UNIVERSITÄT BONN Physikalisches Institut

Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA

von Joachim Keil

The Electron Stretcher Accelerator ELSA provides an electron beam in the energy range between 0.5 and 3.5 GeV with a high duty factor for medium energy physics experiments. The acceleration of polarized electrons and demands by synchrotron radiation users for a high beam quality require a good correction of the closed orbit. For its measurement a precise beam position monitor (BPM) system based on narrow band RF-receivers with a resolution of some micrometers was developed and installed. 28 stations are connected by a fieldbus with a VME multiprocessor system, which is used for control of the BPM stations and for data acquisition. BPM offsets relative to the quadrupole centers were determined with an accuracy better than 100 µm using the method of beam-based alignment. Based on these measurements the closed orbit distortions were reduced from approx. 3 mm to 140 µm (rms) in both planes. Furthermore elements with dipole field errors were located by means of the uncorrected orbit. Orbit response matrices were analyzed to determine errors of quadrupole magnets and calibration factors of BPMs and corrector magnets. Predicted optics functions and tunes based on the improved optics model are in good agreement with the measurements.

Post address: Nussallee 12 53115 Bonn Germany



BONN-IR-2000-09 Bonn University July 2000 ISSN-0172-8741

UNIVERSITÄT BONN Physikalisches Institut

Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA

> von Joachim Keil

Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen.

Angenommen am:18. Juli 2000Referent:Prof. Dr. D. HusmannKorreferent:Prof. Dr. W. Schwille

Inhaltsverzeichnis

1.	Einl	eitung	1			
2.	Besc	chleunigerphysikalische Grundlagen	3			
	2.1.	Transversale Strahldynamik	3			
	2.2.	Dipolfeldfehler	7			
	2.3.	Gradientenfehler	13			
	2.4.	Strahldimensionen	14			
	2.5.	Optische Resonanzen	16			
3.	Mot	ivation und Anforderungen	19			
	3.1.	Die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA	19			
	3.2.	Experimente an ELSA	24			
	3.3.	Anforderungen an die Gleichgewichtsbahn	25			
	3.4.	Erforderliche Eigenschaften des Monitor- und Korrektorsystems	34			
4.	Der	Strahlpositionsmonitor	35			
	4.1.	Physikalisches Prinzip	35			
	4.2.	Der ELSA-Monitor	37			
	4.3.	Zeitabhängigkeit der Signale	39			
	4.4.	Ortsabhängigkeit der Signale	42			
	4.5.	Signalverarbeitung	44			
5.	Das	Monitorsystem	46			
	5.1.	Anforderungen	46			
	5.2.	Realisierung	47			
	5.3.	Eigenschaften des Verarbeitungsschemas	53			
	5.4.	Eigenschaften der Elektronik	54			
	5.5.	Verteilung der Monitore	58			
6.	Die Kalibration des Monitorsystems 60					
	6.1.	Kalibrationsmethode	60			
	6.2.	Bestimmung der Kalibrationsfaktoren	62			
	6.3.	BPM-Kalibrationsstand	65			
	6.4.	Berechnung der Signalfunktion	68			
	6.5.	Optimierung der Elektrodenposition	69			
	6.6.	Messung der Signalfunktion	70			
	6.7.	Algorithmus zur Positionsbestimmung	70			
	6.8.	Emittanzabhängigkeit	74			

7.	Absolute Kalibration des Monitorsystems	77				
	7.1. Problemstellung	77				
	7.2. Kalibrationsprinzip	78				
	7.3. Systematische Fehler	79				
	7.4. Technische Realisierung	80				
	7.5. Meßmethode	82				
	7.6. Ergebnisse	86				
	7.7. Messung der Strahllage in den Quadrupolen	87				
8.	Das Strahllage-Korrektursystem	90				
	8.1. Korrektorsystem	90				
	8.2. Korrekturmagnete	91				
	8.3. Netzgeräte	92				
	8.4. Statisches und dynamisches Verhalten	94				
	8.5. Korrektorpositionen	96				
9.	Dipolfeldfehler von ELSA 98					
	9.1. Einleitung	98				
	9.2. Vertikale Ebene	98				
	9.3. Horizontale Ebene	101				
	9.4. Weitere Fehlerquellen	105				
10	Messung und Korrektur der Gleichgewichtsbahn	106				
	10.1. Korrektur der Gleichgewichtsbahn	106				
	10.2. Abhängigkeiten der Gleichgewichtsbahn	109				
	10.3. Langsame Strahlbewegungen	112				
	10.4. Schnelle Strahlbewegungen	115				
11	Messung der optischen Funktionen	121				
	11.1. Messung der Dispersionsfunktion	121				
	11.2. Messung der Betafunktion	124				
	11.3. Messung der zentralen Frequenz	128				
	11.4. Messung der Chromatizität	129				
12	Analyse der Gleichgewichtsbahn	132				
	12.1. Prinzip	132				
	12.2. Messung und Analyse	134				
	12.3. Diskussion der Resultate	136				
	12.4. Voraussagen des Modells	138				
	12.5. Limitierungen	141				
13	Messung und Korrektur der Kopplung	142				
	13.1. Einführung	142				
	13.2. Ursachen der Kopplung	143				
	13.3. Auswirkungen der Kopplung	144				
	13.4. Korrekturelemente	146				
	13.5. Messung und Korrektur der Kopplung	147				
	13.6. Schlußfolgerungen	152				

A. Ana	alytische Berechnung der Optikstörungen	155
B. Lär	nge der idealen Gleichgewichtsbahn	159
C. Das	s Reziprozitätstheorem	161
D. Ana	alytische Berechnung der Elektrodensignale	162
E. Par	rameter der Skew-Quadrupole	166
F. For	rmelzeichen	169
Literaturverzeichnis		171
Danksagung		178

1. Einleitung

Die im Jahr 1987 in Betrieb gegangene Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA) des Physikalischen Instituts der Universität Bonn ist ein Elektronenbeschleuniger, der einen nahezu kontinuierlichen Strahl mit einer Energie zwischen 0,5 und 3,5 GeV liefern kann. Er wird von Experimenten der Mittelenergiephysik zur Untersuchung der hadronischen Struktur der Materie eingesetzt. Ein weiteres Einsatzgebiet von ELSA liegt in der Erzeugung von Synchrotronstrahlung, die für Experimente im Bereich der Atom- und Molekülphysik sowie zur Röntgentiefenlithographie genutzt wird.

Die Anforderungen der Nutzer an die Qualität des Elektronenstrahls sind sehr unterschiedlich. Für die Experimente der Mittelenergiephysik ist ein möglichst gleichmäßiger und hoher Strom sowie eine gute zeitliche und räumliche Stabilität des Strahls am Target erforderlich. Als neue Anforderung muß der extrahierte Elektronenstrahl einen möglichst hohen Polarisationsgrad aufweisen. Für die Nutzer der Synchrotronstrahlung ist ein hoher Photonenfluß, eine möglichst hohe Brillanz, eine lange Lebensdauer und eine gute zeitliche Positions-, Winkel- und Formstabilität des Elektronenstrahls wichtig.

Die Bahn des Strahls in ELSA beeinflußt viele der oben erwähnten Strahlparameter. Die notwendige Voraussetzung, um eine optimale Strahlqualität zu erreichen, ist, daß sich der Strahl auf der idealen Gleichgewichtsbahn des Beschleunigers bewegt. Diese Bahn eines Teilchens mit Sollimpuls wird von Dipolmagneten festgelegt und führt durch die Zentren aller Quadrupolmagnete einer fehlerlosen Maschine. Feldfehler der Dipolmagnete von wenigen Promille und Justierfehler der Quadrupolmagnete von wenigen 100 µm haben Abweichungen der gestörten Gleichgewichtsbahn von der idealen Gleichgewichtsbahn von mehreren Millimetern zur Folge. Als direkte oder indirekte Folge davon verringert sich beispielsweise die Lebensdauer des Strahls, erhöht sich die Phasenraumkopplung bei eingeschalteten Sextupolmagneten, entsteht vertikale Dispersion und erhöht sich die Stärke und Anzahl von schädlichen Betatronresonanzen und depolarisierenden Resonanzen. Mit Korrekturmagneten können die oben genannten Fehler der Magnete kompensiert werden, so daß sich der Strahl auf der idealen Gleichgewichtsbahn bewegt. Hierzu muß die Position des Elektronenstrahls an möglichst vielen Punkten entlang des Umfangs von ELSA gemessen werden.

Thema dieser Arbeit ist der Aufbau eines präzisen Strahllagemeßsystems für ELSA, was den höheren Anforderungen an die Güte der korrigierten Gleichgewichtsbahn sowohl bei der Beschleunigung eines polarisierten Elektronenstrahls als auch im Betrieb von ELSA als Synchrotronstrahlungsquelle erfüllen kann. Bei der Auslegung des Systems mußte berücksichtigt werden, daß eine Messung auch bei niedrigen Strömen im Betrieb von ELSA mit einem polarisierten Elektronenstrahl möglich ist. Außerdem mußte eine sehr genaue vertikale Korrektur der Gleichgewichtsbahn während der Beschleunigungsphase erreicht werden, um die Depolarisation des Strahls so gering wie möglich zu halten.

Neben der Messung und Korrektur der Gleichgewichtsbahn wurde im Rahmen dieser Arbeit die gestörte Gleichgewichtsbahn analysiert, um das magnetoptische Modell von ELSA zu verbessern und um die fehlerbehafteten Elemente zu lokalisieren. Feld- und Positionierungsfehler der Magnete führen zu merklichen Abweichungen zwischen realer und theoretischer Optik. Die Analyse des Verlaufs der Gleichgewichtsbahn und ihre Änderung bei gezielten Störungen kann dazu verwendet werden, um die Fehler der strahlführenden und fokussierenden Magnete zu bestimmen und damit das optische Modell zu verbessern. Das bessere Verständnis des Beschleunigers und die Identifikation von Fehlern der Elemente ermöglicht eine weitere Verbesserung der Strahlqualität.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert: Zur Definition der beschleunigerphysikalischen Be-

griffe wird in Kapitel 2 die transversale Strahldynamik von geladenen Teilchen in einem elektromagnetischen Feld erläutert. Der Schwerpunkt wird dabei auf die Diskussion der Eigenschaften der Gleichgewichtsbahn und ihre Korrektur gelegt.

Kapitel 3 stellt die Beschleunigeranlage ELSA vor und erläutert die Anforderungen der Experimente an die Gleichgewichtsbahn, aus denen die erforderlichen Eigenschaften der Strahlpositionsmonitore wie z.B. Stabilität, Meßgenauigkeit oder Bandbreite abgeleitet werden können.

Das Funktionsprinzip des Monitors und die Abhängigkeit seiner Signale von der Strahlposition und dem Strahlstrom wird in Kapitel 4 behandelt. Eine in Kapitel 5 beschriebene Elektronik mißt die Amplituden der hochfrequenten Signale des Monitors, aus denen die Strahlposition berechnet werden kann. Eine solche Elektronik wurde in Zusammenarbeit mit dem Forschungszentrum Jülich speziell für ELSA entwickelt. An die Elektronik wurde die Forderung gestellt, daß die Auflösung der Strahlposition im Mikrometerbereich liegt. Diese extrem hohe relative Genauigkeit ist zwar für die Korrektur der Gleichgewichtsbahn nicht erforderlich, kann aber zur Verbesserung der absoluten Meßgenauigkeit der Strahlposition verwendet werden.

Ohne eine Kalibration der Monitore und der Elektronik ist keine präzise Messung der Strahlposition möglich. Die bei ELSA gewählte Kalibrationsmethode wird in Kapitel 6 beschrieben. Genauso wichtig ist aber auch die Bestimmung der Verschiebung zwischen Monitorzentrum und Quadrupolzentrum. Hierzu wurde die Technik des *Beam-Based Alignments* angewendet, bei der der Strahl selbst zur Messung dieser Verschiebungen eingesetzt wird. Sie erfordert die oben erwähnte hohe Ortsauflösung der Monitore von wenigen Mikrometern. Die Anwendung des Verfahrens und ihre Ergebnisse bei ELSA werden in Kapitel 7 behandelt.

Ist der Verlauf der gestörten Gleichgewichtsbahn bekannt, so kann sie mit zusätzlich installierten kleinen Dipolmagneten korrigiert werden. Bei ELSA ist allerdings nicht nur die Korrektur bei konstanter Energie, sondern auch die dynamische Korrektur während der Erhöhung der Strahlenergie wichtig. Daher wurde das in Kapitel 8 beschriebene Strahllage-Korrektursystem im Rahmen dieser Arbeit erweitert, um eine dynamische Korrektur während der Beschleunigungsphase zu ermöglichen.

Allerdings darf aus thermischen Gründen der durch die Spulen der Korrekturmagnete fließende Strom einen Maximalwert nicht überschreiten. Der dadurch begrenzte Ablenkwinkel der Korrekturmagnete führt bei hohen Energien zu einer ungenügend korrigierten Gleichgewichtsbahn. Es ist daher sinnvoll, die Dipolfeldfehler in ELSA zu lokalisieren und sie durch geeignete Maßnahmen zu korrigieren. Dies wird in Kapitel 9 erläutert.

Die Messung der Gleichgewichtsbahn mit dem neuen Monitorsystem und ihre Korrektur mit dem Strahllage-Korrektursystem behandelt das Kapitel 10. Außerdem werden die Abhängigkeiten der Gleichgewichtsbahn von der Zeit, den Arbeitspunkten für die Betatronschwingungen, dem Strom und der Energie diskutiert. In Kapitel 11 werden Messungen der wesentlichen optischen Funktionen von ELSA dargestellt, die u.a. mit dem Monitorsystem gemessen wurden und wichtige Informationen über Fehler des optischen Modells von ELSA liefern.

Die theoretische Optik – basierend auf dem magnetoptischen Modell von ELSA– unterscheidet sich zwangsläufig von der realen Optik, da die Fehler der magnetischen Elemente unbekannt und nicht im Modell enthalten sind. Die in Kapitel 12 beschriebene Methode erlaubt es, die Gradientenfehler der Quadrupolmagnete sowie die Kalibrationsfaktoren von Monitoren und Korrekturmagneten zu bestimmen. Mit Hilfe dieser präzisen Modellierung der Eigenschaften der Komponenten und der Optik von ELSA läßt sich eine weitere Verbesserung der Korrektur der Gleichgewichtsbahn erzielen.

Das letzte Kapitel behandelt die Messung und Korrektur der Kopplung zwischen den horizontalen und vertikalen Betatronschwingungen in ELSA. Es wird erläutert, wie die von der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$ hervorgerufene Kopplung mit einem Korrektursystem aus zwei um 45° gedrehten Quadrupolen reduziert werden kann. Damit läßt sich die vertikale Strahlausdehnung stark verringern und die Brillanz der Synchrotronstrahlung von ELSA erhöhen.

2. Beschleunigerphysikalische Grundlagen

Zunächst sollen die Grundlagen der transversalen Strahldynamik erläutert werden, um die nachfolgend verwendeten beschleunigerphysikalischen Begriffe zu definieren. Die Diskussion wird dabei auf die lineare Strahloptik beschränkt bleiben. Im zweiten und dritten Teil dieses Kapitels werden die Auswirkungen von Feld- und Aufstellungsfehlern der magnetischen Elemente diskutiert, die zu einer gestörten Gleichgewichtsbahn und zu Abweichungen der optischen Funktionen von denen eines fehlerlosen Beschleunigers führen. Für detaillierte Darstellungen sei auf die allgemeine Literatur zur Beschleunigerphysik [15, 70, 114, 115, 116] verwiesen.

2.1. Transversale Strahldynamik

2.1.1. Bewegungsgleichung

Die Bewegung eines Elektrons mit der Ladung q = -e und der Geschwindigkeit \vec{v} in elektrischen und magnetischen Feldern \vec{E} bzw. \vec{B} wird durch die Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \tag{2.1}$$

beschrieben [51]. Hierbei ist $\vec{p} = m_e \gamma \vec{v}$ der Impuls und $\gamma = E/(m_e c^2)$ der Lorentz-Faktor, der sich aus der Gesamtenergie E und der Masse m_e des Elektrons sowie der Lichtgeschwindigkeit c berechnen läßt. Bei den typischen ELSA-Energien von einigen GeV sind die Elektronen ultra-relativistisch (z.B. ist $\gamma \approx 4500$ bei E = 2,3 GeV).

Bei Teilchenbeschleunigern werden zur Strahlführung fast ausnahmslos \vec{B} -Felder eingesetzt, da \vec{E} -Felder mit gleicher Wirkung auf den Strahl technisch sehr viel schwieriger zu realisieren sind. Mit magnetischen Dipolfeldern wird für ein Teilchen mit Sollimpuls p_0 eine geschlossene und periodische Bahn festgelegt, die Sollbahn, ideale Gleichgewichtsbahn oder idealer Closed Orbit genannt wird. Die Teilchenbewegung wird in einem mit dem Sollteilchen mitbewegten kartesischen Koordinatensystem K = (x, s, y) beschrieben (Abb. 2.1), wobei x und y die beiden transversalen Koordinaten¹ und s die azimutale Koordinate ist.

Um die Teilchen für längere Zeit auf einer geschlossenen Bahn zu halten, ist ein aufwendiges Strahlführungssystem notwendig. Da Kreisbeschleuniger normalerweise planar aufgebaut sind, ist zur Ablen-

¹Zur Vereinfachung der Notation steht die Variable u für eine der beiden transversalen Koordinaten x oder y.



Abbildung 2.1.: Lokales Koordinatensystem

kung eine vertikale Magnetfeldkomponente B_y erforderlich. Außerdem müssen die Teilchen fokussiert werden, was linear in u anwachsende Magnetfelder erfordert. Verwendet man nur diese beiden Magnetfeldtypen, so spricht man von linearer Strahloptik.

Die transversale Bewegung der Teilchen wird vom Magnetfeld $\vec{B} = (B_x, B_s, B_y)$ im Bereich der idealen Gleichgewichtsbahn festgelegt. Führt man eine Taylor-Entwicklung von $B_y(x, s)$ durch und schreibt die Terme in energienormierter Form

$$\frac{e}{p_0}B_y(x,s,0) = \underbrace{\frac{e}{p_0}B_y\Big|_{x=0}}_{1/\rho} + \underbrace{\frac{e}{p_0}\frac{\partial B_y}{\partial x}\Big|_{x=0}}_{k} x + \frac{1}{2!}\underbrace{\frac{e}{p_0}\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}\Big|_{x=0}}_{m} x^2 + \cdots , \qquad (2.2)$$

so setzt sich das Magnetfeld aus einer Summe von Multipolfeldern zusammen. Eine entsprechende Entwicklung kann auch für $B_x(y, s)$ durchgeführt werden, wobei $B_x = 0$ für x = 0 ist.

Die Multipolfelder werden durch Magnete mit entsprechend gewählter Polschuhform realisiert. Das Dipolfeld $B_y(s)$ dient zur Strahlablenkung um den Winkel $\alpha = l/\rho$, wobei ρ der Krümmungsradius und l die Bogenlänge des Dipolmagneten ist. Quadrupolmagnete mit der Stärke k dienen zur Fokussierung des Strahls. Sextupolfelder mit der Stärke m verwendet man zum einen zur Korrektur von chromatischen Effekten und zum anderen zur gezielten Anregung von nichtlinearen Resonanzen. Die Anregung einer nichtlinearen Resonanz wird bei ELSA zur Strahlextraktion verwendet.

Bei der Herstellung der Magnete und ihrer Positionierung sind trotz größter Sorgfalt kleine Fehler unvermeidbar, die zu Dipolfeldfehlern ΔB_u führen und den Strahl von den idealen Gleichgewichtsbahn ablenken. Diese Bahn wird auch gestörte Gleichgewichtsbahn, gestörte Sollbahn oder gestörter Closed Orbit genannt. Mit Korrekturdipolmagneten lassen sich die Dipolfeldfehler fast vollständig kompensieren.

2.1.2. Transversale Bewegungsgleichung

Transformiert man die Bewegungsgleichung (2.1) in das mitbewegte Koordinatensystem und berücksichtigt nur lineare Terme in u und δ_p , so erhält man für ein Teilchen mit dem Impuls $p = p_0 + \Delta p$ die Bewegungsgleichung²

$$\frac{d^2 u(s)}{ds^2} + K_u(s)u(s) = \frac{1}{\rho(s)}\frac{\Delta p}{p_0} \mp \frac{\Delta B(s)}{B_0\rho_0} \quad , \tag{2.3}$$

welche Hillsche Differentialgleichung [114] genannt wird. Die beiden ortsabhängigen Funktionen

$$K_x(s) = \frac{1}{\rho^2(s)} - k(s)$$
 und (2.4a)

$$K_y(s) = +k(s) \tag{2.4b}$$

beschreiben die Fokussierung des Strahls. Zur Vereinfachung der Schreibweise werden im folgenden Text die Abkürzungen $\delta_p := \Delta p/p_0$ für die relative Impulsabweichung und $F(s) := \mp \Delta B(s)/(B_0\rho_0)$ für die energienormierten Magnetfeldfehler verwendet.

Gleichung (2.3) unterscheidet sich von der Differentialgleichung des harmonischen Oszillators durch die ortsabhängige und im Falle des Kreisbeschleunigers periodische Funktion $K_u(s) = K_u(s + L)$, die sich nach der Strecke L = C/N wiederholt, wobei C der Umfang und $N \in \mathbb{N}$ die Anzahl der identischen Teilstrecken der magnetoptischen Struktur ist. N wird auch Superperiodizität des Beschleunigers genannt. In der *u-s*-Ebene wirken Elemente mit $K_u > 0$ fokussierend und Elemente mit $K_u < 0$ defokussierend auf den Strahl. Da für Quadrupole $1/\rho = 0$ ist, wirken horizontal fokussierende Quadrupole in der vertikalen Ebene defokussierend. Feldfreie Abschnitte mit $K_u = 0$ werden Driftstrecken genannt.

²Das obere Vorzeichen gilt für die *x*-Ebene, das untere für die *y*-Ebene. Diese Konvention wird auch bei anderen Formeln mit doppeltem Vorzeichen in dieser Arbeit verwendet.

Die Lösung von (2.3) setzt sich aus der allgemeinen Lösung der homogenen Differentialgleichung $u_{\beta}(s)$ und den partikulären Lösungen $u_{co}(s)$ bzw. $u_{D}(s)$ der inhomogenen Differentialgleichung zusammen:

$$u(s) = u_{\rm co}(s) + u_{\rm D}(s) + u_{\beta}(s)$$
 . (2.5)

Die Ablage eines Teilchens von der idealen Gleichgewichtsbahn setzt sich aus einem von der relativen Impulsabweichung δ_p abhängigen Teil $u_D(s)$ und einem von den Dipolfeldfehlern ΔB abhängigen Teil $u_{co}(s)$ zusammen. Die Funktion $u_{\beta}(s)$ ist eine pseudoharmonische Schwingung des Teilchens um die Gleichgewichtsbahn. Die Eigenschaften der drei Anteile sollen nun genauer diskutiert werden.

2.1.3. Betatronoszillationen

Zunächst soll die Lösung der homogenen Hillschen Differentialgleichung diskutiert werden, d.h. es wird die Bewegung eines Teilchens mit Sollimpuls p_0 in einem idealen Beschleuniger ohne Magnetfeldfehler betrachtet. Die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung (2.3) ist eine pseudoharmonische Schwingung, die in Form von

$$u_{\beta}(s) = \sqrt{\epsilon_u \beta_u(s)} \cos\left(\psi_u(s) + \psi_{u,0}\right) \tag{2.6}$$

geschrieben werden kann³ und Betatronoszillation genannt wird, wobei $\beta(s)$ Betafunktion und $\psi(s)$ Phasenfunktion heißen. Sind die Voraussetzungen des Liouvilleschen Theorems erfüllt⁴, so werden Emittanz ϵ und Phasenkonstante ψ_0 von den Anfangsbedingungen festgelegt. Die Betafunktionen von ELSA sind in Abb. 2.2 dargestellt.

Der Verlauf der Betafunktion hängt stark von der Funktion K(s) ab. Die Funktion $\beta(s)$ ist daher wie K(s) periodisch mit L. Die Phasenfunktion $\psi(s)$ kann aus $\beta(s)$ berechnet werden und lautet

$$\psi(s) = \int_0^s \frac{\mathrm{d}\sigma}{\beta(\sigma)} \quad . \tag{2.7}$$

Ein wichtiger Parameter für einen Kreisbeschleuniger ist die Anzahl der Betatronschwingungen pro Umlauf

$$Q := \frac{\psi(\mathcal{C})}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{\mathrm{d}\sigma}{\beta(\sigma)} \quad , \tag{2.8}$$

der Arbeitspunkt genannt wird. Die Strahlstabilität hängt sehr empfindlich von der Wahl des Arbeitspunktes ab. Bei ganz bestimmten Arbeitspunkten führen störende Multipolfelder zu Resonanzen der Teilchenbewegung. Daher muß der Arbeitspunkt für einen stabilen Betrieb einen hinreichenden Abstand zu diesen Resonanzen besitzen (vgl. Abschnitt 2.5).

Die Betafunktion $\beta(s)$ bildet mit den beiden Funktionen

$$\alpha(s) := -\frac{1}{2} \frac{d\beta(s)}{ds} \quad \text{und} \quad \gamma(s) := \frac{1 + \alpha^2(s)}{\beta(s)}$$
(2.9)

die Twiss-Parameter, mit denen die Teilchenbewegung parametrisiert werden kann. Von diesen reichen bereits zwei zur vollständigen Beschreibung der Bewegung eines Teilchens ohne Impulsabweichung aus. Die Größe

$$\epsilon = \gamma \, u^2 + 2\alpha \, u \, u' + \beta \, {u'}^2 \tag{2.10}$$

wird Courant-Snyder-Invariante genannt und ist gleich der Emittanz ϵ des Teilchens.

In einem Elektronenbeschleuniger laufen eine sehr große Zahl von Teilchen um, bei denen sich nach kurzer Zeit eine gaußförmige Verteilung der Emittanzen der Einzelteilchen einstellt. Die Emittanz des Teilchenensembles eines Elektronensynchrotrons wird in Abschnitt 2.4.1 diskutiert.

³Zur Vereinfachung der Notation wird der Index "u" im folgenden Text weggelassen.

⁴Die Energie muß zeitlich konstant sein und Energieänderungen wie z.B. durch Abstrahlung von Synchrotronlicht, Wechselwirkungen der Elektronen mit dem Restgas, der Vakuumkammer oder anderen Elektronen müssen vernachlässigbar sein.

2.1.4. Dispersionsfunktion

Besitzt das Teilchen eine Impulsabweichung $\Delta p := p - p_0$, so verschiebt sich die Gleichgewichtsbahn um

$$u_{\rm D}(s) = D_u(s)\,\delta_p\tag{2.11}$$

bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn, wobei $D_u(s)$ Dispersionsfunktion genannt wird und $\delta_p := \Delta p/p_0$ ist. Die Dispersionsfunktion ist ebenfalls periodisch mit L (Abb. 2.2) und läßt sich aus der Verteilung der Dipolfelder mit

$$D_u(s) = \frac{\sqrt{\beta(s)}}{2\sin\pi Q} \int_s^{s+\mathcal{C}} \frac{\sqrt{\beta(\sigma)}}{\rho(\sigma)} \cos[\psi(\sigma) - \psi(s) - \pi Q] \,\mathrm{d}\sigma \tag{2.12}$$

berechnen [15]. Die vertikale Dispersion $D_y(s)$ ist bei ELSA Null, da keine vertikalen Ablenkmagnete vorhanden sind und daher $1/\rho_y = 0$ ist. Feldfehler der Dipolmagnete und Justierfehler der Quadrupolmagnete führen jedoch zu einem von Null verschiedenen Wert von $D_y(s)$, der im Vergleich zu $D_x(s)$ allerdings sehr klein ist und maximal einige Zentimeter beträgt.

Zusätzlich zu δ_p gibt es eine von der azimutalen Koordinate *s* abhängige Energieverschiebung $\delta_{\Delta E}(s)$. Ursache dafür ist der Energieverlust des Strahls durch Emission von Synchrotronstrahlung in den Dipolmagneten, der pro Umlauf

$$\Delta E = \frac{C_{\gamma} E^4}{2\pi} \int_0^{\mathcal{C}} \frac{1}{\rho^2(s)} \mathrm{d}s \tag{2.13}$$



Abbildung 2.2.: Optische Funktionen $\beta_x(s)$, $\beta_y(s)$ und $D_x(s)$ von ELSA für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,613$ und $Q_y = 4,431$. Die vertikale Dispersionsfunktion $D_y(s)$ ist Null. Da die Kantenfokussierung der rechteckigen Dipolmagnete nur in der vertikalen Ebene wirkt und nicht in allen Halbzellen Dipolmagnete vorhanden sind, variiert β_y sehr viel stärker als β_x . Die Superperiodizität von ELSA beträgt N = 2.

beträgt, wobei E die Energie, ρ der Krümmungsradius der Bahn in den Dipolmagneten und $C_{\gamma} = 8,85 \cdot 10^{-5} \text{ m/GeV}^3$ ist. Der mit s ansteigende Energieverlust $\delta_{\Delta E}(s)$ der Elektronen durch Abstrahlung von Synchrotronlicht und der Energiegewinn in den HF-Resonatoren führt zu einer Verschiebung der Gleichgewichtsbahn in der horizontalen Ebene um $\Delta x = D_x(s)\delta_{\Delta E}(s)$, die wegen der charakteristischen Form auch Energiesägezahn genannt wird [63]. Sie wird bei ELSA aufgrund der E^4 -Abhängigkeit erst bei hohen Energien relevant. Bei E = 3,5 GeV beträgt die maximale Verschiebung $\Delta x = \pm 435 \,\mu\text{m}$.

2.2. Dipolfeldfehler

In diesem und dem folgenden Abschnitt sollen die Auswirkungen der Magnetfeldfehler und Aufstellungsfehler auf den Strahl erläutert werden. Die Diskussion wird dabei auf die Fehler der niedrigsten beiden Ordnungen der Feldentwicklung in (2.2) beschränkt bleiben, d.h. auf Dipolfeldfehler ΔB und Gradientenfehler Δk .

2.2.1. Gleichgewichtsbahn

Dipolfeldfehler sind die Ursache für die Abweichung der gestörten Gleichgewichtsbahn von der idealen Gleichgewichtsbahn. Die Differentialgleichung der Abweichung $u_{co}(s)$ für ein Teilchen mit $\delta_p = 0$ lautet

$$\frac{d^2}{ds^2}u_{\rm co}(s) + K_u(s)u_{\rm co}(s) = \mp \frac{\Delta B(s)}{B_0\rho_0} \quad , \tag{2.14}$$

wobei $\Delta B(s)$ die Dipolfeldfehler sind, deren Ursachen in Abschnitt 2.2.4 genauer erläutert werden. Die ideale Gleichgewichtsbahn ist dabei als $u_{co}(s) = 0$ definiert. Die Lösung dieser Differentialgleichung kann als

$$u_{\rm co}(s) = \frac{\sqrt{\beta(s)}}{2\sin\pi Q} \oint \sqrt{\beta(\sigma)} F(\sigma) \cos(|\psi(\sigma) - \psi(s)| - \pi Q) \,\mathrm{d}\sigma \tag{2.15}$$

geschrieben werden [15], wobei F(s) die Abkürzung für die rechte Seite von (2.14) ist. Der $\sin \pi Q$ -Term in (2.15) führt zu einem Pol von $u_{co}(s)$ in der Nähe der ganzzahligen Arbeitspunkte $Q = k \text{ mit } k \in \mathbb{N}$ und läßt dort einen Betrieb des Beschleunigers nicht zu (vgl. Abschnitt 10.2.1). Diese Arbeitspunktbereiche werden Stoppbänder genannt.

Ist die Länge l_i des störenden Elements mit dem Fehler $\Delta B_i := \Delta B(s_i)$ klein gegenüber der Betatronwellenlänge, d.h. ändert sich $\beta(s)$ und $\psi(s)$ im Element kaum, so kann (2.15) als Summe

$$u_{\rm co}(s) = \frac{\sqrt{\beta(s)}}{2\sin\pi Q} \sum_{i=1}^{M} \sqrt{\beta_i} \Theta_i \cos(|\psi_i - \psi(s)| - \pi Q)$$
(2.16)

über alle M Feldfehler geschrieben werden, wobei der Ablenkwinkel $\Theta_i := \Delta u'_{co}(s_i)$ am Ort der Störung s_i des *i*-ten Elementes

$$\Theta_i = \mp \frac{e}{p} \int_{s_1}^{s_2} \Delta B(s) \, \mathrm{d}s \approx \mp \frac{\Delta B_i \, l_i}{B_0 \rho_0} \tag{2.17}$$

beträgt und die Abkürzungen $\beta_i \equiv \beta(s_i)$ sowie $\psi_i \equiv \psi(s_i)$ verwendet wurden. Diese Näherung gilt z.B. für die Magnete zur Korrektur der Dipolfeldfehler.

Mit Strahlpositionsmonitoren wird die Strahlposition $u_i := u_{co}(s_i)$ an diskreten Positionen s_i gemessen. Als Maß für die Gleichgewichtsbahnstörung wird üblicherweise der Root Mean Square (RMS)-Wert der Meßwerte u_i der Monitore verwendet, der als

$$u_{\rm rms}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^2 \tag{2.18}$$

definiert ist, wobei N die Zahl der Monitore ist. Ein kleiner Wert von $u_{\rm rms}^2$ ist nach (2.15) im Bereich von halbzahligen Arbeitspunkten zu erwarten.

2.2.2. Spektrum der Gleichgewichtsbahn

Der Einfluß der Dipolfeldfehler auf die Gleichgewichtsbahn hängt stark von den Frequenzkomponenten von $\Delta B(s)$ ab. Die Berechnung des Spektrums der Gleichgewichtsbahn wird durch die Einführung der Floquetschen Koordinaten

$$\eta = \frac{u(s)}{\sqrt{\beta(s)}}$$
 und $\phi = \frac{1}{Q} \int_0^s \frac{\mathrm{d}\sigma}{\beta(\sigma)}$ (2.19)

stark vereinfacht. In diesen Koordinaten lautet die Differentialgleichung der Gleichgewichtsbahn

$$\frac{d^2}{d\phi^2}\eta(\phi) + Q^2\eta(\phi) = Q^2\beta^{\frac{3}{2}}(\phi)F(\phi) \quad .$$
(2.20)

Sie hat die Form der Differentialgleichung des harmonischen Oszillators mit einer periodischen Anregung. Die periodische Lösung von (2.20) lautet [23]

$$\eta(\phi) = \frac{Q}{2\sin\pi Q} \int_{\phi}^{\phi+2\pi} \beta^{\frac{3}{2}}(\mu) F(\mu) \cos Q(\pi + \phi - \mu) \,\mathrm{d}\mu \quad .$$
(2.21)

Die Lösung der Differentialgleichung in der Frequenzraumdarstellung ist der Realteil von

$$\eta(\phi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_k \left(\frac{Q^2}{Q^2 - k^2}\right) e^{ik\phi}$$
(2.22)

mit den Fourier-Koeffizienten der Dipolfeldfehler

$$f_k = \mp \frac{1}{2\pi Q} \oint \sqrt{\beta(s)} F(s) e^{-ik\phi} \,\mathrm{d}s \quad . \tag{2.23}$$

Gleichung (2.22) zeigt, daß die Gleichgewichtsbahn von den Fourier-Komponenten f_k in der Nähe des ganzzahligen Anteils⁵ $n = int\{Q\}$ des Arbeitspunktes dominiert wird (Abb. 2.3). Diese Eigenschaft wird bei der sog. harmonischen Korrektur der Gleichgewichtsbahn ausgenutzt, indem mit Korrekturmagneten gezielt die von der Maschine verstärkten Komponenten um f_n kompensiert werden. Allerdings haben die Fourier-Komponenten f_k bei zufälligen Dipolfeldfehlern nicht die gleiche Amplitude, da sie auch von $\sqrt{\beta(s)}$ abhängen. Die Periodizität von $\beta(s)$ in Kombination mit der von F(s) führt zu weiteren lokalen Maxima bei $N_Z \pm Q$, wobei N_Z die Zahl der FODO-Zellen ist [85].

Um die Amplituden und Phasen der dominierenden Frequenzkomponenten um f_n zu erfassen, muß aufgrund des Abtasttheorems [97] pro Betatronwellenlänge mindestens zweimal die Gleichgewichtsbahn gemessen werden. Daher sind mindestens 2Q Monitore und Korrektoren pro Ebene notwendig. Um bei ELSA ($N_Z = 16$) auch das zweite Maximum bei der Harmonischen int $\{N_Z - Q\} = 11$ erfassen und korrigieren zu können, sind mindestens 22 Monitore bzw. Korrektoren pro Ebene erforderlich. Je mehr Monitore und Korrektoren vorhanden sind, desto mehr Harmonische können gemessen und korrigiert werden und desto besser ist die Güte der korrigierten Gleichgewichtsbahn.

⁵Mit int $\{x\} \in \mathbb{Z}$ sei der ganzzahlige Anteil von $x \in \mathbb{R}$ bezeichnet.



Abbildung 2.3.: Unkorrigierte horizontale Gleichgewichtsbahn von ELSA für einen Arbeitspunkt von $Q_x = 4,602$ im Orts- und Frequenzraum. Mit 28 Strahlpositionsmonitoren können die Amplituden und Phasen von 14 Harmonischen bestimmt werden. Die Frequenzkomponente bei k = 0 wurde bereits durch Anpassung der HF-Frequenz kompensiert.

2.2.3. Länge der Gleichgewichtsbahn

Die Dipolmagnete legen für ein Sollteilchen mit dem Impuls p_0 die ideale Gleichgewichtsbahn mit der Länge $C_0 = \oint ds$ fest. Feldfehler der Dipolmagnete ΔB_y und eine mittlere Impulsabweichung $\Delta p = p - p_0$ des Strahls sind die Ursachen dafür, daß sich die Länge C der gestörten Gleichgewichtsbahn von der Länge C_0 der idealen Gleichgewichtsbahn unterscheidet⁶.

Dipolfeldfehler führen zu einer gestörten Gleichgewichtsbahn, deren Länge näherungsweise um [70]

$$\Delta \mathcal{C} \approx \oint D_x(s) \frac{\Delta B_y(s)}{B_0 \rho_0} \mathrm{d}s \tag{2.24}$$

von C_0 abweicht. Da $D_y(s) = 0$ ist, führen nur Dipolfeldfehler mit vertikalen Magnetfeldkomponenten zu $\Delta C \neq 0$.

Die Bahnlänge ist außerdem von der relativen Impulsabweichung $\delta_p = \Delta p/p_0$ des Strahls abhängig. Der Strahl bewegt sich bei $\delta_p \neq 0$ auf einer Dispersionsbahn $u_D(s) = D_u(s)\delta_p$, wobei die relative Bahnlängenänderung

$$\frac{\Delta C}{C_0} \approx \alpha_c \frac{\Delta p}{p_0} \tag{2.25}$$

beträgt. Der Proportionalitätsfaktor α_c wird Momentum-Compaction-Faktor genannt.

In Elektronenbeschleunigern wird die Länge der Gleichgewichtsbahn C von der Wellenlänge $\lambda_{\text{HF}} = c/f_{\text{HF}}$ der Schwingung des elektromagnetischen Feldes in den Hohlraumresonatoren und der Harmonischenzahl h festgelegt, da

$$C = h\lambda_{\rm HF} \tag{2.26}$$

aufgrund der Phasenfokussierung gelten muß.

Damit sich der Strahl bei korrigierten Dipolfeldfehlern auf der idealen Gleichgewichtsbahn bewegt und die Zentren der Quadrupole und Sextupole passiert, muß $\delta_p = 0$ eingestellt werden. Hierzu ist f_{HF}

⁶Die Länge der idealen Gleichgewichtsbahn von ELSA wird in Anhang B berechnet.

so zu wählen, daß (2.26) erfüllt ist. Die hierfür einzustellende HF-Frequenz wird zentrale Frequenz f_c genannt [119]. Die Messung von f_c bei ELSA wird in Abschnitt 11.3 behandelt.

Ändert man den Ablenkwinkel Θ_i eines Magneten zur Korrektur eines Dipolfeldfehlers ΔB_y , so ergibt sich nach (2.24) eine Längenänderung der Gleichgewichtsbahn um $\Delta C = D_x(s_i)\Theta_i$. Bei konstanter HF-Frequenz bleibt C jedoch unverändert. Dies führt zu einer relativen Impulsabweichung des Strahls von

$$\delta_p = -\frac{\Theta_i D_x(s_i)}{\mathcal{C}_0 \, \alpha_c} \quad , \tag{2.27}$$

die den Strahl in der horizontalen Ebene nach (2.11) um den zusätzlichen Beitrag von

$$\Delta x_{\rm co}(s) = -\frac{D_x(s_i)D_x(s)}{\mathcal{C}_0 \,\alpha_{\rm c}} \Theta_i \tag{2.28}$$

verschiebt. Dieser Beitrag muß bei der Berechnung von $x_{co}(s)$ mit (2.15) bzw. (2.16) berücksichtigt werden.

2.2.4. Ursachen der gestörten Gleichgewichtsbahn

Alle Magnete eines Beschleunigers besitzen unvermeidbare Herstellungs- und Aufstellungsfehler. Die Aufstellungsfehler lassen sich dabei in Verschiebungen (Δx , Δs , Δy) und in Drehungen ($\Delta \phi$, $\Delta \psi$, $\Delta \theta$) um die entsprechenden Koordinatenachsen unterteilen. Bei den Feldfehlern der Magnete können Fehler der Multipolstärke und der Magnetlänge unterschieden werden. Von den oben erwähnten Fehlern sind für die Auswirkung auf die Gleichgewichtsbahn nur diejenigen relevant, die zu störenden Dipolfelder $\Delta B(s)$ im Bereich der idealen Gleichgewichtsbahn führen.

Fehler der ablenkenden Dipolmagnete stören stark die Gleichgewichtsbahn in der horizontalen Ebene. Solche Fehler können von Abweichungen im Polschuhabstand herstammen, die das Magnetfeld um ΔB verändern, oder werden von Abweichungen in der Feldlänge Δl verursacht. Den Hauptbeitrag zur gestörten Gleichgewichtsbahn in der vertikalen Ebene liefern Drehungen $\Delta \psi_D$ der Dipolmagnete um die longitudinale Achse (Abb. 2.4(a)). Der Ablenkwinkel durch das Störfeld beträgt

$$\Theta_x = \alpha \frac{\Delta(Bl)}{Bl} \quad \text{bzw.} \tag{2.29a}$$

$$\Theta_y = \alpha \Delta \psi_{\rm D} \quad . \tag{2.29b}$$



Abbildung 2.4.: Relevante Fehler für die Gleichgewichtsbahn bei ELSA: (a) Magnetfeldfehler und Drehungen der Dipolmagnete um die Strahlachse und (b) Stellfehler der Quadrupolmagnete.

wobei α der Ablenkwinkel der Dipolmagnete ist.

Bei Quadrupolmagneten ist ihre transversale Position bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn für die Störung der Gleichgewichtsbahn relevant (Abb. 2.4(b)). Die transversalen Verschiebungen Δx bzw. Δy der Quadrupole wirken dabei auf die jeweilige Ebene. Der Ablenkwinkel des Strahls beträgt

$$\Theta_u = kl\Delta u \quad , \tag{2.30}$$

wobei Δu die Verschiebung des Quadrupols und *l* seine Länge ist.

Die Auswirkung der Fehler auf die Gleichgewichtsbahn ist von der eingestellten Optik abhängig, da $u_{co}(s)$ nach (2.16) eine Funktion von $\beta(s)$, $\psi(s)$ und Q ist. Der RMS-Wert der Gleichgewichtsbahnsabweichung an den Stellen der Monitore bei einem RMS-Wert der Ablenkwinkel Θ_{rms} der Dipolfeldfehler beträgt näherungsweise [15]

$$u_{\rm rms} = \frac{\sqrt{\beta}}{2\sqrt{2}|\sin \pi Q|} \left[\sum_{i} \beta(s_i) \Theta_{i,\rm rms}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad , \tag{2.31}$$

wobei über alle Dipolfeldfehler zu summieren ist. Im Fall der Quadrupole lautet der Verstärkungsfaktor R zwischen dem RMS-Wert der transversalen Verschiebungen $\Delta u_{\rm rms}$ der Quadrupole und dem RMS-Wert der gestörten Gleichgewichtsbahn $u_{\rm rms}$ an den Stellen der Monitore

$$R_u = \frac{u_{\rm rms}}{\Delta u_{\rm rms}} = \frac{\bar{\beta}_u k l \sqrt{N}}{2\sqrt{2} \left| \sin \pi Q_u \right|} \tag{2.32}$$

und beträgt bei ELSA $R_u \approx 4-5$ bei einem Arbeitspunkt von Q = 4,6. Die Magnete müssen daher sehr genau justiert werden, damit die Gleichgewichtsbahn innerhalb akzeptabler Grenzen bleibt. Die verschiedenen Anteile bei ELSA sind in Anhang A erläutert.

2.2.5. Korrektur der Gleichgewichtsbahn

Nur wenn der Strahl durch die magnetischen Zentren aller Magnete läuft, kommt es zu keiner Positionsverschiebung des Strahls bei einer Änderung der Optik. Hierzu müssen die im letzten Abschnitt erläuterten Dipolfeldfehler mit Korrekturdipolmagneten kompensiert werden (Closed-Orbit-Korrektur). Außerdem ist die HF-Frequenz so zu wählen, daß $u_D(s) = 0$ und damit $\delta_p = 0$ ist.

Um die Ablenkwinkel der Korrekturmagnete zu bestimmen, muß zunächst die Gleichgewichtsbahn gemessen werden. Die Strahlpositionen $u_i := u_{co}(s_i)$ an den N_b Stellen lassen sich zu einem Vektor

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{N_{\mathbf{b}}})^{\mathrm{T}}$$
 (2.33)

zusammenfassen, wobei s_i die azimutale Position des Monitors *i* ist. Die Ablenkwinkel $\Theta_{u,j}$ der Korrekturmagnete können ebenfalls zu einem Vektor

$$\vec{\Theta}_u = (\Theta_{u,1}, \Theta_{u,2}, \dots, \Theta_{u,N_c})^{\mathrm{T}}$$
(2.34)

der Länge N_c zusammengefaßt werden. Bei der Korrektur der Gleichgewichtsbahn wird die von den Korrektoren verursachte Gleichgewichtsbahnänderung $\Delta \vec{u} = \mathbf{C} \vec{\Theta}_u$ gerade so gewählt, daß sie die Gleichgewichtsbahn \vec{u} vor der Korrektur kompensiert⁷

$$\vec{u} + \mathbf{C}\vec{\Theta}_u = \vec{0} \quad , \tag{2.35}$$

⁷Der allgemeine Fall ist, daß die rechte Seite gleich einer vorgegebenen Bahn \vec{u}_0 ist.

wobei die $N_b \times N_c$ -Matrix C Orbit-Response-Matrix genannt wird und sich mit den Matrixelementen aus (2.16) und (2.28) als

$$\mathbf{C}_{ij}^{u} = \frac{\sqrt{\beta_{u}(s_{i})\beta_{u}(s_{j})}}{2\sin\pi Q_{u}}\cos(|\psi_{u}(s_{i}) - \psi_{u}(s_{j})| - \pi Q_{u}) - \frac{D_{u}(s_{i})D_{u}(s_{j})}{\mathcal{C}_{0}\alpha_{c}}$$
(2.36)

schreiben läßt.

Bei der Auflösung des Gleichungssystems (2.35) nach $\vec{\Theta}_u$ sei im folgenden vorausgesetzt, daß C nicht singulär ist. Eine singuläre Matrix C kann z.B. durch redundante Korrekturmagnete verursacht werden, d.h. wenn der Phasenvorschub zwischen zwei Korrektoren zu gering ist und ihre Wirkung auf die Gleichgewichtsbahn fast gleich ist. Ein ähnliches Argument gilt bei Strahlpositionsmonitoren mit zu geringem Phasenabstand, was zu einer linearen Abhängigkeit zwischen zwei Zeilen von C führt und den Rang von C um eins reduziert.

Beim Lösungsverhalten lassen sich drei Fälle unterscheiden: Ist $N_b = N_c$, so ist C quadratisch und es existiert eine eindeutige Lösung von (2.35). Ist $N_b < N_c$, so ist die Matrix C rechteckig und das Gleichungssystem unterbestimmt, da weniger Gleichungen als Unbekannte vorliegen. Die Lösung ist ein Unterraum $X \subseteq \mathbb{R}^{N_c}$ mit der Dimension dim $(X) = N_c - N_b$. Ist $N_b > N_c$, so ist ist das Gleichungssystem überbestimmt und hat in den meisten Fällen keine Lösung. Dieser Fall ist bei ELSA gegeben. In diesem Fall approximiert man die Lösung, indem man den bestmöglichen Vektor $\vec{\Theta}_u^*$ durch Minimierung der euklidischen Norm des Residuums

$$\|\mathbf{C}\vec{\Theta}_{u}^{*} + \vec{u}\|_{2} = \min\{\|\mathbf{C}\vec{\Theta}_{u} + \vec{u}\|_{2} : \vec{\Theta}_{u} \in \mathbb{R}^{N_{c}}\}$$
(2.37)

bestimmt [105]. Zusätzlich muß berücksichtigt werden, daß der Strom durch die Korrektorspulen einen maximalen Wert nicht überschreiten darf.

