev. **D 42** (1990) 2194-2206.

[CoB 86] T.D. Cohen und W. Broniowski, *Semiclassical Projection of Hedgehog Models with Quarks*, Phys. Rev. **D 34** (1986) 3472-3483.

[Cra 71] R.L. Crawford, *Electroproduction of the P_{33} Resonance*, Nucl. Phys. **B 28** (1971) 573-593.

[CrM 83] R.L. Crawford und W.T. Morton, *Analyses of Single-Pion Photoproduction up to a Centre-Of-Mass Energy of $2.5\,GeV$*, Nucl. Phys. **B 211** (1983) 1-13.

[DaM 90] R.M. Davidson und N.C. Mukhopadhyay, *Model-Independent Determination of K-Matrix Poles and Residues in the $\Delta(1232)$ Region from the Multipole Data for Pion Photoproduction*, Phys. Rev. **D 42** (1990) 20-29.

[Dec 84] F.-J. Decker, *Laufzeitmessung mit Szintillationszählern und mit Hilfe der Hochfrequenzstruktur des Synchrotronstrahls bei einem Magnetspektrometer für Teilchenimpulse bis* $2\,GeV/c$, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IR-84-22 (1984) 1-95.

[DeD 84] J. Dey und M. Dey, *Effect of Quark-Quark Tensor and Spin-Spin Force on the Radiative Decay of* Δ*-Isobar*, Phys. Lett. **B 138** (1984) 200-204.

[DeG 75] T. DeGrand et al., *Masses and Other Parameters of the Light Hadrons*, Phys. Rev. **D 12** (1975) 2060-2076.

[DeL 72-73] R.C.E. Devenish und D.H. Lyth, *A Dispersion Relation Calculation of Neutral* π *Meson Electroproduction in the Resonance Region*, Nucl. Phys. **B 43** (1972) 228-252; *Single* π^+ *Electroproduction at* $W \approx 2$ *GeV and the Pion Form Factor*, Phys. Rev. **D 5** (1972) 47-59; mit W.A. Rankin, *Fixed-t Dispersion Approach and Single Pion Photoproduction in the Resonance Region*, Nucl. Phys. **B 59** (1973) 237-255.

[DeL 75] R.C.E. Devenish und D.H. Lyth, *Electromagnetic Form Factors of* N^* *Resonaces and their Determination from Pion Electroproduction*, Nucl. Phys. **B 93** (1975) 109-137.

[DEK 76] R.C.E. Devenish, T.S. Eisenschitz und J.G. Körner, *Electromagnetic* $N - N^*$ *Transition Form Factors*, Phys. Rev. **D 14** (1976) 3063-3078.

[Den 61] Ph. Dennery, *Theory of the Electro- and Photoproduction of the* π *Mesons*, Phys. Rev. **124** (1961) 2000-2010.

[DGH 94] J.F. Donoghue, E. Golowich und B.R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press (1994).

[DMW 86] R.M. Davidson, N.C. Mukhopadhyay und R.S. Wittman, *Ratio of Electric Quadrupole to Magnetic Dipole Amplitudes in the Nucleon-Delta Transition*, Phys. Rev. Lett. **56** (1986) 804-807.

[DMW 91] R.M. Davidson, N.C. Mukhopadhyay und R.S. Wittman, *Effective-Lagrangian Approach to the Theory of Pion Photoproduction in the* $\Delta(1232)$ *Region*, Phys. Rev. **D 43** (1991) 71-94.

[Don 73] A. Donnachie, *Partial Wave Analysis and Baryon Resonances*, Rep. Prog. Phys. **36** (1973) 695-753.

[Dol 98] D. Doll, *Das Compton-Polarimeter an ELSA*, Dissertation, Universität Bonn, (1998) 1-92.

[DoS 78] A. Donnachie und G. Shaw, *Electromagnetic Interactions of Hadrons, Volume 1*, Plenum Press, New York (1978).

[Dre 88] E.T. Dressler, *A Nonrelativistic Operator for Pion Electroproduction*, Can. J. Phys. **66** (1988) 279-287.

[Dre 95] D. Drechsel, *The Drell-Hearn-Gerasimov Sum Rule*, Prog. Part. Nucl. Phys. **34** (1995) 181-200.