2.2.6. Algorithmen

Zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn existieren mehrere Algorithmen, deren Ziel die Reduzierung der Ablagen an den Positionen der Strahlpositionsmonitore ist. Bei der Korrektur spielen aber noch andere Faktoren eine Rolle, wie die limitierte Strahlablenkung der Korrektormagnete oder die Empfindlich der Algorithmen bezüglich Meßfehler der Strahlpositionsmonitore. Die folgenden drei Algorithmen sind am verbreitetsten [11] und sind im Kontrollsystem von ELSA implementiert.

 Die am häufigsten verwendete Methode ist die Singulärwertzerlegung (SVD⁸) [84] der Orbit-Response-Matrix C. Gilt N_b ≥ N_c, so kann C in ein Produkt dreier Matrizen

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^{\mathrm{T}} \tag{2.38}$$

zerlegt werden, wobei U eine spalten-orthogonale $N_{\rm b} \times N_{\rm c}$ Matrix, V eine orthogonale $N_{\rm c} \times N_{\rm c}$ Matrix und S eine $N_{\rm c} \times N_{\rm c}$ Diagonalmatrix ist [84]. Die Werte auf der Diagonalen von S sind dabei die Wurzeln der Eigenwerte der Matrix C und werden Singulärwerte genannt. Die Matrizen U bzw. V tranformieren \vec{u} bzw. $\vec{\Theta}_u$ in neue Basen, in denen

$$\vec{u}^{t} = \mathbf{U}^{T}\vec{u}$$
 und $\vec{\Theta}_{u}^{t} = \mathbf{V}^{T}\vec{\Theta}$ (2.39)

ist und in denen das zu lösende Gleichungssystem als

$$\vec{u}^{t} = \mathbf{S} \,\vec{\Theta}_{u}^{t} \tag{2.40}$$

geschrieben werden kann. Da S diagonal ist, ist die Invertierung von S sofort möglich.

⁸SVD: Singular Value Decomposition

Der Vorteil der SVD ist, daß eventuell vorhandene Singularitäten des transformierten Gleichungssystems leicht diagnostiziert und entfernt werden können. Die Methode liefert bei einem überbestimmten Gleichungssystem $\vec{\Theta}_u^*$ mit minimalen RMS-Fehler im Sinne von (2.37). Außerdem wird die Stärke der Korrektoren minimiert, d.h. bei der Korrektur werden nur die effektivsten Korrekturmagnete benutzt.

- Die Idee des MICADO⁹-Algorithmus [5] ist es, daß eine Untermenge aller Korrektoren bereits ausreicht, um die Gleichgewichtsbahn gut korrigieren zu können. Hierzu wählt MICADO zunächst den Korrektor aus, der die Gleichgewichtsbahn am besten korrigieren kann; im zweiten Schritt wird ein weiterer Korrektor hinzugenommen, der zusammen mit dem ersten Korrektor die Restablage am besten minimieren kann. Die Hinzunahme von weiteren Korrektoren wird solange fortgesetzt, bis eine vorgegebene Zahl erreicht ist. Diese Methode hat den Vorteil, daß die Korrektoren in der Nähe der stärksten Feldfehler verwendet werden.
- Die Harmonischenkorrektur [15] nutzt aus, daß das Spektrum der Gleichgewichtsbahn von wenigen Harmonischen im Bereich des ganzzahligen Anteils des Arbeitspunktes n = int{Q} ∈ N dominiert wird, da die Frequenzkomponenten f_k der Feldstörung F(s) nach (2.22) um den Faktor Q²/(Q² k²) verstärkt werden, wobei k die Ordnung der Harmonischen ist. Nur diese Frequenzkomponenten werden bei der Harmonischenkorrektur kompensiert. Da man die Verstärkung dieser Harmonischen ausnutzt, sind nur geringe Ablenkwinkel der Korrektoren erforderlich. Ein weiterer Vorteil dieser Korrekturmethode ist die Unempfindlichkeit gegenüber Meßfehlern der Strahlpositionsmonitore. Von Nachteil ist aber, daß der RMS-Wert der korrigierten Gleichgewichtsbahn zwangsläufig größer als bei den beiden anderen Methoden ist, da nur die dominierenden Harmonischen korrigiert werden. Werden alle Harmonische korrigiert, so ist die Harmonischenkorrektur identisch mit dem oben erläuterten Least-Square-Algorithmus.

Ein Maß für die Verbesserung, die durch die Korrektur der gestörten Gleichgewichtsbahn erreicht werden kann, liefert der aus (2.22) herleitbare Ausdruck [40]

$$\eta_Q(\Lambda) = \frac{\sum_{k=(\Lambda+1)/2}^{\infty} \frac{1}{|Q^2 - k^2|}}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|Q^2 - k^2|}} \quad , \tag{2.41}$$

wobei $\Lambda = \min(N_b, N_c)$ die Zahl der Harmonischen des Frequenzspektrums ist, die korrigiert werden können. Im Zähler stehen die Frequenzkomponenten der Gleichgewichtsbahn, die nicht von den Korrektoren korrigiert bzw. von den Monitoren gemessen werden können. Der Nenner ist die Summe der Gewichtungsfaktoren der Harmonischen des Spektrums der Gleichgewichtsbahn. Für eine gute Korrektur sollte $\eta_Q(\Lambda) \leq 0,1$ sein. Hierfür müssen mindestens $2Q_u + 1$ Korrekturmagnete bzw. Monitore vorhanden sein.

2.3. Gradientenfehler

Gradientenfehler führen zur Änderung der optischen Funktionen und zu einer Verschiebung der Arbeitspunkte eines Beschleunigers. Sie können zum einen von Feldfehlern der Quadrupole oder Fehlern in ihren Längen herstammen, werden aber auch von horizontalen Stellfehlern der Sextupole oder horizontalen Ablagen der Gleichgewichtsbahn in den Sextupolen verursacht.

⁹MICADO: MInimisation des CArerés des Distortions d'Orbite

Als Folge der Gradientenfehler ergibt sich eine Arbeitspunktverschiebung $\Delta Q = Q - Q_0$ zwischen Istwert Q und Sollwert Q_0 , die in niedrigster Ordnung in Δk

$$\Delta Q = \mp \frac{1}{4\pi} \oint \beta(s) \,\Delta k(s) \,\mathrm{d}s \tag{2.42}$$

beträgt [114]. Diese Gleichung kann zur Messung der mittleren Betafunktion $\overline{\beta}$ in einem Quadrupol ausgenutzt werden, wenn sich seine Quadrupolstärke k individuell ändern läßt (Abschnitt 11.2).

Die Gradientenfehler ändern auch die Betafunktion $\beta(s)$ und die Phasenfunktion $\psi(s)$. Die relative Abweichung von $\beta(s)$ lautet [114]

$$\frac{\Delta\beta(s)}{\beta_0(s)} = \mp \frac{1}{2\sin(2\pi Q_0)} \int_s^{s+\mathcal{C}} \beta_0(\sigma) \Delta k(\sigma) \cos[2Q_0(\phi_0(s) - \phi_0(\sigma) + \pi)] \,\mathrm{d}\sigma \quad . \tag{2.43}$$

Bei ganz- und halbzahligen Arbeitspunkten verstärkt der $\sin(2\pi Q_0)$ -Term $\Delta\beta$ so stark, daß keine stabile Teilchenbewegung möglich ist. Diese Bereiche werden Stoppbänder genannt.

Analog zur Gleichgewichtsbahn kann die entsprechende Differentialgleichung für $\beta(s)$ aufgestellt und in den Frequenzraum transformiert werden. Die Lösung lautet in dieser Darstellung [114]

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n\left(\frac{Q_0/2}{\left(Q_0\right)^2 - \left(n/2\right)^2}\right) e^{in\phi} \quad \text{mit}$$
(2.44)

$$F_n = \mp \frac{1}{\pi} \oint \beta(s) \Delta k(s) e^{-in\phi(s)} \,\mathrm{d}s \quad . \tag{2.45}$$

Die Gleichung (2.44) macht deutlich, daß die Änderung von $\Delta\beta(s)$ am stärksten ist, wenn der Arbeitspunkt in der Nähe einer halb- oder ganzzahligen Resonanz liegt, d.h. bei int $\{2Q_0\} \in \mathbb{N}$ ist. Dort trägt nur der resonante Term in der Summe bei, so daß sich eine Sinus-Schwingung mit einer Frequenz von $2Q_0$ Schwingungen pro Umlauf ergibt. Diese Modulation der Betafunktion wird Beta-Beating genannt.

Da die typischen Arbeitspunkte von ELSA mit $Q_x = 4,612$ und $Q_y = 4,431$ in der Nähe von halbzahligen Resonanzen liegen, muß mit einem relativ starken Beta-Beating gerechnet werden. Die Stärke konnte allerdings bisher bei ELSA nicht gemessen werden, da eine individuelle Änderung von knicht möglich war. Dies wurde im Rahmen dieser Arbeit realisiert (Abschnitt 7.4) und zur Messung von $\beta(s)$ verwendet (Abschnitt 11.2).

2.4. Strahldimensionen

Die in ELSA umlaufenden Elektronen bilden einen Strom $I_b = Nq/T_0$, wobei N die Zahl der Elektronen und $T_0 = C/c$ die Umlaufszeit ist. Die Elektronen sind nicht gleichmäßig entlang der Sollbahn verteilt, sondern werden von den periodischen Wechselfeldern der Hohlraumresonatoren zu kurzen Paketen (Bunche) mit einer Länge von wenigen Zentimetern gebündelt.

Ein Strahlpositionsmonitor kann wegen der großen Teilchenzahl nur den Schwerpunkt der Ladungsverteilung messen. So beträgt bei $I_b = 100 \text{ mA}$ die Zahl der in ELSA umlaufenden Elektronen $N = 3,4 \cdot 10^{11}$. Zudem wird die Messung geringfügig von höheren Momenten der Ladungsdichteverteilung beeinflußt. Wichtig sind daher Schwerpunkt bzw. die Varianz der N Teilchen:

$$u_{\rm b} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i$$
 bzw. $\sigma_u^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (u_i - u_{\rm b})^2$. (2.46)

Da die Hillsche Differentialgleichung (2.3) linear in u ist, gelten die Überlegungen der Eigenschaften der Gleichgewichtsbahn damit auch für den Strahlschwerpunkt. Wird im folgenden von Strahlposition die Rede sein, so ist damit der transversale Strahlschwerpunkt (x_b, y_b) im Laborsystem K gemeint.

Bei Elektronenbeschleunigern läßt sich die Ladungsdichteverteilung ρ eines Bunches in den drei Raumdimensionen gut durch gaußförmige Verteilungsfunktionen approximieren. Im Ruhesystem K^* des Bunches gilt [116]

$$\rho^*(x, s^*, y) = \frac{qN}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_{s^*}} \exp\left\{-\frac{(x - x_b)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y - y_b)^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(s^* - s_b^*)^2}{2\sigma_{s^*}^2}\right\} \quad , \tag{2.47}$$

wobei s_b^* ein Referenzpunkt auf der Strahlachse ist und von unkorrelierten Verteilungen ausgegangen wurde¹⁰. Die gaußförmigen Verteilungen lassen sich durch die ersten und zweiten zentralen Momente der Verteilung, d.h. durch Schwerpunkt (x_b, s_b, y_b) und Standardabweichung $(\sigma_x, \sigma_s, \sigma_y)$ beschreiben, wobei $u^* = u$, $s^* = \gamma s$, $\sigma_u^* = \sigma_u$ und $\sigma_s^* = \gamma \sigma_s$ ist.

Zur lokalen transversalen Breite σ_u und zur Divergenz $\sigma_{u'}$ des Strahls tragen zwei Anteile bei. Der eine Anteil wird von der Emittanz ϵ des Teilchenensembles und dem Verlauf der Funktionen $\beta(s)$ bzw. $\gamma(s)$ bestimmt. Der andere Anteil hängt von der relativen Energiebreite $\sigma_{\delta} \equiv \sigma_E/E$ des Teilchenensembles und der Dispersionsfunktion D(s) bzw. der ersten Ableitung D'(s) ab. Da die beiden Anteile unkorreliert sind, beträgt die Strahlbreite bzw. -divergenz

$$\sigma_u(s) = \sqrt{\epsilon_u \beta_u(s) + (D_u(s) \sigma_\delta)^2} \qquad \text{bzw.}$$
(2.48)

$$\sigma_{u'}(s) = \sqrt{\epsilon_u \gamma_u(s) + (D'_u(s) \sigma_\delta)^2} \quad . \tag{2.49}$$

Da $D_y(s) = 0$ und $D'_y(s) = 0$ ist, fällt in der vertikalen Ebene der zweite Anteil zur Strahlbreite und Strahldivergenz weg. Die Breite σ_u und die Divergenz $\sigma_{u'}$ des Strahls steigen linear mit der Energie an.

Die Mittelwerte der transversalen Strahlbreiten für die im Speichermodus von ELSA verwendete Optik liegen bei $\bar{\sigma}_x \approx 1.8 \text{ mm}$ und $\bar{\sigma}_y \approx 0.35 \text{ mm}$, wobei eine Emittanzkopplung von 5% angenommen wurde. Die Strahlbreite $\sigma_u(s)$ hängt vom Verlauf der Betafunktion $\beta(s)$ und der Dispersionsfunktion D(s) ab und ist in den fokussierenden Quadrupolen maximal und in den defokussierenden Quadrupolen minimal.

Für die Bunchlänge kann als Abschätzung von $2\sigma_t \approx 0,1T_{\text{HF}} = 200 \text{ ps}$ und daher $\sigma_s = c \sigma_t \approx 3 \text{ cm}$ ausgegangen werden, wobei $T_{\text{HF}} = 1/f_{\text{HF}} = 2 \text{ ns}$ der Bunch-Abstand ist, da die HF-Frequenz bei ELSA $f_{\text{HF}} = 500 \text{ MHz}$ beträgt. Es sollen nun die beiden Beiträge zur Strahlbreite und -divergenz genauer erläutert werden.

2.4.1. Emittanz und Energiebreite

Die Emission von Photonen in Bereichen mit nicht verschwindender horizontaler Dispersion und die Dämpfung der transversalen Schwingungen aufgrund von Synchrotronstrahlung führen zu einer gaußförmigen Verteilung der Amplituden der Betatronoszillationen. Die Emittanz des Elektronenstrahls ist dabei ein Maß für die Fläche der Teilchenverteilung im jeweiligen Phasenraum. Die Emittanz im horizontalen Phasenraum bei einer fehlerlosen isomagnetischen Maschine heißt natürliche Emittanz und beträgt [70]

$$\epsilon_0 = \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{\langle \mathcal{H} \rangle_{\rm dip}}{\rho} \quad , \tag{2.50}$$

wobei α der Ablenkwinkel der Dipolmagnete, $J_x \approx 1$ die horizontale Dämpfungspartitionszahl ist, die Konstante $C_q = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{m_e c} = 3,8319 \cdot 10^{-13}$ m für Elektronen und $\langle \mathcal{H} \rangle_{dip}$ der Mittelwert von

$$\mathcal{H}(s) = \gamma D^2 + 2\alpha D D' + \beta {D'}^2 \tag{2.51}$$

¹⁰Dies gilt nur, wenn die vertikale Dispersion und die Betatronkopplung vernachlässigt werden darf.

in den Dipolmagneten ist [70]. Die natürliche Emittanz ϵ_0 steigt quadratisch mit der Energie an¹¹ und ist bei einer FODO-Struktur stark vom Phasenvorschub pro Zelle und damit vom horizontalen Arbeitspunkt Q_x abhängig. Die Emittanz erreicht bei einer reinen FODO-Struktur ihr theoretisches Minimum bei $\Delta \psi_x \approx 135^{\circ}$ [70].

Die Emittanz in der vertikalen Ebene ϵ_y ist bei einer fehlerlosen, planar aufgebauten Maschine Null¹², da $D_y(s) = D'_y(s) = 0$ ist. In der Praxis ist aber immer eine geringfügige Kopplung der Teilchenbewegung von der horizontalen in die vertikale Ebene und umgekehrt vorhanden. Die Kopplung kann dabei von Quadrupolen stammen, die um die longitudinale Achse gedreht sind oder von einer nicht korrigierten Gleichgewichtsbahn in Sextupolmagneten. Ein weiterer Anteil wird von der nichtverschwindenden vertikalen Dispersion erzeugt; er spielt bei ELSA aber keine Rolle (vgl. Anhang A).

Die horizontale und vertikale Emittanz sind nicht unabhängig voneinander. In der Nähe der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = p$ ist die Summe

$$\epsilon_0 = \epsilon_x + \epsilon_y \tag{2.52}$$

eine Erhaltungsgröße. Die Kopplung führt daher zu einer Umverteilung der Emittanz zwischen den beiden Phasenräumen. Dies gilt jedoch nicht mehr im Fall der Summenresonanz $Q_x + Q_y = p$, bei der $\epsilon_x - \epsilon_y$ erhalten ist. Summenresonanzen sind daher strahlzerstörend. Als Maß für die Stärke der Kopplung zwischen der beiden transversalen Ebenen definiert man die Emittanzkopplung

$$\kappa = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \quad . \tag{2.53}$$

Sie ermöglicht in Kombination mit ϵ_0 eine alternative Beschreibung der Emittanzen des Strahls. Es gilt dann

$$\epsilon_x = \frac{1}{1+\kappa}\epsilon_0 \quad \text{und} \quad \epsilon_y = \frac{\kappa}{1+\kappa}\epsilon_0 \quad .$$
 (2.54)

Die Kopplung in ELSA ist sehr stark von den Arbeitspunkten abhängig. Im Speicherbetrieb liegt sie im Bereich von etwa 3–10%. In Kapitel 13 wird erläutert, wie bei Korrektur der koppelnden Felder $\kappa \approx 0$ erreicht werden kann.

Der zweite Anteil an der Strahlbreite stammt von der Energieverteilung des Strahls $\sigma_{\delta} \equiv \sigma_E/E$. Auch die Energiebreite wird von der Strahlungsanregung und Dämpfung durch Synchrotronstrahlung bestimmt. Sie beträgt bei einer isomagnetischen Magnetstruktur [70]

$$\sigma_{\delta} = \sqrt{\frac{C_{q}\gamma^{2}}{J_{\epsilon}\rho}} \quad , \tag{2.55}$$

wobei $J_{\epsilon} \approx 2$ die longitudinale Dämpfungspartitionszahl ist. Die relative Energiebreite σ_{δ} von ELSA hat bei E = 2,3 GeV einen Wert von $\sigma_{\delta} \approx 6 \cdot 10^{-4}$ und steigt linear mit der Energie an.

2.5. Optische Resonanzen

2.5.1. Resonanzdiagramm

Die Arbeitspunkte Q_x , Q_y und der Arbeitspunkt Q_s der longitudinalen Schwingung müssen bei einem Kreisbeschleuniger sehr sorgfältig eingestellt werden, da bei bestimmten Arbeitspunktkombinationen

$$l_x Q_x + l_y Q_y + l_s Q_s = p \quad \text{mit} \quad l_x, l_y, l_s, p \in \mathbb{Z}$$

$$(2.56)$$

¹¹Unterhalb einer Energie von etwa 1 GeV steigt bei ELSA die Emittanz durch Streuung der einzelnen Elektronen innerhalb des Bunches (Intrabeam-Scattering) stark an [10].

¹²Die Emission von Synchrotronstrahlung in den Winkelbereich von $1/\gamma$ trägt zur Strahlanregung in der vertikalen Ebene bei und liefert einen Beitrag zu ϵ_y . Der Beitrag aufgrund der Kopplung zwischen den transversalen Ebenen ist aber sehr viel größer.

kein stabiler Umlauf des Strahl möglich ist. Die Ursachen für diese Resonanzen liegen in Ungenauigkeiten bei der Herstellung der Magnete und an Fehlern bei der Positionierung der Magnete. Die Summe

$$n = |l_x| + |l_y| + |l_s| \tag{2.57}$$

wird Ordnung der Resonanz genannt und bestimmt ihre Stärke. Befindet sich ein Teilchen auf einer Resonanz, so werden seine Betatronschwingungen angeregt und das Teilchen kann je nach Stärke der Resonanz verloren gehen. Resonanzen mit $n \leq 5$ sind bei Elektronenbeschleunigern relevant und müssen vermieden werden [116]. Das Resonanzdiagramm mit Resonanzen bis zur 3. Ordnung zeigt Abb. 2.5, in das auch zwei typische Arbeitspunkte von ELSA eingetragen sind.

Ganzzahlige Resonanzen $Q_u = p$ werden von Dipolfeldfehlern verursacht. Im Bereich der ganzzahligen Resonanzen wächst die Gleichgewichtsbahn $u_{co}(s)$ und die Dispersionsbahn $u_D(s)$ so stark an, daß die Elektronen verloren gehen. Halbzahlige Resonanzen $2Q_u = p$ werden von Gradientenfehlern verursacht und führen zu einem Anwachsen der Betafunktion. Die Resonanzen mit der Bedingung $Q_x \pm Q_y = p$ werden lineare Koppelresonanzen genannt. Die Untersuchung der Kopplung bei ELSA behandelt das Kapitel 13.

Die Kopplung zwischen den beiden transversalen und dem longitudinalen Phasenraum führt zu den Synchro-Betatronresonanzen, die durch $l_s \neq 0$ gekennzeichnet sind. Bei ELSA wurde die Magnetoptik so gewählt, daß in den geraden Strecken die horizontale Dispersionsfunktion $D_x(s) = 0$ ist. Damit läßt sich die Anregung dieser Resonanzen vermeiden. Wichtig ist daher, wie gut $D_x(s) = 0$ in den geraden Stücken von ELSA eingehalten wird. Die Messungen der Dispersionsfunktionen werden in Kapitel 11 erläutert.

Bei einem symmetrischen Aufbau der Magnetoptik sind bestimmte, durch systematische Feldfehler verursachte Resonanzlinien besonders stark. Sie werden daher auch systematische Resonanzen genannt. Systematische Feldfehler regen Resonanzen mit p = kN an, wobei $k \in \mathbb{N}$ ist und N die bereits erwähnte Superperiodizität des Beschleunigers ist. Sie beträgt bei ELSA N = 2.



Abbildung 2.5.: Resonanzdiagramm von ELSA mit Resonanzen bis zur 3. Ordnung. Für Q_s wurde 0,04 angenommen. Da die Superperiodizität von ELSA N = 2 beträgt, sind Resonanzen mit ungeradem p unterdrückt. Dies gilt jedoch nicht für ganz- und halbzahlige Resonanzen.

2.5.2. Chromatizität

Da die Fokussierungsstärke k eine Funktion des Impulses p ist, hängt die Frequenz der Betatronschwingung von δ_p ab. Ein Teilchen mit der Impulsabweichung $\Delta p = p - p_0$ sieht eine von der Sollquadrupolstärke $k_0 = eg/p_0$ abweichende Quadrupolstärke von

$$k = \frac{e}{p}g = \frac{k_0}{1+\delta_p} \approx k_0(1-\delta_p) \quad ,$$
 (2.58)

wobei $\delta_p \ll 1$ angenommen wurde. Nach (2.42) verschiebt der Gradientenfehler $\Delta k = -k_0 \delta_p$ den Arbeitspunkt um ΔQ . Der Proportionalitätsfaktor zwischen ΔQ und δ_p

$$\xi = \frac{\Delta Q}{\delta_p} \tag{2.59}$$

wird Chromatizität ξ genannt. Die natürliche Energiebreite σ_{δ} des Strahls führt bei $\xi \neq 0$ zu einer Verteilung der Arbeitspunkte innerhalb des Strahls um den Sollarbeitspunkt.

Die Chromatizität ξ eines Kreisbeschleunigers kann mit der Formel

$$\xi = \pm \frac{1}{4\pi} \oint \left[m(s) D_x(s) + k_0(s) \right] \beta(s) \,\mathrm{d}s \tag{2.60}$$

berechnet werden [116], wobei der erste Term in der Klammer von Sextupolen verursacht wird und der zweite Term aus (2.42) folgt. Die Chromatizität aufgrund der Abhängigkeit der Quadrupolfokussierung von der Energie wird natürliche Chromatizität $\xi_{u,0}$ genannt und kann nach (2.60) mit Sextupolfeldern m(s) verändert werden. Wählt man $\xi = 0$, so kann man verhindern, daß ein Teilchen mit einer Impulsabweichung Δp durch eine Betatronresonanz in der Nähe des Arbeitspunktes verloren geht.

Man wählt jedoch einen leicht positiven Wert von ξ , da sich dadurch die Anwachsrate der Head-Tail-Instabilität [115] reduziert und damit die Grenze der maximalen Intensität pro Bunch erhöht. Die genaue Kenntnis der Chromatizität als Funktion der Sextupolstärke ist außerdem wichtig bei der Optimierung der vertikalen Emittanz ϵ_y des extrahierten Strahls aus ELSA, da ϵ_y stark von ξ_y abhängt [35].

3. Motivation und Anforderungen

In diesem Kapitel wird zunächst der Aufbau der Beschleunigeranlage ELSA und ihre verschiedenen Betriebsmoden beschrieben. Anschließend werden die Experimente an ELSA vorgestellt und die von den Nutzern von ELSA an die Gleichgewichtsbahn gestellten Erfordernisse erläutert. Höhere Anforderungen der Experimente an die Strahlstabilität und insbesondere die Polarisationserhaltung bei der Beschleunigung eines polarisierten Elektronenstrahls erforderten den Aufbau eines neuen Monitorsystems zur Messung der Strahlposition an ELSA und die Modifikation des vorhanden Systems zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn. Ihre Eigenschaften werden am Ende dieses Kapitels basierend auf den Anforderungen der Experimente formuliert.

3.1. Die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA

3.1.1. Allgemeines

Die Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA) besteht aus zwei Linearbeschleunigern mit polarisierten und unpolarisierten Elektronenquellen, dem 1967 in Betrieb gegangenen 2,5 GeV-Elektronensynchrotron [1] als Vorbeschleuniger und dem 1987 fertiggestellten Stretcherring ELSA [50] (Abb. 3.1). Ihre primäre Aufgabe ist es, einen Elektronenstrahl mit möglichst konstantem Strom für Experimente der Mittelener-giephysik zu liefern. Die Energie des extrahierten Stroms kann dabei zwischen 0,5 und 3,5 GeV liegen. Außerdem ist der Betrieb von ELSA als Synchrotronlichtquelle möglich, da der Strahl über mehrere Stunden in ELSA gespeichert werden kann.

Die Beschleunigung der Elektronen erfolgt in aufeinanderfolgenden Stufen. Die Elektronen werden in einer thermischen Elektronenquelle mit einer Energie von 120 keV und einer Pulslänge von 1 µs erzeugt, mit einem Wanderwellen-Linearbeschleuniger (LINAC 1) auf eine Energie von 20 MeV beschleunigt und in das Synchrotron eingeschossen. Alternativ kann der LINAC auch mit einer polarisierten Elektronenquelle [79] betrieben werden. Die polarisierten Elektronen werden dabei mit zirkular polarisiertem Laserlicht an einem GaAs-Kristall erzeugt. Ein zweiter Linearbeschleuniger (LINAC 2) steht zur Verfügung, an den neben einer thermischen Quelle ebenfalls eine polarisierte Elektronenquelle mit einer Einschußenergie von 50 keV angeschlossen ist [48].

Bei dem 2,5 GeV-Elektronensynchrotron handelt es sich um ein Rapid-Cycling-Synchrotron mit einer Wiederholfrequenz von f = 50 Hz. Das Magnetfeld des Synchrotrons durchläuft periodisch eine Sinuskurve

$$B(t) = B_0 + \dot{B}\sin\omega t \quad , \tag{3.1}$$

wobei die Amplitude B ein wenig größer als der konstante Anteil B_0 ist. Nach der Injektion in das Synchrotron bei einer Energie von 20 MeV werden die Elektronen auf der ansteigenden Flanke der Sinuskurve beschleunigt und nach Erreichen der gewünschten Extraktionsenergie über ein bis drei Umläufe aus dem Synchrotron extrahiert und in den Stretcherring injiziert. Die maximale Energie des Synchrotrons ist aus Gründen der Betriebssicherheit des Hauptextraktionsseptums des Synchrotrons auf 1,2 GeV beschränkt.

Der Stretcherring ELSA hat die Aufgabe, die aus dem Synchrotron eingeschossenen Elektronen aufzunehmen und bis zur nächsten Injektion des Synchrotrons gleichmäßig einem Experiment an ELSA



Abbildung 3.1.: Plan der Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA) des Physikalischen Instituts der Universität Bonn.

zuzuführen. Damit wird aus dem gepulsten Strom des Synchrotrons praktisch ein CW^1 -Strom. Zur Quantifizierung der Gleichmäßigkeit des extrahierten Elektronenstroms I(t) über die Zyklusdauer T definiert man die Größe

$$\eta = \frac{\left(\frac{1}{T} \int_0^T I(t) \, \mathrm{d}t\right)^2}{\frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) \, \mathrm{d}t} = \left(\frac{\bar{I}}{I_{\rm rms}}\right)^2 \quad , \tag{3.2}$$

die Tastverhältnis oder Duty Factor genannt wird [16]. Jede zeitliche Änderung des extrahierten Strahls reduziert das Tastverhältnis.

Das Tastverhältnis $\eta = \eta_{\text{mikro}} \eta_{\text{makro}}$ läßt sich als Produkt eines mikroskopischen mit einem makroskopischen Tastverhältnis schreiben. Das makroskopische Tastverhältnis η_{makro} berücksichtigt, daß dem Experiment innerhalb des Beschleunigungszyklus nur während der Extraktionsphase Strahl zur Verfügung steht. Es hängt daher von der Dauer der Injektionsphase, der Länge der Rampphasen und der Länge der Extraktionsphase ab. Stromvariationen während der Extraktionsphase gehen in das sog. mikroskopische Tastverhältnis η_{mikro} ein. Bestimmend ist hierfür die Verteilung der Ladung auf die Buckets, d.h. die Füllstruktur von ELSA [55]. Außerdem besitzt der extrahierte Strahl noch eine 2 ns Zeitstruktur, die von der Bunch-Struktur des Strahls herrührt. Sie kann aber von den Experimenten nicht aufgelöst werden und verringert daher η nicht.

Das Tastverhältnis hat für die Experimente der Mittelenergiephysik an ELSA eine große Bedeutung. Hierbei handelt es sich vorwiegend um Koinzidenzexperimente mit energiemarkierten Bremsstrahlungsphotonen. Da die Rate der zufälligen Koinzidenzen umgekehrt proportional zu η ist, lassen sich diese Experimente erst bei einem hohen Tastverhältnis sinnvoll durchführen. Ansonsten erzwingt die hohe Rate der zufälligen Koinzidenzen eine Reduktion des extrahierten Stroms, was eine untragbar lange Meßzeit zur Folge hat.

3.1.2. Die Betriebsmoden von ELSA

Die Anforderungen an die Strahleigenschaften seitens der Experimente der Mittelenergiephysik sowie der Synchrotronlichtnutzer sind sehr unterschiedlich. Daher gibt es bei ELSA drei speziell an die Experimente angepaßte Betriebsmoden.

Der *Stretchermodus* ist einer der beiden Betriebsmoden für die Experimente der Mittelenergiephysik an ELSA. Die vom Synchrotron beschleunigten Elektronen werden dabei alle 20 ms in den Stretcherring ELSA injiziert und anschließend mit einer langsamen Resonanzextraktion gleichmäßig aus ELSA extrahiert (Abb. 3.2(a)). Die Energie von ELSA bleibt in dieser Betriebsart konstant. Die maximale Energie in diesem Betriebsmodus ist aus den bereits erwähnten Gründen auf 1,2 GeV begrenzt.

Um eine weitgehend homogene Füllung von ELSA und damit ein hohes mikroskopisches Tastverhältnis zu erreichen, wird der Strahl aus dem Synchrotron über drei Umläufe extrahiert. Da bis auf die kurze Injektionsphase ein Strahl mit konstantem Strom extrahiert wird, ist das Tastverhältnis η sehr hoch. Man erreicht Werte bis 60 % bei extrahierten Strömen I_{ext} bis 50 nA.

Neben der Stretcher-Betriebsart mit konstanter Energie ist mit ELSA auch eine Erhöhung der Endenergie bis auf 3,5 GeV möglich. Dieser Betriebsmodus wird *Nachbeschleunigungsmodus* genannt. Hierzu akkumuliert man mehrere Füllungen des Synchrotrons in ELSA und erhöht anschließend die Energie auf die gewünschte Extraktionsenergie (Abb. 3.2(b)). Man wählt im Nachbeschleunigungsmodus eine Extraktion über einen Umlauf aus dem Synchrotron, da dann die Transfereffizienz höher ist.

Auch in diesem Modus wird der Strahl mit einer langsamen Resonanzextraktion extrahiert, wobei die Länge der Extraktionsphase von wenigen Sekunden bis zu einer Minute reichen kann. Anschließend wird die Energie von ELSA wieder auf die Injektionsenergie gefahren und neu injiziert. Die beiden

¹CW: Continuous Wave



(c) Der Speichermodus

bis 4 Std

Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufs von Energie E, internem Strom $I_{\rm b}$, extrahiertem Strom $I_{\rm ext}$ bzw. die Photonenzahl $N_{\rm ph}$ für die drei Betriebsmoden von ELSA: Der Stretchermodus (a) und der Nachbeschleunigungsmodus (b) sind die Betriebsmoden für die Experimente der Mittelenergiephysik; der Speichermodus (c) für die Experimente mit Synchrotronstrahlung.

Rampphasen reduzieren notwendigerweise das makroskopische Tastverhältnis. Dies kann mit einer hohen Rampgeschwindigkeit in akzeptablen Grenzen gehalten werden. Die maximale Rampgeschwindigkeit von ELSA beträgt $\dot{E} = 7,5$ GeV/s [108].

Der *Speichermodus* wird für die Nutzer der Synchrotronstrahlung an ELSA eingestellt. Bei diesem Betriebsmodus wird die bei der Ablenkung der Elektronen in den Dipolmagneten emittierte Synchrotronstrahlung von Experimenten genutzt. Der Speichermodus ist gewissermaßen ein Nachbeschleunigungsmodus ohne Extraktion, bei dem die Zykluszeit im Bereich von einigen Stunden liegt (Abb. 3.2(c)). Je nach gewünschtem Strahlspektrum wird eine Energie von 2,3 GeV oder 2,7 GeV eingestellt. Aus thermischen Gründen² ist zur Zeit der maximale Strom auf 65 mA bei 2,3 GeV und auf 35 mA bei 2,7 GeV limitiert. Wenn der exponentiell abfallende Strom eine untere Schwelle (z.B. 25 mA bei 2,3 GeV) unterschreitet, wird erneut injiziert. Man erreicht zur Zeit in diesem Betriebsmodus Lebensdauern von etwa 6 Stunden bei einer Energie von 2,3 GeV und einem Strom von 25 mA.

3.1.3. Der Aufbau von ELSA

Die verschiedenen Betriebsarten von ELSA erfordern eine variable Einstellung der Magnetoptik. ELSA wurde daher als Separated-Function-Maschine, d.h. mit getrennter Ablenkung und Fokussierung des Strahls konzipiert. Die magnetoptische Struktur von ELSA besteht aus 16 FODO-Zellen (Abb. 3.3). Die

Lichtintensität

ca. 1 min

²ELSA besitzt zur Zeit noch keine komplette Bestückung mit einer wassergekühlten Vakuumkammer. Damit es nicht zu temperaturbedingten Schäden an den noch nicht gekühlten Kammern kommt, wird der Strom in ELSA limitiert.

alternierende Anordnung von fokussierenden (F) bzw. defokussierenden (D) Quadrupolmagneten mit dazwischenliegenden Stücken ohne nennenswerte Feldgradienten (O) führt zu einer Strahlfokussierung in beiden transversalen Richtungen, der sog. "starken Fokussierung" [23].

Der Strahl wird von 24 Dipolmagneten auf einer geschlossenen Bahn mit dem Umfang $C_0 = N_Z L_Z = 164,4 \text{ m}$ gehalten³, wobei $L_Z = 10,275 \text{ m}$ die Länge der idealen Gleichgewichtsbahn in einer FODO-Zelle und $N_Z = 16$ die Anzahl der FODO-Zellen ist. Der Ablenkwinkel eines Dipols beträgt daher $\alpha = 15^{\circ}$. Die Dipolmagnete sind in zwei Bögen so angeordnet, daß sie den Strahl jeweils um 180° ablenken. In den geraden, dispersionsfreien Stücken zwischen den Bögen befinden sich die HF-Resonatoren sowie einige der Injektionselemente. Da die beiden Bögen und die geraden Strecken magnetoptisch identisch aufgebaut sind, beträgt die Superperiodizität von ELSA N = 2.

In Hohlraumresonatoren wird der Energieverlust der Elektronen ausgeglichen, der durch die Abstrahlung von Synchrotronlicht entsteht. Sie befinden sich in einer der beiden geraden Strecken von ELSA. In Verbindung mit der energieabhängigen Umlaufszeit sorgen sie außerdem für die longitudinale Fokussierung des Strahls. Die Arbeitsfrequenz der Resonatoren beträgt $f_{\rm HF} = 500$ MHz und ist ein Vielfaches h = 274 der Umlauffrequenz $f_0 = f_{\rm HF}/h = 1,824$ MHz. Das Hochfrequenzsystem verwendet bei niedrigen Energien einen einzelligen DORIS-Resonator bzw. bei hohen Energien zwei fünfzellige PETRA-Resonatoren. Versorgt werden die Resonatoren von Klystrons mit maximalen Leistungen von 50 kW bzw. 250 kW.

Um die Anregung von Synchro-Betatronresonanzen durch die HF-Resonatoren zu vermeiden, müssen die geraden Stücke dispersionsfrei sein, d.h. es muß $D_u(s) = 0$ gelten. Während dies in der y-Ebene durch den ebenen Aufbau von ELSA gewährleistet ist, erreicht man dies in der x-Ebene näherungsweise durch das Missing Magnet-Prinzip [114], indem man jeweils in den vorletzten FODO-Halbzellen der beiden Bögen den Dipolmagneten wegläßt. Dieses sehr einfache Prinzip der Dispersionsanpassung funktioniert aber nur in einem begrenzten Bereich des horizontalen Arbeitspunktes Q_x .

Zur Korrektor der natürlichen Chromatizität $\xi_{x,0}$ verfügt ELSA über zwei Sextupolfamilien aus je vier in Serie geschalteten Magneten, die in der Nähe der F- bzw. D-Quadrupole in den 180°-Bögen eingebaut wurden. Zusätzlich befinden sich in den dispersionsfreien geraden Stücken vier Extraktionssextupole zur gezielten Anregung der drittelzahligen Resonanz $Q_x = 4\frac{2}{3}$, die zur langsamen Resonanzextraktion verwendet wird [80, 35].

Neben den Hauptmagneten besitzt ELSA 40 kleine Dipolmagnete, die Korrekturmagnete oder kurz Korrektoren genannt werden. Ihre Aufgabe ist die Kompensation von Dipolfeldfehlern, die durch Herstellungsfehler und Justierfehler der magnetischen Elemente entstehen. Etwa die Hälfte von ihnen wirkt auf die horizontale Ebene, die andere Hälfte nur auf die vertikale Ebene. Die Eigenschaften der Korrekturmagnete werden in Kapitel 8 erläutert.

Um die gestörte Gleichgewichtsbahn korrigieren zu können, muß sie zunächst gemessen werden. Insgesamt standen vor Beginn dieser Arbeit 23 Strahlpositionsmonitore zur Messung der Gleichgewichts-





Abbildung 3.3.: Geometrischer Aufbau der FODO-Zelle von ELSA bestehend aus Quadrupolen (QF, QD) und Dipolmagneten (M). Die FODO-Zelle hat eine Gesamtlänge von $L_Z = 10,275$ m. Die angegebenen Magnetlängen sind Eisenlängen.

bahn zur Verfügung. Strahlpositionsmonitore werden üblicherweise als BPMs⁴ bezeichnet. Die BPMs befinden sich in direkter Nähe zu den Quadrupolen (Abb. 3.3) und bestehen aus jeweils vier Elektroden, aus deren Signale man den Schwerpunkt der Ladungsdichteverteilung des Strahls bestimmen kann. Aus den gemessenen Strahlpositionen können dann die notwendigen Ablenkwinkel der Korrektoren berechnet werden.

3.2. Experimente an ELSA

3.2.1. Experimente der Mittelenergiephysik

Die Experimente der Mittelenergiephysik an ELSA untersuchen die Struktur des Nukleons mit Hilfe von elektromagnetischen Sonden [94]. Mit den inzwischen abgebauten Experimentiereinrichtungen SAPHIR, ELAN und PHOENICS wurden Experimente zur Photoproduktion mit energiemarkierten Photonen und elastische und inelastische Elektronenstreuung durchgeführt.

Das zur Zeit an ELSA durchgeführte Gerasimov-Drell-Hearn (GDH)-Experiment [2] überprüft die Gültigkeit der auf fundamentalen physikalischen Prinzipien beruhenden GDH-Summenregel, wodurch man Aufschluß über das Zustandekommen des Nukleonenspins erhält. Sie sagt voraus, daß das anomale magnetische Moment des Nukleons κ in Verbindung mit einem energiegewichteten Integral stehen sollte, welches aus den Differenzen der helizitätsabhängigen Photoabsorptionsquerschnitte $\sigma_{3/2}$ und $\sigma_{1/2}$ zu bilden ist. Die hierzu notwendigen zirkular polarisierten Photonen werden durch Bremsstrahlung von longitudinal polarisierten Elektronen erzeugt und auf ein longitudinal polarisiertes Nukleonentarget geschossen.

Die zweite, zur Zeit in Aufbau befindliche Experimentiereinrichtung ist der Crystal-Barrel-Detektor. Er besteht aus 1380 CsJ-Kristallen und überdeckt einen Raumwinkel von fast 4π . In Kombination mit zusätzlichen Detektoren in Vorwärtsrichtung können spezifische Fragestellungen zur Struktur der Nukleonen untersucht werden. Das Ziel der Experimente mit dem Crystal-Barrel-Detektor ist es, Nukleonenmodelle mit Hilfe von Photo- und Elektroproduktion von Mesonen an Protonen und Neutronen zu testen. Der Schwerpunkt der Messungen wird dabei in der Produktion von neutralen Mesonen in der Nähe der jeweiligen Erzeugungsschwelle liegen. Auch hier soll langfristig mit polarisierten Elektronen bzw. Photonen experimentiert werden.

Sowohl das GDH-Experiment als auch die Experimente mit dem Crystal-Barrel-Detektor benötigen einen longitudinal polarisierten Elektronenstrahl. Die polarisierten Elektronen werden dabei von einer Photoemissionsquelle erzeugt und mit vertikaler Spinrichtung in das Booster-Synchrotron bzw. in ELSA eingeschossen, da in Kreisbeschleunigern nur die vertikale Komponente des Spins erhalten bleibt. Nach der Extraktion des Strahls wird der Elektronenspin mit Hilfe eines supraleitenden Solenoids und Dipolmagneten in die longitudinale Richtung gedreht.

3.2.2. Synchrotronlichtexperimente

Der zweite Schwerpunkt der Experimente an ELSA liegt im Bereich der Strukturaufklärung der Materie mit Synchrotronstrahlung. Hierzu werden Röntgenabsorptionsspektren chemischer Verbindungen im Bereich einer Absorptionskante durchgeführt, um aus der Feinstruktur des Spektrums (XANES⁵, EX-AFS⁶) detaillierte Informationen über die Struktur in deren atomaren Nähe zu erhalten. Zeitaufgelöste Messungen erlauben es, Strukturveränderungen während chemischer Reaktionen zu studieren [101]. Andere Experimente nutzen die Röntenfluoreszenzspektroskopie (XFS) für ihre Messungen aus [88]. Alle Experimente profitieren von einem höheren Photonenfluß, der proportional zum internen Strom in ELSA

⁴BPM: **B**eam **P**osition **M**onitor

⁵XANES: X-Ray Absorption Near Edge Structure

⁶EXAFS: Extended X-Ray Absorption Fine Structure

ist. Die Lebensdauer des Strahls sollte möglichst hoch sein, um die hohe Brillanz des Photonenstrahls über eine lange Zeit zu erhalten.

Viele der Experimente benötigen monochromatische Röntgenstrahlung. Sie wird bei ELSA mit Doppelkristall-Monochromatoren erzeugt, die aus zwei parallel angeordneten Kristallen bestehen, bei denen die Bragg-Reflektionsbedingung zur Monochromatisierung ausgenutzt wird. Ihre Energieauflösung $\Delta E/E$ wird von der Winkeldivergenz $\sigma_{ph'}$ des Röntgenstrahls beschränkt. Um $\sigma_{ph'}$ zu reduzieren, wird ein Teil des Strahls in vertikaler Richtung mit Blenden entfernt. Damit ist eine Reduzierung des Photonenflusses verbunden. Verringert man die vertikale Emittanz, so reduzieren sich die Divergenz und Ausdehnung des Photonenstrahls in der vertikalen Ebene. Damit erhöht sich die Anzahl der Photonen bei gleicher Kollimatoreinstellung.

An zwei Strahlrohren führt das Forschungszentrum Karlsruhe Röntgentiefenlithographie durch. Die Röntgentiefenlithographie ist einer der drei Schritte des LIGA⁷-Verfahrens, welches zur Produktion von hochpräzisen, dreidimensionalen Mikrostrukturen in großen Stückzahlen eingesetzt wird. Beim LIGA-Verfahren wird ein strahlungsempfindliches Polymer mit Röntgenstrahlung durch eine Maske hindurch belichtet und die belichteten Stellen anschließend chemisch herausgelöst. Dann werden die unbelichteten Strukturen galvanisiert. Diese können entweder bereits das fertige Produkt darstellen oder zur Abformung verwendet werden. Strukturen mit Höhen bis zu 1 mm sind mit einer lateralen Genauigkeit von weniger als einem Mikrometer herstellbar.

Aufgrund der geringen vertikalen Ausdehnung der Synchrotronstrahlung werden Maske und Substrat in vertikaler Richtung durch den Strahl bewegt, um eine gleichmäßige Dosisverteilung zu erhalten. Während der Belichtung darf sich die Position und insbesondere der Winkel des Elektronenstrahls nicht ändern, da dies die Kantengenauigkeit der erzeugten Strukturen verschlechtert. Wichtig ist außerdem, daß die Strahlposition von Strahlzeit zu Strahlzeit konstant bleibt, da dies eine Neujustierung der Apparatur zur Folge hätte.

3.3. Anforderungen an die Gleichgewichtsbahn

3.3.1. Verbesserung der Strahlqualität

Die Korrektur der Gleichgewichtsbahn ist eine notwendige Voraussetzung, um den Experimenten der Mittelenergiephysik als auch den Nutzern der Synchrotronstrahlung an ELSA Elektronen- bzw. Photonenstrahlen mit optimalen Strahleigenschaften zur Verfügung zu stellen. Die mit einer korrigierten Gleichgewichtsbahn verbundenen Verbesserungen sollen nun genauer erläutert werden.

Aperturlimitierungen

Dem in ELSA umlaufenden Strahl steht nur ein begrenzter Platz in der Vakuumkammer zur Verfügung. Die maximal mögliche Emittanz eines Beschleunigers wird dabei Akzeptanz genannt. Sie ist als

$$A = \min\left\{\frac{d^2(s)}{\beta(s)} : 0 \le s \le \mathcal{C}\right\}$$
(3.3)

definiert [116], wobei d die physikalische Apertur der Vakuumkammer und $\beta(s)$ die Betafunktion ist. Der Abstand der Vakuumkammerwand zur Gleichgewichtsbahn sollte dabei

$$d_u \ge 6.5 \,\sigma_u \tag{3.4}$$

betragen [10], wobei σ_u die Strahlbreite ist. Andernfalls wird die Lebensdauer durch die Quantenlebensdauer

$$\tau_{q} = \frac{\tau_{u}}{2} \frac{\exp\left(\xi^{2}\right)}{\xi^{2}} \tag{3.5}$$

⁷LIGA: Lithographie, Galvanoformung, Abformung

bestimmt, wobei τ_u die Dämpfungszeit und $\xi = d_u/(\sqrt{2}\sigma_u)$ ist [10].

Bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn verringert sich die Distanz d zwischen Strahl und Kammerwand und kann sowohl die Injektionseffizienz als auch die Lebensdauer des gespeicherten Strahls reduzieren. Zur besseren Ausnutzung der Apertur sollte die Gleichgewichtsbahn korrigiert sein.

Im Speichermodus definiert der Septummagnet MSE23 mit $d_x = 16,5$ mm die horizontale Akzeptanz⁸, der zur Extraktion der Elektronen aus ELSA verwendet wird. Bei einer Energie von 2,3 GeV und einem Arbeitspunkt von $Q_x \approx 4,6$ beträgt die Strahlbreite am Septum $\sigma_x \approx 1,4$ mm. Berücksichtigt man, daß die unkorrigierte Gleichgewichtsbahn Werte bis ± 10 mm annehmen kann, so reduziert sich d_x im schlimmsten Fall auf 6,5 mm, so daß $d_x/\sigma_x = 4,6$ beträgt. Bedenkt man außerdem, daß die Strahlbreite σ_u linear mit der Energie E skaliert, so ist bei hohen Energien und unkorrigierter Gleichgewichtsbahn mit einer Reduzierung der Lebensdauer durch die Quantenlebensdauer τ_q zu rechnen.

In der vertikalen Ebene sind die Verhältnisse weniger kritisch. Die drei Injektionskickermagnete von ELSA legen die vertikale Akzeptanz A_y fest, da $|d_y| = 15$ mm über eine Länge von 2×30 cm beträgt [28]. Nimmt man eine Kopplung von $\kappa = 10$ % an, so beträgt die vertikale Strahlausdehnung an den Kickermagneten $\sigma_y \approx 0.59$ mm bei 2,3 GeV. Im schlimmsten Fall ist daher $d_y/\sigma_y = 6.25$, was für eine hinreichend lange Quantenlebensdauer ausreicht.

Die geringe horizontale Akzeptanz A_x von ELSA führt bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn außerdem zu Problemen bei der Injektion. Dies liegt daran, daß der Strahl in den horizontalen Phasenraum injiziert wird und nach der Injektion Betatronschwingungen mit großen Amplituden durchführt. Nach der Dämpfungszeit τ_x ist die Amplitude der Oszillationen auf 1/e des Anfangswertes abgefallen, wobei bei 1,2 GeV die Dämpfungszeit $\tau_x \approx 100$ ms beträgt. Der neu injizierte Strahl hat daher eine sehr viel größere horizontale Emittanz als die natürliche Emittanz ϵ_0 des gespeicherten Strahls. Damit die Injektionseffizienz nicht reduziert wird, sollte die Gleichgewichtsbahn gut korrigiert sein.

Höherer Multipolfelder

Die Strahleigenschaften und die Reproduzierbarkeit der Einstellung eines Kreisbeschleunigers werden stark von Multipolfeldern beeinflußt. Auch hier spielt die Gleichgewichtsbahn eine wichtige Rolle: Läuft der Strahl nicht durch das magnetische Zentrum eines Multipolmagneten, so wirken auf den Strahl zusätzliche Multipolfelder ein. Bei einem Multipol mit 2n Polen sind dies Multipolfelder bis zur Ordnung n - 1. Dieses Phänomen wird daher auch Feed-Down-Effekt genannt [70]. Bei ELSA sind Multipolmagnete bis zur Ordnung n = 3 vorhanden.

Nimmt man an, daß die Strahlposition im Quadrupol $u = u_{\beta} + u_{co}$ beträgt, so wirkt auf den Strahl neben dem Quadrupolfeld mit dem Gradienten $g = dB_x/dy$ ein zusätzliches Dipolfeld:

$$\vec{B} = g\begin{pmatrix} y\\ x \end{pmatrix} = \underbrace{g\begin{pmatrix} y_{\beta}\\ x_{\beta} \end{pmatrix}}_{\vec{B}_{\text{Quad}}} + \underbrace{g\begin{pmatrix} y_{\text{co}}\\ x_{\text{co}} \end{pmatrix}}_{\vec{B}_{\text{Dip}}} \quad .$$
(3.6)

Dies muß vermieden werden, da die horizontale Magnetfeldkomponente $B_x = gy_{co}$ den Strahl während der Beschleunigungsphase depolarisieren kann (Abschnitt 3.3.2). Da das Dipolfeld \vec{B}_{Dip} vom Gradienten g abhängt, ändert sich außerdem die Gleichgewichtsbahn bei einer Optikänderung. Damit verschiebt sich auch die Position und der Winkel des Elektronenstrahls an den Quellpunkten der Synchrotronstrahlung und am Extraktionspunkt aus ELSA.

Bei Sextupolmagneten wirken auf den Strahls bei nicht korrigierter Gleichgewichtsbahn die Zusatz-

⁸Beim Stretcher- und Nachbeschleunigungsmodus begrenzt der an den Strahl herangefahrene Septummagnet MSE22 notwendigerweise die horizontale Apertur. Er wird im Speichermodus aus der Strahlnähe gefahren.

felder

$$\vec{B} = g' \begin{pmatrix} xy \\ \frac{1}{2}(x^2 - y^2) \end{pmatrix} = \underbrace{g' \begin{pmatrix} x_{\beta}y_{\beta} \\ \frac{1}{2}(x_{\beta}^2 - y_{\beta}^2) \end{pmatrix}}_{\vec{B}_{\text{Sext}}} + \underbrace{g' \begin{pmatrix} x_{\text{co}}y_{\text{co}} \\ \frac{1}{2}(x_{\text{co}}^2 - y_{\text{co}}^2) \end{pmatrix}}_{\vec{B}_{\text{Dip}}} + \underbrace{g'x_{\text{co}}\begin{pmatrix} y_{\beta} \\ x_{\beta} \end{pmatrix}}_{\vec{B}_{\text{Quad}}} + \underbrace{g'y_{\text{co}}\begin{pmatrix} x_{\beta} \\ -y_{\beta} \end{pmatrix}}_{\vec{B}_{\text{Skew-Quad}}} ,$$

$$(3.7)$$

d.h. zusätzlich zum Sextupolfeld ein Dipolfeld \vec{B}_{Dip} in beiden Ebenen, ein Quadrupolfeld mit dem effektiven Gradienten $g_{\text{eff}} = g' x_{\text{co}}$ und ein Skew-Quadrupolfeld⁹ mit dem effektiven Skew-Gradienten $\underline{g}_{\text{eff}} = g' y_{\text{co}}$.

Das zusätzlich auf den Strahl wirkende Quadrupolfeld \vec{B}_{Quad} verschiebt den Arbeitspunkt um ΔQ und ändert die Betafunktion um $\Delta \beta(s)$ (s. Abschnitt 2.3). Damit ändern sich die Strahlbreiten an den Synchrotronlicht-Quellpunkten und am Extraktionspunkt aus ELSA (s. Abschnitt 11.2). Die zusätzlichen Gradientenfehler heben die Superperiodizität N = 2 von ELSA auf und regen nach Abschnitt 2.5 zusätzliche Betatronresonanzen an, an denen der Strahl verloren gehen kann. Das Skew-Quadrupolfeld $\vec{B}_{Skew-Quad}$ erhöht die Kopplung $\kappa = \epsilon_y/\epsilon_x$ und vergrößert daher die vertikale Strahlbreite. Dies verringert die Brillanz des Photonenstrahls und erhöht die Stärke einer der beiden Klassen von depolarisierenden Resonanzen.

Da die Gleichgewichtsbahn in ELSA durch das unterschiedliche Sättigungsverhalten der Magnete eine Funktion der Energie E ist, lassen sich Maschineneinstellungen nicht mit der Energie skalieren. Bei korrigierter Gleichgewichtsbahn sind diese Effekte deutlich geringer.

3.3.2. Polarisierte Elektronen

Spinbewegung in magnetischen Feldern

Die Experimente der Mittelenergiephysik an ELSA benötigen für ihre Doppelpolarisationsmessungen einen longitudinal polarisierten Elektronenstrahl. Der polarisierte Elektronenstrahl wird von einer Photoemissionsquelle erzeugt [79, 107, 48] und mit paralleler Orientierung des Spinvektors \vec{S} zum vertikal gerichteten Führungsfeld $\vec{B} = B_y \vec{e}_y$ in das Synchrotron eingeschossen. Nach der Vorbeschleunigung werden sie mit dieser Orientierung von \vec{S} in den Stretcherring ELSA injiziert. Der Spin \vec{S} der aus ELSA extrahierten Elektronen wird mit Hilfe eines supraleitenden Solenoids und Dipolmagneten in die longitudinale Richtung gedreht.

In Kreisbeschleunigern kommt es bei bestimmten Energien zur Depolarisation des Strahls, wenn nicht geeignete Korrekturmaßnahmen ergriffen werden. Die Ursache liegt in der Wechselwirkung des Elektronenspins \vec{S} mit periodisch wirkenden, horizontal gerichteten Magnetfeldern. Die Spinbewegung im Magnetfeld \vec{B} wird durch die Thomas-BMT-Gleichung [6]

$$\frac{\mathrm{d}\vec{S}}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{\gamma m_{\mathrm{e}}} \left\{ (1+\gamma a)\vec{B}_{\perp} + (1+a)\vec{B}_{\parallel} \right\} \times \vec{S}$$
(3.8)

beschrieben, wobei \vec{B}_{\parallel} bzw. \vec{B}_{\perp} die Magnetfeldkomponenten parallel bzw. orthogonal zum Teilchenimpuls sind, $\gamma = E/m_{\rm e}c^2$ der Lorentz-Faktor und $a = (g-2)/g = 1,15965 \cdot 10^{-3}$ die gyromagnetische Anomalie des Elektrons ist, die die Abweichung des g-Faktors von g = 2 eines punktartigen Fermions in der Dirac-Theorie ist. Ist der Spinvektor \vec{S} nicht parallel zu \vec{B} gerichtet, so präzediert \vec{S} im Ruhesystem des Teilchens mit

$$Q_{\rm sp} = \gamma a \tag{3.9}$$

⁹Bei Skew-Quadrupolen handelt es sich um Quadrupolmagnete, die um 45° gedreht sind.

Drehungen pro Umlauf um das vertikal gerichtete Dipolfeld \vec{B} . Diese energieabhängige Größe wird Spinarbeitspunkt genannt. Da der Strahl eine Energiebreite $\sigma_{\delta} \neq 0$ besitzt, bleibt nur die vertikale Komponente der Polarisation des Strahls erhalten; alle anderen Komponenten gehen nach kurzer Zeit irreversibel verloren.

Während der Beschleunigungsphase kann es bei bestimmten Energien zu einer Depolarisation des Strahls kommen, wenn die energieabhängige Präzessionsfrequenz des Spinvektors mit der Frequenz einer horizontalen oszillatorischen Feldkomponente übereinstimmt, d.h.

$$Q_{\rm sp} = Q_{\rm r} \quad \text{mit} \tag{3.10}$$

$$Q_{\mathbf{r}} \equiv n + lN + l_x Q_x + l_y Q_y + l_s Q_s \tag{3.11}$$

gilt. Hierbei sind Q_x und Q_y die Betatronarbeitspunkte, Q_s der Arbeitspunkt der longitudinalen Schwingungen, N die Superperiodizität des Kreisbeschleunigers und $n, l, l_x, l_y, l_s \in \mathbb{Z}$.

Jede Resonanz läßt sich durch eine komplexe Resonanzstärke ε_r charakterisieren, die

$$\varepsilon_{\mathbf{r}} = \frac{1}{2\pi} \oint \left\{ (1+a) \frac{B_{\parallel}}{B\rho} + (1+\gamma a) \frac{B_{\perp}}{B\rho} \right\} e^{i Q_{\mathbf{r}} \Theta} \,\mathrm{d}\Theta \tag{3.12}$$

beträgt [22]. Sie ist im wesentlichen die Amplitude der Fourier-Transformation der störenden radialen bzw. longitudinalen Magnetfeldkomponenten $B_{\perp}(\Theta)$ und $B_{\parallel}(\Theta)$, wobei

$$\Theta(s) = \int_0^s \frac{\mathrm{d}\sigma}{\rho(\sigma)} \tag{3.13}$$

der Drehwinkel der idealen Gleichgewichtsbahn ist, der sich nur in den Dipolmagneten ändert. Die berechneten und bisher gemessene Resonanzstärken von ELSA zeigt Abb. 3.4.

Die Polarisation nach dem Kreuzen einer Resonanz hängt von ihrer Stärke ε_r sowie der Kreuzungsgeschwindigkeit $\alpha = (\dot{\gamma}a \pm \dot{Q}_y)/\omega_0$ ab, wobei $\omega_0 = 2\pi/T_0$ die Umlauffrequenz ist. Die Polarisation P_f nach dem Kreuzen einer isolierten Resonanz läßt sich mit Hilfe der Froissart-Stora-Formel [32]



$$\frac{P_{\rm f}}{P_{\rm i}} = 2\exp\left(-\frac{\pi|\varepsilon_{\rm r}|^2}{2\alpha}\right) - 1 \tag{3.14}$$

Abbildung 3.4.: Resonanzstärke $|\varepsilon_r|$ der intrinsischen und Imperfektionsresonanzen in ELSA (aus [49]). Die theoretischen Stärken der Imperfektionsresonanzen basieren auf der Messung der unkorrigierten Gleichgewichtsbahn mit dem neuen Monitorsystem [100]. Zusätzlich sind die bisher gemessenen Resonanzstärken eingetragen.

berechnen¹⁰, wobei P_i die Anfangspolarisation ist. Nach (3.14) kann zur Minimierung der Depolarisation entweder $|\varepsilon_r|/\sqrt{\alpha}$ verringert werden, so daß der Spin erhalten bleibt, oder $|\varepsilon_r|/\sqrt{\alpha}$ künstlich so stark erhöht werden, so daß es zu einer Umkehr der Spinrichtung kommt (adiabatischer Spin-Flip).

Messungen und Rechnungen zeigen allerdings, daß die bei Protonenbeschleunigern häufig verwendete Methode des adiabatischen Spin-Flips bei Elektronenmaschinen nicht anwendbar ist, da die mit der Energie immer stärker werdenden Effekte der Synchrotronschwingungen und Synchrotronstrahlung nicht zu einer vollständigen Spinumkehr führen [100]. Daher bleibt zur Polarisationserhaltung in ELSA nur die Reduzierung der Resonanzstärke bzw. die Erhöhung der Kreuzungsgeschwindigkeit übrig.

Klassifizierung der Resonanzen

Depolarisierende Resonanzen werden nach (3.12) von horizontalen oder longitudinalen Störmagnetfeldern hervorgerufen. Da in ELSA keine Solenoidmagnete eingebaut sind, ist $B_{\parallel} = 0$. Zwei Arten von depolarisierenden Resonanzen sind besonders stark:

- Die vertikale Gleichgewichtsbahnstörung y_{co}(s) führt bei Q_{sp} = n mit n ∈ Z zu den Imperfektionsresonanzen. Da ihre Stärke |ε_{imp}| proportional zu y_{rms} ist, kann die Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahn die Stärke aller Imperfektionsresonanzen reduzieren. Eine fast vollständige Polarisationserhaltung beim Passieren einer Imperfektionsresonanz läßt sich erzielen, wenn zum Zeitpunkt der Kreuzung die Amplitude und Phase dieser Resonanz mit horizontalen Magnetfeldern nach (3.12) korrigiert wird. Diese Methode wird ebenfalls harmonische Korrektur genannt [100].
- Die vertikalen Betatronoszillationen $y_{\beta}(s)$ der Elektronen eines fehlerlosen Beschleunigers erzeugen die *intrinsischen Resonanzen*, die durch die Bedingung $Q_{sp} = lN \pm Q_y$ mit $l \in \mathbb{Z}$ charakterisiert werden. Ihre Stärke $|\varepsilon_{int}|$ wird von der Wurzel der vertikalen Emittanz $\sqrt{\epsilon_y}$ bestimmt und hängt daher von den Arbeitspunkten Q_u und der Kopplung κ ab. Die Depolarisation kann mit einem schnellen Arbeitspunktsprung sowie einer hohen Rampgeschwindigkeit zum Zeitpunkt der Resonanzkreuzung vermieden werden [100, 49].

Neben diesen beiden Resonanztypen gibt es noch eine Reihe von schwächeren Resonanzen. So führen Gradientenfehler der magnetischen Elemente zur Aufhebung der Superperiodizität N = 2 von ELSA. Es sind daher Resonanzen bei $Q_{sp} = l \pm Q_y$ zu erwarten. Die Stärke dieser *Gradientenfehlerresonanzen* ist aber erfahrungsgemäß sehr viel schwächer als die der intrinsischen Resonanzen. Aus der Messung der Betafunktion kann abgeleitet werden, wie stark die Gradientenfehler Δk bei ELSA sind (Abschnitt 11.2). In Kapitel 12 werden die Gradientenfehler der Quadrupole durch Analyse der Orbit-Response-Matrix bestimmt.

Compton-Polarimeter

Der Nachweis der Polarisation erfolgt zur Zeit mit einem in der GDH-Strahlführung installierten Møller-Polarimeter. Zur schnellen Messung der Polarisation ist ein Compton-Polarimeter in ELSA in Aufbau, welches die Polarisation über die Asymmetrie der Streuung von zirkular polarisiertem Laserlicht an den polarisierten Elektronen mißt [25]. Zur Kalibration wird die Selbstpolarisation des Elektronenstrahls aufgrund des Sokolov-Ternov-Effekts ausgenutzt werden. Aus der Messung der Zeitkonstante des Polarisationsaufbaus ist die Bestimmung des asymptotischen Grenzwertes möglich, der ohne depolarisierende Einflüsse bei idealer Maschine bei $P_{\infty} = 92,4$ % liegt. Wie Simulationen gezeigt haben, ist mit einer ausreichend hohen Polarisation nur bei einer hinreichend gut korrigierten vertikalen Gleichgewichtsbahn zu rechnen [100].

¹⁰Die Froissart-Stora-Formel gilt in dieser Form allerdings nur f
ür ein einzelnes Elektron, welches keine longitudinale Schwingungen durchf
ührt und keine Photonen abstrahlt. Die Formel kann bei ELSA daher nur bei niedrigen Energien und kleiner Resonanzst
ärke angewendet werden [100].

Rechnungen zeigen, daß die Verschiebung des Profilschwerpunktes der rückgestreuten Photonen bei Invertierung der Polarisation des Photonenstrahls nur etwa 70 µm beträgt, wobei eine Polarisation von 100 % bei beiden Strahlen angenommen wurde [25]. Da die Entfernung zwischen Wechselwirkungspunkt und Detektor rund 15 m beträgt (vgl. Abb. 3.1), muß die Position und insbesondere der Winkel des Photonen- und Elektronenstrahls sehr stabil sein. Es kann daher notwendig sein, die Position des Elektronenstrahls am Wechselwirkungspunkt mit einer Regelung zu stabilisieren.

Folgerungen für die Korrektur der Gleichgewichtsbahn

Der Messung und Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahnstörung $y_{co}(s)$ kommt eine große Bedeutung zu, da sich damit die Stärke der Imperfektionsresonanzen reduzieren läßt. Gelingt dies in ausreichendem Maße, so bleibt die Polarisation erhalten und die zeitaufwendige harmonische Korrektur dieser Resonanzen ist nicht mehr notwendig. Ein weiterer Vorteil einer präzisen Messung von $y_{co}(s)$ ist es, daß daraus die Resonanzstärke ε_{imp} sowie die zur Korrektur notwendigen Ablenkwinkel der Korrekturmagnete berechnet werden können [100]. Dieses Verfahren wird deterministische harmonische Korrektur genannt.

Sinnvoll ist außerdem die Lokalisierung und Korrektur der Feld- und Justierfehler der magnetischen Elemente, die die gestörte Gleichgewichtsbahn in der vertikalen Ebene verursachen. Zum einen reduziert sich damit der technische Aufwand für die Harmonischenkorrektur erheblich. Zum anderen können die Korrekturmagnete nur in der Nähe der fehlerbehafteten Elemente eingebaut werden, so daß eine vollständige Korrektur nicht möglich ist. Der erste Schritt sollte daher sein, die Fehler durch Neujustierung o.ä. Maßnahmen zu beheben. Die Lokalisierung der für die Gleichgewichtsbahn relevanten Feldfehler und ihre Korrektur wird in Kapitel 9 behandelt.

Eine gut korrigierte Gleichgewichtsbahn in beiden Ebenen wirkt sich indirekt auch auf die intrinsischen Resonanzen aus, da sich die Kopplung bzw. die Gradientenfehler in ELSA reduzieren lassen, wenn der Strahl die Sextupole mittig passiert. Wie später erläutert wird, ist dies bei ELSA besonders wichtig, da neben den regulären Sextupolen zur Korrektur der Chromatizität auch noch permanente Sextupolfelder vorhanden sind (s. Abschnitt 11.4).

Die Beschleunigung von polarisierten Elektronen führt zu neuen Anforderungen an das Monitorsystem und das Korrektursystem. Aufgrund von geringen Transfereffizienzen erreicht der Strom in ELSA auch bei Akkumulation von mehreren Injektionen höchstens einige Milliampere. Wichtig ist, daß die horizontale und vertikale Gleichgewichtsbahn bis zur maximalen Energie von ELSA gut korrigiert werden kann und der Strahl die magnetischen Quadrupolzentren passiert. Die Messung und Korrektur der Gleichgewichtsbahn während der kurzen Beschleunigungsphase erfordert außerdem eine große Bandbreite des Monitorsystems und des Korrektorsystems.

3.3.3. Anforderungen im Speichermodus

Bei der Ablenkung der Elektronen in den Dipolmagneten wird Synchrotronstrahlung emittiert, die von den Experimenten an ELSA genutzt wird. Sie besitzt eine hohe Intensität, ein kontinuierliches Spektrum vom Infraroten bis in den Röntgenbereich, ist polarisiert und stark in Vorwärtsrichtung gebündelt. In der horizontalen Ebene wird das Synchrotronlicht über den Ablenkwinkel des Dipolmagneten von $\alpha = 15^{\circ}$ aufgefächert.

Die Standardabweichung des vertikalen Öffnungswinkels des abgestrahlten Synchrotronlichts ist von der Energie der Photonen $E_{\gamma} = \hbar \omega$ sowie der Energie des Beschleunigers abhängig und beträgt für Frequenzen im Bereich von 0,01 $\omega_c < \omega < 5 \omega_c$ näherungsweise [10]

$$\sigma_{\rm sr'} \approx \frac{0.570}{\gamma} \left(\frac{\omega}{\omega_{\rm c}}\right)^{-0.43} [\rm rad] \quad ,$$
 (3.15)
wobei $\omega_c = \frac{3c\gamma^3}{2\rho}$ kritische Frequenz genannt wird. Sie teilt das Frequenzspektrum der Synchrotronstrahlung in einen oberen und einen unteren Teil mit gleicher Strahlungsleistung auf. Bei einer Energie von 2,3 GeV beträgt bei ELSA die kritische Photonenenergie $\epsilon_c = \hbar\omega_c = 2,481 \text{ keV}$ und bei 2,7 GeV ist $\epsilon_c = 4,013 \text{ keV}$, wobei $\rho = 11,013$ m angenommen wurde¹¹. Im Bereich der kritischen Photonenenergie beträgt der vertikale Öffnungswinkel bei 2,3 GeV daher $\sigma_{sr'} \approx 0,12$ mrad.

Die effektive vertikale Breite σ_{sr} wird von der Fraunhofer-Diffraktion bestimmt und hängt von der Wellenlänge λ und der Quellenlänge L im Dipol ab. Für die Breite gilt [114]

$$\sigma_{\rm sr} = \frac{\sqrt{\lambda L}}{2\pi} \quad , \tag{3.16}$$

wobei gaußförmige Verteilungen angenommen wurden. Im Wellenlängenbereich der Synchrotronlichtexperimente von ELSA kann σ_{sr} vernachlässigt angenommen werden, da L nur einige Millimeter beträgt.

Fluß und Brillanz

Die Experimente mit Synchrotronstrahlung sind primär an einer möglichst hohen Photonenzahl $N_{\rm ph}$ pro Zeitintervall mit einer bestimmten Energie interessiert, da sich die Meßdauer bei gleichem Meßfehler verringert. Aufgrund der Abhängigkeit $N_{\rm ph} \propto I_{\rm b}$ sollte daher der Strahlstrom $I_{\rm b}$ in ELSA so hoch wie möglich sein. Als stromunabhängiges Maß für die Photonenzahl kann bei einem Kreisbeschleuniger der auf den Strahlstrom $I_{\rm b}$ normierte spektrale Fluß¹² [116]

$$F = \frac{\mathrm{d}^2 N_{\mathrm{ph}}}{\mathrm{d}t \,\mathrm{d}\omega/\omega \,I_{\mathrm{b}}} \tag{3.17}$$

verwendet werden. Bei geeigneter Wahl der Elektronenenergie E kann die Zahl der Photonen im interessierenden Energiebereich der Synchrotronstrahlung optimiert werden (Abb. 3.5).

Bei einigen Experimenten sollte der Photonenstrahl – zusätzlich zur hohen Intensität – eine möglichst geringe Divergenz in der vertikalen Ebene besitzen, da sich ansonsten die Energieauflösung der Röntgenmonochromatoren verschlechtert. Einige Experimente fokussieren zudem das Synchrotronlicht auf die zu untersuchende Probe, so daß auch eine kleine Strahlbreite wichtig ist (siehe z.B. [101]). Da ELSA nicht über Wiggler oder Undulatoren verfügt und nur das in Ablenkmagneten erzeugte Synchrotronlicht verwendet, ist nur die vertikale Ebene wichtig. In der horizontalen Ebene wird die Breite und Divergenz des Photonenstrahls mit Blenden reduziert. Eine Maß für die Strahlqualität wird die spektrale Brillanz verwendet, die als

$$B = \frac{F}{4\pi^2 \,\sigma_x \,\sigma_y \,\sigma_{x'} \,\sigma_{y'}} \propto \frac{1}{\epsilon_x \epsilon_y} \tag{3.18}$$

definiert ist [116], wobei gaußförmige Verteilungsfunktionen angenommen wurden. Das Produkt der Strahlbreiten und -divergenzen $\sigma_x \sigma_y \sigma_{x'} \sigma_{y'}$ ist im Fall von $\alpha_u = D_u = D'_u = 0$ proportional zu $\epsilon_x \epsilon_y = \kappa \epsilon_0^2$ und daher proportional zur natürlichen Emittanz ϵ_0 und der Kopplung κ . Für eine große spektrale Brillanz sollte also die horizontale und vertikale Emittanz möglichst klein sein.

Strahlstabilität

Mit kleiner werdenden Strahlbreiten wachsen die Anforderungen an die Positions- und Winkelstabilität der Quellpunkte der Synchrotronstrahlung. Dies liegt daran, daß sich bei geringen Strahlquerschnitten Strahloszillationen besonders stark bemerkbar machen, die vorher bei der großen Breite des Strahls keinen starken Einfluß hatten. Üblicherweise wird gefordert, daß die Positions- und Winkelschwankungen

¹¹Zur Berechnung des Krümmungsradius siehe Anhang B.

¹²Die Definitionen von Fluß und Brillanz sind in der Literatur nicht einheitlich (s. z.B. [116] oder [10]). Sehr häufig werden radiometrische Strahlungsgrößen verwendet.



Abbildung 3.5.: Spektraler winkelabhängiger Fluß der Dipolmagnete von ELSA in der Bahnebene als Funktion der Photonenenergie E_{γ} für drei typische Energien und Ströme im Speichermodus.

des Elektronenstrahls kleiner als 10 % der jeweiligen Strahlbreite sein sollen [10]. Bei einer mittleren Strahlausdehnung von $\bar{\sigma}_x \approx 2 \text{ mm}$ bzw. $\bar{\sigma}_y \approx 0.35 \text{ mm}$ sollten daher die Schwankungen in der x-Ebene kleiner als 200 µm in der y-Ebene kleiner als 35 µm sein. Da bei ELSA nur das Synchrotonlicht aus Ablenkmagneten verwendet wird, sind die Schwankungen in vertikaler Richtung besonders wichtig.

Für einen unfokussierten Photonenstrahl beträgt die vertikale Strahlbreite und -divergenz im Abstand L vom Quellpunkt [47]

$$\sigma_{\rm ph}(L) = \sqrt{\sigma_y^2 + (L\sigma_{\rm ph'})^2} \quad \text{und}$$
(3.19a)

$$\sigma_{\rm ph'} = \sqrt{\sigma_{y'}^2 + \sigma_{\rm sr'}^2} \qquad , \tag{3.19b}$$

wobei σ_y die in (2.48) diskutierte vertikale Breite des Elektronenstrahls ist (Abb. 3.6).

Nimmt man an, daß eine Störung die vertikale Position des Elektronenstrahls am Quellpunkt um Δy_b verschiebt und den Winkel um $\Delta y'_b$ ändert, so ergibt sich im Abstand L vom Quellpunkt eine Orts- und Winkeländerung des Photonenstrahls von

$$\Delta y_{\rm ph}(L) = \Delta y_{\rm b} + L \Delta y'_{\rm b} \quad \text{und} \tag{3.20}$$

$$\Delta y'_{\rm ph}(L) = \Delta y'_{\rm b} \quad . \tag{3.21}$$



Abbildung 3.6.: Elektronen- und Photonenellipse im vertikalen Phasenraum am Quellpunkt.

Bei ELSA beträgt der Abstand der Experimente zum Quellpunkt $L \approx 15$ m. Daher ist die Winkelstabilität des Strahls am Quellpunkt sehr viel wichtiger als die Stabilität der Position.

Als Beispiel für die Verhältnisse bei ELSA soll die Breite des Photonenstrahls am Quellpunkt des Strahlrohrs BN1 im Bereich der kritischen Frequenz ω_c berechnet werden. Bei einer Energie von 2,3 GeV beträgt nach (3.15) die vertikale Breite $\sigma_{\rm sr'} \approx 0.5/\gamma = 0.11$ mrad. Bei den Arbeitspunkten im Speichermodus von ELSA beträgt die natürliche Emittanz $\epsilon_0 = 354\pi$ nm·rad und bei einer Kopplung von $\kappa \approx 5\%$ ist daher $\epsilon_x = 337\pi$ nm·rad und $\epsilon_y = 17\pi$ nm·rad. Mit den optischen Funktionen am Quellpunkt ist $\sigma_y = 0.483$ mm und $\sigma_{y'} = 0.096$ mrad. Somit beträgt nach (3.19) am Experiment im Abstand von L = 15 m die Divergenz des Photonenstrahls $\sigma_{\rm ph'}(L) = 0.147$ mrad und die Breite $\sigma_{\rm ph}(L) = 2.26$ mm.

Daher stammt der größte Beitrag zur vertikalen Breite des Photonenstrahls am Experiment σ_{ph} für Photonenenergien kleiner als ϵ_c von der natürlichen $1/\gamma$ -Breite des Photonenstrahls. Im Bereich dieser Energien reduziert die Verringerung der vertikalen Emittanz des Elektronenstrahls die Breite σ_{ph} am Experiment nur wenig. Bei Photonenenergien sehr viel größer als ϵ_c wirkt sich jedoch eine Verringerung der vertikalen Elektronenstrahlbreite σ_y deutlich auf die vertikale Breite des Photonenstrahls aus.

Wichtig ist, daß Position und Winkel des Photonenstrahls am Experiment konstant bleiben. Erlaubt man Änderungen um maximal 10% in σ_{ph} und $\sigma_{ph'}$, so ergibt sich eine maximale Verschiebung von $\Delta y_b \approx 226 \,\mu\text{m}$ bzw. eine Winkeländerung von $\Delta y'_b \approx 15 \,\mu\text{rad}$. Man sieht daran, daß an die Stabilität des Winkels sehr viel höhere Anforderungen als an die Stabilität der Position gestellt werden. Position und Winkel des Elektronenstrahls sollten sich daher von Strahlzeit zu Strahlzeit und während eines Speicherzyklus so wenig wie möglich ändern.

Lebensdauer

Der in ELSA gespeicherte Strom fällt näherungsweise nach dem Exponentialgesetz

$$I_{\rm b}(t) = I_0 \, e^{-t/\tau} \tag{3.22}$$

mit der Zeit ab, da die Elektronen elastisch oder inelastisch an den Molekülen des Restgases oder an anderen Elektronen innerhalb eines Bunches gestreut werden. Die Lebensdauer sollte möglichst hoch sein, damit ein langer Experimentierzeitraum zur Verfügung steht.

Die Leistung des in den Dipolen abgestrahlten Synchrotronlichts skaliert mit dem Strahlstrom I_b und nach (2.13) in vierter Potenz mit der Energie E. Das Synchrotronlicht erwärmt sehr stark die ungekühlten Vakuumkammern, wobei leicht Temperaturen von mehreren 100° C erreicht werden können. Dies führt zwangsläufig zu einer starken Gasdesorption, zu einer Druckerhöhung und damit zu einer Reduzierung der Lebensdauer τ . Die wechselnde thermische Belastung der Kammer in den zyklischen Betriebsmoden von ELSA erzeugt außerdem starke mechanische Kräfte, die zu Materialermüdung führt. Bei einer Wandstärke der Kammer in den Dipolmagneten von nur 300 µm sind nach einiger Zeit Vakuumlecks unvermeidbar.

Aus diesen Gründen wurde der größte Teil der Dipolkammern durch neue Kammern mit integrierter Wasserkühlung ersetzt. Die Kühlung besteht aus einem wasserdurchflossenen VA-Rohr mit einem Radius von 6 mm, welches auf der Ringaußenseite an der Innenwand der Kammer angebracht ist. Da die Wasserkühlung bei größeren Abweichungen der Position oder des Winkels des Strahls nicht mehr vollständig getroffen wird, sollte die Gleichgewichtsbahn bei hohen Strömen und Energien gut korrigiert sein. Dies kann auch zu einer Verringerung des Restgasdrucks führen. Da die Wechselwirkung der Elektronen mit den Restgasmolekülen die Hauptursache für Elektronenverluste in ELSA darstellt, kann daher auch die Lebensdauer erhöht werden.

3.4. Erforderliche Eigenschaften des Monitor- und Korrektorsystems

Viele der im letzten Abschnitt erläuterten Anforderungen an die Strahlposition wären nur unter erheblichen Änderungen der Elektronik des bisherigen Monitorsystems [93] erfüllbar gewesen oder sind konzeptbedingt mit dieser Elektronik nicht möglich. Daher war die Entwicklung eines neuen, präzisen Monitorsystems notwendig. Es war außerdem erforderlich, auch das Korrektorsystem an die neuen Anforderungen anzupassen. Die Anforderungen der Experimente an die Gleichgewichtsbahn führen zu folgenden Forderungen an die Eigenschaften des Monitor- und Korrektorsystems:

- Die Messung der Strahlpositionen muß für alle Ströme in allen Betriebsmoden von ELSA möglich sein. Während im Speichermodus zirkulierende Ströme bis zu 250 mA und mehr akkumuliert werden können, beträgt der niedrigste Strom im Nachbeschleunigungsmodus mit polarisierten Elektronen nur 0,1–1 mA. Zudem muß bei der Auslegung der Elektronik der Ortsdynamikbereich berücksichtigt werden, wobei mit Strahlpositionen von $|u_b| \le \pm 15$ mm zu rechnen ist.
- Der Strahl sollte die Quadrupolmagnete möglichst mittig passieren. Da im magnetischen Zentrum eines Quadrupols kein störendes Dipolfeld auftritt, kann eine Strommodulation verwendet werden, um die magnetische Mitte zu bestimmen und den absoluten Nullpunkt des benachbarten Monitors zu kalibrieren. Damit diese Methode bei ELSA angewendet werden kann, ist eine hohe relative Auflösung der Monitorelektronik von wenigen Mikrometern erforderlich. Dies kann durch Reduzierung der Bandbreite und eine rauscharme Elektronik erreicht werden. Andererseits sollte die Meßbandbreite so groß sein, daß auch die Messung von schnellen Positionsänderungen möglich ist, wie z.B. während der Beschleunigungsphase. Dies erfordert eine einstellbare Bandbreite der Elektronik.
- Zur Messung der Güte der Korrektur der Gleichgewichtsbahn während der Beschleunigungsphase ist eine schnelle Messung der Gleichgewichtsbahn während der Rampphase erforderlich. Bei einer maximalen Rampgeschwindigkeit von 7,5 GeV/s dauert die Beschleunigungsphase bei ELSA nur einige 100 Millisekunden. Daher sollte die Abtastrate der Elektronik im Bereich von 1 kHz liegen. Außerdem sollten zur genauen Positionsrekonstruktion beide Ebenen gleichzeitig meßbar sein. Dies war bei dem vorhergehenden Monitorsystem nicht möglich.
- Beim bisherigen Monitorsystem wurde die Ortsabhängigkeit der Monitorsignale auf einem Meßstand bestimmt und zur Kalibration verwendet. Systematische Fehler durch herstellungsbedingte Unterschiede in den Monitorgehäusen konnten aber beim vorhergehenden Monitorsystem prinzipiell nicht ausgeglichen werden, da nicht alle Elektrodensignale zur Korrektur zur Verfügung standen. Die neue Elektronik sollte daher alle Elektrodensignale erfassen, um eine Korrektur dieser Fehler zu ermöglichen. Außerdem sollte ein einfacheres Kalibrationsverfahren verwendet werden.
- Simulationen haben gezeigt, daß die azimutale Verteilung der Monitore und Korrektoren in ELSA ungünstig ist [34]. So waren zu Beginn dieser Arbeit an einigen Stellen über mehrere Halbzellen keine Monitore und Korrektoren installiert. Befinden sich in diesen Bereichen Feldfehler, so können sie weder gemessen noch korrigiert werden. Daher muß die Zahl der Monitore und Korrektoren erhöht und ihre Positionen optimiert werden.
- Die Gleichgewichtsbahn muß während der Beschleunigungsphase korrigiert sein. Dies erfordert eine neue Ansteuerung der Korrekturmagnete, damit zeitabhängige Steuerkurven abgearbeitet werden können. Bisher wurden die Korrektoren nur mit zeitlich konstanten Strömen betrieben.

4. Der Strahlpositionsmonitor

Dieses Kapitel beschreibt den Aufbau und die Funktionsweise der bei ELSA verwendeten Strahlpositionsmonitore, die üblicherweise auch BPMs¹ genannt werden. Nach einer Erläuterung ihres physikalischen Prinzips und der Beschreibung der bei ELSA verwendeten Strahlpositionsmonitore wird in den darauffolgenden beiden Abschnitten die Abhängigkeit der Monitorsignale von der zeitlichen und räumlichen Struktur des umlaufenden Strahls diskutiert. Sind diese Abhängigkeiten bekannt, so ist eine optimale Auslegung des neuen Monitorsystems an die Bedingungen von ELSA möglich.

4.1. Physikalisches Prinzip

Zunächst soll das Funktionsprinzip eines kapazitiven Strahlpositionsmonitors erläutert werden [68]. Um die Strahlposition (x_b, y_b) bezüglich des Monitorzentrums zu messen, koppelt man üblicherweise mit Elektroden kapazitiv an das elektromagnetische Nahfeld des Strahls an. Bei Elektronenbeschleunigern werden sehr häufig Monitore mit vier symmetrisch zum Zentrum angeordneten runden Elektroden verwendet, die isoliert von der Kammerwand eingebaut sind. Dieser Monitortyp wird daher auch Knopfmonitor genannt.

Es sei angenommen, daß sich der Strahl mit der Geschwindigkeit $v = \beta c$ in einer runden, ideal leitenden Vakuumkammer mit dem Radius *a* parallel zur Achse der Kammer bewegt. Im Ruhesystem des Elektrons ist das elektrische Feld näherungsweise isotrop verteilt. Da die Elektronen hochrelativistisch sind ($\gamma \gg 1$), ist die transversale Komponente \vec{E}_{\perp} des elektrischen Feldes im Laborsystem *K* um den Lorentz-Faktor γ gegenüber \vec{E}_{\perp}^* im Ruhesystem K^* des Elektrons verstärkt. Daher gilt $\vec{E}_{\perp} \gg \vec{E}_{\parallel}$, so daß das \vec{E} -Feld eines Elektrons im Laborsystem rein transversal gerichtet ist². Die Feldverteilung entspricht der einer transversal-elektromagnetischen (TEM)-Welle in einem Koaxialleiter (Abb. 4.1).

Im Allgemeinen sind die Monitorsignale eine Funktion der Momente der transversalen Ladungsdichteverteilung und der zeitlichen Struktur des Strahls, d.h. sie sind eine Funktion des Strahlstroms I_b , der Position u_b und der Strahlausdehnung σ_u . Zu Vereinfachung sei zunächst angenommen, daß der Strahl keine transversale Ausdehnung besitzt und daher durch die Linienladungsdichte $\lambda(s,t) = I_b(s,t)/v$ im Laborsystem beschrieben werden kann.

Die Linienladungsdichte $\lambda(s,t)$ induziert auf der Kammerinnenwand die zeit- und ortsabhängige Flächenladungsdichte

$$\sigma_{\mathbf{w}}(s,\phi,t) = \epsilon_0 E_{\perp}(r,s,t)|_{r=a} \quad , \tag{4.1}$$

wobei ϕ der azimutale Winkel und $E_{\perp}(r, s, t)|_{r=a}$ die Normalkomponente des elektrischen Feldes auf der Kammerwand ist. Die Flächenladungsdichte σ_w bewegt sich mit der Geschwindigkeit v mit dem Strahl mit und bildet einen Wandstrom $I_w(t) = -(I_b(t) - \bar{I}_b)$, der das umgekehrte Vorzeichen wie der Strahlstrom I_b hat. Der zeitliche Mittelwert \bar{I}_w dieses Bildstroms ist aber Null, da die Gleichstromkomponente des Strahlstroms zu keinem Bildstrom auf der Kammerwand führen kann.

¹BPM: Beam Position Monitor

²Die FWHM-Breite der longitudinalen Ladungsdichteverteilung auf der Kammerwand eines einzelnen Elektrons im Zentrum der Kammer beträgt $\sigma \approx \sqrt{2}a/\gamma$ [71] und kann daher vernachlässigt werden.



Abbildung 4.1.: Schematische Darstellung der Feldverteilung des hochrelativistischen Elektronenstrahls in der Vakuumkammer.

Die Elektrode bildet einen Teil der Kammerwand und besitzt eine Kapazität C. Sie ist über einen Widerstand R mit der Kammer verbunden (Abb. 4.1). Um den Spannungsabfall über R zu berechnen, muß der Strom $I_e(t)$ auf der Elektrode bekannt sein. Die induzierte Ladung auf der Elektrode ist das Integral der Flächenladungsdichte auf der Wand über die Elektrodenfläche A und lautet

$$q_{\mathbf{e}}(t) = \int_{A} \sigma_{\mathbf{w}}(s,\phi,t) \, \mathrm{d}A = \epsilon_0 \int_{A} \vec{n} \cdot \vec{E}(s,\phi,t) \, \mathrm{d}A \quad . \tag{4.2}$$

Hierbei ist $E_n = \vec{E} \vec{n}$ die Normalkomponente des elektrischen Feldes auf der Kammerwand, wobei \vec{n} der Normalenvektor ist. Für eine Elektrode mit der Fläche A beträgt die Elektrodenladung

$$q_{\rm e}(t) = -\frac{A}{2\pi a} \frac{I_{\rm b}(t)}{v}$$
 (4.3)

Da I_b zeitabhängig ist, fließt ein Strom $I_e(t) \equiv \dot{q}_e(t)$ zwischen Elektrode und Kammerwand. In der Frequenzraumdarstellung ist

$$I_{\rm e}(\omega) = j\omega q_{\rm e}(\omega) = -\frac{j\omega}{v} \frac{A}{2\pi a} I_{\rm b}(\omega) \quad .$$
(4.4)

Üblicherweise mißt man den Spannungsabfall U über einem Widerstand mit $R = 50 \Omega$ zwischen Elektrode und Kammerwand, der über ein Koaxialkabel mit dem Wellenwiderstand $Z_c = R$ angeschlossen ist. Unter Berücksichtung der Impedanz der Parallelschaltung aus R und C ist dann [68]

$$U(\omega) = -\frac{j\omega}{v} \frac{A}{2\pi a} \cdot \frac{R}{1+j\omega RC} \cdot I_{\rm b}(\omega) \quad . \tag{4.5}$$

Die zeitabhängigen und mit dem Bunch-Abstand periodischen Spannungen $U_i(t)$ der vier Elektroden werden von einer HF-Elektronik verstärkt, demoduliert und ihre Amplituden gemessen.

Man sieht an (4.5), daß die Spannung mit der Elektrodenfläche A und dem Strom I_b skaliert und umgekehrt proportional zum Kammerradius a ist. Da $U(\omega)$ die Charakteristik eines Hochpaßfilters mit der Grenzfrequenz $f_g = 1/(2\pi RC)$ besitzt, kann nicht f = 0 Hz als Arbeitsfrequenz der Elektronik gewählt werden. Es muß jedoch auch das Frequenzspektrum des Stromsignals $I_b(\omega) = v\Lambda(\omega)$ bei der Wahl der optimalen Frequenz berücksichtigt werden, wobei $\Lambda(\omega)$ die Fouriertransformierte der Ladungsdichteverteilung $\lambda(t)$ ist. Sie wird in Abschnitt 4.3 berechnet. Bisher wurde davon ausgegangen, daß sich der Strahl entlang der Monitorachse bewegt. Befindet sich der Strahl nicht im Zentrum des Monitors, so ergibt sich eine asymmetrische Ladungsdichteverteilung auf der Kammerwand. Sie beträgt auf der Kammer mit dem Radius a an der Winkelkoordinate ϕ_w

$$\sigma_{\rm w}(\phi_{\rm w},s,t) = -\frac{\lambda(s,t)}{2\pi a} \cdot \left(\frac{a^2 - r_{\rm b}^2}{a^2 + r_{\rm b}^2 - 2ar_{\rm b}\cos(\phi_{\rm w} - \phi_{\rm b})}\right) \quad , \tag{4.6}$$

wobei $(x_b, y_b) = (r_b \cos \phi_b, r_b \sin \phi_b)$ die Position des Strahls bezüglich der Monitorachse ist [70].

Nur bei sehr einfachen Kammergeometrien läßt sich die Flächenladungsdichte und damit auch die Elektrodenspannung U_i in Form einer analytischen Formel angeben. Bei komplexen Innenkonturen bleibt nur die numerische Berechnung von U_i als Funktion der Strahlposition übrig. Für die Innenkontur der ELSA-Strahllagemonitore – sie ist ein aus vier Kreisbögen zusammengesetztes Kreisbogenpolygon – wird die Berechnung in Abschnitt 4.4 und 6.4 erläutert. Ist die Ortsabhängigkeit von $U_i(x_b, y_b)$ bekannt, so kann daraus die Strahlposition berechnet werden. Dies wird in Kapitel 6 genauer erläutert werden.

4.2. Der ELSA-Monitor

Die Strahlpositionsmonitore von ELSA bestehen aus einem Gehäuse aus Edelstahl, in dem die vier runden Elektroden bündig mit der Kammerwand und symmetrisch zum Monitorzentrum eingebaut sind (Abb. 4.2). Dieser Monitortyp wird wegen seiner Elektrodenform auch Knopfmonitor genannt. Am Gehäuse sind zwei kurze Segmente der Vakuumkammer befestigt, so daß die Innenkontur der Kammer im Bereich des Monitors gleich bleibt. Die vier Elektroden befinden sich außerhalb der Bahnebene, um nicht der thermischen Belastung durch Synchrotronlicht ausgesetzt zu sein und um Meßfehler durch herausgelößte Sekundärelektronen aus den Elektroden zu verhindern.

4.2.1. Elektrodeneigenschaften

Bei den meisten BPMs von ELSA wurden Elektroden verwendet, die am Deutschen Elektronen Synchrotron (DESY) entwickelt wurden (Abb. 4.3). Insgesamt sind 23 Monitore dieses Typs vorhanden. Sie zeichnen sich durch eine hohe Empfindlichkeit aus, da ihr Elektrodenradius r mit 9 mm im Vergleich zu Elektroden bei BPMs von Synchrotronstrahlungsquellen recht groß ist. Die großen Elektroden haben



Abbildung 4.2.: Querschnitt durch einen Strahlpositionsmonitor von ELSA mit DESY-Elektroden.

aber den Nachteil, daß genügend Einbauplatz für den Monitor vorhanden sein muß. Da dies bei ELSA nicht überall der Fall war, konnten einige Bereiche des Beschleunigers nicht ausreichend mit BPMs bestückt werden (vgl. Abschnitt 5.5).

Daher wurde eine neue Vakuumkammer mit einem integrierten Monitor entwickelt, die in die Quadrupolmagnete eingebaut werden kann. Für diesen sehr kompakten Monitortyp wurden Elektroden verwendet, die für die European Synchrotron Radiation Facility (ESRF) entwickelt wurden (Abb. 4.3) [74]. Da ihr Radius nur 5,4 mm beträgt, ist die Empfindlichkeit dieses Monitors im Vergleich zum DESY-Monitor um etwa 9 dB geringer. Fünf Monitore dieses Typs wurden im Bereich der Extraktion aus ELSA und im Bereich der Synchrotronlichtquellpunkte zusätzlich zu den schon vorhandenen Monitoren eingebaut. Damit stehen insgesamt 28 Monitore zur Messung und Korrektur der Gleichgewichtsbahn zur Verfügung.

Die Kapazität der Elektrode bestimmt nach (4.5) die 3 dB-Grenzfrequenz $f_g = 1/(2\pi RC)$ des Monitors. Sie beträgt bei der ESRF-Elektrode C = 2,7 pF [106] und bei der DESY-Elektrode 4–5 pF. Daraus ergibt sich eine Grenzfrequenz von $f_g \simeq 1$ GHz.