[DrG 84] D. Drechsel und M.M. Giannini, *A Note on the Quadrupole ($N \to \Delta$) Transition Amplitude in Quark Models*, Phys. Lett. **B 143** (1984) 329-333.

[DrT 92] D. Drechsel und L. Tiator, *Threshold Pion Photoproduction on Nucleons*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **18** (1992) 449-497.

[Eic 88] E. Eich, *Elastic and Inelastic Form Factors of Baryons in a Quark-Potential-Model*, Z. Phys. **C 39** (1988) 399-415.

[EiG 70] J.M. Eisenberg und W. Greiner, *Nuclear Theory, Volume 2: Excitation Mechanisms of the Nucleus*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1970) 89-93.

[Elo 94] L. Elouadrhiri et al., *Determination of the $N\Delta$ Axial Vector Transition Form Factor $G_A^{N\Delta}$ from $ep \to e'\Delta^{++}\pi^-$ Reaction*, TJNAF-Proposal E-94-005 (1994) Newport News.

[Fer 55] E. Fermi, *Lectures on Pions and Nucleons*, Supplemento Del Nuovo Cimento **10** (1955) 17-95.

[FGS 96] M. Fiolhais, B. Golli und S. Širca, *The Role of the Pion Cloud in Electroproduction of the $N \to \Delta$*, Phys. Lett. **B 373** (1996) 229-234.

[Fic 94] J. Ficenec et al., *The Photoproduction of Pions*, TJNAF-Proposal E-94-103 (1994) Newport News.

[FNW 58] S. Fubini, Y. Nambu und V. Wataghin, *Dispersion Theory Treatment of Pion Production in Electron-Nucleon Collisions*, Phys. Rev. **111** (1958) 329-336.

[För 91] W. Förster, *Umrüstung der ELAN-Datenerfassung auf ein integriertes System mit VME-Frontend-Erfassung und VAX-Workstation-Analyse*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IR-91-37 (1991) 1-57.

[FrH 87] H. Frauenfelder und E.M. Henley, *Teilchen und Kerne: Subatomare Physik*, Oldenbourg Verlag, München (1987).

[Fro 93] F. Frommberger, *Messung der links-rechts Asymmetrie in der Elektrospaltung des Deuterons*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-93-63 (1993) 1-113.

[Gal 72] S. Galster et al., *Coincidence Experiment on Inelastic Electron-Proton Scattering in the Region of the $\Delta(1236)$ at $q^2 = -0.35$ and $-1.0\,(GeV/c)^2$*, Phys. Rev. **D 5** (1972) 519-527.

[GeD 81] S.S. Gershtein und G.V. Dzhikiya, *Quadrupole Transition $\Delta \to N\gamma$ in the Quark Model*, Sov. J. Nucl. Phys. **36** (1981) 870-874.

[Geh 70-71] G. von Gehlen, *Prediction of Electroproduction Multipoles*, Nucl. Phys. **B 20** (1970) 102-124; mit H. Wessel, *Electroproduction Coincidence Cross Sections from Coupled Multipole Equations*, PI 2-94 (1971) Universität Bonn.

[GeL 60] M. Gell-Mann und M. Lévy, *The Axial Vector Current in Beta Decay*, Il Nuovo Cimento **16** (1960) 705-726.

[Ger 80] Chr. Gerhardt, *A Resonance Analysis of Electroproduction Data*, Z. Phys. **C 4** (1980) 311-321.

[GHW 95] R.W. Gothe, H. Hainer, D. Wacker et al., *Q^2-Dependence of the Quadrupole Contribution to the $N \to \Delta$ Transition*, ELSA-Proposal (1995) Universität Bonn.

[Gia 90] M.M. Giannini, *Electromagnetic Excitations in the Constituent Quark Model*, Rep. Prog. Phys. **54** (1990) 453-529.

[Gil 94] R. Gilman et al., *Measurement of Photoproton Polarization in the $H(\gamma,\vec{p})\pi^0$ Reaction*, TJNAF-Proposal E-94-012 (1994) Newport News.

[Got 90] R.W. Gothe, *Kohärente und inkohärente Photoproduktion neutraler Pionen in ^{12}C und in ^{13}C*, Dissertation, Universität Mainz, KPH 17/90 (1990) 1-101.

[Gre 79] W. Greiner, *Theoretische Physik, Band 4: Quantenmechanik I, Eine Einführung*, Verlag Harri Deutsch, Thun (1979).