An die Elektroden wird über ein Koaxialkabel eine Elektronik angeschlossen, die die Signale verarbeitet. Da eine zur Elektrode hinlaufende Welle an der Elektrode vollständig reflektiert wird, muß der Wellenwiderstand Z_c der Vakuumdurchführung, der Kabel und der Widerstand R der Elektronik möglichst gut an 50 Ω angepaßt sein. Ansonsten bilden sich stehende Wellen auf den Kabeln aus und die Spannung U_i hängt von den Reflektionsfaktoren ab.

4.2.2. Kammereigenschaften

Eine weitere Einschränkung des Frequenzbereichs der signalverarbeitenden Elektronik liegt in der Forderung, daß der BPM nur die den Strahl begleitenden Felder messen soll. Die Vakuumkammer von ELSA besteht aus Sektionen mit rundem bzw. elliptischem Querschnitt und bildet einen Hohlleiter, der oberhalb einer vom Wellentyp abhängigen Grenzfrequenz f_c eine freie Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen erlaubt. Solche Felder entstehen bei der Passage eines Bunches an Stellen mit abrupten Querschnittsveränderungen der Kammer. Man arbeitet deshalb unter der Grenzfrequenz aller möglichen Wellentypen und hält einen ausreichenden Abstand zu Querschnittsveränderungen der Kammer.

In einem runden Hohlleiter hat die H_{11} -Welle die niedrigste Grenzfrequenz. Sie beträgt bei einem Hohlleiter mit dem Radius a [26]

$$f_{\rm c} = \frac{1,841c}{2\pi a} \quad . \tag{4.7}$$

Für die ELSA-Kammer ergibt sich mit a = 0.05 m daher $f_c = 1.76$ GHz. Die Entartung der azimutalen Moden des runden Hohlleiters ist bei einem elliptischen Hohlleiter jedoch aufgehoben. Die Welle mit der niedrigsten Grenzfrequenz ist die $_{c}H_{11}$ -Welle mit einer cos-förmige azimutalen Abhängigkeit.



Abbildung 4.3.: Querschnitt durch die Elektroden der Monitore von ELSA. Die Elektroden sind elektrisch isoliert von der Kammerwand und wirken als Kapazitäten, auf die der Wandstrom Ladungen verschiebt. Da die Fläche der DESY-Elektrode etwa 2,8 mal größer als die der ESRF-Elektrode ist, messen Monitore mit DESY-Elektroden eine 9 dB höhere Signalleistung. Die Grenzfrequenz des $_{c}H_{11}$ -Wellentyps liegt bei der ELSA-Kammer bei $f_{c} \approx 1,72 \text{ GHz}$ [86] und ist vergleichbar mit f_{c} der runden Kammer. Für die Arbeitsfrequenz der BPM-Elektronik muß daher f < 1,7 GHz sein.

4.3. Zeitabhängigkeit der Signale

4.3.1. Longitudinales Frequenzspektrum

Wie in Abschnitt 4.1 erläutert wurde, hängt die induzierte Ladung auf den Monitorelektroden von der zeitlichen und räumlichen Struktur der Ladungsdichteverteilung des Strahls ab. In diesem Abschnitt soll die Zeitabhängigkeit der Signale untersucht werden, da sie die Wahl der Arbeitsfrequenz der Elektronik festlegt. Wichtig ist dabei, daß bei dieser Frequenz unabhängig vom Betriebmodus von ELSA immer ein Signal zur Verfügung steht. Im folgenden sei zur Vereinfachung angenommen, daß sich der Strahl mit der Geschwindigkeit v auf der idealen Gleichgewichtsbahn bewegt, d.h. entlang der Monitorachse läuft. Die Ortsabhängigkeit wird im nächsten Abschnitt erläutert werden.

Für einen ruhenden Beobachter im Laborsystem von ELSA wiederholt sich die longitudinale Ladungsdichteverteilung $\lambda(t)$ des Strahls periodisch nach der Umlaufszeit $T_0 = C/v = 548$ ns, d.h. es gilt $\lambda(t) = \lambda(t + T_0)$. Die Gesamtladung $Q = \int_0^{T_0} \lambda(t) dt$ des Strahls ist auf einzelne Ladungspakete, die Bunche genannt werden, verteilt. Die in Abschnitt 3.1.3 erwähnten Hohlraumresonatoren, deren Felder auf der 274-ten Harmonischen der Umlauffrequenz f_0 schwingen, erzeugen h = 274 stabile Bereiche (Buckets), in denen sich die Bunche befinden können, wobei h die Harmonischenzahl der HF ist. Der zeitliche Abstand der Bunche beträgt $T_{\text{HF}} = T_0/h = 2$ ns.

Da die Zahl der Teilchen pro Bunch sehr groß ist, läßt sich der Bunch in guter Näherung als ein Makroteilchen mit der Linienladungsdichte g(t) und der Ladung q_k beschreiben, wobei k die Nummer des Bunches mit $0 \le k \le h - 1$ ist. Die Funktion g(t) soll dabei die Bedingung $\int g(t) dt = 1$ erfüllen. Die Linienladungsdichte $\lambda(t)$ des periodisch umlaufenden Strahls kann demnach als Folge von unendlich vielen Pulsen

$$\lambda(t) = \frac{1}{v} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{h-1} q_k g \left(t - nT_0 - kT_{\rm HF} \right)$$
(4.8)

geschrieben werden [55].

Das Frequenzspektrum $\Lambda(\omega) = \mathcal{F}[\lambda(t)]$ der Linienladungsdichte berechnet sich aus der Fourier-Transformation \mathcal{F} von (4.8) und lautet

$$\Lambda(\omega) = \frac{\omega_0}{v} G(\omega) \sum_{m=-\infty}^{\infty} Q_m \delta(\omega - m\omega_0) \quad , \tag{4.9}$$

wobei $G(\omega) = \mathcal{F}[g(t)]$ die Fourier-Transformierte der Ladungsdichte des Bunches ist. Das Spektrum besteht aus Harmonischen der Umlauffrequenz $f_0 = \omega_0/2\pi$, da $\lambda(t)$ periodisch in T_0 ist. Die Amplitude der Spektrallinie bei der Kreisfrequenz $\omega = m\omega_0$ ist proportional zum Betrag von

$$Q_m = \sum_{k=0}^{h-1} q_k \, e^{-2\pi j m \frac{k}{h}} \quad , \tag{4.10}$$

d.h. zur diskreten Fourier-Transformation der Bunch-Ladungen q_k . Da $Q_m = Q_{m+h}$ gilt, ist das Linienspektrum im Frequenzraum periodisch mit ω_{HF} (Abb. 4.4).



Abbildung 4.4.: Frequenzspektrum $|\Lambda(f)|^2$ des Strahls bei einer homogenen Füllung.

4.3.2. Füllstruktur

Nimmt man an, daß sich die Pulsform eines einzelnen Bunches durch die Diracsche Deltafunktion $g(t) = \delta(t)$ nähern läßt, so ist $G(\omega) = \mathcal{F}[\delta(t)] = 1$ und das Frequenzspektrum (4.9) ist nur noch von der Verteilung der Ladung auf die Buckets abhängig.

Die Verteilung der Gesamtladung $Q = \sum_k q_k$ des Strahls auf die *h* Buckets hängt stark vom Betriebsmodus von ELSA ab. Im Stretcher- und Nachbeschleunigungsmodus wird eine homogene Füllung mit $q_k = Q/h$ gewählt, so daß die Amplitude der Linie bei $\omega = m \cdot \omega_0$ nach 4.10

$$Q_m = \begin{cases} Q & \text{für } m = 0\\ 0 & \text{für } m \neq 0 \end{cases}$$
(4.11)

beträgt und das Spektrum folglich aus den Harmonischen von $f_{HF} = h f_0$ besteht. Diese Betriebsart wird Multi Bunch-Modus genannt.

Das andere Extrem ist der Single Bunch-Modus³, bei dem genau ein Bucket gefüllt ist, d.h. es ist $q_0 = Q$ und $q_k = 0$ für $k \neq 0$. In diesem Fall besteht das Spektrum aus einer unendlichen Zahl von Linien mit gleicher Amplitude

$$Q_m = Q \tag{4.12}$$

im Frequenzabstand von f_0 .

Bei der Wahl der Arbeitsfrequenz der Elektronik muß daher auch die Füllstruktur von ELSA berücksichtigt werden. Die Frequenz muß $f_{\rm HF} = 500$ MHz oder ein Vielfaches davon betragen, um unabhängig von der Füllstruktur die Strahlposition messen zu können. Die Amplitude dieser Linie ist unabhängig von der Füllstruktur immer proportional zur Gesamtladung Q des Strahls und damit auch proportional zum Strom $I_{\rm b} = Q/T_0$.

4.3.3. Longitudinales Strahlprofil

Neben der Verteilung der Ladung auf die Buckets beeinflußt auch die longitudinale Ladungsdichteverteilung g(t) der Bunche das Strahlspektrum. Für Elektronenbeschleuniger ist die gaußförmige Ladungs-

³Bisher ist ein Single Bunch-Betrieb bei ELSA nicht möglich. Im Speichermodus wird üblicherweise ein Füllstrukturlücke von der Länge eines Drittels des Umfangs gelassen, um den schädlichen Einfluß von ionisierten Restgasmolekülen auf den Strahl zu reduzieren [99].

dichte

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)$$
(4.13)

mit der zeitlichen Breite $\sigma_t = \sigma_s/v$ eine gute Beschreibung eines einzelnen Bunches. Ihre Fourier-Transformierte

$$G(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_t^2}{2}\right) \tag{4.14}$$

ist ebenfalls gaußförmig und hat eine Breite von $\sigma_f = 1/(2\pi\sigma_t)$ im Frequenzraum. Da nach (4.9) das Frequenzspektrum $\Lambda(\omega)$ proportional zur Fouriertransformierten der Bunchform $G(\omega)$ ist, werden hohe Frequenzen in ihrer Amplitude sehr stark reduziert.

Bei einer Bunchlänge von $\sigma_s \approx 3 \text{ cm}$ ist $\sigma_t \approx 100 \text{ ps.}$ Somit beträgt nach (4.14) die Amplitude bei $f = \sigma_f \approx 1.6 \text{ GHz}$ nur noch $1/\sqrt{e} \approx 0.60 \text{ der}$ Amplitude bei f = 0 Hz. Da der Einfluß von Bunchlängenoszillationen auf die Messung der Strahlposition ebenfalls mit der Frequenz ansteigt, muß eine niedrige Arbeitsfrequenz der Elektronik gewählt werden.

4.3.4. Kabeldämpfung

Bei der Berechnung des Signalpegels muß neben der Ankopplung der Elektrode an das elektromagnetische Feld auch die Dämpfung α des Koaxialkabels berücksichtigt werden. Die frequenzabhängige Abschwächung der Amplitude der Spannung kann dabei aus

$$U(\omega, l) = U(\omega, 0)e^{-\alpha(\omega)l}$$

berechnet werden, wobei l die Kabellänge ist. Die Dämpfungskonstante $\alpha = \alpha_{\rm S} + \alpha_{\rm D}$ setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, die unterschiedlich stark mit der Frequenz anwachsen. Ein Anteil der Dämpfung wird vom Skineffekt im Innen- und Außenleiter des Koaxialkabel hervorgerufen und beträgt [16]

$$\alpha_{\rm S}(\omega) = \frac{\sqrt{\epsilon}}{120\pi \ln \left(\frac{\rm D}{\rm d}\right)} \sqrt{\frac{\omega\mu\rho}{2}} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D}\right) \quad , \tag{4.15}$$

wobei D bzw. d der Außen- bzw. Innendurchmesser es Kabels, μ die Permeabilität und ϵ die Permeabilität des Dielektrikums und ρ die spezifische Leitfähigkeit des Leiters ist. Dieser Anteil steigt mit $\sqrt{\omega}$ an. Der zweite Beitrag stammt von der Querdämpfung und wird von den Verlusten im Dielektrikum des Kabels hervorgerufen. Er lautet [16]

$$\alpha_{\rm D}(\omega) = \frac{\omega}{2c} \tan \delta \quad , \tag{4.16}$$

wobei $\tan \delta$ der Verlustfaktor des Dielektrikums ist. Er steigt linear mit ω an und ist nur bei sehr hohen Frequenzen relevant.

Eine geringe Dämpfung ist nur bei niedrigen Frequenzen zu erreichen (Abb. 4.5). Da die Kosten der HF-Elektronik mit der Frequenz ansteigen und der Signalpegel bei 1,5 GHz bereits um 3 dB kleiner als bei 500 MHz ist, wurde die Arbeitsfrequenz der Elektronik auf 500 MHz festgelegt.

4.3.5. Signalpegel

Zur Festlegung des Dynamikumfangs soll nun der Signalpegel auf der Elektrode bei einem Strahl im Zentrum des Monitors abgeschätzt werden. Es sei angenommen, daß eine HF-Elektronik die Amplitude U_i der 500 MHz-Komponente nach einer schmalbandigen Bandpaßfilterung mißt. Die Intensität der 500 MHz-Linie ist direkt proportional zum mittleren Strom I_b in ELSA. Eine Erhöhung des Stroms um einen Faktor 10 führt zu einem um 20 dB höheren Pegel.



Abbildung 4.5.: Transferimpedanz Z_{\parallel} der ELSA-Elektroden als Funktion der Frequenz f. Die gestrichelte Kurve berücksichtigt die Abschwächung eines 10 m langen Koaxialkabels.

Ein stromunabhängiges Maß für die Monitorempfindlichkeit ist die longitudinale Transferimpedanz

$$Z_{\parallel}(\omega) := \frac{U(\omega)}{I_{\mathbf{b}}(\omega)} \quad , \tag{4.17}$$

die sofort aus (4.5) berechnet werden kann. Sie hängt von R ab und wird typischerweise für 50 Ω angegeben. Zur Berechnung muß ein mittlerer Kammerradius a angenommen werden, da die Kammer elliptisch und nicht rund ist. Er beträgt etwa $a \approx 32 \text{ mm}$ (vgl. Abb. 4.2). Da sich die Elektrodenflächen der DESY und der ESRF-Elektrode unterscheiden, sind die Transferimpedanzen um einen Faktor 2,7 verschieden. Mit (4.17) ergeben sich dann die in Abb. 4.5 dargestellten Transferimpedanzen als Funktion der Frequenz. Außerdem wurde noch die Amplitudenabschwächung durch die Dämpfung eines 10 m langen Koaxialkabels eingezeichnet. Man kann daher bei einer Arbeitsfrequenz von 500 MHz und einem Strom von $I_b = 1 \text{ mA}$ mit einer Spannung von etwa 0,61 mV bzw. 0,22 mV rechnen. Dem entspricht ein Pegel⁴ von $P_{\text{DESY}} = -51,3 \text{ dBm}$ bzw. $P_{\text{ESRF}} = -60,1 \text{ dBm}$.

Messungen an einer DESY-Elektrode ergaben [55], daß bei einem Strom von $I_b = 1$ mA der Pegel der 500 MHz-Linie $P \approx -51$ dBm beträgt. Bei einem Strombereich von 0,1 mA bis 250 mA muß daher der Dynamikbereich der Elektronik zwischen -71 dBm und -3 dBm liegen. Bei der ESRF-Elektrode sind die Pegel um 8,8 dB niedriger.

4.4. Ortsabhängigkeit der Signale

Zur Berechnung der Elektrodenspannung U(x, y) als Funktion der Strahlposition sei angenommen, daß sich der Strahl in einem geraden Stück der Vakuumkammer mit konstantem Querschnitt mit der Geschwindigkeit v in s-Richtung bewegt. Die im Ring umlaufende Ladungsdichteverteilung $\rho(x, y, s, t)$ kann als dispersionsfreie skalare Welle angesehen werden, die sich mit der Geschwindigkeit $v = \omega/k$ bewegt, wobei ω die Kreisfrequenz und k die dazugehörige Wellenzahl ist. Da die Elektronik nur eine Frequenzkomponente bei $\omega_{\rm HF} = 2\pi/T_{\rm HF}$ bzw. $k_{\rm HF} = 2\pi/\lambda_{\rm HF}$ verarbeitet, soll im folgenden das Feld

⁴Die Leistung *P* in "dBm" bezieht sich auf eine Referenzleistung von $P_{\text{ref}} = 1 \text{ mW}$: $P/\text{dBm} = 10 \cdot \log_{10}(P/P_{\text{ref}})$.

der Ladungsdichteverteilung

$$\rho(x, y, s, t) = \rho_k \cos\left[k(s - vt)\right] \cdot \rho_b(x, y) \tag{4.18}$$

im Laborsystem K berechnet werden. Es sei weiterhin angenommen, daß der Strahl keine transversale Ausdehnung besitzt und sich der transversale Anteil als Produkt zweier Diracscher Deltafunktionen schreiben läßt:

$$\rho_{\mathbf{b}}(x,y) = \delta(x-x_{\mathbf{b}})\,\delta(y-y_{\mathbf{b}}) \quad . \tag{4.19}$$

Die Berechnung der Ortsabhängigkeit folgt der Idee von J. Cupérus [24, 65]. Zur Vereinfachung der Berechnung der Felder \vec{E} und \vec{B} im Laborsystem K nutzt man aus, daß der Elektronenstrahl im mitbewegten Bezugssystem K^* ruht und folglich die Feldverteilung weniger komplex ist. Da im Ruhesystem $\vec{B}^* = \vec{0}$ ist, reicht die Berechnung von \vec{E}^* aus. Die Felder \vec{E} und \vec{B} im Laborsystem ergeben sich dann aus der Rücktransformation von \vec{E}^* in das Laborsystem.

Die Lorentz-Transformation vom Bezugssystem K in ein in s-Richtung mit der Geschwindigkeit v bewegtes Bezugssystem K^* lautet

$$x^* = x$$
 , $s^* = \gamma(s - vt)$, (4.20)

$$y^* = y$$
 , $t^* = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} s \right)$, (4.21)

und die Transformation der Felder lautet

$$E_s = E_s^* \quad , \qquad \vec{E}_\perp = \gamma \left(\vec{E}_\perp^* - \vec{v} \times \vec{B}_\perp^* \right) \quad , \tag{4.22}$$

$$B_s = B_s^* \quad , \qquad \vec{B}_\perp = \gamma \left(\vec{B}_\perp^* + \frac{\vec{v}}{c^2} \times \vec{E}_\perp^* \right) \quad , \tag{4.23}$$

wobei die Größen im Ruhesystem des Strahls mit einem Stern markiert sind, \perp die transversalen Feldkomponenten und *s* die longitudinale Feldkomponente kennzeichnet. Die Transformation der Ladungsdichteverteilung $\rho(x, y, s, t)$ in das bewegte System K^* ergibt

$$\rho^*(x, y, s^*) = \frac{1}{\gamma} \rho_k \cos\left(\frac{k}{\gamma} s^*\right) \rho_{\mathsf{b}}(x, y) \quad . \tag{4.24}$$

Da ρ^* im mitbewegten System K^* ruht, ist $\vec{B}^* = \vec{0}$. Es muß daher nur das elektrische Feld \vec{E}^* berechnet werden. Es ergibt sich nach

$$\vec{E}^* = -\vec{\nabla}\Phi^* \tag{4.25}$$

aus dem Potential $\Phi^*(x, y, s^*)$. Das Potential Φ^* ist dabei definiert als die Lösung der Poisson-Gleichung

$$\vec{\nabla}^2 \Phi^* = -\frac{\rho^*}{\epsilon_0} \tag{4.26}$$

unter Berücksichtigung der Dirichletschen Randbedingung $\Phi^*(x, y, s^*) = 0$ auf der geerdeten Kammerwand. Nimmt man als Lösung von (4.26) den Separationsansatz

$$\Phi^*(x, y, s^*) = F^*(x, y) \frac{\rho_k}{\gamma} \cos\left(\frac{k}{\gamma} s^*\right)$$
(4.27)

an, so ergibt sich $F^*(x, y)$ als Lösung der Differentialgleichung [24]

$$\vec{\nabla}_{\perp}^2 F^*(x,y) - \left(\frac{k}{\gamma}\right)^2 F^*(x,y) = -\frac{\rho_{\mathsf{b}}(x,y)}{\epsilon_0} \tag{4.28}$$

mit Dirichletschen Randbedingungen auf der Kammerwand, wobei $F^*(x, y)$ Signalfunktion genannt wird und $\vec{\nabla}_{\perp}^2$ der zweidimensionale Laplace-Operator in kartesischen Koordinaten ist. Bei den typischen ELSA-Energien ist $\gamma \gg k$, so daß in (4.28) der Term $(k/\gamma)^2$ vernachlässigt werden kann. Damit ergibt sich die Lösung des ortsabhängigen Teils von $\Phi^*(x, y, s^*)$ aus der Lösung der zweidimensionalen Poisson-Gleichung.

Ist die Signalfunktion $F^*(x, y)$ bekannt, so kann aus Φ^* das elektrische Feld \vec{E}^* im Ruhesystem und nach (4.25) \vec{E} im Laborsystem berechnet werden. Da im Ruhesystem die Magnetfelder $\vec{B}^*_{\perp} = 0$ und $B^*_s = 0$ sind, ist das elektrische Feld im Laborsystem $\vec{E}_{\perp} = \gamma \vec{E}^*_{\perp}$ um einen Faktor γ stärker als im Ruhesystem. Außerdem tritt eine azimutal gerichtete Magnetfeldkomponente $\vec{B}_{\theta} = \frac{\gamma}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}^*_{\perp}$ im Laborsystem auf.

Aus der Normalkomponente \vec{E}_{\perp} des elektrischen Feldes auf der Kammerwand im Bereich der Elektrode kann dann die Flächenladungsdichte (4.1) berechnet werden. Daraus ergibt sich nach (4.2) die induzierte Elektrodenladung und daraus die Spannung an der Elektrode.

Die Signalfunktionen der anderen drei Elektroden erhält man durch Koordinatenspiegelung von $F^*(x, y)$. Die numerische Berechnung der Signalfunktion $F = F^*$ für die Vakuumkammerform von ELSA wird in Kapitel 6 behandelt; eine Näherungslösung wird in Anhang D beschrieben.

4.5. Signalverarbeitung

Zur Ermittlung der Strahlposition (x_b , y_b) aus den Elektrodenspannungen U_i gibt es eine Reihe von Signalverarbeitungsverfahren [95]. Ihr gemeinsames Ziel ist es, aus den vier Elektrodensignalen zwei Signale zu erhalten, die nur noch linear von x bzw. y abhängen und keine Funktion der Intensität sind.

Bei Elektronenbeschleunigern wird das Δ/Σ -Verfahren am häufigsten benutzt. Bei ihm werden aus den vier Spannungen U_i die vier linear unabhängigen Kombinationen

$$\Delta_x = U_1 - U_2 - U_3 + U_4 \quad , \tag{4.29}$$

$$\Delta_y = U_1 + U_2 - U_3 - U_4 \quad , \tag{4.30}$$

$$\Sigma = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \quad \text{und}$$
(4.31)

$$S = U_1 - U_2 + U_3 - U_4 \tag{4.32}$$

gebildet. Sie werden Differenzsignale Δ_x bzw. Δ_y , Summensignal Σ und Skew-Signal S genannt.

Alle vier Signale sind proportional zum mittleren Strom I_b . Während das Summensignal unabhängig von der Strahlposition ist, sind die Differenzsignale Δ_x bzw. Δ_y näherungsweise proportional zur Strahlposition x_b bzw. y_b . Um von I_b unabhängige Größen zu erhalten, werden die Quotienten aus Differenzund Summensignal

$$q_x := \frac{\Delta_x}{\Sigma} = \frac{U_1 - U_2 - U_3 + U_4}{U_1 + U_2 + U_3 + U_4} \quad , \tag{4.33a}$$

$$q_y := \frac{\Delta_y}{\Sigma} = \frac{U_1 + U_2 - U_3 - U_4}{U_1 + U_2 + U_3 + U_4}$$
(4.33b)

gebildet, die auch elektrische Koordinaten genannt werden. Abb. 4.6 zeigt die Quotienten q_x , q_y sowie Σ und S als Funktion der Position. Die Quotienten können dabei Werte im Bereich von $-1 \le q_u \le +1$ annehmen.

Die Bestimmung der Strahlposition (x_b, y_b) aus dem gemessenen Quotientenpaar (q_x^b, q_y^b) läßt sich auf die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$q_x(x_b, y_b) \stackrel{!}{=} q_x^b \quad \text{und} \tag{4.34a}$$

$$q_y(x_{\mathbf{b}}, y_{\mathbf{b}}) \stackrel{!}{=} q_y^{\mathbf{b}} \tag{4.34b}$$



Abbildung 4.6.: Horizontale und vertikale Quotienten $q_x = \Delta_x / \Sigma$, $q_y = \Delta_y / \Sigma$, Summensignal Σ und Skew-Signal S als Funktion des Orts.

zurückführen. Multiplikation mit x_b bzw. y_b führt zu der Fixpunktform von (4.34)

$$x_{\mathbf{b}} = k_x(x_{\mathbf{b}}, y_{\mathbf{b}})q_x^{\mathbf{b}} \quad \text{und} \tag{4.35a}$$

$$y_{\mathsf{b}} = k_y(x_{\mathsf{b}}, y_{\mathsf{b}})q_y^{\mathsf{b}} \quad , \tag{4.35b}$$

aus der man bei bekannter Funktion $k_u(x, y)$ iterativ die Position bestimmen kann. Die Proportionalitätsfaktoren $k_u = u/q_u(x, y)$ sind im Zentrum ortsunabhängig und werden daher Monitorkonstanten genannt, da sie von der Geometrie des Monitors abhängen. Die Funktion $1/k_u(x, y) = q_u(x, y)/u$ ist dabei ein Maß für die Empfindlichkeit des Monitors auf Positionsänderungen. Typische Werte der Konstanten für die ELSA-Monitore sind $k_x(0,0) = 14$ mm bzw. $k_y(0,0) = 42$ mm. Folglich sind die ELSA-Monitore in der vertikalen Ebene um einen Faktor 3 unempfindlicher als in der horizontalen Ebene.

In Abb. 4.6 ist auch zu erkennen, daß q_x für große |x| abflacht und gegen 1 läuft. Dies bedeutet, daß der Monitor bei großen Strahlpositionen immer unempfindlicher wird. Während die Empfindlichkeit in der horizontalen Ebene kaum von der vertikalen Strahlposition abhängt, ist q_x sehr stark von x abhängig. Daher ist eine Kalibration des Monitors und der Elektronik erforderlich. Die Kalibration der Strahlpositionsmonitore von ELSA und der Algorithmus zur Ermittlung der Strahlposition aus den Elektrodenspannungen wird in Kapitel 6 behandelt. Im nächsten Kapitel soll zunächst die technische Realisierung der Monitorelektronik zur Messung der Elektrodenspannungen U_i diskutiert werden.

5. Das Monitorsystem

Das Strahllagemeßsystem gehört zu den wichtigsten Geräten der Instrumentierung eines Beschleunigers, da die exakte und zuverlässige Messung der Strahlposition die Voraussetzung für die optimale Korrektur der Gleichgewichtsbahn ist. In diesem Kapitel soll die technische Realisierung der Elektronik des Monitorsystems sowie des Gesamtsystems erläutert werden. Anschließend werden Messungen der wichtigsten Eigenschaften der Elektronik unter idealen Bedingungen beschrieben sowie prinzipbedingte Fehler des sequentiellen Verarbeitungsschemas und ihre Kompensierung diskutiert.

5.1. Anforderungen

Zunächst sollen die wichtigsten Anforderungen an das Monitorsystem zusammengefaßt werden. Sie ergeben sich aus den physikalisch motivierten Forderungen in Kapitel 3 und den Überlegungen zur Signalentstehung im letzten Kapitel.

- Die Arbeitsfrequenz der Elektronik sollte $f_{\rm HF} = 500 \,\text{MHz}$ betragen, da $f_{\rm HF}$ unabhängig von der Füllstruktur immer im Frequenzspektrum vorhanden ist und die größte Amplitude besitzt. Die Variation mit der Bunchlänge ist bei $f_{\rm HF}$ am geringsten (vgl. Abschnitt 4.3.1).
- Der Strombereich von ELSA reicht von $I_b = 0,1$ mA bis mindestens 250 mA und erfordert einen *Dynamikbereich* der Elektronik von mindestens 68 dB. Hinzu kommt der *Dynamikbereich des Orts*. Es ist bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn mit Ablagen von mindestens 10 mm zu rechnen. Dies führt zu einem Unterschied in den Elektrodenspannungen von 15 dB in der horizontalen Ebene und 4 dB in der vertikalen Ebene.
- Da im Betrieb von ELSA die Intensität schnell variiert, muß die Verstärkung automatisch geregelt werden, um den Dynamikbereich der Elektronik optimal auszunutzen.
- Zur Anwendung einer in Kapitel 7 erläuterten Methode der strahlbasierten Bestimmung der Nullpunkte der Monitore sollte die *Auflösung* der Elektronik einige Mikrometer betragen.
- Eine hohe relative Auflösung muß mit einer entsprechenden *Langzeitstabilität* der gemessenen Positionswerte gekoppelt sein. Die Drift in der Position sollte daher in der Größenordnung von einigen Mikrometern innerhalb eines Zeitraums von einigen Stunden liegt.
- Unterschiede in den Kapazitäten der vier Knopfelektroden, Bauteiltoleranzen der Elektronik und Kabellängendifferenzen führen bei der Rekonstruktion der Strahlposition zu einem systematischen Fehler von einigen 100 µm. Nur bei *Erfassung aller vier Elektrodensignale U_i* sind diese Fehler korrigierbar.
- Bei einer maximalen Rampgeschwindigkeit von 7,5 GeV/s beträgt die Länge der Rampphase von ELSA nur einige 100 ms. Damit während der Rampphase von ELSA genügend Meßpunkte zur Verfügung stehen, wurde eine *Meßrate* von 1 kHz spezifiziert. Außerdem sollten mit dieser Rate die gemessenen Positionen übertragen werden, damit eine Korrektur der Strahllage in Echtzeit möglich ist.

5.2. Realisierung

Während eine hohe Auflösung der Elektronik durch Reduktion der Bandbreite erreicht werden kann, ist eine entsprechend gute Langzeitstabilität sehr viel schwieriger zu realisieren. An die BPM-Systeme von Synchrotronstrahlungsquellen werden ähnlich hohe Anforderungen wie bei ELSA gestellt. Hier haben sich in den letzten Jahren Systeme durchgesetzt, die eine gute Langzeitstabilität durch sequentielle Verarbeitung der vier Signale U_i auf einem gemeinsamen Signalpfad erreichen [9, 106, 73]. Bei einer Schaltfrequenz von mehreren Kilohertz erreicht man, daß die unvermeidbaren Schwankungen in der Verstärkung bei dem Δ/Σ -Verfahren keine störende Auswirkung haben und daß die Positionsdrift vernachlässigbar klein ist.

Auf Basis der Überlegungen von Kapitel 4 und den obigen Anforderungen wurde eine Spezifikation [56] für das neue Monitorsystem von ELSA erstellt. Da es zum damaligen Zeitpunkt keine kommerziell lieferbare BPM-Elektronik gab, mußte eine eigene Entwicklung begonnen werden. Diese Entwicklung einer BPM-Elektronik wurde vom Institut für Kernphysik des Forschungszentrums Jülich (FZJ) für ELSA durchgeführt. Nach mehreren Tests an Prototypen wurde die Elektronik vom Forschungsinstitut für Meß- und Regeltechnik (Abteilung für Laborautomatisierung) des KFKI¹ in Budapest produziert.

Das neue Monitorsystem von ELSA besteht aus 28 autonom arbeitenden Monitorstationen² und zwei BPM-Kontrollrechnern, die mit einem Feldbus vernetzt sind. Die Monitorstationen sind modular aufgebaut und bestehen aus einem Analogteil, der die HF-Signale verarbeitet, und einem Digitalteil, der den Analogteil kontrolliert, die Daten digitalisiert und eine erste Vorverarbeitung übernimmt. Beide Teile bilden eine eng gekoppelte Einheit. Alle Stationen sind über einen Feldbus mit dem Kontrollrechner des Monitorsystems verbunden, von dem sie Befehle entgegennehmen und an den sie Meßdaten nach Anforderung verschicken. Ein VME³-Multiprozessorsystem synchronisiert die Datennahme, berechnet aus den vier Elektrodenspannungen die Strahlpositionen und sendet sie zur weiteren Verarbeitung an das Kontrollsystem von ELSA.

5.2.1. Analoge Elektronik

Der Analogteil ist ein schmalbandiger HF-Meßempfänger, der nach dem Superheterodyne-Prinzip [33] arbeitet. Er verarbeitet sequentiell die vier Elektrodensignale auf einem gemeinsamen Signalpfad und detektiert die Amplituden der Spannungen (Abb. 5.1). Seine Mittenfrequenz ist auf die Bunch-Wiederholfrequenz $f_{\rm HF}$ des Elektronenstrahls abgestimmt, die unabhängig von der Füllstruktur immer im Spektrum vorhanden ist (vgl. Abschnitt 4.3.1). Der Meßempfänger besitzt eine hohe Empfindlichkeit und einen großen Dynamikumfang.

Die BPM-Stationen sind mit vier kurzen, doppelt abgeschirmten Koaxialkabeln mit den Elektroden verbunden. Die HF-Signale passieren zunächst Tiefpaßfilter mit einer Grenzfrequenz von 600 MHz, um die Oberwellen von $f_{\rm HF}$ aus dem Signalspektrum zu entfernen, die ansonsten den Multiplexer übersteuern oder sogar beschädigen könnten. Manuell einstellbare Abschwächer dienen zur Kompensation von unterschiedlichen Kabeldämpfungen und Unterschieden in den vier Elektronikkanälen.

Zur Vermeidung von systematischen Fehlern läuft die sequentielle Verarbeitung mit einer konstanten Frequenz von $f_s = 1/T_s = 1$ kHz, wobei die Synchronisierung vom Digitalteil übernommen wird. Ein Multiplexer wählt zyklisch eines der vier Signale U_i aus und legt es für die Dauer von $\Delta T = T_s/5 =$ 200 µs auf den gemeinsamen Signalverarbeitungspfad; in der fünften Phase kann die Verstärkung geregelt werden.

¹KFKI: Központi Fizikai Kutató Intézet (Zentrales Forschungsinstitut für Physik)

²Das BPM-System ist auf maximal 32 Stationen ausgelegt, so daß es bei Einbau von weiteren BPM-Gehäusen möglich ist, die Strahlposition an jedem Quadrupol zu messen.

³VME: VERSA Module Eurocard



Abbildung 5.1.: Blockdiagramm des Analogteils der BPM-Elektronik. Die mit "CTRL" bezeichneten analogen und digitalen Signale werden vom Digitalteil (Abb. 5.2) erzeugt.

Die weitere Verarbeitung ist für alle vier Signale gleich. Ein zuschaltbarer 30 dB-Abschwächer ermöglicht die grobe Anpassung der Pegel an den Dynamikbereich des Detektors. Nach einer Bandpaßfilterung und einer Vorverstärkung wird das Signal mit Hilfe eines Mischers auf eine Zwischenfrequenz (ZF) von $f_{ZF} = 10,7$ MHz verschoben. Die Frequenz $f_{LO} = f_{HF} - f_{ZF}$ des lokalen Oszillators (LO) kann in 50 kHz-Schritten an eine HF-Frequenz von $f_{HF} = 498$ bis 502 MHz angepaßt werden. Die kleine Schrittweite ist notwendig, da die Bandbreite des ZF-Filters nur 200 kHz beträgt.

Der synchrone Demodulator verschiebt das amplitudenmodulierte Signal von f_{ZF} zur Frequenz f = 0 Hz. Der Demodulator benutzt einen Tracking-Oszillator, der seine Frequenz und Phase an die des anliegenden Signals anpaßt. Um den begrenzten Dynamikbereich des Demodulators optimal auszunutzen, kann die ZF-Verstärkung spannungsgesteuert zwischen 0 und 80 dB verändert werden. Die Steuerspannung erzeugt ein D/A-Wandler, der vom Digitalteil kontrolliert wird.

Vor der Digitalisierung werden die vier Signale aufgeteilt und die störenden Mischprodukte von $2f_{ZF}$ mit Tiefpaßfiltern entfernt. Dies verbessert außerdem die Auflösung, da die Rauschleistung mit der Bandbreite skaliert. Die Bandbreite der analogen Tiefpaßfilter kann vom Digitalteil auf 500, 200, 100 oder 50 Hz eingestellt werden. Filter mit Bandbreiten von 0,09 Hz bis 20 Hz wurden als digitale Filter in der Software des Digitalteils realisiert. Die Eigenschaften dieses Verarbeitungsschemas werden in Abschnitt 5.3.1 genauer diskutiert werden.

5.2.2. Digitale Elektronik

Die zweite Komponente der BPM-Station ist der Digitalteil (Abb. 5.2). Er kontrolliert den Analogteil, mißt periodisch die vier Spannungen U_i und kann sie einer ersten Vorverarbeitung unterziehen, indem er

die Signale Δ_u , Σ oder sogar die Quotienten q_u ausrechnet⁴. Er sendet diese Daten entweder selbständig oder auf Befehl an den VME-Kontrollrechner.

Der Digitalteil besteht aus einem 8 Bit-Mikrokontroller (Intel 8051) mit 32 kB RAM als Meßdatenspeicher, einem 8 kB EPROM zur Aufnahme des Steuerprogramms ("Firmware") und mehreren digitalen und analogen Ein- sowie Ausgängen. Die digitalen Signale steuern die Synthesizerfrequenz, die Schaltfolge des Multiplexer, den Abschwächer und die Auswahl der Tiefpaßfilter. Die sequentiell anliegenden Elektrodenspannungen werden von einem 12 Bit A/D-Wandler digitalisiert. Mit einer Rate von $f_s = 1$ kHz stehen die vier Spannungen U_i einer weiteren Verarbeitung zur Verfügung.

Mit einem spannungsgesteuerten ZF-Verstärker wird der Signalpegel optimal an den Dynamikbereich des Demodulators und des A/D-Wandlers angepaßt. Da alle vier Elektrodenspannungen zur Verfügung stehen, kann die Verstärkung automatisch an den Strom angepaßt werden. Der Mikrokontroller regelt einmal pro Zyklus die ZF-Verstärkung über einen 12 Bit D/A-Wandler, so daß der maximale Wert der vier Spannungen 96 % von U_{max} beträgt, wobei $U_{\text{max}} = 5$ V der Skalenendwert des A/D-Wandlers ist. Die Verstärkung kann in einer $\Delta T = 200 \,\mu\text{s}$ langen Phase zwischen zwei Abtastzyklen geändert werden. Die frei wählbare Abtastreihenfolge von U_i erlaubt die teilweise Kompensation von scheinbaren Positionsverschiebungen bei schnellen Signaländerungen (s. Abschnitt 5.3.1).

Zur späteren Datenanalyse ist die Speicherung aller vier Spannungen in der BPM-Station und ihre spätere Abfrage möglich. Die Kapazität des RAMs reicht für 4×4096 Spannungswerte, die mit einer variablen Rate von $f_m = f_s/2^n$ gespeichert werden können, wobei $0 \le n \le 5$ ist. Bei der höchsten Rate von 1 kHz können Werte für 4,1 Sekunden aufgezeichnet werden, wobei ein Triggerkommando die Datennahme starten oder eine laufende Datennahme stoppen kann. Um untersuchen zu können, ob Spektrallinien in den Frequenzbereich 0 bis $f_s/2 = 500$ Hz gefaltet wurden (Aliasing-Linien), kann die Abtastfrequenz f_s verringert werden⁵.

Alle relevanten Parameter des Monitorsystems und der Elektronik sind in Tab. 5.1 zusammengefaßt. Genauere Informationen zum technischen Aufbau der neuen Monitorelektronik finden sich in [77, 60].

⁵Eine Aliasing-Linie ändert bei Variation von f_s ihre Frequenz; die Frequenz einer "echten" Linie bleibt konstant.



Abbildung 5.2.: Blockdiagramm des Digitalteils der BPM-Elektronik.

⁴Allerdings ist dann die Korrektur der unterschiedlichen Abschwächung der vier Kabel und der vier Elektronikkanäle nicht mehr möglich. Die Vorverarbeitung in den BPM-Stationen ist für ein schnelles Strahllage-Feedback gedacht, bei dem es primär auf die Positionsstabilität ankommt und bei dem die Datenübertragungsrate möglichst hoch sein muß.

Parameter	Wert	
ELSA Strombereich Ib	0,1 – 250 mA	
HF-Frequenz $f_{\rm HF}$	499,670 MHz	
Verstärkung G	> 106 dB	
Verstärkerregelung	$> 80 \mathrm{dB}$	
HF-Abschwächer	0 oder 30 dB	
max. Eingangsleistung P_{in}	+6 dBm	
Demodulatorbandbreite B	50, 100, 200 oder 500 Hz	
Detektorlinearität ϵ	≤ 5 ‰	
hor. / ver. Auflösung $x, y_{\rm rms}$	$\leq 2\mu\text{m}/\leq 6\mu\text{m}$ bei 100 mA	
hor. / ver. Auflösung x, y_{rms}	\leq 4 µm / \leq 12 µm bei 1 mA	
Multiplexerfrequenz f_s	1 kHz	
Datennahme	12 Bit A/D-Wandler	
Verstärkungsregelung	12 Bit D/A-Wandler	
Datenübertragungsrate	55,5 kBit/s oder 1 MBit/s	

 Tabelle 5.1.: Parameter des Monitorsystems und der Elektronik

5.2.3. Meßsystem

Fast alle BPM-Stationen befinden sich in direkter Nähe zu den Pickup-Elektroden im Tunnel von ELSA. Da die Signaldämpfung bei kurzen Kabellängen klein ist, bleibt der Signalpegel der vier Elektrodensignale auch bei geringen Intensitäten noch ausreichend hoch, um daraus die Position des Strahls zu bestimmen.

Messungen des Strahlungsuntergrundes an verschiedenen Stellen in ELSA ergaben, daß die Montage der Elektronik auf der Unterseite der Dipolmagnete an ihrem hinteren Ende den besten Schutz vor Strahlung bieten. Zusätzlich wurde zum Schutz der Elektronik vor jeder BPM-Station eine Bleimauer aufgebaut. Da die Strahlenbelastung im Bereich des Synchrotrons und im Injektionsbereich von ELSA recht hoch ist, wurde dort die Monitorelektronik außerhalb des Ringtunnels hinter einer Abschirmung aufgebaut.

Die BPM-Stationen sind an ein lokales Feldbusnetzwerk angeschlossen, das in vier Feldbussegmenten organisiert ist. Pro Feldbussegment können bis zu acht Stationen mit dem VME-Bus-Steuerungsrechner in einer sternförmigen Topologie verbunden sein (s. Abb. 5.3). Insgesamt können daher maximal 32 BPM-Stationen angeschlossen werden. Als physikalisches Medium werden abgeschirmte Twisted-Pair-Kabel mit Längen bis 140 m verwendet. Ein opto-isolierter CAN-Bus⁶-Baustein bildet die Schnittstelle zwischen Feldbus und Digitalteil. Die Optokoppler und die CAN-Bus-Kontroller werden von einer speziell für das Monitorsystem angefertigten VME/Feldbus-Adapterkarte mit Spannung versorgt. Diese Leitungen dienen auch zum Reset eines Segments.

Der Datenaustausch erfolgt über ein asynchrones Protokoll im Halbduplex-Betrieb mit einer maximalen Übertragungsrate von 1 MBit/s. Zur Zeit wird das System mit 28 Stationen und einer Rate von 55,5 kBit/s betrieben. Die Meßdaten aller BPM-Stationen werden periodisch vom zentralen BPM-Kontrollrechnersystem abgefragt, wobei eine typische Rate 1 Hz beträgt. Das BPM-Kontrollrechnersystem ist ein eng gekoppeltes Multiprozessorsystem aus zwei VME-Bus-Rechnern, auf denen das VME-Echtzeitbetriebssystem VxWorks [117] eingesetzt wird.

Der Feldbus-Kontrollrechner bildet mit vier seriellen Schnittstellen die Verbindung zu den vier Feldbussegmenten und stellt den Host-Rechner in diesem Master-Slave-System dar. Hierbei handelt es sich um einen VME-Rechner⁷ mit einem MC68360-Kommunikationskontroller. Dieser Rechner übernimmt

⁶CAN: Controller Area Network

⁷SYS68K/IDC-1, FORCE Computers GmbH



Abbildung 5.3.: Schematischer Aufbau des Monitorsystems und seine Integration in das Kontrollsystem der Beschleunigeranlage ELSA.

die Steuerung und Synchronisation der BPM-Stationen. So empfängt er vom BPM-Kontrollrechner über eine TCP/IP-Verbindung Kommandos, wie die Änderung vom Hardware-Einstellungen oder Trigger-Kommandos. Er fordert aber auch in regelmäßigen Abständen Meßwerte von den BPM-Stationen an und schickt sie als Datenpaket über eine zweite TCP/IP-Verbindung zum BPM-Kontrollrechner. Bei einer Übertragungsrate von 55,5 kBit/s sind Update-Raten für die Gleichgewichtsbahn von einigen Hertz möglich.

Die Daten werden von den BPM-Stationen in Form von einzelnen Paketen ("Frames") mit einer Länge von 9 Bytes verschickt, die neben der Identifikation der Station die vier digitalisierten Signale und eine Prüfsumme enthalten. Nach einem Triggerkommando des Feldbus-Kontrollrechners startet die Datennahme in allen Stationen gleichzeitig. Ist die Datennahme abgeschlossen, beginnen die Stationen sequentiell ihre Frames auf dem Feldbus zum Host-Rechner zu übertragen. Eine Station ist dabei als Start-Station für die Übertragung ausgezeichnet. Alle anderen Stationen besitzen eine über die Software konfigurierbare Adresse, die festlegt, wann sie ihr Datenpaket versenden dürfen. Der Feldbuskontroller erhält dann automatisch nach einem Trigger die Frames aller Stationen an einem Segment. Für einen Feedbackmodus ist es außerdem möglich, daß eine BPM-Station die Triggerung eines Segmentes übernimmt. Weitere Details zur Kommunikation finden sich in [76] und [58].

Der zweite Rechner wird BPM-Kontrollrechner genannt und ist ein VME-Rechner⁸ mit Motorola 68060-CPU, 8 MB-RAM und Ethernet-Schnittstelle. Er bildet die Schnittstelle zwischen Monitorsystem

⁸SYS68K/CPU-60, FORCE Computers GmbH

und Kontrollsystem [39, 83] von ELSA. Der BPM-Kontrollrechner berechnet aus den vier Spannungen U_i der Monitore nach (4.33) und (4.35) die Strahlpositionen (x_b, y_b) mit allen Korrekturen für Abschwächungsfaktoren und Nullpunktsverschiebungen (Die Umrechnung der Spannungswerte in Positionen wird in den Kapiteln 6 und 7 ausführlich diskutiert.).

Nach der Bearbeitung werden die Meßwerte der Gleichgewichtsbahn, die Spannungen der einzelnen Elektrodensignale sowie die Statussignale über ein Glasfasernetzwerk an die Kontrollsystemrechner (Workstations HP 9000/700 unter HP-UX) von ELSA geschickt (Abb. 5.3). Im Kontrollsystem wird die Gleichgewichtsbahn und ihre charakteristischen Parameter graphisch dargestellt (Abb. 5.4).

Außerdem gibt es ein Kontrollsystemmenu, das den Zugriff auf alle Parameter jeder einzelnen BPM-Station erlaubt, um z.B. die Frequenz des lokalen Oszillators, die Einstellung der Bandbreite der Tiefpaßfilter, die Abtastreihenfolge, den Algorithmus der Verstärkungsregelung oder die Meßrate einzustellen. Auch diese Werte werden im regelmäßigem Abstand abgefragt und in diesem Menu dargestellt.

Zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn wurden die in Abschnitt 2.2.6 beschriebenen Algorithmen (Least-Square-Korrektur, Harmonischenkorrektur, MICADO-Algorithmus) im Rahmen einer Diplomarbeit implementiert [34]. Außerdem ist es möglich, beliebige geschlossene Beulen der Gleichgewichtsbahn mit $N \ge 2$ Korrektoren zu erzeugen, wobei Positionen oder Winkel an $M \le N - 1$ Stellen vorgegeben werden können. Eine Offline-Analyse der Daten der Monitore ist mit Applikationsprogrammen möglich, die sich an das Kontrollsystem ankoppeln. Die im wesentlichen in MATLAB [104] geschriebenen Programme erlauben z.B. die Berechnung und graphische Darstellung des Frequenzspektrums der Strahlschwingungen, die Analyse der zeitlichen Änderung der Strahllage während der Rampphase im Nachbeschleunigungsmodus (s. Kapitel 10) oder die automatische Messung der Orbit-Response-Matrix.



Abbildung 5.4.: Darstellung der Gleichgewichtsbahn im Kontrollsystem von ELSA.

5.3. Eigenschaften des Verarbeitungsschemas

Bei der sequentiellen Abtastung der vier Elektrodensignale können unter bestimmten Umständen Fehlmessungen auftreten, die zu systematischen Fehlern bei der Bestimmung der Strahlpositionen führen. Diese Fehler sollen nun kurz erläutert werden und mögliche Korrekturen diskutiert werden.

5.3.1. Periodische Abtastung

Da die Strahlposition (x_b , y_b) und die Strahlintensität I_b zeitabhängig sind⁹, ändern sich auch die Elektrodenspannungen $U_i(t)$ mit der Zeit. Intensitätsänderungen entstehen z.B. während der Injektions- und Extraktionsphase von ELSA. Transversale Strahlschwingungen werden von Bodenbewegungen (vgl. Abschnitt 10.4.4), Multibunch-Instabilitäten [55] oder Rippel von Netzgeräten verursacht. Bei der Wechselwirkung des Strahls mit Ionen entstehen periodische Veränderungen der Strahlbreite, die zu scheinbaren Signalschwankungen führen.

Diese zeitlichen Änderungen sind kritisch, da die periodische Abtastung von $U_i(t)$ im Abstand von T_m zu Fehlern bei der Positionsbestimmung führen kann, wenn in den Elektrodensignalen Frequenzen enthalten sind, die größer als die Abtastrate $f_m = 1/T_m$ der Elektronik sind. Das Abtasttheorem [97] besagt, daß die Elektrodenspannung $U_i(t)$ nur dann eindeutig aus den abgetasteten Werten rekonstruiert werden kann, wenn die Bandbreite der Elektronik vor der Digitalisierung auf mindestens $f_g < f_m/2$ beschränkt wird. Ist dies nicht erfüllt, so werden Frequenzen $f > f_g$ in den Frequenzbereich $0 \le f \le f_g$ gespiegelt und sind nicht mehr von echten Frequenzen in diesem Bereich zu unterscheiden (Aliasing).

Der zeitliche Abstand zwischen zwei Meßwerten $T_m = T_s \cdot 2^n$ ist bei der Elektronik immer ein Vielfaches 2^n eines festen Intervalls $T_s = 1/f_s = 1$ ms, wobei $0 \le n \le 5$ ist. Zur Reduktion der Bandbreite dienen analoge Tiefpaßfilter vor dem A/D-Wandler mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen, die je nach Abtastrate so gewählt werden müssen, daß $f_g < f_m/2$ erfüllt ist.

5.3.2. Sequentielle Abtastung

Bei einer zeitlichen Änderung der Signale $U_i(t)$ innerhalb des Zeitintervalls T_s entsteht durch die sequentielle Abtastung

$$U_i[j] = U_i(j \cdot T_{\mathbf{m}} + (i-1) \cdot \Delta T) \tag{5.1}$$

ein zusätzlicher systematischer Meßfehler $\Delta u = u - \tilde{u}$ der Strahlposition (Abb. 5.5(a) und 5.5(b)), wobei $\Delta T = T_s/5 = 200 \,\mu s$ ist. Mit solchen Fehlern muß während der Injektionsphase von ELSA gerechnet werden, bei der es innerhalb weniger Mikrosekunden zu großen Stromänderungen kommt. Ein teilweiser Strahlverlust kann ebenfalls zu einer kurzzeitigen Fehlmessung der Strahlposition führen, die prinzipbedingt ist und nicht korrigiert werden kann.

Eine teilweise Kompensation der Meßfehler ist möglich, falls sich $U_i(t)$ gleichmäßig ändert. Dies gilt näherungsweise für die Extraktionsphase. Zur Abschätzung des Fehlers sei angenommen, daß die Stromänderung \dot{I}_b innerhalb des Zeitintervalls T_s konstant ist. Befindet sich der Strahl im Zentrum des Monitors, so beträgt die Spannungsänderung nach Ablauf von T_s

$$\Delta U = U_{\rm AD} \frac{T_{\rm s}}{T_{\rm ext}} \quad , \tag{5.2}$$

wobei $U_{AD} = 0.96 U_{max}$ die Sollspannung der Verstärkungsregelung und T_{ext} die Extraktionsdauer ist. Dieser Fehler wird in der fühlten Phase durch Anpassung der Verstärkung ausgeglichen. Die scheinbare Position beträgt bei der Abtastreihenfolge $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

$$\tilde{x} = k_x \frac{\Delta_x}{4U_{AD} - 6\Delta U}$$
 und $\tilde{y} = k_y \frac{\Delta_y + 4\Delta U}{4U_{AD} - 6\Delta U}$ (5.3)

⁹Unter Zeitabhängigkeit sollen Frequenzen kleiner als die maximale Bandbreite der Elektronik von 500 Hz verstanden werden.



Abbildung 5.5.: Spannungsänderung bei einer Stromabnahme innerhalb des Abtastzyklus.

und führt zu einer systematisch zu klein gemessenen Strahlposition. Die typischen Extraktionszeiten T_{ext} reichen bei ELSA von einer Sekunde bis 60 Sekunden. Im ungünstigsten Fall ist dann $\Delta U = 4,8 \text{ mV}$, was zu einer Positionsverschiebung von $\Delta x = 0 \,\mu\text{m}$ bzw. $\Delta y = 42 \,\mu\text{m}$ führt.

Da der Digitalteil die Kanalauswahl des Multiplexers steuert, kann die Abtastsequenz der vier Signale U_i frei gewählt werden. Dies erlaubt eine teilweise Korrektur der Scheinverschiebungen Δu . Je nach Abtastsequenz ist der systematische Fehler in einer Ebene Null oder läßt sich auf beide Ebenen gleichmäßig aufteilen. So ist bei der Reihenfolge $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ die Verschiebung Δy Null und bei $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ für beide Ebenen gleich.

5.4. Eigenschaften der Elektronik

Zunächst sollen die die Eigenschaften der Elektronik unter idealen Bedingungen erläutert werden. Nur so kann unterschieden werden, ob eine Abhängigkeit von einem Strahlparameter "echt" oder nur ein Artefakt der Elektronik ist. Die meisten Ergebnisse wurden mit einer Monitorkonstanten von $k_x = 14,4$ mm ermittelt. Da die Elektronik nicht zwischen den transversalen Ebenen unterscheidet, gelten viele der Ergebnisse für beide Ebenen. Für die vertikale Ebene muß nur der Faktor von 1/3 in der Empfindlichkeit aufgrund der Elektrodengeometrie ($k_y = 42,9$ mm) berücksichtigt werden. Weitere Messungen der Elektronik und ein Vergleich mit einer kommerziellen Elektronik wurden im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt [4].

5.4.1. Dynamikbereich

Da die Spannungen U_i sowohl von der Intensität als auch von den transversalen Positionen abhängen, müssen Orts- und Intensitätsdynamikbereich gemeinsam untersucht werden.

Wie schon erwähnt liegen die typischen Ströme I_b von ELSA zwischen 0,1 und 250 mA, wobei die hohen Ströme im Speicherbetrieb erreicht werden und die untere Grenze vom Betrieb mit polarisierten Elektronen festgelegt wird. Diesem Strombereich entspricht ein Dynamikumfang von 68 dB, den die Elektronik ausgleichen muß. Bei einen Strom von $I_b = 1$ mA beträgt der Signalpegel bei einem Monitor mit DESY-Elektroden P(1 mA) = -51 dBm (Kapitel 4). Der Dynamikbereich bei zentralem Strahl beträgt daher $-71 \text{ dBm} \le P \le -3 \text{ dBm}$. Bei Monitoren mit ESRF-Elektroden liegen die Pegel um ca. 9 dB niedriger. Zusätzlich kommt bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn der Ortsdynamikbereich hinzu. Nimmt man zur Abschätzung die Monitorkonstanten $k_x = 14,6 \text{ mm}$ und $k_y = 42 \text{ mm}$ an, so ergibt sich bei einer Änderung der Strahlposition um +10 mm eine zusätzliche Änderung von 15 dB in der x-Ebene und 4 dB in der y-Ebene.

Da ELSA entweder nur bei hohen Strömen oder nur bei niedrigen Strömen betrieben wird, ist es sinnvoll, mit einem schaltbaren Abschwächer die Signalpegel grob an den Dynamikbereich der Elektronik anzupassen. Dieser 30 dB-Abschwächer reduziert den Pegel¹⁰ um einen Faktor von etwa 31,6. Oberhalb von etwa -25 dBm muß der Abschwächer zugeschaltet werden. Dies entspricht einem Strom von ca. 40 mA bei Annahme einer Kabelabschwächung von 2 dB.

Die Ortsabhängigkeit der Strahlpositionen für $x = 0, \pm 2 \text{ mm}$ und $\pm 5 \text{ mm}$ von der Eingangsleistung *P* zeigt Abb. 5.6 und wurde auf dem im nächsten Kapitel genauer beschriebenen BPM-Kalibrationsstand gemessen. Als Umrechnung zwischen Quotient und Position wurde die lineare Näherung $x = k_x q_x$ verwendet. Ist bei ausgeschaltetem Abschwächer $P_{\text{in}} > -20 \text{ dBm}$ (bzw. +10 dBm mit Abschwächer), so überschreiten die Spannungen U_i den Skalenendwert $U_{\text{max}} = 5 \text{ V}$ des A/D-Wandlers, was zu einer scheinbaren Positionsverringerung führt. Offsetspannungen U_{off} führen bei niedrigen Pegeln zu den Abweichungen bei $P_{\text{in}} \leq -68 \text{ dBm}$ (-38 dBm), da unterhalb von -68 dBm die maximale Verstärkung der Elektronik erreicht ist und die Verstärkung nicht mehr ausreicht, um eine konstante Spannung von U_{AD} zu garantieren. Bei zugeschaltetem Abschwächer ist daher bei $I_{\text{b}} \lesssim 5 \text{ mA}$ damit zu rechnen, daß die Positionswerte nicht mehr zuverlässig sind.

¹⁰Dadurch wird allerdings das Elektronikrauschen um 30 dB stärker. Wie im folgenden Kapitel erläutert werden wird, ist dies bei höheren Strömen aber unerheblich, da hier die Granularität des A/D-Wandlers die Auflösung beschränkt.



Abbildung 5.6.: Strahlposition x als Funktion der Leistung P_{in} am Eingang der Elektronik für einen zentralen Strahl im Monitor. Verwendet wurde die lineare Näherung $x = k_x q_x$. Auf der oberen Achse ist der äquivalente Strom I_b bei einem Monitor mit DESY-Elektroden bei einem zentralen Strahl im BPM eingezeichnet. Bei P > -25 dBm muß der 30 dB-Abschwächer hinzugeschaltet werden. Dies verschiebt den Strombereich um einen Faktor von 31,6 nach oben.

5.4.2. Ortsauflösung

Die Ortsauflösung des Monitors wird durch das Signal-Rausch-Verhältnis der Elektronik und die Elektrodenkonfiguration bestimmt. Der RMS-Wert des Spannungsrauschen beträgt

$$U_{\rm n} = \sqrt{U_{\rm r}^2 + U_{\rm c}^2} \quad , \tag{5.4}$$

wobei U_r das thermische Rauschen der Elektronik und U_c das Quantisierungsrauschen des A/D-Wandlers ist. Die thermische Rauschspannung U_r beträgt [37]

$$U_{\rm r} = \sqrt{GFkTBR} \quad , \tag{5.5}$$

wobei k die Boltzmann-Konstante, B die effektive Bandbreite des Systems, R der Widerstand und T die absolute Temperatur ist. Hierbei wurde angenommen, daß die Kabelverluste als Rauschquelle mit $R = 50 \Omega$ behandelt werden können. Die Elektronik fügt dem thermischen Rauschen einen zusätzlichen Anteil zu, der durch die Rauschzahl F ausgedrückt wird und verstärkt das Signal um den Faktor G.

Das von der Granularität des A/D-Wandlers hervorgerufene Quantisierungsrauschen beträgt $U_q = U_{LSB}/\sqrt{12}$, wobei ein Quantisierungsschritt¹¹ $U_{LSB} = U_{max}/(2^N - 1)$ ist [113]. Dies gilt jedoch nur dann, wenn U variabel genug ist, d.h. $U \gg U_{LSB}$ zutrifft. Beträgt die Schwankung nur noch ein Bit, so führen zufällige Bit-Schwankungen des A/D-Wandlers zu einem Spannungsrauschen von

$$U_{\rm c} = \frac{U_{\rm LSB}}{2} \quad . \tag{5.6}$$

Die Streuung der gemessenen Strahlposition $\Delta u_{\rm rms}$ hängt nach (4.33) von der Streuung der Spannungen U_i ab und beträgt für einen Strahl im Zentrum des Monitors

$$\Delta u_{\rm rms} = \frac{k_u}{2} \frac{U_{\rm n}}{U} \quad , \tag{5.7}$$

¹¹LSB: Least Significant Bit



Abbildung 5.7.: Relative Auflösung $\Delta x_{\rm rms}$ bzw. $\Delta y_{\rm rms}$ als Funktion der Leistung P_{in} am Eingang der Elektronik bei einer Bandbreite von 500 Hz. Auf der oberen Achse sind die äquivalenten Ströme $I_{\rm b}$ bei einem Monitor mit DESY-Elektroden bei einem zentralen Strahl im BPM eingezeichnet.

wenn $U = U_i$ die Spannung am A/D-Wandler und U_n der RMS-Wert des Spannungsrauschens ist. Der Digitalteil regelt dabei die Verstärkung auf $U_{AD} = 0.96 U_{max}$, wobei $U_{max} = 5 V$ der Skalenendwert des A/D-Wandlers ist.

Während die Auflösung bei niedrigen Pegeln vom thermischen Rauschen dominiert wird, begrenzt für P > -35 dBm der 12 Bit-A/D-Wandler die Auflösung (Abb. 5.7). Da der Hersteller des A/D-Wandlers eine effektive Zahl von $N_{\rm eff} = 11,33$ Bits angibt, ist $U_{\rm LSB} \approx 2$ mV. Nach (5.4) ist damit $U_{\rm n} = U_{\rm c} \approx 1,0$ mV und es ergibt sich nach (5.7) $\Delta x_{\rm rms} = 1,5$ µm bzw. $\Delta y_{\rm rms} = 4,5$ µm. Die gemessenen Werte stimmen damit recht gut überein.

Die Monitorelektronik erreicht bei Strömen von einigen 10 mA eine Ortsauflösung, wie sie für die Verwendung der Methode des Beam Based-Alignments bei ELSA notwendig ist. Die Auflösung der Elektronik ist dabei vergleichbar oder sogar besser als bei Monitorsystemen von Synchrotronstrahlungsquellen der dritten Generation, wenn man beim Vergleich die unterschiedlichen Bandbreiten *B* berücksichtigt (s. z.B. [106]).

Durch Reduzierung der Bandbreite *B* kann die Auflösung weiter verbessert werden. Dies verringert allerdings die Meßbandbreite, da die Länge des Meßintervalls $T_m > \tau$ sein muß, wobei $\tau \approx 1/B$ die Einschwingzeit des Filters ist. Die Bandbreite *B* wird durch analoge Tiefpaßfilter mit variabler Grenzfrequenz reduziert. Um die dominierenden Strahloszillationen bei 50 Hz (s. Abschnitt 10.4.4) aus dem Spektrum zu entfernen, wurde die niedrigste analoge Bandbreite als 50 Hz festgelegt. Bandbreiten B < 10 Hz lassen sich mit analogen Filtern nicht mehr praktikabel realisieren und sind als digitale Filter in der Firmware des Digitalteils implementiert worden. Die niedrigste Bandbreite beträgt 0,09 Hz und erfordert damit eine Länge des Meßintervalls von $T_m > 11$ s.

Die Auflösung kann durch Interpolation zwischen den Bits weiter verbessert werden, wenn genügend Rauschen vorhanden ist [113]. Als Rauschquelle wird dabei die zufällige Bewegung des Strahls ausgenutzt. Voraussetzung ist dabei, daß die differentielle Linearität des AD-Wandlers gut genug ist. Die Wandler wurden aus einer größeren Menge nach möglichst hoher Linearität ausgesucht und besitzen typischerweise eine Linearität von 14 Bit [75].

5.4.3. Langzeitstabilität

Während eine Auflösung von einigen Mikrometern durch Reduzierung der Bandbreite B nach (5.5) relativ leicht zu realisieren ist, ist eine vergleichbare Langzeitstabilität im allgemeinen wesentlich schwieriger zu erreichen. Thermisch bedingte Änderungen in der analogen Elektronik führen zu einer scheinbaren Drift der Strahlposition. Die Drift sollte dabei kleiner als die des Strahls sein und im Bereich der Auflösung liegen.

Die extrem gute Langzeitstabilität der neuen BPM-Elektronik ist eine intrinsische Eigenschaft ihres Signalverarbeitungsschemas. Die langsame Drift der Verstärkung G der Elektronik wirkt sich gleichermaßen auf alle vier Spannungen U_i aus, so daß innerhalb des Meßintervalls T_m von einer festen Verstärkung G ausgegangen werden kann, die sich nach (4.33) nicht auf die Strahlposition auswirkt.

Zur Messung der Langzeitstabilität wurde das Signal eines Synthesizers mit einem Vierfach-Leistungsteiler aufgespalten und $U_i(t)$ über einen Zeitraum von acht Stunden aufgezeichnet (Abb. 5.8(a)). Die Positionsdrift beträgt in der x-Ebene weniger als 1 µm, obwohl sich die vier Spannungen innerhalb der ersten zwei Stunden um ca. 2 % in ihrer Amplitude änderten. In der y-Ebene sind die Verhältnisse aufgrund der geometriebedingten geringeren Sensitivität um einen Faktor 3 schlechter (vgl. Abschnitt 4.5).

Wie man in Abb. 5.7 sehen kann, dominiert bei hohen Signalpegeln die zufällige Bitänderung des A/D-Wandlers das Rauschen. Das Amplitudenhistogramm der Positionswerte zeigt eine gaußförmige Verteilung (Abb. 5.8(b)), so daß keine periodischen Signale im Signalspektrum vorhanden sind, da ein überlagertes Sinussignal zu einer Doppelpeak-Struktur im Histogramm führen würde. Diese Eigenschaft ist sehr wichtig bei der Anwendung der strahlbasierten Methode der Nullpunktsbestimmung der Strahlagemonitore (Kapitel 7), da sich sonst die Auflösung der Elektronik deutlich verschlechtern würde.



Abbildung 5.8.: Horizontale Position x als Funktion der Zeit t (links) sowie das dazugehörige Amplitudenhistogramm (rechts) für einen Pegel von -20 dBm und eine Bandbreite von 500 Hz.

5.5. Verteilung der Monitore

Die Strahlpositionsmonitore liefern nur an bestimmten Stellen s_i Meßwerte $u_i := u_{co}(s_i)$ der Gleichgewichtsbahn. Wie in Kapitel 2 erläutert wurde, liegt das Maximum der spektralen Verteilung der Gleichgewichtsbahn bei der Harmonischen f_n mit $n = int\{Q\} \in \mathbb{N}$. Um eine eindeutige Rekonstruktion von u(s) aus den Meßwerten zu ermöglichen, muß nach dem Abtasttheorem [97] die Strahllage mindestens zwei Mal pro Betatronwellenlänge gemessen werden. Da der Arbeitspunktbereich von ELSA zwischen Q = 4,5 und Q = 5,5 liegt, sind mindestens 11 Monitore erforderlich, die gleichmäßig bezüglich des Phasenvorschubs $\Delta \psi_u$ verteilt sein müssen. Die räumlichen Gegebenheiten an ELSA lassen dies jedoch vielerorts nicht zu, so daß in der Praxis mehr Monitore notwendig sind. Eine größere Anzahl verbessert außerdem die Güte der Korrektur der Gleichgewichtsbahn, da höhere Frequenzkomponenten meßbar und damit auch korrigierbar werden.

Simulationen mit der Verteilung der Monitore des vorhergehenden Monitorsystems zeigten [34], das es zu nicht meßbaren Beulen der Gleichgewichtsbahn in den Bereichen der Extraktion und der Quellpunkte der Synchrotronstrahlung kommen kann, wenn sich in diesen Gebieten Feld- oder Justierungsfehler befinden. Für das neue Monitorsystem wurden daher zusätzlich zu den schon vorhandenen 23 Stationen fünf weitere Monitore in den oben erwähnten Gebieten in ELSA eingebaut.

Der Phasenvorschub zwischen den 28 Monitoren des neuen Monitorsystems beträgt bei den meisten BPMs rund 50°. Nur im Bereich der Injektion konnte aus räumlichen Gründen noch kein Monitor eingebaut werden. Daher beträgt dort der horizontale Phasenvorschub noch 120° bzw. der vertikale 140° (Abb. 5.9(b)). Beim alten Monitorsystem war $\Delta \psi_u$ deutlich ungleichmäßiger verteilt (Abb. 5.9(a)).



(a) altes Monitorsystem

(b) neues Monitorsystem

Abbildung 5.9.: Phasenvorschub beim alten bzw. neuen Monitorsystem (oben horizontal, unten vertikal) zwischen den BPMs für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,613$ und $Q_y = 4,431$.

6. Die Kalibration des Monitorsystems

Die genaue Kalibration der Strahlpositionsmonitore ist Voraussetzung für eine präzise Messung der Gleichgewichtsbahn. Die Signale von Monitoren mit Knopfelektroden sind stark nichtlinear von der Strahlposition abhängig. Diese intrinsische Eigenschaft dieses Monitortyps macht eine numerisch aufwendige Berechnung der Strahlposition aus den Elektrodensignalen notwendig. Herstellungsbedingte Unterschiede der Monitorgehäuse, der Elektroden und der Elektronik erfordern außerdem eine individuelle Vermessung jedes Monitors, um die hohen Genauigkeitsanforderungen zu erfüllen. Das bei ELSA verwendete Kalibrationskonzept der Monitore und der zur Rekonstruktion der Strahlposition aus den Elektrodensignalen verwendete Algorithmus wird in diesem Kapitel beschrieben. Die Anbindung der Monitore an die magnetischen Elemente des Beschleunigers erfolgt mit dem Elektronenstrahl selbst und wird im nächsten Kapitel behandelt. Am Ende diese Kapitels wird der Einfluß der Strahlbreite auf die Bestimmung der Strahlposition erläutert und die hierdurch auftretenden Fehler abgeschätzt.

6.1. Kalibrationsmethode

Das Ziel der Kalibration ist die Bestimmung der Strahlposition (x_b, y_b) aus den Spannungen U_i der vier Knopfelektroden. Unter der Spannung $U_i \ge 0$ soll in diesem Kapitel die Amplitude der 500 MHz Komponente des Elektrodensignals innerhalb einer 3 dB-Bandbreite von maximal 1 kHz verstanden werden. Die Spannungen $U_i(I_b, x_b, y_b)$ sind eine Funktion des Strahlstroms I_b und der Strahlposition (x_b, y_b) . Strom I_b und Position u_b sind zeitabhängige Funktionen.

Wie bereits erläutert verwendet man zur Bestimmung der Strahlposition nicht die Spannungen U_i direkt, sondern die aus U_i gebildeten Quotienten

$$q_x^{\mathbf{b}} := \frac{\Delta_x}{\Sigma} = \frac{U_1 - U_2 - U_3 + U_4}{U_1 + U_2 + U_3 + U_4} \quad \text{und}$$
(6.1)

$$q_y^{\mathbf{b}} := \frac{\Delta_y}{\Sigma} = \frac{U_1 + U_2 - U_3 - U_4}{U_1 + U_2 + U_3 + U_4} \qquad , \tag{6.2}$$

wobei $-1 \le q_u^b \le 1$ ist. Die Quotienten q_u^b haben den Vorteil, daß sie aufgrund der Normierung mit dem Summensignal Σ unabhängig vom Strahlstrom I_b sind und eine Proportionalität $q_u^b \propto u_b$ vorliegt. Dieser einfache Zusammenhang gilt allerdings nur im Zentrum des Monitors. Besonders in der vertikalen Ebene treten bereits bei kleinen Abweichungen von wenigen Millimetern große Abweichungen davon auf (Abb. 6.1). Daher ist für präzise Messung der Strahlposition die Kalibration der BPMs notwendig.

Führt man nach (4.35) ortsabhängige Monitorkonstanten $k_u(x, y)$ ein und berücksichtigt man, daß der Monitor eine transversale Fehljustierung von Δu_{off} bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn besitzen kann, so ist die Strahlposition (x_b, y_b) die Lösung des inhomogenen, nichtlinearen Gleichungssystems

$$x_{\rm b} = \Delta x_{\rm off} + k_x(x_{\rm b}, y_{\rm b})q_x^{\rm b} \qquad \text{und} \tag{6.3}$$

$$y_{\rm b} = \Delta y_{\rm off} + k_y (x_{\rm b}, y_{\rm b}) q_y^{\rm b} \qquad . \tag{6.4}$$

Sind die Funktionen $k_u(x, y)$ für die Monitorgeometrie und die Verschiebungen Δu_{off} bekannt, so ist im Prinzip das Problem gelöst.



Abbildung 6.1.: Mit MAFIA berechnete Isolinien $q_u(x, y)$ für die nicht optimierte Elektrodengeometrie des BPMs mit DESY-Elektroden. Die im Zentrum i.w. vertikalen Linien sind die Isolinien für q_x , die horizontalen Linien die für q_y . Ihr Abstand beträgt 0,05. Die Dichte der Linien ist dabei ein Maß für die Empfindlichkeit.

Dieses Kapitel behandelt die numerische Berechnung von $k_u(x, y)$, den Vergleich mit Messungen dieser Funktionen auf einem Kalibrationsstand und diskutiert den Einfluß von Fertigungsfehlern der Monitore auf $k_u(x, y)$. Die Bestimmung der Verschiebung der Monitorzentren bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn Δu_{off} wird ausführlich in Kapitel 7 diskutiert werden. Für die folgenden Überlegungen sei angenommen, daß $\Delta u_{\text{off}} = 0$ ist.

Fertigungsbedingte Unterschiede der Elektroden, der Monitorgehäuse und der Elektronik haben systematische Fehler bei der Bestimmung der Strahlposition aus den Elektrodenspannungen zur Folge. Infolgedessen besitzt jeder Monitor eine individuell verschiedene Funktion $\tilde{k}_u(x, y)$. Wird bei der Rekonstruktion der Strahlposition die ideale Funktion $k_u(x, y)$ verwendet, so ergeben sich systematische Fehler von einigen 100 µm. Ziel ist daher die möglichst genaue Bestimmung von $\tilde{k}_u(x, y)$ für jeden einzelnen Monitor. Hierzu muß $U_i(x, y)$ bekannt sein, die nach Abschnitt 4.4 proportional zur Signalfunktion $F_i(x, y)$ ist.

Die übliche Methode zur Messung von $F_i(x, y)$ besteht darin, daß man mit HF-Signalen auf einem Draht oder einer Antenne die Feldverteilung eines hochrelativistischen Elektronenstrahls im Bereich der Monitorelektroden erzeugt. Die Ortsabhängigkeit der vier Elektrodenspannungen $U_i(x, y)$ kann dann auf einem Kalibrationsstand vermessen werden. Diese Kalibrationsmethode war aber bei den bereits in ELSA eingebauten Monitoren nicht anwendbar, da es dazu erforderlich gewesen wäre, die Monitorgehäuse aus dem bestehenden Vakuumsystem von ELSA auszubauen. Die Methode wurde aber bei den neu eingebauten Monitoren angewendet (Abschnitt 6.3).

Aufgrund der oben erläuterten Problematik wurde zur Kalibration ein Verfahren angewendet, welches ohne den Ausbau der Monitore auskommt. Es beruht darauf, daß sich die Signalfunktion eines fehlerbehafteten Monitors $\tilde{F}_i(x, y)$ näherungsweise als

$$\tilde{F}_i(x,y) \approx g_i F_i(x,y)$$
 (6.5)

schreiben läßt [43], wobei g_i ein Anpassungsfaktor und $F_i(x, y)$ die Signalfunktion eines fehlerlosen Monitors ist. Wie später erläutert wird, kann $F_i(x, y)$ sehr genau durch numerische Berechnungen ermittelt werden. Die Faktoren g_i werden bestimmt, indem auf einer Elektrode ein HF-Signal eingespeist wird und die Leistung an einer der drei anderen Elektroden gemessen wird [19, 52]. Mißt man daher die Faktoren g_i der vier Elektroden des Monitors, so kann bei der Rekonstruktion die ideale Signalfunktion verwendet werden, was die Berechnung stark vereinfacht.

6.2. Bestimmung der Kalibrationsfaktoren

Bei einem realen Monitor weichen die Elektrodenspannungen $\tilde{U}_i := g_i U_i$ von den Spannungen U_i eines idealen Monitors ab. Der Kalibrationsfaktor

$$g_i := b_i \, e_i \tag{6.6}$$

setzt sich aus der Ankopplung b_i der Elektrode an das Feld des Strahls und der Abschwächung des Elektronikkanals e_i zusammen. Mißt man g_i , so läßt sich der Fehler korrigieren und die fehlerbereinigten Spannungen U_i in Kombination mit der idealen Signalfunktion $F_i(x, y)$ zur Bestimmung der Strahlposition verwenden.

6.2.1. Kalibrationsfaktoren der Elektronik

Die Faktoren e_i werden von der unterschiedlichen Abschwächung der vier Kabel bzw. der vier Elektronikkanäle bis zum Multiplexer verursacht. Bei der Herstellung der Elektronik wurden die Abschwächungen der vier Kanäle mit den verstellbaren Abschwächern (s. Abb. 5.1) ungefähr gleich eingestellt. Für präzise Messungen müssen die verbleibenden Unterschiede in den Kanälen und die unterschiedlichen Dämpfungen der vier Kabel berücksichtigt werden. Außerdem hängen die Faktoren geringfügig vom Schaltzustand des 30 dB Abschwächers ab.

Zur Messung wurde das Signal eines HF-Synthesizers mit einem Vierfach-Leistungsteiler aufgespalten und $e_i = \tilde{U}_i/\tilde{U}_1$ berechnet. Alle BPM-Stationen wurden mit ihren Kabeln für beide Abschwächereinstellungen vermessen. Als Leistung wurde $P = -26 \, \text{dBm}$ gewählt, was einem Strahlstrom von etwa 20 mA entspricht; als Kalibrationsfrequenz wurde die später im Betrieb verwendete HF-Frequenz 499,650 MHz gewählt. Die Messungen ergaben Abweichungen von mehreren Prozent vom idealen Wert $e_i = 1$. Die Faktoren e_i werden – abhängig vom Schaltzustand des Abschwächers – vom BPM-Kontrollrechner berücksichtigt.

6.2.2. Kalibrationsfaktoren der Elektroden

Ein weiterer Grund für die individuelle Kalibration jedes Monitors sind herstellungsbedingte Unterschiede¹ der Monitorgehäuse, der Elektrodenbohrungen, der Elektroden und ihrer Position in den Bohrungen des Gehäuses. Besonders die Ungenauigkeiten bei der Elektrodenpositionierung in den Bohrungen des Monitorgehäuses führen zu einer unterschiedlichen Ankopplung der Elektroden an das elektrische Feld des Strahls.

Physikalische Ursachen

Eine fehlpositionierte Elektrode in der Bohrung bildet einen runden Hohlleiter mit dem Radius R, dessen Grenzfrequenz sehr viel höher als die Meßfrequenz $f_{\rm HF}$ der Elektronik ist (Abb. 6.2). Bei $f_{\rm HF} =$ 500 MHz kann man davon ausgehen, daß das \vec{E} -Feld des Strahls im Elektrodenbereich senkrecht auf der Kammerwand steht und homogen ist, da $\lambda_{\rm HF} \gg 2R$ ist. Es regt damit eine transversal-magnetische (TM)-Welle im Hohlleiter an, die allerdings nicht ausbreitungsfähig ist und exponentiell gedämpft wird. Eine Fehlpositionierung von 100 µm schwächt das Signal U_i bereits um mehrere Prozent ab. Dies kann näherungsweise mit den Faktor b_i im Kalibrationsfaktor berücksichtigt werden [43].

Die Abschwächung b_i kann näherungsweise mit einem einfachen Modell berechnet werden [54, 52]. Nimmt man ideal leitende Randflächen und $\epsilon_r = \mu_r = 1$ an, so lautet die z-Komponente des E-Feldes

¹Messung der Innenkontur eines Monitors mit einem mechanischen Tastkopf ergaben Abweichungen von mehreren 100 μm von der Sollkontur.



Abbildung 6.2: Querschnitt durch eine fehlpositionierte Elektrode in der Bohrung des Monitorgehäuses. Die Darstellung ist nicht maßstäblich: Der Durchmesser der Bohrung D beträgt je nach Elektrode 21,5 mm bzw. 12,4 mm, die Verschiebung d beträgt einige 100 µm. Das \vec{E} -Feld des Strahls regt im wesentlichen die TM₀₁-Welle an.

der TM-Welle mit niedrigster Grenzfrequenz in einem runden Hohlleiter

$$E_z(z,r,t) = \tilde{E}J_0(k_c r)e^{i(kz+\omega t)} \quad , \tag{6.7}$$

wobei $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz, k die Wellenzahl und k_c die Grenzwellenzahl ist. Die Wellenzahl k eines runden Hohlleiter lautet [51]

$$k = \frac{2\pi}{c}\sqrt{f^2 - f_c^2} \quad , \tag{6.8}$$

wobei f_c die Grenzfrequenz des Hohlleiters ist. Sie beträgt für den Bohrungsradius R

$$f_{\rm c} = \frac{c \, x_{m,n}}{2 \, \pi R} \tag{6.9}$$

und hängt von der *n*-ten Nullstelle $x_{m,n}$ der Bessel-Funktion erster Art $J_m(x_{m,n}) = 0$ ab. Hierbei ist $m \ge 0$ die Ordnung und $n \ge 1$ die Nummer der Nullstelle.

Die Ausbreitungsfähigkeit der Hohlleiterwellen hängt von der Frequenz f ab: Ist $f > f_c$, so ist $k \in \mathbb{R}$ und damit eine Wellenausbreitung möglich. Ist jedoch $f < f_c$, so ist $k \in \mathbb{C}$ und die Hohlleiterwelle wird exponentiell gedämpft. Dieser Fall trifft für die bei ELSA verwendeten Elektrodentypen zu, da $f_{\text{HF}} \ll f_c$ ist (Tab. 6.1). Da die eingekoppelte HF-Welle bis zur Elektrode exponentiell gedämpft wird, hängt die Elektrodenspannung \tilde{U}_i stark von der Verschiebung d ab.

Das Feld des Strahls regt zwangsläufig verschiedene Moden im Hohlleiterstück zwischen der Kammerwand und der um die Strecke d verschobenen Elektrode an. Wie erläutert werden aber alle Moden mehr oder weniger rasch in der Bohrung der Monitorelektrode abgedämpft. Die TM₀₁-Welle besitzt nach (6.9) die niedrigste Grenzfrequenz aller TM-Wellen in Hohlleitern mit rundem Querschnitt, da sie zur kleinsten Nullstelle $x_{0,1} = 2,405$ der Bessel-Funktion gehört [51]. Man kann daher davon ausgehen, daß in der Bohrung im Abstand d zur Kammerwand die TM₀₁-Welle dominiert, da höhere Moden eine im Vergleich zur TM₀₁-Welle höhere Grenzfrequenz besitzen und daher stärker als die TM₀₁-Welle abgedämpft werden. Unter dieser Annahme beträgt nach (6.7) der Abschwächungsfaktor

$$b_i(d) = \frac{U_i(d)}{U_i(0)} = e^{-\alpha d} \approx 1 - \alpha d$$
(6.10)

einer um die Distanz d zurückgezogenen Elektrode, wobei über den periodischen Faktor $e^{i\omega t}$ gemittelt wurde, $\alpha = \text{Im}\{k\}$ und die Spannung $U_i \propto \int E_z \, dA$ ist. Die Näherung gilt, da $\alpha d \ll 1$ ist.

Тур	<i>R</i> /mm	$f_{\rm c}/{\rm GHz}$	k/m^{-1}	$b_i(100\mu\mathrm{m})$
DESY	10,75	10,7	<i>i</i> 223,5	0,978
ESRF	6,2	18,5	<i>i</i> 387,8	0,962

Tabelle 6.1.: Radius R der Bohrung der Elektrode, Grenzfrequenz f_c , Wellenzahl k sowie die Signalabschwächung $b_i(d)$ bei einer um $d = 100 \,\mu\text{m}$ verschobenen Elektrode für die beiden bei ELSA verwendeten Elektrodentypen (vgl. Abb. 4.3).

Die typische Einbaugenauigkeit der Elektroden der ELSA-Monitore liegt bei 100–200 µm. Nimmt man beispielsweise $d = 100 \,\mu\text{m}$ an, so wird U_i bei einer Elektrode vom DESY-Typ um 2,2 % bzw. bei Elektroden vom ESRF-Typ um 3,8 % abgeschwächt. Ohne Korrektur führt dies zu systematischen Fehlern der Strahlposition, die in der vertikalen Ebene bis zu 1 mm betragen können.

Messung der Elektrodenfaktoren

Aus der Messung der Kopplung zwischen den vier Knopfelektroden können die Abschwächungsfaktoren b_i bestimmt werden [18, 52]. Das Prinzip besteht darin, daß man ein HF-Signal mit der Amplitude U_j extern auf die Elektrode j einspeist und an einer der drei anderen Elektroden $i \neq j$ die Spannung U_{ij} mißt. Sie beträgt bei einem idealen Monitor [18]

$$U_{ij} = 2ZG_{ij}U_j \quad , \tag{6.11}$$

wobei $Z = 50 \Omega$ der Wellenwiderstand der Koaxialleitung und des Abschlußwiderstands ist. Der Faktor G_{ij} ist der kapazitive Kopplungskoeffizient zwischen den Monitorelektroden. Da jede Elektrode als Sender und jede der drei anderen Elektroden als Empfänger benutzt werden kann, ergeben sich 12 Meßwerte (Abb. 6.3).

In der Realität wird das Signal durch Dämpfungsfaktoren auf der Sender- und der Empfängerseite um b_i bzw. b_i verändert. Für einen Monitor mit fehlpositionierten Elektroden mißt man die Spannung

$$U_{ij} = b_i b_j U_{ij} \quad . \tag{6.12}$$

Aus den 12 Werten \tilde{U}_{ij} können die Faktoren b_i berechnet werden. Die Anzahl der unabhängigen Meßwerte \tilde{U}_{ij} wird auf die Hälfte reduziert, da

$$G_{ij} = G_{ji} \tag{6.13}$$

bei Vertauschung von Sender und Empfänger gilt. Außerdem muß

$$G_{12} = G_{43}$$
, $G_{14} = G_{23}$ und $G_{13} = G_{24}$ (6.14)

bei einem symmetrisch aufgebauten idealen Monitor gelten. Somit bleiben nur noch drei unabhängige Parameter übrig. Da man nicht an den absoluten Werten von b_i interessiert ist, kann einer davon auf eins



Abbildung 6.3.: Elektrodenkonfiguration mit den vier individuellen Abschwächungsfaktoren b_i . Im Beispiel wird auf Elektrode 1 ein Signal eingespeist und auf Elektrode 3 eine Spannung von \tilde{U}_{31} gemessen.

gesetzt werden. Dann ist (vgl. auch [52])

$$b_1 := 1$$
 , $b_2 = \sqrt{\frac{\tilde{U}_{24}\tilde{U}_{23}}{\tilde{U}_{14}\tilde{U}_{13}}}$, (6.15)

$$b_3 = \sqrt{\frac{\tilde{U}_{34}\,\tilde{U}_{32}}{\tilde{U}_{14}\,\tilde{U}_{12}}} \qquad , \qquad \qquad b_4 = \sqrt{\frac{\tilde{U}_{42}\,\tilde{U}_{43}}{\tilde{U}_{12}\,\tilde{U}_{13}}} \qquad . \tag{6.16}$$

Mit einem Synthesizer, einem 40 dB Verstärker und einem HF-Leistungsmeßgerät wurde nach dem oben erläuterten Prinzip bei allen ELSA-Monitoren die Faktoren b_i bestimmt (Abb. 6.3). Als Frequenz wurde mit $f_{\rm HF}$ die Arbeitsfrequenz der Elektronik gewählt. Die Faktoren b_i wichen von ihrem idealen Wert von Eins um einige Prozent ab (vgl. [34]), was bei der Einbaugenauigkeit der Elektroden auch zu erwarten war.

Die Messung muß sorgfältig durchgeführt werden, da die gemessene Leistung $\hat{P}_{ij} = \hat{U}_{ij}^2/Z$ aufgrund der ineffektiven Sende- und Empfangseigenschaften der Elektroden um 90 dB kleiner als die Vorlaufleistung $P_j = 45$ dBm ist. Insbesondere muß sichergestellt werden, daß der Nullpunkt der HF-Leistungsmeßgeräts korrigiert ist und der HF-Verstärker eine konstante Leistung abgibt.

6.3. BPM-Kalibrationsstand

Mit einem Kalibrationsstand, der die HF-Signale eines hochrelativistischen Elektronenstrahls in einem BPM erzeugt, kann die Signalfunktion $\tilde{F}_i(x, y)$ eines fehlerbehafteten Monitors gemessen werden. Er erlaubt die Simulation von unterschiedlichen Strahlpositionen und -intensitäten. Ein bereits vorhandener Kalibrationsstand [93] wurde im Rahmen dieser Arbeit komplettiert und zu einem autonom arbeitenden Meßsystem erweitert. Der mechanische Teil konnte weitgehend vom Meßstand des vorhergehenden Strahllagemeßsystems übernommen werden.

6.3.1. Aufbau

Der BPM-Kalibrationsstand von ELSA besteht aus einer vertikal montierten Monitorkammer, in der sich eine bewegliche HF-Antenne befindet (Abb. 6.4). Die Antennenlänge und die Position der BPM-Elektroden ist so gewählt, daß das elektromagnetische Feld der Antenne im Bereich der Elektroden dem eines hochrelativistischen Elektronenstrahls entspricht. Die Feldverteilung wird in Abschnitt 6.3.2 genauer diskutiert werden.

Zur Simulation von verschiedenen Strahlpositionen ist die Antenne auf einem x-y-Kreuztisch montiert und kann von Schrittmotoren auf Punkte $P_{jk} = (x_j, y_k)$ mit einem Gitterabstand von 10 µm positioniert werden. Bei einer Kalibrationsfahrt werden verschiedene Gitterpunkte P_{jk} angefahren und die Spannungen $U_i(x_j, y_k)$ gemessen.

An jeder Achse ist ein Referenzschalter befestigt, der vor einer Kalibrationsfahrt angefahren wird ("Referenzfahrt"). Die Antennenposition ergibt sich aus Schrittzahl und -richtung nach der Referenzfahrt. Der absolute Fehler der Position liegt erfahrungsgemäß bei maximal einem Schritt. Das mechanische Monitorzentrum kann aus den vier Berührungspunkten der Antenne mit der Kammer auf der x bzw. y-Achse ermittelt werden. Hierzu wurde ein runder Aufsatz für die Antenne hergestellt. Das mechanische Zentrum des Monitors konnte damit auf 100 µm genau festgelegt werden.

Um die elektromagnetische Feldverteilung des Strahls zu erzeugen, reicht die Abstrahlung eines Sinussignals mit der Frequenz von $f_{\rm HF} = 500$ MHz bereits aus, da die BPM-Elektronik nur Signale auf dieser Frequenz detektiert. Das Signal wird von einem Synthesizer generiert, um 40 dB verstärkt und mit einer Leistung von maximal 10 W von der Antenne abgestrahlt. Ein Zirkulator dient zum Schutz des Verstärkers, da ein Teil der Leistung aufgrund der Impedanzfehlanpassung von der Antenne reflektiert wird.



Abbildung 6.4.: Mechanischer Aufbau des BPM-Kalibrationsstandes. Eine bewegliche HF-Antenne erzeugt im Bereich der Knopfelektroden die Feldverteilung eines hochrelativistischen Elektronenstrahls. Bei der Messung wird auf die Monitorkammer ein gleichlanges Kammerstück gesetzt, so daß die Antenne vollständig von der Kammer umschlossen wird.

Die Antenne besteht aus einem l = 20 cm langen Semi-Rigid-Koaxialkabel, bei dem am oberen Ende der Außenleiter auf eine Länge von 2,5 cm entfernt wurde. Zur mechanischen Stabilisierung befindet es sich in einem dünnen Messingröhrchen.

Die mechanischen Komponenten, die Hochfrequenzkomponenten sowie die Computeransteuerung des Kalibrationsstandes befinden sich in einem Laborwagen. Da einige Monitorstationen des vorhergehenden Monitorsystems [93] weiterhin zur Messung des Arbeitspunktes Q [38, 39] und des Phasenraums [82] benutzt werden sollten, ist die Kalibration dieser Elektronik mit dem Meßstand ebenfalls möglich. Der Meßstand besitzt hierzu die elektrischen Anschlüsse und liefert die notwendigen Kalibrationssignale. Mit diesem Meßstand wurden alle BPM-Elektroniken des vorhergehenden Monitorsystems neu kalibriert.

Zur Synchronisierung der Messung dient ein in den Kalibrationsstand integrierter VME-Rechner², der unter dem Echtzeit-Betriebssystem VxWorks [117] läuft. Er schickt Kommandos an den Synthesizer über den IEC-Bus, erzeugt die Pulse zur Steuerung der Schrittmotoren und kommuniziert über die serielle Schnittstelle des VME-Rechners mit der Monitorelektronik.

6.3.2. Signale

Die Koaxialantenne erzeugt in der Monitorkammer eine elektromagnetische Feldverteilung, die nur in einem kleinen Bereich der TEM-Verteilung eines hochrelativistischen Elektronenstrahls entspricht. Die

²VM30, PEP Modular Computers GmbH
optimale Position zelek der Elektrodenebene soll nun ermittelt werden.

Zur Berechnung der Abstrahlcharakteristik der Koaxialantenne wurde das Modul T3 des Programms MAFIA ³ [110] verwendet. Aus Symmetriegründen genügt die Modellierung eines Quadranten des Monitormeßstandes, wenn die Randbedingungen entlang der Symmetrieachsen geeignet gewählt werden. Zunächst wurden mit dem Eigenmode-Solver MAFIA-E der TEM-Mode im Koaxialkabel berechnet und mit einer Frequenz von $f_{\rm HF} = 500$ MHz sowie einer Leistung von 10 W in das Koaxialkabel eingespeist. Mit dem MAFIA-Modul T3 wurde dann das \vec{E} - und \vec{B} -Feld im Zeitbereich im Monitormeßstand berechnet. Hierzu wurden mehrerer Schwingungsperioden $T_{\rm HF}$ abgewartet, bis der Einschwingvorgang abgeklungen war und sich ein stationärer Zustand ausgebildet hatte (Abb. 6.5).

Beim Monitormeßstand handelt es sich um einen koaxialen Resonator, der von der HF-Antenne im TEM-Mode angeregt wird. Die HF-Welle wird vom Koaxialkabel bis zur Antennenspitze transportiert und dort in die Kammer abgestrahlt. Ein Teil der Welle läuft zwischen Antenne und Kammerinnenwand in Richtung der Bodenplatte und wird von ihr reflektiert. Der andere Teil der Welle wird in den Bereich oberhalb der Antennenspitze (z > 20 cm) abgestrahlt. Da eine TEM-Welle in einem Hohlleiter nicht ausbreitungsfähig ist, klingt die Welle in diesem Bereich exponentiell ab. Im Inneren bildet sich eine stehende TEM-Welle aus, die im Bereich zwischen Bodenplatte und Antennenspitze die Feldverteilung eines hochrelativistischen Strahls erzeugt.

Die optimale Elektrodenposition z_{elek} liegt daher zwischen der Bodenplatte und dem Antennenende bei $z_{\text{elek}} \approx l/2$ (vgl. auch [102, 52]). An dieser Position ist sowohl der Signalpegel am größten, als auch die Feldverteilung in guter Näherung eine TEM-Verteilung. Positionen im Bereich der Antennenspitze bei $z \approx l$ sind ungeeignet, da keine TEM-Feldverteilung vorliegt. Am oberen Ende des Außenleiters verschwindet sogar das transversale elektrische Feld \vec{E}_{\perp} auf der Kammerwand. Ungünstig ist ebenfalls der Bereich der leitenden Bodenplatte bei z = 0 mm, da sich im Bereich des Flansches der Kammerquerschnitt ändert. Zusätzlich muß dort $\vec{E}_{\perp} = \vec{0}$ sein, da die Bodenplatte leitend ist.

In der Tat ergaben die Messungen von $\tilde{F}_i(x, y)$ bei einem Monitortyp mit geringem Abstand zwischen Elektrodenebene und Bodenplatte deutliche Abweichungen von der idealen Signalfunktion. Daher wurden Adapter angefertigt, damit die Elektrodenhöhe bei den bei ELSA verwendeten Monitorkammertypen jeweils bei z_{elek} liegt. Nach der Modifikation stimmen die Signalfunktionen gut überein (s. nächstes Kapitel).

³MAFIA: MAxwell Equation solver with Finite Integration Algorithm



Abbildung 6.5.: Verteilung der Komponente $E_x(x, z)|_{y=0}$ des elektrischen Feldes der HF-Antenne des Monitormeßstandes. Die Pfeillängen sind proportional zu $\log |\vec{E}|$. Die z-Achse entspricht der Strahlachse.