[Gre 79] W. Greiner, *Theoretische Physik, Band 5: Quantenmechanik II, Symmetrien*, Verlag Harri Deutsch, Thun (1979).

[Gre 81] W. Greiner, *Theoretische Physik, Band 6: Relativistische Quantenmechanik*, Verlag Harri Deutsch, Thun (1981).

[GST 87] S.A. Gogilidze, Y.S. Surovtsev und F.G. Tkebuchava, *Electroexcitation of the $\Delta(1230)$ Isobar in the Constituent Quark Model*, Sov. J. Nucl. Phys. **45** (1987) 674-676.

[GuK 87] I. Guiasu und R. Koniuk, *Renormalized Photon Couplings of the $\Delta(1232)$*, Phys. Rev. **D 36** (1987) 2757-2760.

[Hab 97] T. Haberichter et al., *Strangeness Dependence in Radiative Hyperon Decay Amplitudes*, Nucl. Phys. **A 615** (1997) 291-304.

[HaM 84] F. Halzen und A.D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introduction Course in Modern Physics*, John Wiley & Sons, New York (1984).

[Han 63] L.N. Hand, *Experimental Investigation of Pion Electroproduction*, Phys. Rev. **129** (1963) 1834-1846.

[Han 96] O. Hanstein, *Dispersionstheoretische Analyse der Photopionproduktion am Nukleon*, Dissertation, Universität Mainz, KPH 8/96 (1996) 1-164.

[HDT 96] O. Hanstein, D. Drechsel und L. Tiator, *The Position and the Residues of the Delta Resonance Pole in Pion Photoproduction*, Phys. Lett. **B 385** (1996) 45-51; *A Dispersion Theoretical Analysis of the E/M Ratio of the $\Delta(1232)$ Resonance*, nucl-th/9709067 (1997).

[Hei 87] M. Heinz-Schäfer, *Berechnung und Aufbau der Strahlführung für Elektronenstreuexperimente an ELSA*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IR-87-24 (1987) 1-56.

[Her 79] J. Herrmann, *dtv-Atlas zur Astronomie: Tafeln und Texte*, Deutscher Taschenbuch Verlag, München (1979).

[Hil 76] W. Hillen, *Bau und Test einer Proportionalkammer zur Erweiterung des Nachweissystems im Elektronenspektrometer*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IR-76-47 (1976) 1-79.

[Hil 97] W. Hillert et al., *The Compton Polarimeter at ELSA*, Proceedings of the 12th International Symposium on High-Energy Spin Physics, World Scientific, Singapore (1997) 785-787.

[Höh 79] G. Höhler et al., *Handbook of Pion-Nucleon Scattering*, Physics Data 12-1 (1979).

[Hol 89] R.J. Holt et al., *Two Body Photodisintegration of the Deuteron at Forward Angles and Photon Energies between* 1.5 *and* 4.0 *GeV*, TJNAF-Proposal E-89-012 (1989) Newport News.

[Hol 97] R.J. Holt et al., *Preliminary Deuteron Photodisintegration Results from CEBAF*, Proceedings of the Workshop on Electron Nucleus Scattering, Elba, Italien (1997) 59-68.

[Hoo 74] G. 't Hooft, *A Two-Dimensional Model For Mesons*, Nucl. Phys. **B 75** (1974) 461-470; *A Planar Diagram Theory for Strong Interactions*, Nucl. Phys. **B 72** (1974) 461-473.

[Hoo 76] G. 't Hooft, *Computation of the Quantum Effects Due to a Four-Dimensional Pseudoparticle*, Phys. Rev. **D 14** (1976) 3432-3450.

[Hus 85-88] D. Husmann, *The ELSA Stretcher Ring*, Lecture Notes in Physics **234** (1985) 381-391; mit W.J. Schwille, *ELSA - die neue Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage*, Phys. Bl. Nr.2 **44** (1988) 40-44.

[IKK 80-82] N. Isgur, G. Karl und R. Koniuk, *D Waves in the Nucleon: A Test of Color Magnetism*, Phys. Rev. **D 25** (1982) 2394-2398; *Baryon Decays in a Quark Model with Chromodynamics*, Phys. Rev. **D 21** (1980) 1868-1886.

[Jak 96] D. Jakob, *Entwicklung eines Flugzeitspektromters zur Messung des Quadrupolmomentes des $N \to \Delta$ - Überganges*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-96-07 (1996) 1-70.

[Jak 97] D. Jakob et al., *Die Elektronik des ELAN-Flugzeitspektromters*, BONN-MS-97-04 (1997) Universität Bonn.

[Jou 93] J. Jourdan et al., *Deformation of the Nucleon*, TJNAF-Proposal E-93-028 (1993) Newport News.

[KäE 83] G. Kälbermann und J.M. Eisenberg, *Pion Photoproduction in the* $\Delta(1232)$ *Region and Chiral Bag Models*, Phys. Rev. **D 28** (1983) 71-78; *Chiral Bag Models and the* $\pi N \to \pi\pi N$ *Reaction*, Phys. Rev. **D 28** (1983) 66-70.

[Kal 97] F. Kalleicher et al., *The Determination of* σ_{LT}/σ_{TT} *in Electro-Pion-Production in the* Δ*-Resonance Region*, Z. Phys. **A 358** (1997) 201-204.

[KDT 95] G. Knöchlein, D. Drechsel und L. Tiator, *Photo- and Electroproduction of Eta Mesons*, Z. Phys. **A 352** (1995) 327-343.

[Kei 96-97] V. Keiner, *Electromagnetic $N - \Delta$ Transition Form Factors in a Covariant Quark-Diquark Model*, Z. Phys. **A 359** (1997) 91-97; *Covariant Quark-Diquark Model of the Nucleon in the Salpeter Approach*, Phys. Rev. **C 54** (1996) 3232-3239; *Electromagnetic Form Factors of the Nucleon in a Covariant Diquark Model*, Z. Phys. **A 354** (1996) 87-93.

[Kör 87] J.-G. Körner, *The $N - \Delta$ Transition Form Factor and Anomalous Ψ-Decays into Octet-Decuplet Baryon-Antibaryon Pairs*, Z. Phys. **C 33** (1987) 529-535.

[Kos 96] M. Koster, *Die Berechnung der elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons sowie der $N \to \Delta(1232)$-Übergangsformfaktoren mit Hilfe des Lichtkegelformalismus*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IB-96-06 (1996) 1-65.

[Kum 88] S. Kumano, *Pionic Contribution to the Scalar and Longitudinal $N - \Delta$ Transition Quadrupole Form Factors*, Phys. Lett. **B 214** (1988) 132-138.

[Kun 93] Chr. Kunz, *Zeitoptimierungs- und Auswahluntersuchungen verschiedener Prototypen großer Szintillationszähler zum Einsatz in einem Flugzeitspektrometer*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IR-93-56 (1993) 1-75.

[Lag 77-88] J.M. Laget, *On the Longitudinal Electromagnetic Coupling of the Δ*, Nucl. Phys. **A 481** (1988) 765-780; *Pion Photoproduction on Few Body Systems*, Phys. Rep. **69** (1981) 1-84; mit I. Blomqvist, *A Non-Relativistic Operator Convinient for Analysis of Pion Photoproduction on Nuclei in the $\Delta(1236)$ Region*, Nucl. Phys. **A 280** (1977) 405-428.

[LDW 92-93] D.B. Leinweber, T. Draper und R.M. Woloshyn, *Baryon Octet to Decuplet Electromagnetic Transitions*, Phys. Rev. **D 48** (1993) 2230-2249; *Decuplet Baryon Structure from Lattice QCD*, Phys. Rev. **D 46** (1992) 3067-3085.

[Lou 89] R.W. Lourie et al., *Polarization Observables in Pion Electroproduction at the $\Delta(1232)$ Resonance*, MIT/Bates-Proposal (1989) Middleton.

[Lou 91] R.W. Lourie et al., *High-Precision Separation of Polarized Structure Functions in Electroproduction of the Δ and Roper Resonances*, TJNAF-Proposal E-91-011 (1991) Newport News.

[LTW 97] D.H. Lu, A.W. Thomas und A.G. Williams, *Chiral Bag Model Approach to Δ Electroproduction*, Phys. Rev. **C 55** (1997) 3108-3114.

[Mas 96] P. Maschke, *Optimierung und Ergänzung des ELAN-Elektronenspektrometers*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IB-96-17 (1996) 1-59.

[May 79] T. Mayer-Kuckuk, *Kernphysik: Eine Einführung*, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart (1979).