6.4. Berechnung der Signalfunktion

In diesem Abschnitt soll die Berechnung der Signalfunktion diskutiert werden. Wie in Abschnitt 4.4 erläutert wurde, ist die Signalfunktion $F_i(x, y)$ die induzierte Ladung q_e^i auf der Elektrode *i*, wenn sich eine punktförmige Ladung *q* an der Position (x, y) im Inneren des Monitors befindet. Ihre Berechnung ist numerisch sehr aufwendig, da die Poisson-Gleichung (4.28) für jeden Gitterpunkt neu gelöst werden muß⁴.

Verwendet man das Greensche-Reziprozitätstheorem (Anhang C), so läßt sich die Rechnung stark beschleunigen. Hierzu wird das von einer Elektrode *i* auf dem Potential *V* erzeugte Potential $\varphi_i(x, y)$ bei geerdeter Kammer berechnet. Es gilt dann nach (C.2)

$$q_{\rm e}^i = -\frac{q}{V}\varphi_i(x,y) \quad . \tag{6.17}$$

Mit dem Programm MAFIA wurde für die Geometrie der ELSA-Kammer die Signalfunktion $F_i(x, y)$ berechnet (Abb. 6.6). Als Gitterabstand wurde bei der Rechnung $\Delta u = 250 \,\mu\text{m}$ verwendet, da der Abstand zwischen Elektrode und Kammerwand bei der ESRF-Elektrode 250 μm beträgt (s. Abb. 4.3). Zusätzlich wurden die Resultate der MAFIA-Rechnung mit dem Programm POISSON [72] überprüft, wobei kein signifikanter Unterschied zwischen den Lösungen der beiden Programme festgestellt werden konnte. In Abb. 6.1 sind die aus $F_i(x, y)$ berechneten Quotienten $q_u(x, y)$ als Funktion der Strahlposition dargestellt.

Auch die numerische Berechnung unter Ausnutzung des Reziprozitätstheorems ist noch aufwendig. So dauert die komplette Simulation eines BPMs auf einer Workstation des Typs HP-9000/735 rund zwei Stunden. Die Optimierung der Elektrodenposition ist damit immer noch sehr langwierig.

Eine schnelle Berechnung von $F_i(x, y)$ ist möglich, wenn die Kammerform von ELSA durch eine





Abbildung 6.6.: Isolinien des elektrischen Potentials $\varphi_3(x, y)$ für einen transversalen Schnitt durch einen ELSA-BPM mit optimierter Position der Elektroden. Strahlpositionen auf einer Isolinie führen zur gleichen induzierten Ladung auf der Elektrode.

Ellipse approximiert wird. Für diesen Fall kann eine analytische Lösung angegeben werden (Anhang D). Die Berechnung des Potentials $\varphi_i(\xi, \eta)$ nach (D.18) dauert nur wenige Sekunden.

Um die komplette Signalfunktion des dreidimensionalen Problems zu erhalten, reicht die Signalfunktion eines transversalen Schnitts durch den Monitor nicht aus. Bei einer runden Elektrode muß die Variation der Breite der Elektrode

$$d(s) = \sqrt{r^2 - s^2}$$
(6.18)

mit der s-Koordinate berücksichtigt werden (Abb. 6.7).

Zur Approximation werden die Signalfunktionen $F_i^j(x, y)$ von N transversalen Schnitten durch die Monitorelektrode bei verschiedenen s-Positionen berechnet und zur gesamten Signalfunktion

$$F_i(x,y) = \frac{1}{2r} \sum_{j=1}^N \Delta s_j F_i^j(x,y) \quad .$$
(6.19)

gewichtet, wobei $r = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \Delta s_j$ der Radius der BPM-Elektrode und Δs_j die longitudinale Ausdehnung des *j*-ten Schnitts ist.

Aufgrund der Spiegelsymmetrie der Elektrode in *s*-Richtung brauchen allerdings nur N/2 Schnitte berechnet zu werden. Insgesamt wurden für die Monitore mit DESY-Elektroden N/2 = 23 Schnitte und für die Monitore mit ESRF-Elektroden N/2 = 14 Schnitte mit MAFIA berechnet und nach (6.19) gewichtet.

In Tab. 6.2 werden die mit der analytischen Formel (D.18) und numerisch mit MAFIA berechneten Werte denen auf dem Monitormeßstand gemessenen Werten der Monitorkonstanten k_u gegenübergestellt. Die theoretischen Werte liegen mit Abweichungen von 1–2 % sehr nah bei den gemessenen Werten für k_u auf dem BPM-Kalibrationsstand und meist innerhalb der Meßfehler. Der Unterschied zwischen analytischer Rechnung und numerischer Rechnung ist trotz Approximation der BPM-Geometrie sehr gering.



Abbildung 6.7.: BPM-Elektrode

6.5. Optimierung der Elektrodenposition

Die kompakte FODO-Struktur von ELSA führt an einigen Stellen zu Platzproblemen, so daß in mehreren Halbzellen von ELSA keine Monitore eingebaut werden konnten. Da langfristig der Austausch der Quadrupol-Vakuumkammern gegen Kammern mit Wasserkühlung geplant ist, bot es sich an, Kammern mit einem integrierten, kompakten Strahlpositionsmonitor zu entwickeln.

Тур	h/mm	$\phi/^{\circ}$	analytisch		MAFIA		Messung	
			k_x/mm	$k_y/{ m mm}$	k_x/mm	k_y/mm	k_x/mm	k_y/mm
DESY	100	15	14,6	42,0	14,5	43,0	$14,5 \pm 0,2$	$42{,}5\pm0{,}2$
ESRF	100	15	14,4	46,7	14,1	48,5	$14{,}7\pm0{,}2$	$47,\!8\pm0,\!2$
ESRF	100	7,5	19,2	19,8	19,1	19,9	$19{,}0\pm0{,}2$	$19{,}6\pm0{,}2$
ESRF	120	4,5	18,5	18,3	18,4	18,4	$18,2\pm0,2$	$18{,}0\pm0{,}2$

Tabelle 6.2.: Vergleich der analytischen Rechnung sowie der numerischen Rechnung von k_x und k_y mit der Messung für verschiedene BPM-Typen von ELSA. Die Größe h ist die volle horizontale Apertur, ϕ der Winkel der Elektrodenachse zur Vertikalen.

Der bisher gewählte Winkel zwischen Elektrodenachse und Vertikale von $\phi = 15^{\circ}$ ist hinsichtlich der Empfindlichkeit des Monitors in vertikaler Richtung nicht optimal, da $k_y \approx 3k_x$ ist. Zudem ist der Quotient q_y stark nichtlinear von der vertikalen Position abhängig (Abb. 6.1), was die Rekonstruktion der Strahlposition erschwert.

In einer MAFIA-Simulation wurde daher der optimale Winkel ϕ_{opt} bestimmt, bei dem $k_x \approx k_y$ ist. Er liegt bei der Kammer mit der vollen horizontalen Apertur von h = 100 mm bei $\phi_{opt} = 7,5^{\circ}$ und bei der Kammer mit h = 120 mm bei $\phi_{opt} = 4,5^{\circ}$ (vgl. Tab. 6.2). Die Isolinien für die optimierte Elektrodengeometrie der Kammer mit einer Apertur von 100 mm zeigt Abb. 6.8.

Zwei Kammern mit einer Apertur von 120 mm wurden mit optimiertem Winkel ϕ_{opt} hergestellt und in die Quadrupole QF8 und QD9 eingebaut. Der Vergleich der Monitorkonstanten (Tabelle 6.2) zeigt, daß die MAFIA-Rechnung sowie die analytische Rechnung gut mit der Messung übereinstimmen. Für die Quadrupolkammer mit h = 100 mm wurde bisher nur ein Prototyp des Monitors mit optimierter Geometrie hergestellt. Auch bei ihm stimmten die Messungen gut mit der Rechnung überein, so daß bei einer kompletten Bestückung von ELSA mit wassergekühlten Quadrupolkammern $\phi_{opt} = 7,5^{\circ}$ gewählt werden sollte.

6.6. Messung der Signalfunktion

Korrigiert man die gemessenen Elektrodenspannungen $\tilde{U}_i(x, y)$ mit den Faktoren g_i , so sollte man eine Verbesserung der Symmetrie der elektrischen Koordinaten q_u und daher geringere systematische Fehler erwarten. Die Abb. 6.9(a) zeigt die Isolinien von q_x und q_y für einen Monitor mit DESY-Elektroden, der bei der Kalibration des vorhergehenden Monitorsystems [93] benutzt wurde. Für Abb. 6.9(a) wurden aus den Spannungen \tilde{U}_i die Quotienten (4.33) ohne jegliche Korrektur berechnet. Man sieht deutlich eine Verzerrung der Isolinien. Bei einer reinen horizontalen Verschiebung des Strahls ergibt sich daher eine scheinbare Bewegung in der vertikalen Ebene und umgekehrt. Dies führt zu systematischen Fehlern bei der Messung der vertikalen Dispersion $D_y(s)$ (vgl. Abschnitt 11.1).

In Abb. 6.9(b) sind die Spannungen U_i mit den Faktoren g_i korrigiert worden. Durch die Berücksichtigung der Faktoren konnte die Symmetrie in den elektrischen Koordinaten q_x und q_y wieder hergestellt werden. Die Positionsrekonstruktion kann somit von der idealen Signalfunktion $F_i(x, y)$ ausgehen.

6.7. Algorithmus zur Positionsbestimmung

Das Ziel der Positionsbestimmung ist, mit möglichst wenig Rechenoperationen und mit einer hohen Genauigkeit die Position des Strahls (x_b, y_b) aus den Quotienten (q_x^b, q_y^b) zu rekonstruieren. Nach Ab-



Abbildung 6.8.: Mit MAFIA berechnete Isolinien $q_u(x, y)$ für die optimierte Elektrodengeometrie mit $\phi_{opt} = 7.5^\circ$, bei der der Monitor gleiche Empfindlichkeit in beiden Ebenen besitzt (vgl. Abb. 6.1).



(b) korrigierte Quotienten

Abbildung 6.9.: Isolinien der Quotienten q_x und q_y (a) ohne Berücksichtigung der Korrekturfaktoren g_i und (b) mit Berücksichtigung der Korrekturfaktoren g_i . Die Faktoren dieses Monitors sind $g_1 := 1$, $g_2 = 0.9877, g_3 = 1.0441$ und $g_4 = 1.0023$. Die Fehler betragen $\Delta g = \pm 0.0015$.

schnitt 4.5 läßt sich die Rekonstruktion des Strahlortes auf die Bestimmung der gemeinsamen Nullstellen des nichtlinearen Gleichungssystems im \mathbb{R}^2

$$q_x(x,y) - q_x^{\mathbf{b}} \stackrel{!}{=} 0$$
 , (6.20a)

$$q_y(x,y) - q_y^b \stackrel{!}{=} 0$$
 (6.20b)

zurückführen. Die Quotienten $q_u(x, y)$ liegen dabei auf einem äquidistanten Gitter mit einem Gitterabstand von $\Delta u = 250 \,\mu\text{m}$ vor.

6.7.1. Methode

Üblicherweise werden an die Umkehrfunktionen $q_u(x_b, y_b)$ zweidimensionale Polynome angepaßt und zur iterativen Berechnung der Strahlposition benutzt. Beim vorhergehenden Monitorsystem von ELSA wurden zur globalen Interpolation zweidimensionale Polynome 8. Grades mit 64 Koeffizienten pro Monitor und Ebene verwendet, um die gesamte Umkehrfunktion im Bereich von $|x| < 20 \,\mathrm{mm}$ und $|y| \le 12 \text{ mm}$ zu beschreiben [111]. Interpolationspolynome hohen Grades neigen allerdings zu Oszillationen zwischen den Stützpunkten [84], die zu Rekonstruktionsfehlern von bis zu 100 µm führten. Aufgrund des relativ großen Fehlers ist ihre Verwendung daher bei dem neuen Monitorsystem nicht sinnvoll. Außerdem dauert die Auswertung der Polynome relativ lange.

Besser geeignet sind lokale Polynome mit niedrigem Grad, da sie die Umkehrfunktion in der Nähe des Strahlortes sehr viel genauer approximieren und schneller ausgewertet werden können. Da in diesem Fall das Interpolationspolynom von der Strahlposition $\vec{r}_{b} = (x_{b}, y_{b})$ abhängt, muß zunächst der zum Strahlort am nächsten liegende Gitterpunkt $\vec{r_g} = (x_g, y_g)$ bestimmt werden. Ein Nachteil ist allerdings, daß die rekonstruierten Positionen beim Übergang zwischen zwei Polynomen unstetig sind. Bei einem genügend dichten Gitter ist dieser Effekt jedoch gegenüber dem Rekonstruktionsfehler vernachlässigbar.

Abbildung 6.10: Abfolge der Schritte bei der Rekonstruktion der Strahlposition aus den Quotienten (vgl. [52]). Zunächst wird der am nächsten zum Strahl liegende Gitterpunkt (x_2, y_2) iterativ bestimmt. Anschließend wird ein zweidimensionales Interpolationspolynom $P_u(q_x, q_y)$ an den neun Gitterpunkten (1) bis (9) um (x_2, y_2) in beiden Ebenen ausgewertet. Der Gitterabstand beträgt 250 µm.



Die im Rahmen dieser Arbeit gewählte Realisierung lehnt sich an den beim Beschleuniger DELTA entwickelten Algorithmus an [52]. Im ersten Schritt wird der am nächsten zur Strahlposition $\vec{r_b}$ liegende Gitterpunkt $\vec{r_g}$ ermittelt (Abb. 6.10). Da (4.35) in Fixpunktform vorliegt, kann sofort ein iterativer Algorithmus

$$x_{i+1} = \inf\{k_x(x_i, y_i) q_x^b\}$$
 und (6.21a)

$$y_{i+1} = \inf\{k_y(x_i, y_i) \, q_y^{\mathsf{b}}\}$$
 (6.21b)

angegeben werden, wobei als Startwert $\vec{r}_0 = (0,0)$ gewählt werden kann und die Position durch den int{}-Operator auf den nächsten Gitterpunkt gerundet wird. Im allgemeinen sind nur wenige Iterationen erforderlich, bis der Fixpunkt $\vec{r}_i = \vec{r}_{i+1}$ erreicht ist. Nimmt man den letzten Positionsmeßwert als \vec{r}_0 , so sind nur ein oder zwei Iterationen notwendig, bis \vec{r}_g gefunden ist.

Im zweiten Schritt wird das lokale Polynom für den Gitterpunkt (x_g, y_g) ausgewertet. Dieses Interpolationspolynom ist als

$$x = P_x(q_x, q_y) \equiv \sum_{k=0}^{2} \sum_{l=0}^{2} p_{x,kl} q_x^k q_y^l \quad \text{und}$$
(6.22a)

$$y = P_y(q_x, q_y) \equiv \sum_{k=0}^2 \sum_{l=0}^2 p_{y,kl} q_x^k q_y^l$$
(6.22b)

definiert. Auch (6.22) wird mehrfach iteriert, falls die Position (x, y) näher an einem anderen Gitterpunkt liegen sollte.

Zur Bestimmung der Koeffizienten $p_{u,kl}(x_g, y_g)$ wurden die Quotienten $q_u(x, y)$ an den neun zu $\vec{r_g}$ benachbarten Punkten angepaßt (Abb. 6.10). Diese Koeffizienten wurden für die vier bei ELSA verwendeten Kammertypen (vgl. Abschnitt 6.4) auf einem Gitter mit einem Gitterabstand von 250 µm berechnet. Der Rekonstruktionsbereich wurde auf $-15 \text{ mm} \le x, y \le 15 \text{ mm}$ begrenzt, weil Strahlpositionen außerhalb dieses Bereiches sehr unwahrscheinlich sind (vgl. Abschnitt 2.2.4). Da der ideale ELSA-Monitor spiegelsymmetrisch aufgebaut ist, brauchen zur Positionsbestimmung nur die Polynomkoeffizienten in einem Quadranten berechnet werden. Positionen in den anderen Quadranten können durch Spiegelung in diesen Quadranten abgebildet werden.

Vor der Rekonstruktion der Strahlposition werden die gemessenen Spannungen $U_i = g_i U_i$ mit den Faktoren $g_i = b_i e_i$ korrigiert. Die Quotienten q_u werden dann aus den korrigierten Signalamplituden U_i gebildet. Die Rekonstruktion der Strahlposition nach (6.21) und (6.22) wird lokal auf dem BPM-Kontrollrechner durchgeführt.

Ein Vergleich zwischen den wahren und den rekonstruierten Positionen zeigt Abb. 6.11. Mit dem BPM-Kalibrationsstand wurden Orte auf einem 1 mm-Gitter angefahren und aus den vier Spannungen

unter Verwendung aller Korrekturen die Positionen rekonstruiert. Die systematischen Fehler betragen etwa 200 µm bei 10 mm Abstand vom Monitorzentrum. Im Monitorzentrum sind sie sehr viel geringer.

6.7.2. Fehlerabschätzung

Es soll nun der Fehler der Polynominterpolation abgeschätzt werden und damit die Frage beantwortet werden, ob ein Gitterabstand von 250 µm ausreichend ist⁵. Damit der Rekonstruktionsfehler $\Delta r = \|\vec{r} - \vec{r_b}\|$ nicht die Positionsauflösung Δu der Elektronik verschlechtert, muß $\Delta r \ll \Delta u$ gefordert werden. Zwar geht Δr mit kleiner werdendem Gitterabstand gegen Null, jede Halbierung des Gitterabstandes erfordert jedoch viermal soviel Speicherplatz für die Polynomkoeffizienten. Daher muß ein Kompromiß zwischen Genauigkeit und Speicherplatz gefunden werden.

Der Rekonstruktionsfehler Δr der Polynominterpolation verschwindet an den Stützpunkten und ist zwischen ihnen maximal. Zur Bestimmung von Δr verwendet man die Quotienten an den Gitterpunkten eines feinmaschigeren Gitters, da dort die zu einem Quotientenpaar gehörende Position bekannt sind (vgl. [52]). $\Delta r = \|\vec{r} - \vec{r_b}\|$ ergibt sich dann aus der interpolierten Position \vec{r} und der exakten Position $\vec{r_b}$. Da die Berechnung eines feineren Gitters zu aufwendig gewesen wäre, wurde berechnet, wie groß der Fehler Δr bei einem Gitterabstand von 1 mm ist. Dieses 1 mm-Gitter erhält man leicht durch Weglassen von Gitterpunkten aus dem 250 µm-Gitter, ohne daß eine Neuberechnung notwendig ist (Abb. 6.12).

Bei einem 1 mm-Gitter ist der Fehler Δr für Strahlpositionen $|u| \leq 12$ mm bereits überall kleiner als 5 µm. Bei gut korrigierter Gleichgewichtsbahn liegt er sogar unter einem Mikrometer. Da die Polynominterpolation auf den Daten des 250 µm-Gitters beruht, ist der Rekonstruktionsfehler der Polynominterpolation somit vernachlässigbar gering.

⁵Ein Gitterabstand von mindestens 250 µm ist aufgrund des Aufbaus der BPM-Elektroden und der Innenkontur der ELSA-Monitore notwendig.



Abbildung 6.11.: Vergleich der rekonstruierten Positionen (Kreuze) mit den wahren Positionen (Gitter). Die rekonstruierte Position im Monitorzentrum wurde auf (x, y) = (0, 0) gesetzt.



Abbildung 6.12.: Rekonstruktionsfehler $\Delta r = \|\vec{r} - \vec{r}_b\|$ als Funktion von x und y.

6.8. Emittanzabhängigkeit

Bisher wurde zur Vereinfachung angenommen, daß der Elektronenstrahl keine transversale Ausdehnung besitzt und sich durch die zweidimensionale δ -Funktion $\rho_b(x, y)$ nach (4.19) beschreiben läßt. In der Realität gilt dies jedoch nur näherungsweise. Eine realistische Verteilung ist die doppelte Gauß-Verteilung

$$\rho_{\rm t}(x,y) = \frac{qN}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{(x-x_{\rm b})^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-y_{\rm b})^2}{2\sigma_y^2}\right\} \quad . \tag{6.23}$$

Die Strahlform ist sehr stark von der Optik und der longitudinalen Position *s* abhängig.

Die Berechnung der Strahlposition (x_b, y_b) aus den Signalen U_i erfolgte unter der Voraussetzung, daß ρ_t punktförmig ist, da die Signalfunktion $U_i \propto F_i(x, y)$ des punktförmigen Strahls verwendet wurde. Bei einem ausgedehnten Strahl ist U_i zusätzlich zur Orts- und Intensitätsabhängigkeit auch eine Funktion der höheren Momente der Ladungsdichteverteilung des Strahls. Dies führt zu einer systematischen Abweichung zwischen rekonstruierter und wahrer Strahlposition.

Die Signalfunktion des ausgedehnten Strahls $G_i(x, y)$ berechnet sich aus der Faltung [43, 45]

$$G_i(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_i(x+u,y+v)\rho_t(u,v) \,\mathrm{d}u \,\mathrm{d}v \tag{6.24}$$

$$=F_i(x,y)\star\rho_t(x,y) \tag{6.25}$$

der Signalfunktion $F_i(x, y)$ des linienförmigen Strahls mit der Ladungsdichteverteilung $\rho_t(x, y)$ des realen Strahls. Die Verteilung ρ_t kann durch die zentralen Momente der Verteilung beschrieben werden, die als

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{t}(x, y) \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \qquad , \tag{6.26}$$

$$\alpha_u = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u \,\rho_t(x, y) \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}y \qquad \text{und} \tag{6.27}$$

$$\alpha_{uv} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (u - \alpha_u) \left(v - \alpha_v\right) \rho_{\mathsf{t}}(x, y) \, \mathsf{d}x \, \mathsf{d}y \tag{6.28}$$

definiert sind [13]. Die zweidimensionale Gauß-Verteilung ρ_t wird vollständig durch die Momente der Verteilung bis zur zweiten Ordnung beschrieben. Für eine Gauß-Verteilung gilt

$$Q = \alpha, \qquad u_b = \frac{\alpha_u}{\alpha} \qquad \text{und} \qquad \sigma_u^2 = \frac{\alpha_{uu}}{\alpha} \qquad .$$
 (6.29)

Die oben definierten Größen sind daher mit der Gesamtladung Q, den Koordinaten x_b und y_b des Ladungszentrums und den Varianzen der Gauß-Verteilung verknüpft.

Die Folge der von Null verschiedenen Breite der Ladungsdichteverteilung σ_u des Strahls zeigen Abb. 6.13(a) und 6.13(b) für einen Monitor mit DESY bzw. ESRF-Elektroden. Hierzu wurde numerisch die Faltung zwischen der Signalfunktion $F_i(x, y)$ und der Ladungsdichteverteilung $\rho_t(x, y)$ berechnet. Dargestellt ist der Abstand

$$\Delta r = \sqrt{(x - x_{\rm b})^2 + (y - y_{\rm b})^2}$$
(6.30)

zwischen der wahren Strahlposition (x_b, y_b) des ausgedehnten Strahls und der rekonstruierten Position (x, y). Es wurde angenommen, daß $\sigma_x = 2 \text{ mm}$ und $\sigma_y = 0,2 \text{ mm}$ beträgt, was bei gleichen Betafunktionen in beiden Ebenen einer Kopplung von $\kappa = \epsilon_y/\epsilon_x = 1$ % entspricht.



Abbildung 6.13.: Abweichung Δr zwischen wahrer und rekonstruierter Position in Mikrometern unter Annahme einer zweidimensionalen gaußförmigen Ladungsdichteverteilung des Strahls mit $\sigma_x = 2 \text{ mm}$ und $\sigma_y = 0,2 \text{ mm}$. Dargestellt sind die Isolinien von Δr im 1. Quadranten.

Der systematische Fehler Δr bei der Positionsbestimmung aufgrund der Vernachlässigung der Strahlbreite verschwindet im Monitorzentrum. Er steigt sehr stark mit (x, y) an und beträgt bei einer Strahlposition von $(x_b, y_b) = (10 \text{ mm}, 10 \text{ mm})$ etwa 270 µm beim DESY-Monitor und etwa 530 µm beim ESRF-Monitor. Aufgrund der größeren Nichtlinearität des ELSA-Monitors in vertikaler Richtung sind die systematischen Fehler in y-Richtung sehr viel stärker als in der x-Richtung. Da der systematische Fehler Δr im Monitorzentrum verschwindet, kann die Korrektur der Gleichgewichtsbahn Δr stark reduzieren. Dies setzt allerdings voraus, daß die BPMs keine Justierfehler bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn besitzen. Bei typischen Justierfehlern der ELSA-Monitore von bis zu 3 mm muß daher mit einem systematischen Fehler von $\approx 100 \text{ µm}$ gerechnet werden. Außerdem kann der systematische Fehler durch Reduzierung der Emittanzen verkleinert werden, da sich dadurch die Strahlausdehnungen verringern. Auch hier spielt die Korrektur der Gleichgewichtsbahn eine wichtige Rolle, da eine vertikale Strahlablage in Sextupolfeldern zu Skew-Quadrupolfeldern führen, die die Betatronschwingungen koppeln und die vertikale Strahlbreite erhöhen. Die Maßnahmen zur Reduzierung der vertikalen Strahlbreite werden in Kapitel 13 erläutert.

7. Absolute Kalibration des Monitorsystems

Unterschiede zwischen den gemessenen und den wahren Strahlpositionen führen zwangsläufig zu einer fehlerhaften Korrektur der Gleichgewichtsbahn. Daher müssen die Verschiebungen der Monitore bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn möglichst genau bestimmt werden. Als Positionsreferenz können die auf Sollposition justierten Quadrupole dienen, deren magnetische Zentren die Nullpositionen der benachbarten Monitore darstellen. Da sich die Verschiebungen aus mehreren Anteilen zusammensetzen, die nur teilweise mit geodätischen Methoden gemessen werden können, ist es sinnvoll, die Verschiebungen mit dem Strahl zu bestimmen. Diese strahlbasierte Methode wird daher auch Beam-Based-Alignment genannt. Die Realisierung dieser Methode bei ELSA und ihre Ergebnisse wird in diesem Kapitel erläutert.

7.1. Problemstellung

Die Zentren der Monitore von ELSA sind aus mechanischen Gründen teilweise um einige Millimeter von der idealen Gleichgewichtsbahn verschoben. Als Folge der Unterschiede $\Delta u_{\rm M} := u - u_{\rm m}$ zwischen den von den Monitoren gemessenen Strahlpositionen $u_{\rm m}$ und den wirklichen Positionen u ergeben sich beträchtliche Fehler bei der Korrektur der Gleichgewichtsbahn.

Die transversalen Justierfehler Δu_Q der Quadrupole sind im Vergleich dazu sehr viel geringer und betragen $\langle \Delta u_Q \rangle_{\rm rms} \approx 150 \,\mu{\rm m}$ (vgl. Kapitel 9). Zur Messung der Nullpunkte der Monitore können daher die Quadrupole als Positionsreferenz dienen. Da sich die Monitore sehr nah bei den Quadrupolen befinden ($|\Delta s| < 1 \,{\rm m}$), gilt

$$u = u_{\rm m} + \Delta u_{\rm M} \approx u_{\rm m} + \Delta u_{\rm Off} \quad , \tag{7.1}$$

wobei die Näherung $\Delta u_{\rm M} = \Delta u_{\rm Q} + \Delta u_{\rm Off} \approx \Delta u_{\rm Off}$ berücksichtigt, daß bei ELSA $\Delta u_{\rm Off} \gg \Delta u_{\rm Q}$ ist. Hierbei ist $\Delta u_{\rm Off}$ die Position der elektrischen Achse des Monitors bezogen auf die magnetische Achse des benachbarten Quadrupols (Abb. 7.1).

Die Verschiebung Δu_{Off} setzt sich aus dem Versatz zwischen der mechanischen Achse von Quadrupol und Monitor, zwischen der magnetischen und mechanischen Achse des Quadrupols und der mechanischen und elektrischen Achse des Monitors zusammen. Von den drei Beträgen ist nur der letzte Beitrag



Abbildung 7.1.: Die wahre Strahlposition x unterscheidet sich von der gemessenen Position x_m aufgrund der Verschiebungen Δx_{Off} zwischen Quadrupolachse (---) und Monitorachse (···) sowie der Fehljustierung des Quadrupols Δx_0 bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn (—).

hinreichend genau bekannt (Abschnitt 40). Während die Höhenabweichung der Monitore relativ zu den Quadrupolen mit einer Genauigkeit von ca. 100 µm gemessen werden kann, ist die Bestimmung der Lageverschiebung der Monitore ungleich schwieriger. Die Verschiebungen zwischen den mechanischen und magnetischen Achsen der Quadrupole ist unbekannt.

7.2. Kalibrationsprinzip

Die Änderung der Fokussierungsstärke k eines Quadrupols führt zu einer globalen Verschiebung der Gleichgewichtsbahn Δu , wenn der Strahl nicht durch das magnetische Zentrum des Quadrupols läuft. Bestimmt man mit dem Strahl die Position im Quadrupol, bei der eine Änderung der Quadrupolstärke keine Strahllageverschiebung verursacht, so ergibt die Messung der Strahlposition des benachbarten Monitors seine Verschiebung Δu_{Off} bezüglich der magnetischen Achse¹.

Es soll nun der Zusammenhang zwischen der Änderung der Quadrupolstärke Δk und der Verschiebung der Gleichgewichtsbahn Δu berechnet werden. Die gestörte Gleichgewichtsbahn $u_0(s)$ vor Änderung der Quadrupolstärke k wird von der Verteilung der Dipolfeldfehler bestimmt. Sie ist nach (2.3) die Lösung der inhomogenen Hillschen Differentialgleichung

$$u_0''(s) + K(s)u_0(s) = F(s) + k(s)\Delta u_0 \quad , \tag{7.2}$$

wobei $\delta_p = 0$ angenommen wurde. Auf der rechten Seite wurde der Beitrag des um Δu_Q verschobenen Quadrupols zur gestörten Gleichgewichtsbahn explizit ausgeschrieben. In F(s) sollen alle restlichen Feldfehler $F(s) = \sum_i \Delta B_i / (B\rho)$ zusammengefaßt sein, die von Feld- und Justierfehlern der Dipolmagnete, transversalen Verschiebungen der anderen Quadrupolmagnete sowie den Korrekturmagneten hervorgerufen werden (s. Abschnitt 2.2.4).

Ändert man die Fokussierungsstärke k dieses Quadrupols um Δk , so ergibt sich eine neue gestörte Gleichgewichtsbahn $u_1(s)$, die die Lösung der Differentialgleichung

$$u_1''(s) + [K(s) + \Delta k(s)] u_1(s) = F(s) + [k(s) + \Delta k(s)] \Delta u_Q$$
(7.3)

ist. Die Verschiebung der Gleichgewichtsbahn

$$\Delta u(s) := u_1(s) - u_0(s) \tag{7.4}$$

durch die Änderung von k ist dann die Lösung der Differentialgleichung

$$\Delta u''(s) + [K(s) + \Delta k(s)] \Delta u(s) = -\Delta k(s) [u_0(s) - \Delta u_Q] \quad , \tag{7.5}$$

was man durch zweimalige Ableitung von (7.4) nach *s* und Verwendung von (7.2) und (7.3) sieht. Diese Differentialgleichung hat dieselbe Form wie (7.2) und beschreibt daher die Verschiebung der Strahllage Δu bei einem Dipolfeldfehler am Ort des Quadrupols s_0 mit dem Ablenkwinkel

$$\Theta_u = \pm \Delta k \, l_{\rm eff} \, u_{\rm Q} \quad , \tag{7.6}$$

wobei l_{eff} die effektive Feldlänge des Quadrupols ist und die Abkürzung $u_Q := u_0(s_Q) - \Delta u_Q$ für die Strahllage im Quadrupol verwendet wurde. Der Ablenkwinkel ist also proportional zur Gradientenänderung und zur Strahllage bezüglich des magnetischen Zentrums des Quadrupols. Ist $\Delta k \ll k$, so gilt $K(s) + \Delta k(s) \approx K(s)$ und es kann mit der ungestörten Optik gerechnet werden. Der hierdurch verursachte Fehler wird im nächsten Abschnitt genauer diskutiert werden.

¹Das Verfahren kann auch bei Sextupolen angewendet werden, indem die Arbeitspunktänderung $\Delta Q(u_S)$ bei Modulation der Sextupolstärke m als Funktion der Strahllage u_S im Sextupol gemessen wird [66,46]. Diese Methode wurde bei ELSA zur Messung der zentralen Frequenz f_c verwendet (Abschnitt 11.3).

Mit einer lokalen Gleichgewichtsbahnbeule kann der Strahl auf verschiedene Positionen u_Q im Quadrupol geschoben werden. Befindet sich der Strahl nicht im magnetischen Zentrum des Quadrupols, so verursacht Δk eine globale Verschiebung der Gleichgewichtsbahn um

$$\Delta u(s) = \frac{\sqrt{\beta_u(s)\beta_u(s_Q)}}{2\sin\pi Q_u} \Delta k \, l_{\text{eff}} \, u_Q \cos(|\psi_u(s) - \psi_u(s_Q)| - \pi Q_u) \quad , \tag{7.7}$$

die sich aus (2.16) und (7.6) ergibt. Sie verschwindet, wenn sich der Strahl im magnetischen Zentrum des Quadrupols befindet, d.h. wenn $u_Q = 0$ ist (Abb. 7.2).

Da die Verschiebung von der Betafunktion am Ort des Monitors und des Quadrupols abhängt, variiert die Genauigkeit bei der Bestimmung der Nullpunkte. Der Maximalwert von Δu beträgt

$$\Delta \hat{u} = \frac{\hat{\beta} \Delta k l_{\text{eff}} \, u_{\text{Q}}}{2 \sin \pi Q} \quad . \tag{7.8}$$

Zum Beispiel ergibt sich aus $\Delta k/k = 2,1 \%$, $k = 0,6 \text{ m}^{-2}$, $l_{\text{eff}} = 0,5 \text{ m}$, Q = 4,6, $u_{\text{Q}} = 1 \text{ mm}$ und $\hat{\beta} = 18 \text{ m}$ eine maximale Strahlverschiebung von $\Delta u \approx 60 \text{ µm}$. Zur präzisen Messung dieser extrem kleinen Verschiebungen ist eine hohe Auflösung und eine gute Langzeitstabilität der Monitorelektronik notwendig.

Zur Ermittlung der Nullpunkte aller Monitore genügen zwei hochgenaue Monitore mit einem Phasenabstand von $\Delta \psi = \frac{\pi}{2}$. Dann ist sichergestellt, daß immer einer der beiden Monitore auch bei ungünstigem Phasenabstand zum modulierten Quadrupol eine Strahllageänderung messen kann. Der statistische Fehler von Δu_{Off} läßt sich aber durch weitere Monitore erheblich reduzieren.

7.3. Systematische Fehler

7.3.1. Winkel der Gleichgewichtsbahn

Wenn der Strahl mit einem Winkel $u'_Q \neq 0$ den Quadrupol passiert, entsteht bei der Bestimmung von Δu_{Off} ein systematischer Fehler von

$$\Delta u_{\rm Off}^{\rm sys} = \Delta s \tan u_{\rm O}' \approx \Delta s \, u_{\rm O}'$$

wobei Δs der Abstand zwischen dem Monitor und dem Zentrum des benachbarten Quadrupols ist (Abb. 7.1). Hierbei wurde vorausgesetzt, daß die Wellenlänge der Betatronschwingung groß gegenüber dem Abstand Δs ist. Diese Näherung ist bei ELSA erfüllt.



Abbildung 7.2: Globale Verschiebung der Gleichgewichtsbahn bei Änderung der Stärke eines fehljustierten Quadrupols um Δk , dargestellt in den in (2.19) definierten normierten Koordinaten. Der Quadrupol befindet sich bei $\psi/(2\pi) =$ 2,3 rad. Die Kurven entsprechen unterschiedlichen Strahlpositionen u_Q im Quadrupol. Passiert der Strahl den Quadrupol mittig, so ist $\Delta \eta = 0$.

Zur Reduzierung des Fehlers wurde jeweils der am nächsten zum Monitor liegende Quadrupol ausgewählt. Außerdem wurde der Strahl parallel zur Quadrupolachse verschoben, indem eine lokale Gleichgewichtsbahnbeule mit der Bedingung $u'_Q = 0$ mrad verwendet wurde². Dies setzt allerdings eine möglichst gut korrigierte Gleichgewichtsbahn voraus.

Da $u'_{\rm Q}$ im Quadrupol bei korrigierter Gleichgewichtsbahn höchstens 100 µrad beträgt, ist unter der Annahme von $|\Delta s| \leq 1$ m der systematische Fehler maximal $\Delta u^{\rm sys}_{\rm Off} = 100$ µm. Unter der Annahme, daß $u_{\rm Q} = 5$ mm, k = 0.6 m⁻², $l_{\rm eff} = 0.5$ m und $\Delta k/k = 2$ % ist, beträgt der mit der Winkeländerung der Gleichgewichtsbahn im Quadrupol nach (7.6) verbundene systematische Fehler ca. 30 µm. Da er im magnetischen Zentrum des Quadrupols verschwindet, kann er bei korrigierter Gleichgewichtsbahn vernachlässigt werden.

7.3.2. Änderung der Optik

Bei der Lösung von (7.5) wurde zur Vereinfachung $\Delta k \ll k$ angenommen und bei (7.7) mit den ungestörten optischen Funktionen gerechnet. Tatsächlich führt Δk zu einer leichten Änderung von Q, $\beta(s)$ und $\phi(s)$ (vgl. (2.42) und (2.43)). Als Folge davon ändern sich die Beiträge der anderen Feldfehler zur Gleichgewichtsbahn, die auch von den optischen Funktionen abhängen. Dies führt dazu, daß jeder Monitor eine nichtlineare Abhängigkeit $\Delta u(\Delta k)$ mißt.

Da ΔQ , $\Delta \beta$ und $\Delta \psi$ proportional zu Δk sind (Abschnitt 2.3), sollte Δk möglichst klein gewählt werden. Dies ist auch vorteilhaft, da die Arbeitspunktverschiebung ΔQ_u zu einem Strahlverlust auf einer optischen Resonanz führen kann. Sinnvolle Werte von $\Delta k/k$ liegen im Fall von ELSA bei einigen Prozent. Eine gute Justierung der Maschine und die Korrektur der Gleichgewichtsbahn kann ebenfalls die störenden Beträge der anderen Dipolfeldfehler verringern. Insbesondere die Beiträge von Sextupolmagneten werden bei korrigierter Gleichgewichtsbahn in den Sextupolen weitgehend reduziert.

Der Einfluß der Gleichgewichtsbahn wurde in Simulationen mit dem Programm MAD³ [36] genauer untersucht. Man erwartet, daß die globale Gleichgewichtsbahnverschiebung bei einer Änderung der Quadrupolstärke k verschwindet, wenn der Strahl entlang der magnetischen Achse dieses Quadrupols läuft. Die Simulationen ergeben jedoch, daß dies nur bei einem fehlerlosen Beschleuniger der Fall ist (Abb. 7.3). Bei Annahme von typischen Feld- und Aufstellungsfehlern von ELSA verschwindet die Gleichgewichtsbahnverschiebung bei jedem einzelnen Monitor bei einer leicht unterschiedlichen Strahlposition im Quadrupol. Dies reduziert die Genauigkeit bei der Bestimmung des Nullpunktes Δu_{Off} (Abb. 7.4).

Wesentlich ist dabei die Kopplung der Betatronschwingungen zwischen den beiden transversalen Ebenen. Insbesondere haben Drehungen der Quadrupole um die Strahlachse und Sextupolfelder einen deutlichen Einfluß darauf, wie gut die von den einzelnen Monitoren gemessenen Nullpunkte übereinstimmen. Es ist daher sinnvoll, mit einer lokalen Gleichgewichtsbahnbeule zu arbeiten, da große vertikale Ablagen in Sextupolfeldern zu Kopplung führen. Die Simulation ergab, daß dieser Effekt bei korrigierter Gleichgewichtsbahn und der Verwendung einer lokalen Gleichgewichtsbahnbeule deutlich geringer ist, aber nicht ganz verschwindet. Es bleibt eine Restunsicherheit der Nullpunkte von $\approx 100 \,\mu$ m. Dies wurde in der Realität auch beobachtet (s. Abschnitt 7.5).

7.4. Technische Realisierung

Zur Bestimmung der Nullpunkte der Monitore ist die Änderung des Feldgradienten jedes einzelnen Quadrupolmagneten notwendig. Allerdings sind die Quadrupole bei den meisten Beschleunigern zu Familien zusammengefaßt und damit nur gleichzeitig im Strom änderbar. Viele Beschleuniger verwenden daher

²Da mit u_Q und u'_Q zwei frei wählbare Parameter eingestellt werden und die Gleichgewichtsbahnbeule nur in einem lokal begrenzten Bereich wirken soll, sind vier Korrektoren notwendig.

³MAD: Methodical Accelerator Design



(a) Gleichgewichtsbahn und lokale Beule am Quadrupol QD21 und Monitor BPM25.

(b) Orbitverschiebung Δx bei einer Δk -Änderung als Funktion der Strahlposition x im Quadrupol.

Abbildung 7.3.: Anwendung des Beam-Based-Alignments bei einem fehlerlosen Beschleuniger (MAD-Simulation). Die Position von Monitor und Quadrupol ist durch den senkrechten Strich gekennzeichnet.



(a) Gleichgewichtsbahn und lokale Beule am Quadrupol QD21 und Monitor BPM25.

(b) Orbitverschiebung Δx bei einer Δk -Änderung als Funktion der Strahlposition x im Quadrupol.

Abbildung 7.4.: Anwendung des Beam-Based-Alignments bei einem fehlerbehafteten Beschleuniger (MAD-Simulation). Die Gleichgewichtsbahn wurde mit dem MICADO-Algorithmus teilweise korrigiert. Der Quadrupol QD21 hatte in der Simulation einen horizontalen Stellfehler von $-150 \,\mu$ m.

zur Realisierung dieser Methode Widerstände (sog. "Shunts"), die parallel zum jeweiligen Quadrupol geschaltet werden und einen kleinen Teil des Stroms an ihm vorbeileiten [87,20].

Alternativ kann ein Zusatzstrom über geeignete Schaltelemente in die Hauptspule eines Quadrupols eingespeist werden [66, 3, 53]. Diese Methode hat den Vorteil, daß sich sehr einfach der Betrag und insbesondere die Richtung des Stroms ändern lassen. Damit kann der Einfluß der Hysterese der Quadrupole auf die Meßwerte untersucht werden (Abschnitt 11.2.1). Außerdem vereinfacht sich bei einem zentralen Aufbau der Aufwand der Implementierung einer zeitabhängigen Modulation des Quadrupolgradienten sowie die Kontrollsystem-Ansteuerung.

Bei ELSA bilden zwei Gruppen von jeweils 16 in Serie geschalteten Magneten die Familie der fo-

kussierenden bzw. defokussierenden Quadrupole. Bei dem bei ELSA gewählten Aufbau des Modulationssystems wird der jeweilige Quadrupol mit einer aus Relais aufgebauten Multiplexerschaltung ausgewählt und vom Zusatzstrom ΔI durchflossen (Abb. 7.5). Da beide Quadrupolkreise erdfrei aufgebaut und untereinander nicht leitend verbunden sind, besitzt jede Familie eine eigene Schaltung. Das speziell an die Lastdaten der ELSA-Quadrupole angepaßte Netzgerät kann außer Gleichstrom auch Wechselstrom mit einer Frequenz bis 80 Hz liefern. Aus thermischen Gründen ist ΔI auf 6 A limitiert, so daß bei der Injektionsenergie von 1,2 GeV und Arbeitspunkten von $Q_u \approx 4,6$ eine Änderung von maximal $\Delta k/k \approx \Delta I/I = \pm 2,6\%$ möglich ist.

Das Netzgerät und die Multiplexerschaltung wurden komplett in das ELSA-Kontrollsystem integriert. Die Hauptrelais werden über eine VME-Relaiskarte mit 32 digitalen Kanälen angesteuert. Ein VME-Rechner generiert über eine D/A-Wandlerkarte mit 12 Bit-Auflösung die Steuerspannungskurve $U_{\text{mod}}(t) \propto \Delta I(t)$ für das Netzgerät. Neben der Ausgabe eines Gleichstroms wurden verschiedene periodische Signalformen realisiert.

7.5. Meßmethode

Die globale Verschiebung der Strahllage $\Delta u(s)$ kann entweder durch Änderung der Quadrupolstärke k um Δk (On/Off-Methode) oder durch periodische Modulation $\Delta k \sin(\omega t)$ (Modulationsmethode) erreicht werden. Der Vorteil der Modulationsmethode ist, daß eine phasenkohärente Detektion eingesetzt werden kann, bei der das Signal/Rausch-Verhältnis im Vergleich zur On/Off-Methode deutlich besser ist. Die Modulationsmethode ist aber technisch aufwendiger und erfordert einen höheren Aufwand bei der Analyse der Meßdaten. Beide Methoden wurden realisiert.

Für beide Methoden gilt gleichermaßen, daß die globale Verschiebung $\Delta u(s)$ bei $\Delta k/k \approx 2\%$ und unkorrigierter Gleichgewichtsbahn bestenfalls einige 100 Mikrometer beträgt. Hinzu kommt, daß die Betafunktion zwischen 2,5 m und 18 m schwankt (Abb. 2.2) und so die gemessenen Modulationsamplituden im ungünstigsten Fall (Modulation eines defokussierenden Quadrupols und Monitor in der Nähe eines defokussierenden Quadrupols) um etwa einen Faktor 7 kleiner sind. Zur Verbesserung der Auflösung



Abbildung 7.5.: Schematischer Aufbau des Modulationssystems der D-Quadrupolfamilie.

muß daher mit möglichst geringer Bandbreite *B* gemessen werden (s. Abschnitt 5.4.2). Dies macht die Bestimmung der Nullpunkte zeitaufwendig, da die Einschwingzeit $\tau \approx 1/B$ der Tiefpaßfilter der BPMs bzw. die Stabilisierung der Positionswerte eine lange Wartezeit nach einer Änderung von Δk erfordert.

7.5.1. On/Off-Methode

Bei dieser Methode wird die Verschiebung der Gleichgewichtsbahn $\Delta u(s)$ bei Änderung der Fokussierungsstärke um Δk als Funktion der Strahlposition u_Q im Quadrupol gemessen. Die am Monitor *i* mit $1 \leq i \leq 28$ gemessene Verschiebung sei $\Delta u_i := \Delta u(s_i)$. Um Δu_{Off} zu bestimmen, wird für jeden Monitor eine Gerade an die Meßwerte $\Delta u_i(u_Q)$ angepaßt und der Nullpunkt

$$\Delta u_i(u_{\mathbf{Q}}) \stackrel{!}{=} 0 \tag{7.9}$$

berechnet, für den nach Gl. (7.1) $\Delta u_{\text{Off}} = -u_{\text{Q}}$ gilt.

Die Vorgehensweise bei der On/Off-Methode soll nun am Beispiel von BPM13 erläutert werden. Sein Nullpunkt wird vom Quadrupol QD15 definiert, der sich strahlabwärts in einer Entfernung von $\Delta s = 0,41$ m vom BPM befindet. Bei korrigierter Gleichgewichtsbahn wurde der Strahl mit einer lokalen Gleichgewichtsbahnbeule (Abb. 7.6(a)) auf verschiedene vertikale Positionen y_Q im Quadrupol parallel zur magnetischen Achse verschoben (Abb. 7.6(b)). Die Messung wurde bei einer Energie von 1,2 GeV durchgeführt, um eine große Strahllageverschiebung $\Delta u(s)$ zu erreichen.

Für jede Position y_Q des Strahls im Quadrupol wurde die Quadrupolstärke k um 2,1 % erhöht und die damit verbundene Änderung der Strahllage Δy_i bei allen 28 BPMs gemessen (Abb. 7.7). Da der Strahl bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn bei $y_Q = -300 \,\mu\text{m}$ den Monitor bzw. Quadrupol passiert, sind die lokalen Gleichgewichtsbahnbeulen scheinbar um diesen Betrag verschoben. Im vorliegenden Beispiel beträgt die Verschiebung zwischen dem magnetischen Zentrum des Quadrupols und dem elektrischen Zentrum des BPMs $\Delta y_{\text{Off}} = -y_{\text{m}} = (50 \pm 100) \,\mu\text{m}$. Der Wert ist deshalb so klein, weil die Verschiebung





(a) Ablenkwinkel Θ der vier Korrektoren (oben) und die daraus berechnete Änderung der Gleichgewichtsbahn (unten) für eine Ablage von $y_Q = -2 \text{ mm}$ und einen Winkel $y'_Q = 0 \text{ mrad}$ in QD15 (Markierung *).

(b) Gleichgewichtsbahnen mit Verschiebungen der Strahlposition von $y_Q = -2, -1, 5, \ldots, 2 \text{ mm}$ in QD15. Die Offsets Δy_{Off} wurden bei den Meßwerten bereits korrigiert ($y = y_Q - 300 \,\mu$ m).