[MBF 97] U. Meyer, A.J. Buchmann und A. Faessler, *Exchange Currents in Photoproduction of Baryon Resonances*, Phys. Lett. **B 408** (1997) 19-24.

[Mer 98] J.C.F. Mertz, *The Response Functions R_{LT} and $R_T + \varepsilon_L R_L$ for the $H(e,e'p)\pi^0$ Reaction at the $\Delta(1232)$ Resonance*, Dissertation, Arizona State University (1998) 1-164.

[MeW 74] W.J. Metcalf and R.L. Walker, *A Phenomenological Analysis of Pion Photoproduction*, Nucl. Phys. **B 76** (1974) 253-289.

[MeW 81] S. Mehrotra and L.E. Wright, *Pion Electroproduction in the Non-Relativistic Limit*, Nucl. Phys. **A 362** (1981) 461-479.

[Mis 69] C. Mistretta et al., *Coincidence Measurements of Single-Pion Electroproduction Near the $\Delta(1236)$ Resonance*, Phys. Rev. **184** (1969) 1487-1507.

[Nak 98] S. Nakamura et al., *Acceleration of Polarized Electrons in ELSA*, NIM **A**, zur Veröffentlichung eingereicht und akzeptiert.

[Nap 94] J. Napolitano et al., *The Δ(1232) Form Factor at High Momentum Transfer*, TJNAF-Proposal E-94-014 (1994) Newport News.

[NBL 90] S. Nozawa, B. Blankleider und T.-S.H. Lee, *A Dynamical Model of Pion Photoproduction on the Nucleon*, Nucl. Phys. **A 513** (1990) 459-510.

[Nec 93] M. Neckenig, *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Verbesserung der Zeitstruktur des extrahierten Elektronenstrahls aus dem Speicherring ELSA*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-93-16 (1993) 1-108.

[NJL 61] Y. Nambu und G. Jona-Lasinio, *Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity*, Phys. Rev. **122** (1961) 345-358.

[Noë 92] A. Noël, *Aufbau eines Fastbus-Datenerfassungssystems für das ELAN-Experiment*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IR-92-23 (1992) 1-53.

[NPS 71-72] P. Noelle, W. Pfeil und D. Schwela, *Multipole Analysis of Pi-Zero and Pi-Plus Photoproduction between Threshold and 500 MeV*, Nucl. Phys. **B 26** (1971) 461-496; nur W. Pfeil und D. Schwela, *Energy-Independent Multipole Analysis of π^0, π^+ and π^- Photoproduction in the First Resonance Region*, Nucl. Phys. **B 45** (1972) 379-396.

[Pap 87] C.N. Papanicolas et al., *Measurement of the Quadrupole Contribution to the $N \to \Delta$ Excitation*, MIT/Bates-Proposal (1987) Middleton.

[PeK 57] L.D. Pearlstein und A. Klein, *Transition Amplitudes for Photoproduction of Mesons from Nucleons and Photodisintegration of the Deuteron*, Phys. Rev. **107** (1957) 836-842.

[PDG 88] Particle Data Group, *Review of Particle Properties*, Phys. Lett. **B 204** (1988) 1-486.

[PDG 94] Particle Data Group, *Review of Particle Properties*, Phys. Rev. **D 50** (1994) 1173-1826.

[PDG 96] Particle Data Group, *Review of Particle Properties*, Phys. Rev. **D 54** (1996) 1-720.

[Rei 93] H. Reike, *Messung des magnetischen Neutronformfaktors bei einem Viererimpulsübertrag von* $Q^2 = 0.255\,(GeV/c)^2$, Dissertation, Universität Bonn, Bonn-IR-93-72 (1993) 1-74.

[Ric 74] R. Richter, *Ein Nachweissystem aus Vieldrahtproportionalkammern für ein Elektronenspektrometer am* $2.5\,GeV$ *Synchrotron*, Diplomarbeit, Universität Bonn, PIB 1-246 (1974) 1-69.

[Rit 74] K. Rith, *Bau und Test eines magnetischen Spektrometers zum Nachweis von Elektronen bei Elektroproduktionsexperimenten*, Dissertation, Universität Bonn, PIB 1-239 (1974) 1-69.

[Ros 93] P. Rossi et al., *Study of* $\gamma d \to pn$ *and* $\gamma d \to p\Delta^0$ *Reactions for Small Momentum Transfers*, TJNAF-Proposal E-93-017 (1993) Newport News.

[SaL 96] T. Sato und T.-S.H. Lee, *Meson-Exchange Model for* πN *Scattering and* $\gamma N \to \pi N$ *Reaction*, Phys. Rev. **C 54** (1996) 2660-2684.

[Sch 73] M. Schröder, *Bestimmung der Abbildungseigenschaften eines magnetischen Spektrometers für Elektronen*, Staatsexamensarbeit, Universität Bonn, PIB 1-208 (1973) 1-99.

[Sch 90] H.H. Schmitz, *Elektrospaltung des Deuterons im Bereich der* $\Delta(1232)$ *Resonanz bei Proton-Laborwinkeln von 44, 56 und 68 Grad*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-90-24 (1990) 1-78.

[Sch 96] H. Schmieden et al., *Measurement of E2/C2 Contribution in the* $N \to \Delta$ *Transition through the* $(e, e'\vec{p})\pi^0$ *Reaction*, MAMI-Proposal (1996) Mainz.

[ScW 69-70] D. Schwela und R. Weizel, *Evaluation of Multipoles for Photo- and Electroproduction of Pions*, Z. Phys. **221** (1969) 71-105; nur D. Schwela, *Evaluation of the Photoproduction of Negative Pions on Neutrons in the Region of the First Resonance*, Z. Phys. **221** (1969) 158-174; *Detailed Numerical Results of an Analysis of Pion Photoproduction on Nucleons*, PI 2-86 (1970) Universität Bonn.

[Sid 71] R. Siddle et al., *Coincidence* π^0 *Electroproduction Experiments in the First Resonance Region at Momentum Transfers of* 0.3, 0.45, 0.60, $0.76\,GeV^2$, Nucl. Phys. **B 35** (1971) 93-119.

[Sie 37] A.J.F. Siegert, *Note on the Interaction between Nuclei and Electromagnetic Radiation*, Phys. Rev. **52** (1937) 787-789.

[Sky 62] T.H.R. Skyrme, *A Unified Field Theory of Mesons and Baryons*, Nucl. Phys. **31** (1962) 556-569; mit J.K. Perring, *A Model Unified Field Equation*, Nucl. Phys. **31** (1962) 550-555.

[Sob 91] D.I. Sober et al., *Helicity Structure of Pion Photoproduction*, TJNAF-Proposal E-91-015 (1991) Newport News.

[Sto 98] P. Stoler et al., *Baryon Resonance Electroproduction at High Momentum Transfer*, Extension of TJNAF-Proposal E-94-014 (1998) Newport News.

[SuG 96] Y. Surya und F. Gross, *Unitary, Gauge Invariant, Relativistic Resonance Model for Pion Photoproduction*, Phys. Rev. **C 53** (1996) 2422-2448.

[TaO 85] H. Tanabe und K. Ohta, *Dynamical Model for Pion Photoproduction in the Δ Region*, Phys. Rev. **C 31** (1985) 1876-1884.

[Tho 80-84] A.W. Thomas, *Chiral Symmetrie and the Bag Model: A new Starting Point for Nuclear Physics*, Adv. in Nucl. Phys. **13** (1984) 1-137; mit S. Théberge und G.A. Miller, *Cloudy Bag Model of the Nucleon*, Phys. Rev. **D 24** (1981) 216-229; *Pionic Corrections to the MIT Bag Model: The (3,3) Resonance*, Phys. Rev. **D 22** (1980) 2838-2852.

[Tra 95] M. Tramm, *Aufbau und Test eines Vertexdetektors für das ELAN-Experiment*, Diplomarbeit, Universität Bonn, (1995) 1-56.

[VBJ 81] V.M. Vento, G. Baym und A.D. Jackson, *Deformed Bags and the $\pi N \Delta$ Coupling Constant*, Phys. Lett. **B 102** (1981) 97-101.

[ViK 91] J.L. Visschers und W. Kim, *An Eventgenerator for Pion Electroproduktion*, CERN Publication **MC 91** (1991).

[Wac 98] D. Wacker, *Experimentelle Bestimmung der Interferenzbeiträge σ_{LT} und σ_{TT} zum Wirkungsquerschnitt der π^0-Elektroproduktion im Bereich der ersten Nukleonresonanz*, Dissertation, Universität Bonn (1998) 1-65.