Abbildung 7.6.: Simulierte (a, unten) und gemessene (b) lokale Gleichgewichtsbahnänderung einer mit vier Korrektoren (a, oben) erzeugten Beule im Quadrupol QD15.

dieses BPMs vor dieser Messung als $\Delta y_{\text{Off}} = -2,2 \text{ mm}$ bestimmt worden war und bei dieser Messung bereits berücksichtigt wurde. Die erneute Messung ergibt also im Rahmen des Fehlers Null.

Die Steuerung der Messung, die Analyse der Daten und die Visualisierung der Ergebnisse wird von einem MATLAB-Programm [104] durchgeführt. Das Programm liest hierzu die Strahllage vor und nach der Δk -Änderung aus dem Kontrollsystem aus und berechnet daraus die Verschiebung der Gleichgewichtsbahn Δy_i bei den BPMs. Zur Ermittlung der Korrektorströme für die lokale Gleichgewichtsbahnbeule kommuniziert das Programm mit dem Kontrollsystem, das die Gleichgewichtsbahnbeule berechnet [34]. Anschließend wird für jeden BPM eine Ausgleichsgerade an die Meßdaten angepaßt und aus den Schnittpunkten Δu_{Off} ausgerechnet. Das Programm kann auch mit der nachfolgend beschriebenen Modulationsmethode verwendet werden.

7.5.2. Modulationsmethode

Bei gespeichertem Strahl ist eine langsame Drift der Strahlpositionen zu beobachten, die innerhalb einer halben Minute bereits einige Mikrometer betragen kann (vgl. Kapitel 10). Die Ursache dafür sind mechanische Verschiebungen der BPM-Gehäuse, die stark mit der Kammertemperatur korreliert sind und daher von Energie und Strom in ELSA abhängen. Darüber hinaus treten in unregelmäßigen Abständen globale Strahllagebewegungen mit Amplituden von mehreren 10 µm auf, die vermutlich von transversalen Verschiebungen einzelner Quadrupole verursacht werden.

Treten diese Störungen während der Messung mit der On/Off-Methode auf, so wird Δu_{Off} zwangsläufig falsch bestimmt. Daher ist es hilfreich, wenn man der Quadrupolstärke k eine sinusförmige Modulation $\Delta k \sin(\omega t)$ überlagert und die Strahloszillationen mit einer phasenkohärenten Detektion bestimmt. Man erreicht damit, daß die Strahllageänderung von 0 Hz zur Modulationsfrequenz ω verschoben wird, bei der weniger niederfrequentes Rauschen vorhanden ist. Die Frequenz ω muß allerdings sorgfältig gewählt werden. Bedingt durch Bodenbewegungen oszilliert der Strahl mit Frequenzen von 7,5 Hz, 10– 12 Hz und insbesondere 50 Hz (s. Abschnitt 10.4.4).

Zur phasenempfindlichen Detektion wird das zu $\Delta k(t)$ proportionale Modulationssignal des Zusatznetzgerätes

$$U_{\rm mod}^{\rm s}(t) = \hat{U}_{\rm mod}\sin(\omega t)$$

Abbildung 7.7: Bestimmung des BPM-Nullpunktes mit der On/Off-Methode. Die Abbildung zeigt die Strahllageverschiebungen Δy_i als Funktion der Strahllage y_m bei BPM13, wobei der Gradient des strahlabwärts liegenden Quadrupols QD15 um 2,1 % geändert wurde. Jede Gerade verläuft durch die gemessene Strahllageverschiebung Δy_i eines der 28 Monitore. Bei $y_{\rm m} = (-50 \pm 100) \, \mu {\rm m}$ läuft der Strahl durch das magnetische Zentrum des Quadrupols. Als Bandbreite der Elektronik war 0,65 Hz eingestellt.



gleichzeitig mit dem zur Strahllage u(t) proportionalen Signal des jeweiligen Monitors

$$U_{\text{BPM}}(t) = \hat{U}_{\text{BPM}} \sin(\omega t + \phi)$$

aufgezeichnet. Nach der Digitalisierung beider Signale wird $U_{\text{BPM}}(t)$ mit $U_{\text{mod}}^{s}(t)$ multipliziert, was das Signal $U^{s}(t)$ ergibt. Außerdem wird $U_{\text{BPM}}(t)$ mit einem um 90° verschobenen Modulationssignal $U_{\text{mod}}^{c}(t) = \hat{U}_{\text{mod}} \cos(\omega t)$ multipliziert. Das Resultat ist das Signal $U^{c}(t)$. Die beiden Signale

$$U^{\rm s}(t) = \frac{1}{2} \hat{U}_{\rm mod} \hat{U}_{\rm BPM} \left[\cos(\phi) - \cos(2\omega t + \phi) \right] \quad \text{und}$$
$$U^{\rm c}(t) = \frac{1}{2} \hat{U}_{\rm mod} \hat{U}_{\rm BPM} \left[\sin(\phi) + \sin(2\omega t + \phi) \right]$$

bestehen aus einem Gleichspannungsanteil und einem Wechselspannungsanteil mit der doppelten Frequenz 2ω . Nach einer schmalbandigen Tiefpaßfilterung bleiben die zeitunabhängigen Signale

$$\begin{split} U_{\rm TP}^{\rm s} &= \frac{1}{2} \hat{U}_{\rm mod} \hat{U}_{\rm BPM} \cos \phi \quad \text{und} \\ U_{\rm TP}^{\rm c} &= \frac{1}{2} \hat{U}_{\rm mod} \hat{U}_{\rm BPM} \sin \phi \end{split}$$

übrig, aus denen Amplitude \hat{U}_{BPM} und Phase ϕ bezogen auf das Referenzsignal $U_{\text{mod}}(t)$ mit

$$\begin{split} \hat{U}_{\text{BPM}} &= \frac{2}{\hat{U}_{\text{mod}}} \sqrt{U_{\text{TP}}^{\text{s}\ 2} + U_{\text{TP}}^{\text{c}\ 2}} \quad \text{und} \\ \phi &= \arctan\left(\frac{U_{\text{TP}}^{\text{s}}}{U_{\text{TP}}^{\text{c}}}\right) \end{split}$$

bestimmt werden können.

Da alle Signale in digitalisierter Form vorliegen, wurde die phasenempfindliche Detektion in Software als Funktion des oben erwähnten MATLAB-Programms implementiert. Die Tiefpaßfilterung wurde mit einem FIR⁴-Filter mit einer Bandbreite von B = 0.5 Hz realisiert.

Bei der Modulation eines Quadrupols entstehen Wirbelströme in den Lamellen des Quadrupols und der Vakuumkammer. Die Wirbelströme erzeugen wiederum Magnetfelder, die auf den Strahl rückwirken. Hierbei handelt es sich um Quadrupolfelder, die mit 90° Phasenverschiebung die Strahllage beeinflussen und zu einer Amplitudenabschwächung sowie einer Phasenverschiebung zwischen Modulationssignal U_{mod} und Strahlsignal U_{BPM} führen. Im Frequenzbereich bis ca. 100 Hz steigt die Amplitudenabschwächung noch linear mit der Frequenz an. Zum Beispiel beträgt bei f = 80 Hz die Amplitudenabschwächung 8% und die Phasenverschiebung 33°. Daher wurde eine niedrige Modulationsfrequenz von f = 1 Hz verwendet.

Ein Beispiel der Modulationsmethode zeigt Abb. 7.8(a). Die Amplitude Δx wurde als Funktion der Strahlposition x_Q im Quadrupol QF22 gemessen, wobei der Quadrupol mit einer Frequenz von 1 Hz und einer Amplitude von 2 A moduliert wurde. Die Strahlpositionen lieferte der strahlabwärts liegende BPM18. Bei $x_m = 0,43$ mm läuft der Strahl entlang der magnetischen Achse des Quadrupols. Die MAD-Simulation⁵ für die bei der Messung gewählte Maschinenoptik stimmt gut mit den Meßresultaten überein (Abb. 7.8(b)). Die unterschiedlichen Steigungen der Geraden werden durch eine ungenaue Kalibrierung der bei dieser Messung verwendeten Monitorelektronik [4] verursacht, da nur die Monitorkonstanten k_u im Zentrum zur Positionsbestimmung verwendet wurden.

⁴Das Finite Impulse Response (FIR)-Filter hat eine endliche Länge der Impulsantwort und besitzt eine linear mit der Frequenz anwachsende Phasenverschiebung, die mit einem analogen Filter nicht zu realisieren ist [97].

⁵In der Simulation wurde $\Delta x_{\text{Off}} = 0$ angenommen.



Abbildung 7.8.: Beispiel der Modulationsmethode. Die Abbildung zeigt die Modulationsamplitude Δx des Strahls als Funktion der Strahlposition im Quadrupol QF22 gemessen vom strahlabwärts liegenden BPM18. Der Strom des Quadrupols wurde mit einer Frequenz von 1 Hz moduliert und 4096 Werte pro BPM mit einer Abtastfrequenz von 1 kHz aufgezeichnet.

7.6. Ergebnisse

Die Verschiebung Δu_{Off} wurde bei allen Monitoren mit der schnelleren On/Off-Methode mit einer lokalen Gleichgewichtsbahnbeule bei korrigierter Gleichgewichtsbahn bestimmt (Abb. 7.9). Als Energie wurde die Injektionsenergie von 1,2 GeV gewählt, da die temperaturbedingte Scheinbewegung der Strahlpositionen bei dieser Energie vernachlässigbar ist. Als Strom wurde ein mittlerer Wert $I_{\rm b} = 30-40$ mA gewählt und bei zugeschaltetem 30 dB-Abschwächer gemessen.

Die Korrektur der Gleichgewichtsbahn stellt allerdings ein Problem dar, da hierzu Δu_{Off} bereits bekannt sein muß. Daher wurde u(s) zunächst unter der Annahme von $u_{\text{Q}} = 0$ korrigiert und anschließend die Verschiebungen Δu_{Off} bestimmt. Diese Verschiebungen wurden dann bei der nächsten Korrektur der Gleichgewichtsbahn berücksichtigt. Beide Schritte wurden mehrfach wiederholt, bis sich Δu_{Off} innerhalb der Fehlergrenzen nicht mehr änderte. Die Messung von neun Punkten innerhalb des Quadrupols dauert einschließlich der automatischen Auswertung ca. 8 Minuten pro Ebene, so daß ein Zyklus ca. 7– 8 Stunden in Anspruch nimmt. Insgesamt wurde der Zyklus dreimal iteriert, bis sich keine Änderung der Nullpunkte Δu_{Off} mehr ergab.

Bei zwei Monitoren sind die horizontalen Verschiebungen mit etwa 10 mm deutlich größer als bei den restlichen Monitoren. Hierbei handelt es sich um die in Abschnitt 6.5 erwähnten wassergekühlten Vakuumkammern mit integriertem Monitor in den Quadrupolen QF8 bzw. QD9, die absichtlich radial verschoben wurden, um neben dem Elektronenstrahl auch die Synchrotronstrahlung für die Strahlrohre BN0 und BN1 passieren zu lassen (Abb. 3.1). Ihre horizontale Apertur beträgt aus diesem Grund 120 mm.

Ohne die beiden Monitore beträgt $|\Delta u_{\text{Off}}|$ in der horizontalen Ebene bis zu 5 mm und in der vertikalen Ebene bis zu 3 mm. Würde man Δu_{Off} bei der Korrektur der Gleichgewichtsbahn unberücksichtigt lassen d.h. auf die reinen Meßwerte u_{m} korrigieren⁶, so wäre nach (7.1) der RMS-Wert der Gleichgewichtsbahn $\langle u \rangle_{\text{rms}}$ gerade gleich dem RMS-Wert der Verschiebungen $\langle \Delta u_{\text{Off}} \rangle_{\text{rms}}$, also $\langle \Delta x_{\text{Off}} \rangle_{\text{rms}} = 1,75$ mm und $\langle \Delta y_{\text{Off}} \rangle_{\text{rms}} = 1,34$ mm. Die Folge davon wäre, daß sich die Stärke der Imperfektionsresonanzen erhöhen würde und damit höhere Anforderungen an die Stärke der Korrekturmagnete bei der harmonischen

⁶Dies war die Situation beim vorhergehenden Monitorsystem, bei dem die Verschiebungen zwischen Monitorgehäuse und Quadrupolen mechanisch gemessen wurde. An vielen Stellen war aber eine Messung nicht möglich, so daß von $u_{\text{Off}} = 0$ ausgegangen wurde.



Abbildung 7.9.: Verschiebungen zwischen elektrischer Monitorachse und magnetischer Achse des jeweils benachbarten Quadrupols (oben x-Ebene, unten y-Ebene). Die Fehler von Δu_{Off} betragen etwa 100 µm.

Korrektur zu stellen wären. Außerdem führt eine nicht optimal korrigierte Gleichgewichtsbahn zur Entstehung von vertikaler Dispersion $D_y(s)$ (Abschnitt 11.1). Sind Sextupolmagnete eingeschaltet, so hat dies außerdem eine starke Variation der Betafunktionen $\Delta\beta(s)/\beta(s)$ (Abschnitt 11.2) sowie eine Erhöhung der Phasenraumkopplung κ (Kapitel 13) zur Folge. Als Konsequenz erhöhen sich auch die Stärken der intrinsischen Resonanzen und der Gradientenfehlerresonanzen in ELSA.

7.7. Messung der Strahllage in den Quadrupolen

Die Methode des Beam-Based-Alignments läßt sich nicht nur zur Bestimmung der Nullpunkte der BPMs einsetzen, sondern auch zur Messung der Strahlposition u_Q in den Quadrupolen relativ zu ihren magnetischen Achsen verwenden [67]. Dabei nutzt man aus, daß nach (7.7) die Verschiebung Δu proportional zu u_Q ist und daher

$$u_{\rm Q} = \frac{\Delta u}{\Delta k \, l_{\rm eff}} \frac{2 \sin \pi Q}{\sqrt{\beta(s_{\rm M})\beta(u_{\rm Q})} \cos(|\psi(s_{\rm M}) - \psi(s_{\rm Q})| - \pi Q)} \tag{7.10}$$

gilt. Bei bekannten optischen Funktionen $\beta(s)$ und $\psi(s)$, dem Arbeitspunkt Q und der Umrechnung zwischen Strom I und Quadrupolstärke k kann dann auf die Strahllage u_Q zurückgerechnet werden.

Ein Vergleich zwischen den direkt mit den 28 BPMs gemessenen Positionen und den zurückgerechneten Positionen in den Quadrupolen zeigt Abb. 7.10. Der Grund für die systematisch zu kleinen rekonstruierten Positionen liegt an der Hysterese der Quadrupole, so daß die Beziehung $\Delta k/k \approx \Delta I/I$ auch bei kleinen Δk nur näherungsweise gilt. Der Effekt wird im nächsten Kapitel genauer erläutert.

Wichtig bei diesem Verfahren ist, daß die optischen Funktionen genau gemessen werden. Dann kann abgeschätzt werden, mit welchen systematischen Fehlern bei der Rekonstruktion zu rechnen ist (Kapitel 11). Die Fehler lassen sich verringern, wenn mit einem möglichst genauen magnetoptischen Modell des Beschleunigers gearbeitet wird. Die Bestimmung dieses Modells wird in Kapitel 12 diskutiert.



Abbildung 7.10.: Vergleich zwischen der direkten Messung der Gleichgewichtsbahn (\times) und der in den Quadrupolen rekonstruierten Strahlposition (+) (oben *x*-Ebene, unten *y*-Ebene).

Bereits vor der Inbetriebnahme des neuen Monitorsystems wurde diese Methode im Jahr 1997 und 1998 zur Messung und Korrektur der Gleichgewichtsbahn eingesetzt. Um sinnvolle Ergebnisse zu erhalten, muß die globale Gleichgewichtsbahnverschiebung sehr präzise gemessen werden, da die Verschiebung nur einige 100 µm beträgt und bei korrigierter Gleichgewichtsbahn Null ist. Die Messung der 32 Strahlpositionen in den Quadrupolen dauert etwa eine halbe Stunde und ist damit sehr zeitaufwendig. Hinzu kommt, daß zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn mindestens drei Iterationen notwendig sind.

Da diese Methode die Strahlposition in allen Quadrupolen liefert, ist die Lokalisierung der magnetischen Elemente möglich, die die Abweichung der gestörten Gleichgewichtsbahn von der idealen Gleichgewichtsbahn verursachen. Die Messung der Strahllage in der Quadrupolen erlaubt auch die Berechnung der Stärken der depolarisierenden Imperfektionsresonanzen [100]. Die bisher gemessenen Stärken der Resonanzen bei 1,32 GeV und 1,76 GeV stimmen innerhalb der Meßfehler mit den berechneten Werten überein (Abb. 3.4). Die genaue Messung der Gleichgewichtsbahn ermöglicht außerdem die deterministische Korrektur der Imperfektionsresonanzen. Für Details sei auf [100] verwiesen.

Um zu verifizieren, ob diese Methode sinnvolle Ergebnisse liefert, wurde untersucht, wie sich die Drehung eines Dipols um die Strahlachse auf die vertikale Gleichgewichtsbahn auswirkt. Die Drehung eines Dipolmagneten führt zu einem horizontalen Dipolfeldfehler $\Delta B_x = B_0 \sin \psi_D \approx B_0 \psi_D$, wobei B_0 das vertikal gerichtete Hauptfeld ist und $\psi_D \ll 1$ gilt. Da der Fehler der vertikalen Magnetfeldkomponente $\Delta B_y = B_0 \cdot (\cos \psi_D - 1) \approx 0$ vernachlässigbar ist, ändert sich nur die vertikale Gleichgewichtsbahn.

Die Messung fand kurz vor der Neujustierung der Dipole im September 1997 statt und diente primär der Überprüfung, ob die Dipoldrehungen die Ursache für die vertikale Gleichgewichtsbahnstörung sind (s. Kapitel 9). Hierzu wurde der Magnet M24 ausgewählt und um $\Delta \psi_D = -2, -1, \ldots, +2$ mrad relativ zu $\psi_D = 2$ mrad gedreht.

Bei jedem Winkel wurde u_{co} an allen 32 Quadrupolen bestimmt (Abb. 7.11). Man kann erkennen, daß bei $\psi_D = 0$ mrad die Amplitude der vertikalen Gleichgewichtsbahn deutlich geringer ist. Die Reproduzierbarkeit der Messung ist recht gut, da sich die horizontale Gleichgewichtsbahn bei allen Messungen nicht verändert.



(b) vertikale Ebene

Abbildung 7.11.: Änderung der Gleichgewichtsbahn bei einer gezielten Drehung des Dipolmagneten M24 um seine longitudinale Achse. Die longitudinale Position von M24 beträgt s = 121,6 m.

8. Das Strahllage-Korrektursystem

Die Abweichung der gestörten Gleichgewichtsbahn von der idealen Gleichgewichtsbahn wird von Dipolfeldfehlern verursacht. Sie können mit kleinen Dipolmagneten korrigiert werden. Das bestehende Korrektorsystem von ELSA war nur zur statischen Korrektur ausgelegt worden. Um die Strahlpolarisation während der Beschleunigungsphase von ELSA zu erhalten, ist jedoch eine schnelle Änderung der Gleichgewichtsbahn auf einer Zeitskala von einigen 10 ms erforderlich. Die dazu notwendigen Amplituden der Magnetströme reduzieren sich drastisch, wenn die vertikale Gleichgewichtsbahn während der Rampphase korrigiert ist. Zur Implementierung einer dynamischen Korrektur war daher die Umstellung auf neue, breitbandige Netzgeräte notwendig. Die Eigenschaften der Korrektoren, der neuen Netzgeräte sowie die Optimierung der Korrektorverteilung sollen in diesem Kapitel erläutert werden.

8.1. Korrektorsystem

Zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn sind 21 horizontal bzw. 19 vertikal wirkende Dipolmagnete¹ in ELSA eingebaut, die mit den dazugehörigen rechnergesteuerten Netzgeräten das Korrektorsystem bilden. Die Anforderungen an das Korrektorsystem in den verschiedenen Betriebsmoden von ELSA sind dabei sehr unterschiedlich.

Für die Nutzer der Synchrotronstrahlung an ELSA ist eine statische Korrektur der Gleichgewichtsbahn (vgl. Kapitel 2) bis zu einer Energie von 3 GeV erforderlich. Nach Abschnitt 3.3.3 sind ihre beiden Hauptforderungen, daß die vertikale Position und der vertikale Winkel des Strahls am Quellpunkt möglichst stabil und unabhängig von der eingestellten Optik und der gewählten Energie sind. Um Änderungen der Gleichgewichtsbahn durch Stromschwankungen der Korrekturmagnete zu vermeiden, sollte die Stabilität der Netzgeräte möglichst hoch sein.

Die Polarisationserhaltung erfordert nach Abschnitt 3.3.2 die Korrektur der gestörten vertikalen Gleichgewichtsbahn während der Beschleunigungsphase von ELSA. Außerdem wird die jeweilige Imperfektionsresonanzstärke $|\varepsilon_{imp}|$ zum Zeitpunkt der Resonanzkreuzung mit einer harmonischen Korrektur [100] reduziert. Hilfreich ist dabei eine gut korrigierte vertikale Gleichgewichtsbahn, da $|\varepsilon_{imp}| \propto y_{rms}$ ist und infolgedessen deutlich geringere Amplituden der Korrekturmagnete bei der harmonischen Korrektur erforderlich werden. Die Korrektoren müssen daher synchron mit den Hauptmagneten gerampt werden, deren Energierampgeschwindigkeit \dot{E} maximal 7,5 GeV/s beträgt [108].

Der Betrieb von ELSA mit polarisierten Elektronen führt zu neuen Anforderungen an das Korrektorsystem, da die bisher verwendeten Netzgeräte und ihre Computer-Ansteuerung nicht für einen gerampten Betrieb geeignet waren. Sie wurden im Rahmen dieser Arbeit durch Netzgeräte mit direkter VME-Ansteuerung ersetzt, die nun den quasi-parallelen Betrieb von 40 Magneten mit individuell berechneten Stromkurven I(t) erlauben. Dies ist außerdem für den Speicherbetrieb von ELSA von Vorteil, da eine Verschlechterung des Vakuums und damit der Lebensdauer durch eine unkorrigierte Gleichgewichtsbahn während der Rampphase vermieden wird.

¹Die Zahl der Korrektoren wurde von 33 auf 40 erhöht, um eine Verbesserung der Korrektur der Gleichgewichtsbahn zu erreichen (vgl. Abschnitt 8.5).

8.2. Korrekturmagnete

Die Korrekturmagnete² von ELSA sind C-förmige Dipolmagnete, die aus einer Spule mit Magneteisenkern und Polschuhen aus Blechen mit hoher Permeabilität bestehen (Abb. 8.1 und Tab. 8.1). Ein kleines Blech in der Sollbahnebene dient zur Verbesserung der Homogenität des \vec{B} -Feldes. Die Magnete werden auf die runde Vakuumkammer montiert und können als horizontal oder vertikal ablenkende Korrekturmagnete eingesetzt werden. Um Magnete auch an Orten einbauen zu können, wo wenig Platz vorhanden ist, gibt es neben den Magneten mit der Eisenlänge von 10 cm (Typ A) eine kürzere Version mit 6 cm Länge (Typ B).

Der wesentliche Parameter eines Korrekturmagneten ist der durch ihn erzeugte Ablenkwinkel Θ des Strahls, der nach (2.17) vom Magnetfeld B und der Teilchenenergie $E \cong pc$ abhängt. Da näherungsweise $B \propto I$ gilt, kann

$$\Theta(I,E) = \Theta_0 + k \frac{I}{E}$$
(8.1)

mit der energieunabhängigen Korrektorkonstante k geschrieben werden, wobei der Term Θ_0 von der Remanenz des Magneten verursacht wird. Um die Konstante

$$k = E \left. \frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}I} \right|_{I=0} \tag{8.2}$$

zu bestimmen, muß *B* möglichst genau bekannt sein. Daher wurde das Magnetfeld sowohl mit einer Hall-Sonde gemessen als auch mit den Programmpaketen MAFIA [110] und POISSON [72] simuliert.

Die Messung der Hysteresekurve $B_y(I)$ bei einem entmagnetisierten Korrektor vom Typ A zeigt, daß der lineare Zusammenhang (8.1) bis etwa 1 A verwendet werden kann (Abb. 8.2). Die Sättigung des *B*-Feldes führt bei der Korrektur der Gleichgewichtsbahn zu systematischen Fehlern, wenn die lineare Näherung (8.1) zur Berechnung von Θ verwendet wird. So beträgt der Fehler bei 1 A bereits 4,6%. Die Korrektur der Gleichgewichtsbahn muß daher bei höheren Energien mehrfach iteriert werden. Da Messung und Korrektur aber nur wenige Sekunden dauern, wurde bisher auf die Berücksichtigung des

²Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß alle Dipolmagnete über Korrekturwindungen verfügen, die jedoch zur Zeit nicht angeschlossen sind.



Abbildung 8.1.: Geometrie des Korrekturdipolmagneten (Typ A) für die Simulation des Magnetfeldes im Programm MAFIA.

nichtlinearen Anteils in B(I) und der Magnet-Hysterese verzichtet. Außerdem sind aufgrund der nichtlinearen Sextupolfelder in ELSA immer mehrere Iterationen notwendig.

Das remanente Feld der Magnete von $B_{\rm R} \approx 1.6 \,\text{G}$ (s. Abb. 8.2) kann zu Reproduzierbarkeitsproblemen führen. Daher können beim neuen Korrektorsystem die Magnete automatisch entmagnetisiert werden.

Die vertikale Magnetfeldkomponente $B_y(s)$ eines Korrektors als Funktion der longitudinalen Koordinate *s* zeigt Abb. 8.3, wobei das Rechteck die Näherung aus Magnetfeld im Zentrum B_0 und halber effektiver Feldlänge $l_{\text{eff}}/2$ kennzeichnet. Zum Vergleich mit den Messungen sind in Abb. 8.3 die Ergebnisse einer dreidimensionalen Rechnung eines Korrektors mit MAFIA [110] dargestellt. Die simulierten Werte stimmen gut mit den Meßwerten überein.

Um Θ zu bestimmen, wurde an $B_y(s)$ ein Polynom angepaßt und (2.17) numerisch integriert. Es ergibt sich

$$k = \begin{cases} 0.852 \text{ mrad} \cdot \text{GeV/A} & \text{für Typ A} \\ 0.587 \text{ mrad} \cdot \text{GeV/A} & \text{für Typ B} \end{cases}$$
(8.3)

Infolge der weiten Ausdehnung von $B_y(s)$ in s-Richtung sollte der Abstand zu anderen magnetischen Elementen mindestens 20 cm betragen. Ansonsten ist mit Veränderungen der Korrektorkonstante k zu rechnen (vgl. Kapitel 12.1).

8.3. Netzgeräte

8.3.1. Netzgeräteigenschaften

Die bisher beim Korrektorsystem eingesetzten Netzgeräte waren nicht für eine dynamische Korrektur der Gleichgewichtsbahn während der Rampphase von ELSA ausgelegt, da sie weder über eine schnelle und zuverlässige Rechneransteuerung noch über die Möglichkeit eines schnellen Polaritätswechsels verfügten. Außerdem waren sie schlecht geregelt, so daß bei vielen Netzgeräten Stromoszillationen mit Frequenzen von einigen Hertz auftraten, die zu Oszillationen der Strahlposition führten. Dadurch wurden die im letzten Kapitel erläuterten Messungen der Nullpunkte der Monitore sehr erschwert.

Die Netzgeräte wurden daher durch neue computersteuerbare bipolare Netzgeräte (COPS³) ersetzt, die über den VME-Bus angesteuert werden können. Ihr maximaler Strom beträgt $|I_{max}| = 2$ A bei einer

³COPS: Computer Operated Power Supply [7]



Abbildung 8.2.: Magnetfeld B_y im Zentrum als Funktion des Stroms *I* bei einem Magneten vom Typ A.



Abbildung 8.3.: Magnetfeld B_y als Funktion der longitudinalen Position *s* für I = 0,8 A auf der idealen Gleichgewichtsbahn.

Parameter	Wert			
r ai ailietei	Тур А	Тур В		
Gapabstand <i>h</i>	120 mm	120 mm		
Eisenlänge <i>l</i> _{FE}	100 mm	60 mm		
eff. Feldlänge $l_{\rm eff}$	206 mm	141 mm		
Windungen N	1596	1596		
Induktivität L	220 mH	130 mH		
Widerstand R (20–50°C)	9,0–10,4 Ω	5,8–6,5 Ω		
Zeitkonstante $\tau = L/R$ (20°C)	24 ms	22 ms		
max. Dauerstrom I_{max} (50°C)	1,2 A	1,3 A		
Magnetfeld B bei I_{max}	0,0157 T	0,0127 T		
Ablenkwinkel Θ (1 GeV, 1 A)	0,852 mrad	0,587 mrad		

Tabelle 8.1.: Parameter der Korrekturdipolmagnete

maximalen Spannung von $U_{\text{max}} = 20$ V. Der um 33 % höhere Strom ist ein weiterer Vorteil gegenüber den alten Netzgeräten. Allerdings sind aus thermischen Gründen Ströme von |I| > 1,5 A nur kurzzeitig erlaubt. Die interne Stromregelung erfolgt mit einem Proportional-Integral-Regler (PI-Regler). Der Stromrippel der Netzgeräte beträgt weniger als 1 ‰, die Langzeitstabilität ist besser als 2 mA innerhalb von 8 Stunden [7].

8.3.2. Computer-Ansteuerung

Ein in das Kontrollsystem von ELSA [39, 83] integrierter VME-Rechner⁴ steuert über eine VME-Schnittstellenkarte jeweils 8 Netzgeräte über einen lokalen Bus an. Insgesamt werden über fünf Schnittstellenkarten 40 Netzgeräte vom Rechner aus angesteuert. In den Netzgeräten werden 12 Bit-Wandler verwendet, so daß mit einem zusätzliches Vorzeichenbit 2¹³ unterschiedliche Stromwerte mit einer Auflösung von $\Delta I_{\rm LSB} = I_{\rm max}/2^{12} \approx 500 \,\mu$ A ausgegeben werden können. Die Software auf dem VME-Rechner erlaubt das Setzen aller Stromwerte und eine automatische Entmagnetisierung der Magnete. Die Istströme werden in regelmäßigen Zeitabständen an das Kontrollsystem übermittelt.

Die Software wurde so erweitert, daß alle 40 Netzgeräte nach dem Rampstart-Trigger synchron eine arbiträre Steuerkurve ausgeben können. Da der VME-Rechner nur auf ein Netzgerät gleichzeitig zugreifen kann, werden sie sequentiell angesteuert. Messungen zeigen, daß eine Stromänderung aller 40 Netzgeräte nach ca. 640 µs abgeschlossen ist, wobei die Änderung eines einzelnen Wertes 14,5 µs dauert und bis zur Ansteuerung des ersten Korrektors 60 µs vergehen. Da die Bandbreite des Magneten etwa 7 Hz beträgt (s. nächster Abschnitt), sind die mit der sequentiellen Ansteuerung verbundenen Fehler vernachlässigbar.

Die Definition der Steuerkurven der Korrekturmagnete lehnt sich an die der Hauptmagnete an [39]. Die gemeinsame Zeitbasis aller Korrektoren definiert ein Vektor mit Zeitdifferenzen

$$\Delta \vec{t} = (\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_{N-1}) \quad , \tag{8.4}$$

wobei $\Delta t_i \equiv t_{i+1} - t_i = n \Delta t_{\min}$ mit $i \in \{1, 2, ..., N-1\}$ ein Vielfaches $1 \le n \le 255$ eines minimalen Zeitschritts $\Delta t_{\min} \ge 1$ ms beträgt. Jeder Korrektor arbeitet einen individuellen Stromvektor

$$\vec{I}^{j} = (I_{1}^{j}, I_{2}^{j}, \dots, I_{N}^{j})$$
(8.5)

ab, dessen Elemente $I^j(t_i) \equiv I_i^j$ vom Korrektor j zum Zeitpunkt t_i gesetzt werden. Der erste Wert I_1^j wird nach dem Laden einer Steuerkurve gesetzt. Mit diesen Stromwerten wird die Gleichgewichtsbahn

⁴SYS/68K-FRC30, Force Computers GmbH.

während der Injektion korrigiert. Nach dem Trigger werden die Werte I_i^j sequentiell abgearbeitet, wobei der letzte Stromwert I_N^j bis zum nächsten Trigger gehalten wird. Die maximale Länge der Steuerkurven wird bei fester zeitlicher Auflösung Δt_{\min} nur durch den vorhanden Speicher des VME-Rechners limitiert.

Der Zeitvektor enthält einen zusätzlichen Eintrag an der Stelle i = N, der darüber entscheidet, ob eine Steuerkurve mit dem letzten Stromwert endet oder zyklisch abgearbeitet werden soll.

8.4. Statisches und dynamisches Verhalten

Es sollen nun die statischen und dynamischen Eigenschaften der Korrektoren berechnet werden. Die Amplitude der Strahllageverschiebung kann nach (2.16) als

$$\Delta u = R_u \Delta \Theta_u \tag{8.6}$$

mit dem Verstärkungsfaktor R_u beschrieben werden. Zunächst soll die minimale bzw. maximale Strahllageverschiebung berechnet werden, die mit den Korrektoren möglich ist. Die minimale Stromänderung der Netzgeräte beträgt bei einer Bitänderung $\Delta I_{\text{LSB}} = 0,5$ mA. Damit ergibt sich für einen Korrektor vom Typ A bei einer mittleren Betafunktion von $\bar{\beta} \approx 7$ m, einem Arbeitspunkt von Q = 4,6 und einer Energie von E = 1,0 GeV eine Amplitude von $\Delta \hat{u} = \pm 1,6$ µm. Bei I_{max} ist die Amplitude $2^{12} = 4096$ mal größer und beträgt $\pm 6,5$ mm. Die minimale und die maximale Strahllageverschiebung sind ausreichend für die Korrektur der gestörten Gleichgewichtsbahn im Speicherbetrieb und während der Rampphase von ELSA.

In Hinblick auf die Korrektur der Imperfektionsresonanzen sind die dynamischen Eigenschaften des Korrektorsystems wichtig. Um die globale Korrektur der gestörten Gleichgewichtsbahn während der Rampphase sicherzustellen, müssen die Ströme der Korrektoren nach (8.1) proportional mit der Energie der Elektronen ansteigen, d.h. es muß $I(t) \propto E(t)$ gelten, damit die Ablenkwinkel der Korrektoren Θ konstant bleiben. Daher muß jeder der 40 Korrekturmagnete während der Rampphase eine individuell berechnete Steuerkurve abarbeiten, deren Stromänderung

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{I}{E} \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \tag{8.7}$$

von der Rampgeschwindigkeit \dot{E} der Hauptmagnete von ELSA vorgegeben wird, die maximal $\dot{E} \leq$ 7,5 GeV/s betragen kann [108]. Beispielsweise ist bei einem Korrektorstrom von I = 0,5 A und einer Energie von E = 1,2 GeV, bei maximaler Rampgeschwindigkeit $\dot{I} = 3,125$ A/s notwendig.



Abbildung 8.4.: Schematische Darstellung der Korrektorsteuerkurve. Die Abarbeitung startet mit dem Rampstarttrigger. Der letzte Wert bleibt bis zum nächsten Rampstarttrigger gesetzt.

Allerdings ist die Gleichgewichtsbahn energieabhängig (s. Abschnitt 10.2.2), so daß eine einfache Skalierung der Ströme mit der Energie E(t) keine optimale Korrektur der Gleichgewichtsbahn bei höheren Energien ergibt. Es ist daher erforderlich, daß die Gleichgewichtsbahnstörung für verschiedene Energien gemessen wird und zwischen den Strömen interpoliert wird.

Die induzierte Gegenspannung des Magnetkreises führt bei Stromänderungen I zu einem Schleppfehler

$$\Delta I = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\,\tau\tag{8.8}$$

zwischen Soll- und Istwert, wobei τ die Zeitkonstante des Magnetkreises ist. Die Kombination aus Spulenwiderstand $R = 9 \Omega$ und Selbstinduktivität L = 0,22 H des Korrektormagneten wirkt als Tiefpaß und beschränkt damit die Rampgeschwindigkeit. Einschließlich des Kabelwiderstands von ca. 1 Ω ergibt sich eine theoretische Zeitkonstante von $\tau = L/R = 22$ ms bzw. eine Bandbreite von $B = 1/(2\pi\tau) = 7,2$ Hz. Dies wurde experimentell verifiziert, indem die Amplitudenabschwächung von Sinussignalen als Funktion der Frequenz f bei offenem Regelkreis gemessen wurde (Abb. 8.5(a)). Die Grenzfrequenz beträgt B = 7,0 Hz und ist in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert.

Die Parameter des analogen PI-Reglers der Netzgeräte wurden so angepaßt, daß die Bandbreite nicht eingeschränkt wird. Das Resultat zeigt die Messung der Sprungantwort in Abb. 8.5(b). Der theoretische Wert für die Anstiegszeit τ_a kann aus der Zeitkonstanten τ berechnet werden und beträgt $\tau_a = 2,2\tau$. Damit ist für die Magnete $\tau_a = 2,2\tau = 50,0$ ms. Der gemessene Wert $\tau_a = 51,5$ ms bei geschlossenem Regelkreis ist nur unwesentlich länger.

Der Schleppfehler ΔI beträgt im vorher diskutierten Beispiel bei maximaler Rampgeschwindigkeit $\Delta I = 71$ mA. Um ΔI bei schnellen Stromänderungen \dot{I} zu verringern, kann die Gegenspannung

$$U_{\rm ind} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \tag{8.9}$$

kompensiert werden. Damit können kürzere Rampzeiten realisiert werden, falls dies notwendig sein sollte.

Die Kompensation von U_{ind} ist gleichbedeutend mit dem Hinzufügen eines differentiellen Anteils zum analogen PI-Regler. Mit einem digitalen PID-Regler auf dem VME-Rechner konnte bei deaktiviertem analogen PI-Regler demonstriert werden, daß auch kürzere Anstiegszeiten möglich sind.



Abbildung 8.5.: Dynamisches Verhalten der ELSA-Korrektoren

8.5. Korrektorpositionen

Die zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn notwendige Stärke der Korrektoren hängt entscheidend von der longitudinalen Position der Korrektoren ab.

Ein Maß für die Güte der Korrektur der Gleichgewichtsbahn u(s) ist der RMS-Wert der unkorrigierbaren Gleichgewichtsbahnstörung u_{rms} an den Stellen der Strahllagemonitore. Wie in Abschnitt 2.2.4 erläutert wurde, hängt er davon ab, wie gut die Dipolfeldfehler von den Korrekturmagneten kompensiert werden können.

Um die optimale Korrektur mit $u_{\rm rms} = 0$ zu erreichen, wäre eine vollständige Kompensation aller Dipolfehlerquellen von ELSA notwendig. Dies ist in der Realität nicht durchführbar, da die Zahl der Korrekturelemente bei Beschleunigern meist kleiner als die Zahl der Störfelder ist. So gibt es bei ELSA mit 24 Dipolen, 32 Quadrupolen und 12 Sextupolen weit mehr potentielle Quellen für Dipolstörfelder, als mit jeweils 20 Korrektoren pro Ebene korrigiert werden könnten.

Auch wenn genügend Korrekturelemente vorhanden wären, könnte man sie aus Platzgründen nur in der Nähe der Störquellen einbauen. Daher bleibt nach der Korrektur der Gleichgewichtsbahn immer eine unkorrigierbare Gleichgewichtsbahnstörung $u_{\rm rms} > 0$ übrig. Eine Optimierung der Positionen der Korrektoren und eine Erhöhung ihrer Anzahl kann $u_{\rm rms}$ auf eine akzeptables Maß reduzieren.

Vor der Optimierung und Erweiterung des Korrektorsystems waren 33 Magnete (17 horizontal und 16 vertikal) in ELSA eingebaut. Ihre Verteilung auf die beiden Ebenen war in einer Simulation mit MAD unter Berücksichtung der typischen Magnetfehler von ELSA festgelegt worden [34], wobei ihre longitudinalen Positionen nicht geändert wurden. Der Phasenvorschub $\Delta \psi$ zwischen den Korrektoren war bei der alten Verteilung sehr ungleichmäßig (s. Abb. 8.6(a)). Im Extraktionsbereich gab es aus Platzgründen über $\Delta \psi_x = 230^\circ$ bzw. $\Delta \psi_y = 330^\circ$ keine Korrektoren. Da sich aber gerade dort die stärksten auf die *y*-Ebene wirkenden Feld- und Justierfehler befanden, war eine Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahn mit der alten Korrektorverteilung in diesem Bereich unmöglich (s. Kapitel 10). Die gestörte horizontale Gleichgewichtsbahn konnte zwar bei Injektionsenergie korrigiert werden, bei einer Energie von 2,3 GeV erreichten schon einige Korrektoren den maximal zulässigen Strom und erlaubten nur eine teilweise Korrektur.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher die Zahl der Korrektoren auf $N_c = 40$ (21 horizontal und 19



Abbildung 8.6.: Phasenvorschub beim alten bzw. neuen Korrektorsystem (oben horizontal, unten vertikal) zwischen den Korrektoren für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,613$ und $Q_y = 4,431$.

vertikal) erhöht. Außerdem wurden die Korrektorpositionen optimiert, um mit möglichst wenig Strom eine maximale Wirkung zu erzielen. Man kann dabei ausnutzen, daß nicht alle Fehlerquellen gleich stark zur Störung der Gleichgewichtsbahn beitragen, da nach (2.15) ihr Beitrag mit $\sqrt{\beta}$ skaliert. So wirken sich Stellfehler der F-Quadrupole in der horizontalen Ebene um einen Faktor $\sqrt{17/2,5} = 2,6$ mal stärker als die der D-Quadrupole aus. Dies gilt ebenso für die Wirkung eines Korrektors auf die Gleichgewichtsbahn. Daher wurden die horizontal wirkenden Korrektoren so weit wie möglich zu den F-Quadrupolen und die vertikal wirkenden Korrektoren zu den D-Quadrupolen verschoben. Der gleichmäßige Phasenvorschub hat außerdem den Vorteil, daß bei der Harmonischenkorrektur einzelne Harmonische der Gleichgewichtsbahn mit geringeren Korrektorströmen korrigiert werden können [15].

Der Phasenvorschub $\Delta \psi$ weicht nach der Optimierung der Anzahl und Position der Korrektoren jetzt deutlich weniger vom Mittelwert pro FODO-Zelle

$$\overline{\Delta\psi} = \frac{Q \cdot 360^{\circ}}{N_{\rm Z}} = 104^{\circ} \tag{8.10}$$

ab (s. Abb. 8.6(b)), wobei $N_Z = C/L = 16$ die Zahl der FODO-Zellen ist. Da $N_c^{x,y} > N_Z$ ist, muß bei einigen Korrektoren zwangsläufig $\Delta \psi < \overline{\Delta \psi}$ sein, so daß sie linear abhängig sind. Solche Korrektoren werden nicht zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn zugelassen, bzw. werden bei der SVD-Zerlegung der Orbit Response-Matrix C auf Null gesetzt (vgl. Abschnitt 2.2.5).

In Abschnitt 2.2.6 wurde erläutert, daß die Güte der korrigierten Gleichgewichtsbahn $\eta_Q(\Lambda)$ davon abhängt, wie viele Harmonische Λ des Frequenzspektrums korrigiert werden können. Da bei ELSA $N_b =$ 28 und $N_c = 20(18)$ in der horizontalen (vertikalen) Ebene ist, bestimmt die Anzahl der Korrektoren die Güte η_Q der Gleichgewichtsbahn bei ELSA. Insgesamt können nun $\Lambda = 10(9)$ Harmonische korrigiert werden. Für die Korrektorgüte bei Arbeitspunkten von $Q_x = 4,6$ und $Q_y = 4,4$ ergibt sich ein Wert von $\eta_{Q_x} = 0,11$ und $\eta_{Q_y} = 0,10$, der ausreichend ist.

9. Dipolfeldfehler von ELSA

Mit dem im letzten Kapitel erläuterten Korrektorsystem lassen sich im Prinzip alle Dipolfeldfehler in ELSA kompensieren. Da die Korrekturmagnete aber nur in der Nähe der fehlerbehafteten magnetischen Elemente eingebaut werden können, bleibt nach der Korrektur der gestörten Gleichgewichtsbahn immer eine Restablage zurück. Zudem kann es sein, daß die Fehler so stark sind, daß die Ablenkwinkel der Korrektoren nicht mehr zur Kompensation der Dipolfeldfehler ausreichen. Dieser Fall war bei ELSA gegeben. Es ist daher sinnvoll, wenn die dominierenden Dipolfeldfehler in ELSA lokalisiert und – soweit das möglich ist – entfernt werden. Dies vereinfacht zudem die Korrektur der Imperfektionsresonanzen während der Beschleunigungsphase von ELSA, da deren Stärken verringert werden können und schon kleine Stromänderungen der Korrekturmagnete ausreichen, um die jeweilige Imperfektionsresonanz zu korrigieren.

9.1. Einleitung

Anfang 1997 war es zum ersten Mal möglich, die Strahlposition in den Quadrupolmagneten mit der in Abschnitt 7.7 erläuterten Methode zu messen. Im Vergleich zur direkten Messung der Strahlposition mit BPMs hat diese Methode zwei wesentliche Vorteile: Der erste besteht darin, daß Nullpunktsfehler der Monitore keine Rolle spielen, da sich die Meßwerte auf die magnetischen Zentren der Quadrupole beziehen. Zweitens stehen mehr Meßpunkte als bei einer direkten Messung mit Monitoren zur Verfügung, da die Zahl der Quadrupole N_Q üblicherweise größer als die Zahl der Monitore N_b ist. Diese beiden Vorteile erleichtern sehr die Lokalisierung der Dipolfeldfehler.

Die Messung bei Standardarbeitspunkten ergab einen RMS-Wert von $x_{rms} = 2,8 \text{ mm}$ bzw. $y_{rms} = 2,7 \text{ mm}$. Ziel ist es nun, die bei ELSA dominierenden Fehlerquellen zu identifizieren und sie gegebenenfalls zu kompensieren. Besonders in der vertikalen Ebene ist eine Reduktion der Stärke der störenden Dipolfeldfehler aus den in Kapitel 3 erläuterten Gründen wichtig.

Zur Beurteilung der Relevanz der verschiedenen Fehlerursachen wäre es am besten, wenn alle Dipolfeldfehler von ELSA bekannt wären. Um diese Informationen zu erhalten sind jedoch sehr aufwendige magnetische und geodätische Messungen an den magnetischen Elemente erforderlich. Informationen darüber sind bei ELSA nur partiell vorhanden [118, 64].

Sind diese Fehler nur zum Teil oder gar nicht bekannt, so bietet sich zu ihrer Bestimmung der umgekehrte Weg an. Anstatt aus den bekannten Störfeldern die gestörte Gleichgewichtsbahn zu berechnen, kann man versuchen, aus dem Verlauf der gestörten Gleichgewichtsbahn die Orte der Dipolfeldfehler und ihre Ablenkwinkel zu berechnen.

9.2. Vertikale Ebene

9.2.1. Stellfehler der Quadrupole

Eine der beiden möglichen Fehlerquellen für die gestörte vertikale Gleichgewichtsbahn sind die vertikalen Abweichungen Δy_{Q} der Quadrupole von der idealen Gleichgewichtsbahn. Um zu überprüfen, ob sie für ELSA relevant sind, wurde der relative Höhenunterschied benachbarter Quadrupole mit einem Nivellier gemessen und daraus die Stellfehler Δy_Q berechnet. Da die Quadrupole die vertikale Strahlhöhe festlegen¹, kann der Mittelwert $\overline{\Delta y_Q}$ willkürlich auf Null gesetzt werden.

Die Messung von Juni 1997 zeigt, daß sich die Höhen der Quadrupole seit der letzten Justierung im Jahr 1992 systematisch verändert haben² (Abb. 9.1). Der sinusartige Verlauf deutet auf eine Neigung des Bodens entlang der Hauptachse von ELSA hin. Auffällig sind die Stellfehler der Quadrupole QF22 und QF30, die vom sinusförmigen Verlauf abweichen. Sie befinden sich an Stellen im Ring, an denen verschiedene Gebäudeteile aneinandergrenzen.

Aus der Messung ergibt sich ein Wert von $\langle \Delta y_Q \rangle_{\rm rms} \approx 150 \,\mu{\rm m}$. Simuliert man die Auswirkung der vertikalen Stellfehler auf die Gleichgewichtsbahn mit MAD [36], so erhält man einen RMS-Wert von $y_{\rm rms} \approx 0.5 \,{\rm mm}$, der zu klein ist, um den gemessenen Wert von $y_{\rm rms} \approx 2.7 \,{\rm mm}$ erklären zu können.

9.2.2. Drehung der Dipole um die longitudinale Achse

Der zweite Beitrag zur vertikalen Gleichgewichtsbahnstörung wird von Drehungen der Dipolmagnete um die Strahlachse verursacht. Um den Winkel auch bei eingebauter Vakuumkammer messen zu können, besitzt jeder Dipol drei Öffnungen auf seiner oberen Abdeckplatte, an denen die Lamellen der Magnete frei zugänglich sind und die jeweils 83 cm voneinander entfernt sind. Abbildung 9.2 zeigt die Drehwinkel $\Delta \psi_D$ an den drei Meßstellen, wobei sich "Anfang", "Mitte" und "Ende" auf die Strahlrichtung beziehen. Zusätzlich ist der Mittelwert $\overline{\Delta \psi_D}$ der drei Winkel eingezeichnet.