[Wag 96] G. Wagner, *Vergleich zweier relativistischer Konstituentenquarkmodelle für Baryonen*, Diplomarbeit, Universität Bonn, BONN-IB-96-04 (1996) 1-67.

[WaH 97] H. Walliser und G. Holzwarth, *Electro-Excitation Amplitudes of the Δ-Isobar in the Skyrme Model*, Z. Phys. **A 357** (1997) 317-324.

[WAL 92] R.L. Workman, R.A. Arndt und Z. Li, *How Well Do We Know the E2/M1 Ratio for the $\Delta(1232)$?*, Phys. Rev. **C 46** (1992) 1546-1547.

[War 90] M. Warns et al., *A Relativized Quark Model for Radiative Baryon Transitions*, Z. Phys. **C 45** (1990) 613-626; *Calculations of Electromagnetic Nucleon Form Factors and Electroexcitation Amplitudes of Isobars*, Z. Phys. **C 45** (1990) 627-644; *Helicity and Isospin Asymmetries in the Electroproduction of Nucleon Resonances*, Phys. Rev. **D 42** (1990) 2215-2225.

[War 98] G.A. Warren et al., *Induced Proton Polarization for π^0 Electroproduction at $Q^2 = 0.126\,GeV^2/c^2$ around the $\Delta(1232)$ Resonance*, Phys. Rev. **C**, zur Veröffentlichung eingereicht.

[Wat 54] K.M. Watson, *Some General Relations between the Photoproduction and Scattering of π Mesons*, Phys. Rev. **95** (1954) 228-236.

[WCG 95-96] T. Watabe, Chr.V Christov und K. Goeke, *E2/M1 Ratio for the $\gamma N \to \Delta$ Transition in the Chiral Quark Soliton Model*, Phys. Lett. **B 349** (1995) 197-203; et al., *Baryons as Non-Topological Chiral Solitons*, Prog. Part. Nucl. Phys. **37** (1996) 91-191.

[Web 91] H.-J. Weber, *Electromagnetic $N \to \Delta$ Transition in a Light-Cone Quark Model*, Ann. Phys. **207** (1991) 417-427.

[Web 92] H.-J. Weber, *Light-Cone Quark Model with Spin Force for the Nucleon and* $\Delta(1232)$, Phys. Lett. **B 287** (1992) 14-17.

[WeW 86] M. Weyrauch und H.-J. Weber, *Color Hyperfine Versus Pion Dynamics in the $N(939) - \Delta(1232)$ Baryons*, Phys. Lett. **B 171** (1986) 13-16.

[WeZ 71] J. Wess und B. Zumino, *Consequences of Anomalous Ward Identities*, Phys. Lett. **B 37** (1971) 95-97.

[WiG 95] H.W. Willering, R.W. Gothe, et al., *The $D(e, e'np)$ Reaction*, ELSA-Proposal (1995) Universität Bonn.

[Wil 93] M. Wilhelm, *Elektroproduktion von η-Mesonen am Proton im Bereich der $N(1535)S_{11}$-Resonanz*, Dissertation, Universität Bonn, BONN-IR-93-43 (1993) 1-74.

[Wit 79-83] E. Witten, *Current Algebra, Baryons and Quark Confinement*, Nucl. Phys. **B 223** (1983) 433-444; *Global Aspects of Current Algebra*, Nucl. Phys. **B 223** (1983) 422-432; *Baryons in the 1/N Expansion*, Nucl. Phys. **B 160** (1979) 57-115.

[WiW 87] A. Wirzba und W. Weise, *The E2/M1 Transition Ratio for $\gamma N \to \Delta(1232)$ in a modified Skyrme Model* , Phys. Lett. **B 188** (1987) 6-10.

[WWA 96] P. Wilhelm, Th. Wilbois und H. Arenhövel, *Unitary Ambiguity in the Extraction of the E2/M1 Ratio for the $\gamma N \leftrightarrow \Delta$ Transition*, Phys. Rev. **C 54** (1996) 1423-1426.

[Yan 85] S.N. Yang, *A Phenomenological Hamiltonian for the Pion Photoproduction Reaction and π-Nucleus Dynamics*, J. Phys. G: Nucl. Phys. **11** (1985) L205-L210.

Abbildungen

Tabellen