Die deutlichen Abweichungen der Mittelwerte $\overline{\Delta \psi}_D$ von Null können eventuell noch eine Folge des Erdbebens im Jahr 1992 sein, da nur die Quadrupole, jedoch nicht die Dipole neu justiert wurden. Es ist aber auch möglich, daß sich Masseverlagerungen auf die Justierung der Magnete ausgewirkt haben. So könnte der nachträgliche Aufbau des Synchrotronstrahlungslabors die systematische Drehung aller Dipolmagnete in Halbzelle 4–13 erklären. Bemerkenswert ist, daß die positiven Drehwinkel überwiegen. Dies führt zu einem negativen Mittelwert der vertikalen Gleichgewichtsbahnstörung, der lange Zeit unverstanden war.

Zusätzlich zur Verdrehung um die s-Achse sind die Dipolmagnete tordiert, da sich die drei Winkel

Es hatte eine Stärke von 5,7 auf der Richter-Skala.



Abbildung 9.1.: Vertikale Stellfehler Δy_Q der Quadrupole vor ihrer Justierung im August 1998.



Abbildung 9.2.: Drehwinkel der Dipolmagnete $\Delta \psi_{\rm D}$ vor ihrer Justierung im September 1997.

 ¹Genaugenommen muß auch die Kantenfokussierung der Dipolmagnete berücksichtigt werden, die zu einer Fokussierung in der vertikalen Ebene führt. Messungen zeigen aber, daß der Verlauf der Stellfehler der Dipole denen der Quadrupole ähnelt.
 ²Am 13. April 1992 fand in Roermond an der deutsch-niederländischen Grenze das letzte große Erdbeben im Rheinland statt.

bei den meisten Magneten voneinander unterscheiden. Der Winkelunterschied zwischen "Anfang" und "Mitte" sowie "Mitte" und "Ende" ist bei fast allen Magneten ungefähr gleich, hat aber entgegengesetztes Vorzeichen. Das deutet darauf hin, daß der Torsionswinkel $\psi_D(s)$ linear von *s* abhängt.

Die Torsionen sind auf Produktionsmängel der Magnete zurückzuführen und sind im nachhinein nicht mehr korrigierbar. Als Folge davon bleibt auch bei Korrektur des mittleren Drehwinkels auf $\overline{\Delta \psi}_{\rm D} = 0$ immer eine Restabweichung der Gleichgewichtsbahn in der vertikalen Ebene übrig. Nähert man die Torsion durch zwei Strahlablenkungen mit umgekehrten Vorzeichen im Abstand der halben Magnetlänge, so wird der Strahl durch die Torsion im Dipol parallel verschoben.

9.2.3. Vertikale Modellierung

Die Messungen von Δy_Q und $\Delta \psi_D$ ergeben, daß die horizontal gerichteten Störfelder im wesentlichen von den Drehungen der Dipole um die longitudinale Achse hervorgerufen werden. Simuliert man die Auswirkung der Dipoldrehungen $\Delta \psi_D$ mit dem Programm MAD, so ergibt sich in der Tat eine gestörte vertikale Gleichgewichtsbahn, die mit den Meßwerten recht gut übereinstimmt (Abb. 9.3(a)). Die restliche Abweichung dürfte darauf zurückzuführen sein, daß es weitere Beträge gibt, die z.B. von der Drehung der Quadrupole $\Delta \varphi_Q$ und Drehungen der Dipole $\Delta \varphi_D$ um die *x*-Achse stammen oder von den vertikalen Höhenfehlern Δy_D der Dipole.

Simulationen mit MAD ergaben, daß bei $\overline{\Delta \psi}_D = 0$ der RMS-Wert der vertikalen Gleichgewichtsbahnstörung um einen Faktor drei reduziert werden kann. Im September 1997 wurde daraufhin $\overline{\Delta \psi}_D$ auf Null justiert. Wie vorausberechnet trat eine Verringerung von $y_{\rm rms}$ um einen Faktor drei ein. Auch nach der Justierung der Drehwinkel der Dipolmagnete stimmt die Modellierung der gestörten Gleichgewichtsbahn relativ gut mit den Meßwerten überein (Abb. 9.3(b)), der Mittelwert der Meßwerte ist allerdings deutlich kleiner als Null. Der RMS-Wert der unkorrigierten vertikalen Gleichgewichtsbahn nach der Justierung betrug $y_{\rm rms} \approx 1$ mm, wobei die restlichen Abweichungen zum großen Teil immer noch von den Torsionen bestimmt werden. Die Stärken der vertikalen Korrektoren reichen nun aus, um die vertikale Gleichgewichtsbahn bis zur höchsten ELSA-Energie von 3,5 GeV zu korrigieren.

Nachträglich stellte sich heraus, daß bei der Korrektur der Drehwinkel ein sehr kleiner systematischer Fehler gemacht wurde, da der Mittelwert von $\overline{\Delta \psi}_D$ etwa 0,2 mrad und nicht Null ist. Als Folge davon ist $\bar{y} < 0$. Dies erfordert überwiegend positive Ablenkwinkel der vertikalen Korrekturmagnete. Simuliert



Abbildung 9.3.: Gemessene und modellierte unkorrigierte vertikale Gleichgewichtsbahn vor und nach der Justierung im September 1997.

man diesen Effekt mit MAD, so erhält man $\bar{y} \approx -0.4$ mm, was in etwa mit den gemessenen Werten übereinstimmt.

Nach der Justierung der Dipole kommt den vertikalen Stellfehlern der Quadrupole wieder mehr Bedeutung zu. Im August 1998 wurden daher auch die Höhen der Quadrupolmagnete korrigiert. Ihre Höhen wurde allerdings nach der Justierung nicht wieder gemessen, so daß der aktuelle Wert von $y_{\rm rms}$ unbekannt ist. Man kann aber annehmen, daß $\Delta y_{\rm rms} \leq 100 \,\mu\text{m}$ sein sollte [91]. Der RMS-Wert der unkorrigierten vertikalen Gleichgewichtsbahn konnte nach dieser Justierung noch mal leicht reduziert werden und beträgt nun $y_{\rm rms} \approx 930 \,\mu\text{m}$ für einen Arbeitspunkt von $Q_y = 4,431$.

9.3. Horizontale Ebene

9.3.1. Stellfehler der Quadrupole

Analog zur vertikalen Ebene tragen horizontale Stellfehler der Quadrupole zur horizontalen Gleichgewichtsbahn bei. Die Messung von Δx_Q ist allerdings sehr viel aufwendiger, da die horizontale Justierung relativ zu einer Verbindungslinie zweier Meßpunkte geschieht, die sich auf den strahlabwärts und -aufwärts liegenden Dipolmagneten befinden. Man kann aber davon ausgehen, daß der RMS-Wert der horizontalen Stellfehler in etwa denen der Quadrupole entspricht, d.h. daß er bei $\langle \Delta x_Q \rangle_{\rm rms} \approx 150 \,\mu m$ liegt [91]. Bei sorgfältiger Justierung können somit die horizontalen Stellfehler nicht die dominierende Fehlerquelle für die horizontale Gleichgewichtsbahn sein, da $x_{\rm rms} = 2,8 \,\rm mm$ gemessen wurde.

9.3.2. Dipolfehler

Fehler der Dipolmagnete können zwei Ursachen haben. Zum einen können sich die Magnete in ihrer Länge l unterscheiden. Ihre Längen sind gut bekannt, da genaue Messungen des Herstellers vorliegen [103]. Außerdem befinden sich auf den Dipolen jeweils zwei Meßpunkte des Ringnetzwerkes zur Lagepositionierung der Magnete [92], die einen bekannten Abstand zum Magnetende besitzen. Daher kann aus dem Abstand zwischen den beiden Meßpunkten die Magnetlänge berechnet werden. Beide Messungen stimmen im wesentlichen überein [91]. Aus den gemessenen Längenfehlern mit dem RMS-Wert von $\langle \Delta l/l \rangle_{\rm rms} \approx 1.3 \cdot 10^{-4}$ ergibt sich eine horizontale Gleichgewichtsbahn mit einem RMS-Wert von $x_{\rm rms} = 0.46$ mm. Dieser Wert ist im Vergleich zum Meßwert ebenfalls zu klein. Daher sind auch die Längenfehler der Dipole nicht die alleinige Ursache für die gestörte horizontale Gleichgewichtsbahn.

Der andere Beitrag stammt von Abweichungen im Polschuhabstand h der Dipolmagnete. Er wurde vom Hersteller an 10 äquidistanten Stellen alle 30 cm mechanisch gemessen [103]. Rechnet man aus den Meßwerten einen mittlere Abstand \bar{h} aus, so ergibt sich ein RMS-Wert von $\langle \Delta B/B \rangle_{\rm rms} \approx 7 \cdot 10^{-4}$, der um einen Faktor 5,4 größer als $\langle \Delta l/l \rangle_{\rm rms}$ ist. Dies führt zu einem RMS-Wert der Gleichgewichtsbahn in der horizontalen Ebene, der in dem Bereich liegt, der auch gemessen wurde. Allerdings war es mit den Meßwerten von $\Delta h/h$ und $\Delta l/l$ nicht möglich, eine Übereinstimmung zwischen der modellierten Gleichgewichtsbahn und den Meßwerten zu finden. Der Grund dafür wird im nächsten Abschnitt klar werden.

9.3.3. Horizontale Modellierung

Da die Modellierung der gestörten Gleichgewichtsbahn in der horizontalen Ebene nicht erfolgreich war, wurde die sogenannte Fit-Methode zu Lokalisierung der Feldfehler in der *x*-Ebene angewendet [41, 69, 90]. Die Fit-Methode beruht auf der Tatsache, daß sich die Gleichgewichtsbahn zwischen zwei Dipolfeldfehlern wie eine freie Betatronoszillation verhält. Die gestörte Gleichgewichtsbahn kann in den fehlerlosen Bereichen durch die Funktion

$$u_{\rm co}(s) = a_i \sqrt{\beta_u(s)} \sin \psi_u(s) + b_i \sqrt{\beta_u(s)} \cos \psi_u(s) + c_i D_u(s) \tag{9.1}$$

mit den unbekannten Konstanten a_i , b_i und c_i beschrieben werden. Hierbei ist $c_i \equiv \Delta p/p_0$ die relative Impulsabweichung. Sie kann vorher aus den Daten entfernt werden, indem die Dispersionsbahn $u_D(s)$ an die Gleichgewichtsbahnstörung durch Minimierung der Funktion

$$F = \sum_{i=1}^{N_{\rm b}} \left[x_{\rm co}(s_i) - D_x(s_i)\delta_p \right]^2 \to \min.$$
(9.2)

angepaßt wird (vgl. [63]). Somit sind nur noch die Konstanten a_i und b_i in den fehlerfreien Bereichen zu bestimmen.

Zwischen zwei fehlerfreien Gebieten befindet sich der Dipolfeldfehler, dessen Ort s_i (bzw. Phase ψ_i) und Ablenkwinkel Θ_i gesucht wird. Zur Lokalisierung der Fehler paßt man innerhalb der fehlerfreien Gebiete die Funktion (9.1) mit einem χ^2 -Fit an die Daten an. Aus den beiden Parametersätzen (a_i, b_i) und (a_{i+1}, b_{i+1}) kann dann die Phasenfunktion am Ort des Fehlers

$$\tan\psi_i = -\frac{\Delta b_i}{\Delta a_i} \tag{9.3}$$

und der Ablenkwinkel des Dipolfeldfehlers

$$\Theta_i = \frac{1}{\sqrt{\beta_i}} \left(\Delta a_i \sqrt{\beta_i} \sin \psi_i - \Delta b_i \sqrt{\beta_i} \cos \psi_i \right)$$
(9.4)

berechnet werden, wobei die Abkürzungen $\Delta a_i := a_{i+1} - a_i$ und $\Delta b_i := b_{i+1} - b_i$ verwendet wurden. Es sind dies die Schnittpunkte der beiden Sinuskurven (Abb. 9.4).

Die Fit-Methode ist nur dann erfolgreich, wenn nur wenige Elemente Fehler aufweisen und die Bereiche ohne Dipolfeldfehler eine ausreichende Länge besitzen. Auch bei einem geringen Abstand zwischen zwei Fehlern ist ihre Identifikation schwierig oder sogar unmöglich. Dann kann nur die Summe der beiden Fehler bestimmt werden.

Zur Lokalisierung der Dipolfeldfehler wurde die gestörte Gleichgewichtsbahn bei verschiedenen Arbeitspunkten gemessen und die fehlerfreien Regionen bestimmt. Hierzu wurden Messungen verwendet, die nach der Justierung der Quadrupole im August 1998 mit der in Kap. 7.7 erläuterten Methode gemessen wurden. Das Ergebnis der Anpassung der Funktionen (9.1) an die Meßwerte in den fehlerfreien Gebieten für den Arbeitspunkt $Q_x = 5,243$ zeigt Abb. 9.5(a) in normierten Koordinaten. Zusätzlich ist in Abb. 9.5(b) die Anpassung in "normalen" Koordinaten dargestellt. Mit fünf Fehlern war bereits eine gute Anpassung der horizontalen Gleichgewichtsbahn möglich.



Abbildung 9.4.: Schematische Darstellung der Fit-Methode, um den zwischen zwei fehlerfreien Gebieten gelegenen Dipolfehler bei ψ_i mit dem Winkel Θ_i zu bestimmen (aus [90]).


Abbildung 9.5.: Anpassung der Funktionen (9.1) an die Meßwerte der gestörten horizontalen Gleichgewichtsbahn dargestellt in normierten Koordinaten (a) und in normalen Koordinaten (b). Der horizontale Arbeitspunkt betrug bei der Messung $Q_x = 5,243$. Die Pfeile in (a) markieren die *s*-Positionen der fünf stärksten Feldfehler (-5).



Abbildung 9.6.: Vergleich zwischen der vom Modell vorausgesagten gestörten horizontalen Gleichgewichtsbahn und Meßwerten für zwei verschiedene Arbeitspunkte.

Die Genauigkeit der Anpassung kann noch verbessert werden, wenn man ausnutzt, daß die Orte der potentiellen Feldfehler, d.h. die Orte der Quadrupole und Dipole, festliegen. Hierzu wurden in einer MAD-Simulation die für einen Dipolfeldfehler in Frage kommenden magnetischen Elemente zwischen zwei guten Gebieten ausgewählt und ihre Stärke so angepaßt, daß der χ^2 -Wert minimal war.

Die Analyse der horizontalen Gleichgewichtsbahn bei verschiedenen Arbeitspunkten ergibt, daß der stärkste Dipolfeldfehler im Bereich der Halbzelle 6 liegt, d.h. von einem der Magnete QF6, M6 oder QD7 verursacht wird. Allerdings sind die Meßdaten zu ungenau, um exakt ein Element benennen zu können. Die Analysen bevorzugen allerdings den Dipol M6 mit einem Ablenkwinkel von $\Delta\Theta_x = \Delta B_y/(B\rho) \approx -0.73$ mrad, da der Schnittpunkt der beiden angepaßten Sinusfunktionen zwischen den Quadrupolen QF6 und QD7 liegt. Neben diesem dominierenden Dipolfeldfehler treten weitere Fehler bei den Elementen QF26 mit -0.33 mrad sowie QD31 mit 0.29 mrad auf. Schwächere Fehler befinden sich bei den

Magneten QF12 mit 0,19 mrad und M15 mit 0,066 mrad (Abb. 9.5(a)).

Die Genauigkeit des Modells läßt sich am besten beurteilen, wenn man die Gleichgewichtsbahn für andere Arbeitspunkte berechnet und sie mit Meßwerten vergleicht. Dies zeigt die Abb. 9.6(a) und Abb. 9.6(b) für die Arbeitspunkte von $Q_x = 3,625$ und $Q_x = 4,596$. Die Genauigkeit des angepaßten Modells ist offensichtlich recht gut.

Sollte die Ursache des Fehlers in einem Stellfehler eines der beiden Quadrupolmagnete QF6 oder QD7 liegen, so wäre nach $\Theta = -kl\Delta x_Q$ mit $k = 0.55 \text{ m}^{-2}$, $l_{\text{eff}} = 0.5 \text{ m}$ eine Fehljustierung der Quadrupole von $\Delta x_Q \approx 2.5 \text{ mm}$ erforderlich, was nicht realistisch erscheint. Es wurde trotzdem die horizontale Justierung dieser beiden Quadrupolmagnete überprüft, was jedoch ein negatives Ergebnis lieferte [91]. Damit dürfte auszuschließen sein, daß der Fehler von einem Stellfehler eines der beiden Quadrupole QF6 oder QD7 verursacht wird.

Wahrscheinlicher ist, daß der Dipolmagnet M6 die Störung verursacht. Allerdings zeigen weder die Messungen der Dipollängen noch die der Polschuhabstände eine besondere Auffälligkeit. Es wurde daher die vertikale Magnetfeldkomponente $B_y(s)$ von den Magneten M6, M7 und des Referenzmagneten M25 auf der idealen Gleichgewichtsbahn mit einer NMR-Sonde gemessen. In Abb. 9.7 sind die gemessenen absoluten Magnetfelder bei einem Strom von I = 1031,4 A dargestellt, was einer Energie von 1,2 GeV entspricht.

Die Magnetfeldkomponente $B_y(s)$ variiert in den drei gemessenen Magneten sehr stark, wobei Amplituden von $\Delta B_y \approx \pm 1.5 \cdot 10^{-3}$ auftreten. Das Magnetfeld kann sich dabei über eine kurze Strecke von wenigen Zentimetern um bis zu 10 Gauß ändern. Die schnelle Variation dürfte auf den unterschiedlichen Polschuhabstand h zurückzuführen sein. Damit ist auch klar, daß die Modellierung der horizontalen Gleichgewichtsbahn basierend auf den 10 Messungen des Polschuhabstandes nicht erfolgreich sein kann, da sich das Magnetfeld mit der *s*-Koordinate sehr schnell ändert und mit Messungen im Abstand von 30 cm nicht genau genug erfaßt werden kann.

Wie Simulationsrechnungen im MAD gezeigt haben, ist nur der Mittelwert der Feldabweichung $\overline{\Delta B_y(s)}$ im Dipolmagneten für die Störung der Gleichgewichtsbahn relevant. Dies ist verständlich, da der Phasenvorschub im Dipol zwischen zwei benachbarten Feldabweichungen gering ist und sich folglich



(a) Dipolmagnet M6

(b) Dipolmagnet M7

Abbildung 9.7.: Absolutes Magnetfeld $B_y(s_0)$ der Dipolmagnete M6 und M7 auf der idealen Gleichgewichtsbahn. Die Koordinate s_0 ist die longitudinale Position bezogen auf die strahlaufwärts gelegene Metallkante. Gemessen wurde mit einer NMR-Sonde in der Mitte des Gaps der Magnete bei einer Energie von 1,2 GeV.

die dadurch hervorgerufenen Störungen der Gleichgewichtsbahn im wesentlichen kompensieren.

Nimmt man als Hypothese an, daß der Dipolmagnet M6 den Fehler verursacht, so wäre für einen Winkel von $\Delta \Theta_x \approx -0.73$ mrad eine mittlere Feldabweichung von $\Delta B_y = B_y \Delta \Theta_x / \alpha = -1 \text{ mT}$ erforderlich, wobei $\alpha = 15^{\circ}$ der Ablenkwinkel eines Dipolmagnets ist. Diese Abweichung in \overline{B}_y ist aber nicht festzustellen. Es bleibt daher unklar, was der eigentliche Grund für den großen Feldfehler in diesem Bereich ist. Hierzu sind weitere Untersuchungen notwendig.

Festzustellen bleibt aber, das sich im Bereich von Halbzelle 6 der stärkste Feldfehler befindet. Daher wurden in direkte Nähe zum Dipolmagneten M6 zwei horizontale Korrektoren eingebaut, die über das Kontrollsystem in ihrem Strom gekoppelt sind und als Korrektorpaar mit doppelter Stärke wirken. Ebenso wurde in der vertikalen Ebene in Halbzelle 24 ein solches Korrektorpaar eingebaut. Dieses hat die Aufgabe, den stärksten Feldfehler in der vertikalen Ebene zu korrigieren, der – nach der Neujustierung der Dipolmagnete – von der Torsion des Dipolmagneten M24 verursacht wird.

9.4. Weitere Fehlerquellen

Im Frühjahr 1998 konnte eine deutliche Änderung der horizontalen Gleichgewichtsbahn gemessen werden (Abb. 9.8). Die charakteristische Form der Verschiebung deutet darauf hin, daß es sich um einen einzelnen Dipolfeldfehler an der Position $\psi = 3,2$ rad in der Nähe des Quadrupols QD23 handeln muß.

Es stellte sich heraus, daß die Ursache in der Verschiebung zweier Korrekturmagnete um wenige Zentimeter in der externen Strahlführung zu den Experimentiereinrichtungen GDH bzw. Crystal Barrel lag. Diese beiden Magnete befinden sich in direkter Nähe zum Dipolmagneten M23 und damit in seinem Randfeld. Dies zeigt sehr deutlich, wie Streufelder und Kopplungen zwischen Magneten die Gleichgewichtsbahn von ELSA beeinflussen können.

Neben diesen ständig vorhandenen Fehlerquellen aufgrund von Feld- und Justierfehlern gibt es Störungen, die nur zeitweise vorhanden sind. So ist beim Betrieb des supraleitenden Solenoids in der externen Strahlführung eine kleine Veränderung der vertikalen Gleichgewichtsbahn zu beobachten, die von seinem weitreichenden Streufeld hervorgerufen wird.

Außerdem beeinflußt des Streufeldes des Synchrotrons die Strahllage in ELSA. Die Änderungen betragen allerdings nur einige Mikrometer und sind für den normalen Betrieb von ELSA ohne Bedeutung. Werden allerdings Präzisionsmessung mit der Methode des Beam-Based Alignments durchgeführt, so sind diese Verschiebungen relevant, falls sie während einer Messung erfolgen.



Abbildung 9.8.: Differenz der horizontalen Gleichgewichtsbahnen gemessen am 19.1.98 und am 17.6.98 für den horizontalen Arbeitspunkt $Q_x = 4,605$, dargestellt in normierten Koordinaten.

10. Messung und Korrektur der Gleichgewichtsbahn

In diesem Kapitel wird erläutert, wie gut sich die horizontale und vertikale Gleichgewichtsbahn mit dem neuen Monitorsystem und dem optimierten Korrektorsystem korrigieren läßt. Anschließend wird der Einfluß von verschiedenen Maschinenparametern auf die Gleichgewichtsbahn beschrieben. Es wird erläutert, wie sich die Gleichgewichtsbahn als Funktion des Arbeitspunktes, der Energie und des Stroms verändert. Insbesondere wird diskutiert werden, welche zeitlichen Änderungen der Gleichgewichtsbahn auf verschiedenen Zeitskalen von Monaten bis Millisekunden bei ELSA zu beobachten sind und welche Ursachen sie haben.

10.1. Korrektur der Gleichgewichtsbahn

10.1.1. Messung mit der Quadrupolmodulations-Methode

Die ersten Messungen der Gleichgewichtsbahn wurden mit der im Abschnitt 7.7 erläuterten Methode der Variation der Quadrupolgradienten Δk und der Berechnung der Position des Strahls u_Q im Quadrupol aus der Verschiebung der Gleichgewichtsbahn $\Delta u(s)$ durchgeführt. Diese Methode ist allerdings sehr zeitaufwendig und ist mit relativ großen Fehlern verbunden. Bei den ersten Messungen im April 1997 wurden fünf Strahlpositionsmonitore verwendet, die in einem Phasenabstand von etwa 52° in ELSA eingebaut waren [4]. In Abb. 10.1 ist die unkorrigierte Gleichgewichtsbahn und die korrigierte Gleichgewichtsbahn nach drei Iterationen mit dem MICADO-Algorithmus mit jeweils 7 Korrektoren (Abschnitt 2.2.6) dargestellt.

In der horizontalen Ebene war die Korrektur der Gleichgewichtsbahn zwar möglich, allerdings erforderte dies so hohe Ströme der Korrektoren, daß eine Korrektur bei den Standardenergien der Synchrotronlichtnutzer von 2,3 GeV sowie 2,7 GeV nicht möglich war. In der vertikalen Ebene war keine ausreichende Korrektur der Gleichgewichtsbahn möglich, da im Bereich der Synchrotronlicht-Quellpunkte und im Extraktionsbereich keine Korrekturmagnete vorhanden waren, um die Feld- und Justierfehler der Magnete auszugleichen.

Dieses Problem wurde – wie in Abschnitt 8.5 und 9.3.3 erläutert wurde – durch den Einbau von weiteren Korrektoren und Monitoren in diesen Bereichen gelöst. Außerdem wurden im September 1997 die Dipolmagnete neu justiert (s. Abschnitt 9.2.3). Bis zum November 1998 wurde mit dieser sehr zeitaufwendigen Methode die Gleichgewichtsbahn von ELSA gemessen und korrigiert. Es konnten bei der Verwendung von fünf Monitoren zur Rekonstruktion der Strahllage in den 32 Quadrupolen RMS-Werte von 200–300 µm erreicht werden.

10.1.2. Messung mit dem Monitorsystem

Nach Fertigstellung des neuen Monitorsystems konnte die Gleichgewichtsbahn mit den Monitoren sehr viel schneller und präziser gemessen werden [57]. Die Nullpunkte der Monitore wurden zuvor mit der in Kapitel 7 erläuterten strahlbasierten Methode bestimmt. In Abb. 10.2 ist die unkorrigierte und korrigierte Gleichgewichtsbahn für die Standardarbeitspunkte $Q_x = 4,612$ und $Q_y = 4,431$ bei einer Energie von



Abbildung 10.1.: Unkorrigierte und korrigierte Gleichgewichtsbahn vor der Neujustierung der Dipolmagnete. Gemessen wurde mit der in Abschnitt 7.7 erläuterten Quadrupol-Methode.

E = 1.9 GeV im Speichermodus von ELSA dargestellt. Die F-Sextupole waren bei dieser Messung auf $m_{\rm F} = 3.4 \text{ m}^{-3}$ eingestellt.

Zur Korrektur wurden in diesem Fall alle 20 horizontalen und 18 vertikalen Korrektoren benutzt, wobei als Korrekturalgorithmus die SVD-Zerlegung der Response-Matrix C verwendet wurde. Es wurde dabei so lange iteriert, bis sich keine Verbesserung des RMS-Wertes mehr ergab und nur noch der unkorrigierbare Teil der gestörten Gleichgewichtsbahn übrigblieb. Nach vier Iterationen ergab sich in der horizontalen Ebene ein RMS-Wert von $x_{\rm rms} = 127 \,\mu m$ bzw. in der vertikalen Ebene von $y_{\rm rms} = 142 \,\mu m$ (s. Tab. 10.1). Bei den inzwischen im Speichermodus verwendeten Arbeitspunkten $Q_x = 5,243$ und $Q_y = 4,431$ mit höherer Brillanz von ELSA sind die Verhältnisse ähnlich. Hier läßt sich ein RMS-Wert von 160 μm in beiden Ebenen erreichen.

Der RMS-Wert konnte um einen Faktor von etwa 20 gegenüber der unkorrigierten Maschine verbessert werden. Die verbleibenden Abweichungen in der vertikalen Ebene werden von den nichtkorrigierbaren Torsionen der Dipolmagnete dominiert (s. Abschnitt 9.2.3). Ein systematischer Fehler bei der Korrektur der Dipolfehljustierungen ist die Ursache für den negativen Mittelwert $\bar{y} \approx -0.4$ mm in der vertikalen Ebene.

Zur Korrektur der horizontalen Gleichgewichtsbahn muß zusätzlich die HF-Frequenz angepaßt werden, damit die mittlere relative Impulsabweichung δ_p des Strahls Null ist (s. Abschnitt 2.2.3). Die relative



Abbildung 10.2.: Unkorrigierte (×) und korrigierte (*) Gleichgewichtsbahn in der horizontalen (a) und vertikalen (b) Ebene für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,612$ und $Q_y = 4,431$.

Impulsabweichung δ_p wird dabei aus einer Anpassung der Funktion $x_D(s) = D(s)\delta_p$ nach der Methode der kleinsten Quadrate aus der horizontalen Gleichgewichtsbahn ermittelt [34]. Die Messungen ergeben, daß bei korrigierter Gleichgewichtsbahn die optimale Frequenz $f_{\text{HF}} = (499,668 \pm 0,001)$ MHz beträgt. Sie stimmt gut mit der theoretischen HF-Frequenz $f_{\text{HF},0} = 499,669$ MHz von ELSA überein, die in Anhang B berechnet wird.

Die Struktur der Gleichgewichtsbahn nach der Korrektur läßt erkennen, daß nur noch Komponenten mit hohen Frequenzen dominieren, die von den Korrekturmagneten nicht kompensiert werden können. Zur weiteren Verbesserung der Korrektur müßten mehr Korrekturmagnete in ELSA eingebaut werden, um die hochfrequenten Komponenten im Spektrum der gestörten Gleichgewichtsbahn korrigieren zu können.

Bemerkenswert ist, daß es in der horizontalen Ebene einen Bereich zwischen s = 60 m und 110 m gibt, innerhalb dessen die Gleichgewichtsbahn durch alle Zentren der Monitore und damit auch der benachbarten Quadrupole läuft. Man kann daher annehmen, daß dieser Bereich in der horizontalen Ebene frei von Dipolfeldfehlern ist. Dies zeigt auch Abb. 9.5(a), da die Gleichgewichtsbahn in diesem Bereich einer freien Betatronschwingung folgt.

10.1.3. Verbesserungen

Die Korrektur der Gleichgewichtsbahn führte zu einigen Verbesserungen der Strahlparameter von ELSA. So konnte nach der Dipoljustierung und der Korrektur der Gleichgewichtsbahn am Synchrotronlichtquellpunkt BN1 eine Reduktion der vertikalen Strahlbreite um einen Faktor 2,5 gemessen werden [88]. Dies liegt an der starken Abhängigkeit der Kopplung von der vertikalen Gleichgewichtsbahn (s. Kap. 13).

	x _{rms} /mm	x_{max}/mm	$y_{\rm rms}/{ m mm}$	y_{max}/mm
unkorrigiert	2,457	4,820	0,928	2,081
korrigiert	0,127	0,278	0,142	0,370

Tabelle 10.1.: Vergleich der RMS- und Maximalwerte der Gleichgewichtsbahnstörung für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,612$ und $Q_y = 4,431$.

Nach der Korrektur der Gleichgewichtsbahn war es möglich, die Stärke der Sextupolmagnete zu ändern, ohne daß sich dadurch die Strahlpositionen und -winkel an den Synchrotronlicht-Quellpunkten verschoben. Außerdem konnte zu einer anderen Optik mit einer stärkeren horizontalen Fokussierung übergegangen werden, die eine geringere natürliche Emittanz ϵ_0 aufweist. Damit konnte die Brillanz der Photonenstrahlen von ELSA erhöht werden.

Da die Stärken $|\varepsilon_r|$ der Imperfektionsresonanzen mit $y_{\rm rms}$ skalieren, konnten sie deutlich reduziert werden. Ein Faktor von etwa 2,4 stammt dabei aus der Neujustierung der Drehungen der Dipolmagnete um ihre longitudinale Achse. Ein weiterer Faktor von 3 konnte durch die Korrektur der Gleichgewichtsbahn mit den Korrekturmagneten erzielt werden [100].

Eine weitere Verbesserung konnte in Verbindung mit der Bestückung von ELSA mit einer wassergekühlten Vakuumkammer erzielt werden. Sie kann ihre Funktion nur dann erfüllen, wenn die Synchrotronstrahlung das Kühlrohr an allen Stellen im Ring trifft. Dies war aber bei den großen Ablagen der unkorrigierten Gleichgewichtsbahn von ± 8 mm nicht überall gegeben. Außerdem kann die korrigierte Gleichgewichtsbahn die Lebensdauer im Speicherbetrieb von ELSA erhöhen, da die Kammertemperatur niedriger ist. So konnte die Lebensdauer von 1–2 Stunden bei 2,3 GeV und 25 mA Strahlstrom bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn und ungekühlter Kammer auf etwa 6 Stunden bei einer fast kompletten Bestückung mit wassergekühlten Vakuumkammern und mit korrigierter Gleichgewichtsbahn erhöht werden. Bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn ist die Lebensdauer deutlich geringer. Zudem tritt am Anfang der Speicherzeit keine Reduzierung der Lebensdauer mehr auf, da die Strahlposition nun auch während der Injektionsphase und während der Rampphase korrigiert ist (vgl. Kapitel 8).

10.2. Abhängigkeiten der Gleichgewichtsbahn

In diesem Abschnitt werden die Änderungen der Gleichgewichtsbahn mit dem Arbeitspunkt, der Energie, dem Strom und der Zeit erläutert. Die Messungen wurde dabei mit dem neuen Monitorsystem durchgeführt.

10.2.1. Arbeitspunkt

Die Auswirkung von Dipolfeldstörungen auf die Gleichgewichtsbahn hängt vom Arbeitspunkt Q ab, da nach (2.16) $u_{\rm rms} \propto |1/\sin(\pi Q)|$ ist und die Gleichgewichtsbahn sehr stark gestört wird. Bei ganzzahligen Arbeitspunkten ist kein stabiler Umlauf in einem Kreisbeschleuniger mehr möglich, da die Teilchen an Aperturlimitierungen verloren gehen.

Die Abb. 10.3 zeigt die Messung des RMS-Wertes der unkorrigierten Gleichgewichtsbahnstörung als Funktion des vertikalen Arbeitspunktes Q_y . Um die ganzzahligen Arbeitspunkte $Q_y = 4$ bzw. $Q_y = 5$ war keine Akkumulation in ELSA möglich. Das Minimum von $y_{\rm rms}$ liegt erwartungsgemäß zwischen den beiden ganzzahligen Resonanzen. Der horizontale Arbeitspunkt $Q_x = 4,612$ wurde bei der Messung konstant gelassen. Für die Darstellung wurde der vertikale Arbeitspunkt Q_y um $\Delta Q_y = 0,02$ korrigiert, damit der Funktionsverlauf symmetrisch zu den ganzzahligen Resonanzen ist. Der Grund für die systematische Arbeitspunktverschiebung wird in Kapitel 12 erläutert werden.

Ein möglichst kleiner Wert von $y_{\rm rms}$ ist wichtig für die Beschleunigung polarisierter Elektronen in ELSA, da nach Abschnitt 22 die Stärken der Imperfektionsresonanzen $|\varepsilon_{\rm imp}|$ mit $y_{\rm rms}$ skalieren. Der im Speichermodus und im Nachbeschleunigungsmodus eingestellte vertikale Arbeitspunkt beträgt $Q_y = 4,431$ und liegt in der Nähe des Minimums von $y_{\rm rms}$.

10.2.2. Energie

Bei einer idealen Maschine sollte sich die Gleichgewichtsbahn nicht mit der Energie E ändern, da die Ablenkwinkel der vier Hauptfehlerquellen von ELSA nach Abschnitt 2.2.4 nur von energieunabhängigen





Größen abhängen. Das unterschiedliche Sättigungsverhalten der Dipolmagnete bzw. Quadrupolmagnete führt in der Realität jedoch zu einer energieabhängigen Gleichgewichtsbahn. Darüber hinaus ist es möglich, daß das Sättigungsverhalten der Magnete individuell verschieden ist. Die vertikale Ebene ist davon kaum betroffen, da die Gleichgewichtsbahnstörung in der *y*-Ebene hauptsächlich von Justierfehlern verursacht wird.

Zur Messung der Energieabhängigkeit wurde bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn die Energie von 1,2 GeV in Schritten von 10 MeV erhöht (Abb. 10.4). Die Sextupolmagnete waren bei der Messung ausgeschaltet, der Strom betrug $I_b = 50$ mA. Oberhalb von 2,6 GeV ging der Strahl aufgrund fehlender HF-Leistung verloren. Man sieht, daß in der vertikalen Ebene die Energieabhängigkeit der Gleichgewichtsbahn wie erwartet sehr gering ist. Die maximale Änderung im Energiebereich beträgt hier etwa 0,5 mm. In der horizontalen Ebene ist die Änderung sehr viel größer und beträgt bis zu 2 mm.

Da die Gleichgewichtsbahn energieabhängig ist, müssen für verschiedene Energien unterschiedliche Korrektordatensätze verwendet werden. Im Speichermodus von ELSA wird die Gleichgewichtsbahn inzwischen in allen Phasen korrigiert, d.h. nicht nur während der mehrere Stunden dauernden Speicher-



Abbildung 10.4.: Strahlposition als Funktion der Energie.

zeit, sondern auch während der Injektions- und der 10 Sekunden dauernden Rampphase. Als Datensatz für die Rampphase wird dabei die Korrektur für die Speicherzeit verwendet und mit der Energierampe der Dipolmagnete E(t) skaliert. Die Rampen aller 40 beteiligten Korrektoren werden von einem in EPOS¹ [39, 83] geschriebenen Programm ausgerechnet und dem VME-Rechner übermittelt. Die Abarbeitung der Rampe startet mit dem Rampstarttrigger. Die Korrektur während der Rampphase konnte die Anfangslebensdauer deutlich erhöhen, da wenige Sekunden ohne korrigierte Gleichgewichtsbahn während der Rampphase und auf der oberen Energie im Speichermodus ausreichen, um das Vakuum zu verschlechtern und damit die Anfangslebensdauer deutlich zu reduzieren.

Im Nachbeschleunigungsmodus mit polarisierten Elektronen wurde für alle Energien der Imperfektionsresonanzen die Gleichgewichtsbahn gemessen und daraus Korrektordatensätze bestimmt. Aus diesen wurden Rampen generiert, die zwischen den Datensätzen linear interpolieren. Mit dieser dynamischen Korrektur der Gleichgewichtsbahn war eine signifikante Verringerung der Depolarisation durch Imperfektionsresonanzen möglich. Mit einer zusätzlichen harmonischen Korrektur konnte der Polarisationsverlust fast ganz vermieden werden [100].

10.2.3. Strom

Da die Gleichgewichtsbahn in erster Näherung stromunabhängig ist, liefert die Messung Informationen über den Dynamikbereich der Elektronik. Die Abhängigkeit der Strahlposition vom Strahlstrom I_b ist in Abb. 10.5 dargestellt. Die Apertur wurde mit einem Scraper gezielt reduziert, um eine relativ schnelle Abnahme des Stroms zu erreichen. Als Energie wurde 1,2 GeV gewählt, um den Einfluß der thermisch bedingten Verschiebung der Strahlpositionsmonitore auszuschließen.

Das oberer Ende des Dynamikbereichs der Elektronik liegt bei einigen 100 mA und wird auch bei Akkumulation von vielen Injektionen in ELSA zur Zeit noch nicht erreicht. Der höchste Strom, bei dem die Elektronik bisher betrieben wurde, beträgt $I_b \approx 250$ mA. Bei diesen hohen Strömen muß der 30 dB-Abschwächer zugeschaltet sein (Abschnitt 5.2.1). Mit zugeschaltetem Abschwächer liegt die untere Grenze des Dynamikbereichs bei etwa 5 mA. Die von der Elektronik verursachte scheinbare Positionsverschiebung steigt dann stark an (Abb. 10.5(a)).



¹EPOS: ELSA Physics Operating System

(a) hohe Ströme (mit 30 dB Abschwächer)

(b) niedrige Ströme (ohne 30 dB Abschwächer)

Abbildung 10.5.: Strahlposition als Funktion des Stroms.

Betreibt man die Elektronik ohne Abschwächer, so reduziert sich der maximal erlaubte Strom auf 50 mA. Das untere Ende des Dynamikbereichs beträgt dann etwa $100 \,\mu\text{A}$ (Abb. 10.5(b)).

Die stark unterschiedlichen Ströme im Speichermodus und im Nachbeschleunigungsmodus machten eine Zweiteilung des Dynamikbereichs der Elektronik notwendig. Im Speicherbetrieb mit hohen Strömen muß die Elektronik mit Abschwächer und im Nachbeschleunigungsmodus ohne Abschwächer betrieben werden. Die oben angegebenen Strombereiche gelten für Monitore mit DESY-Elektroden; bei Monitoren mit ESRF-Elektroden erhöhen sich die Grenzströme um einen Faktor von etwa 2,7.

10.3. Langsame Strahlbewegungen

10.3.1. Bewegung innerhalb von Monaten

Zur langfristigen Änderung der gestörten Gleichgewichtsbahn liegen naturgemäß bisher nur Daten in einem Zeitintervall von kurzer Dauer vor, da das Monitorsystem Anfang 1999 fertiggestellt wurde. Die Änderung der Gleichgewichtsbahn im Speichermodus von ELSA bei einer Energie von 2,3 GeV zeigt die Abbildung 10.6. Die erste Messung (gestrichelte Linie) wurde am 2.12.1998, die zweite Messung (durchgezogene Linie) wurde am 29.7.1999 gemessen.

Bereits innerhalb dieses kurzen Zeitintervalls ist eine deutliche Änderung der unkorrigierten horizontalen Gleichgewichtsbahn aufgetreten, wobei die Amplitude zugenommen hat. Die Differenz der Gleichgewichtsbahnen zeigt ebenfalls das typische Muster einer einzelnen Feldstörung mit 5 Oszillationen pro Umlauf (Abb. 10.6(a) unten). Als Ursache kann eine Energieverschiebung ausgeschlossen werden, da die Differenz der beiden Gleichgewichtsbahnen nicht proportional zur horizontalen Dispersionsfunktion $D_x(s)$ ist.

Es ist daher davon auszugehen, daß die Justierung in der horizontalen Richtung von mindestens einem Magneten schlechter geworden ist. Das deckt sich auch mit den Ergebnissen der Korrektur der Gleichgewichtsbahn, da sich die horizontale Gleichgewichtsbahn im Laufe der Zeit immer weniger gut



Abbildung 10.6.: Änderung der unkorrigierten Gleichgewichtsbahn innerhalb eines halben Jahres. Die Messungen wurden am 2.12.1998 (gestrichelte Linie) und am 29.7.1999 (durchgezogene Linie) aufgenommen. Die Arbeitspunkte betrugen in beiden Fällen $Q_x = 5,243$ und $Q_y = 4,443$ bei einer Energie von 2,3 GeV und gleicher Sextupoleinstellung.

korrigieren ließ. Während das Minimum im Dezember 1998 noch bei $x_{\rm rms} = 119 \,\mu m$ lag, konnte man im Juli die horizontale Gleichgewichtsbahn nur noch auf $x_{\rm rms} = 200 \,\mu m$ korrigieren. Hieran sieht man, daß für eine optimale Einstellung der Maschine eine regelmäßige Justierung der Magnete notwendig ist.

Im Gegensatz dazu hat sich in der vertikalen Ebene (Abb. 10.6(b)) die gestörte Gleichgewichtsbahn nicht global verändert. Es fällt jedoch auf, daß sich im Bereich der Extraktion (s = 100-130 m) die vertikalen Strahlpositionen um bis zu einem Millimeter verschoben haben. Da es sich hierbei um nicht fixierte Quadrupolkammern mit integriertem Monitor handelt, liegt die Vermutung nahe, daß sich diese Kammern innerhalb eines halben Jahres vertikal bewegt haben.

10.3.2. Monitorbewegung

Mißt man die Strahlposition als Funktion der Zeit im Speichermodus von ELSA, so ist während der Rampphase und der Speicherzeit bei fast allen Monitoren eine systematische Verschiebung der Strahlpositionen von einigen 50 µm zu beobachten (Abb. 10.7(a)). Die Verschiebung ist mit der Kammertemperatur ϑ korreliert (Abb. 10.7(b)).

Die Synchrotronstrahlung erwärmt die Vakuumkammer und verschiebt dadurch direkt oder indirekt die Monitorgehäuse. Es gibt aber keine gemeinsame Bewegungsrichtung (Abb. 10.8), so daß zu vermuten ist, daß die Monitore eher geschoben werden, als daß sie sich frei bewegen. Die Vermutung, daß es sich um eine scheinbare Verschiebung der Strahlposition handelt, wird auch von der Beobachtung gestützt, daß die Verschiebung in der vertikalen Ebene bei den Monitoren in den geraden Stücken von ELSA (BPM2 und BPM3), die nicht vom Synchrotronlicht getroffen werden, sehr viel geringer ist, als bei Monitoren in den 180°-Bögen. Auch einer der beiden wassergekühlten Quadrupolkammern mit integriertem Monitor (BPM28 und BPM29) zeigt dieses Verhalten.

Probleme mit temperaturabhängigen Verschiebungen der Vakuumkammer und der BPMs sind ein generelles Problem von Synchrotronstrahlungsquellen (s. z.B. [30]). Alle Monitore wurden aus diesem Grund bereits vor einiger Zeit mit einer mechanischen Halterung versehen und sind mit etwa 1,5 m langen Metallstreben am Boden und an der Innenseite der Tunnelwand fixiert. Dadurch konnten die



(a) Position in *x*-Ebene am BPM25

(b) Kammertemperatur im Dipolmagneten M28

Abbildung 10.7.: Strahlpositionsverschiebung x gemessen von BPM25 und Temperatur der Vakuumkammer in Dipol M28 während der Rampphase von 1,2 GeV auf 2,3 GeV (schneller Anstieg) und während der Speicherzeit (exponentieller Abfall). Der Meßfühler befindet sich in der Bahnebene des Strahls. Die Vakuumkammer von M28 besitzt zur Zeit noch keine Wasserkühlung. Die Messungen wurden nicht gleichzeitig durchgeführt.

Verschiebungen bereits deutlich reduziert werden. Aber auch diese Methode ist nicht optimal: So führt eine Temperaturänderung im Tunnel um $\Delta \vartheta = 5 \text{ K}$ bei einer 1,5 m langen Metallstrebe und einem Ausdehnungskoeffizienten von $\alpha_{\text{FE}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ bereits zu einer Verschiebung von 75 µm. Dies liegt in der beobachteten Größenordnung.

Um die temperaturbedingte Drift zu reduzieren, hilft nur eine stabilere Befestigung der Monitore sowie eine Wasserkühlung. Sinnvoll ist die Befestigung der Monitore an den Quadrupolen, da sie die Nullpunkte der Monitore definieren. Dies ist bei dem bisher bei ELSA gewählten Aufbau der Monitore allerdings nachträglich fast nicht mehr möglich. Sollte ELSA jedoch mit wassergekühlten Vakuumkammern in den Quadrupolmagneten mit integrierten Monitoren ausgerüstet werden, so sollte eine Befestigung der Monitore an den Quadrupolen angestrebt werden. Bei den beiden neu eingebauten Monitoren mit Wasserkühlung sind geeignete Bohrungen im Monitorgehäuse bereits vorhanden.

Messungen haben allerdings gezeigt, daß die von den BPMs beobachtete Verschiebung nur zu einem Teil durch die mechanische Verschiebung des BPM-Gehäuses erklärt werden kann. Hierzu wurde bei einem BPM gleichzeitig die Verschiebung der Strahlposition und die mechanische Verschiebung des Monitorgehäuses gemessen. Die Verschiebung des Monitorgehäuses wurde dabei mit einer mechanischen Meßuhr gemessen. Während der BPM eine Verschiebung von $\Delta x = 60 \,\mu\text{m}$ während eines Speicherzyklus registrierte, betrug die mechanische Verschiebung des BPM-Gehäuses nur 40 μm . Es ist daher nicht auszuschließen, daß auch die Magnete von der Kammer geschoben werden.

Festzuhalten bleibt jedoch, daß der größte Teil der gemessenen Strahlbewegungen nur scheinbare Verschiebungen der Monitorgehäuse sind. Daher ist es nicht sinnvoll, auf diese Scheinbewegung während der Speicherzeit zu korrigieren. Die Gleichgewichtsbahn wird daher nur am Beginn der Meßzeit der Synchrotronstrahlungsnutzer und bei einem Energiewechsel so gut wie möglich korrigiert.

10.3.3. Kühlwassertemperatur

Eine andere Beeinflussung der Gleichgewichtsbahn auf der Zeitskala von Minuten bis Stunden wird von Temperaturschwankungen des Kühlwassers der Magnetspulen hervorgerufen. Die Temperatur ϑ des



(a) Änderung der Strahlposition in x-Ebene

(b) Änderung der Strahlposition in y-Ebene

Abbildung 10.8.: Änderung der Strahlposition der 28 Monitore über einen Zeitraum von zwei Tagen im Speichermodus bei einer Energie von 2,3 GeV. Der RMS-Wert betrugt am Anfang etwa 160 µm in beiden Ebenen und vergrößerte sich bis auf 220 µm bzw. 200 µm in der horizontalen bzw. vertikalen Ebene. Die Monitore BPM2 und BPM3 befinden sich in den beiden geraden Stücken, BPM28 ist wassergekühlt.

Wassers verändert dabei das Magnetfeld der Dipolmagnete. Die Magnetfeldänderung $\Delta B/B$ führt zu einer relativen Impulsabweichung des Strahls von $\delta_p = \Delta B/B$ und damit zu einer Änderung des Dispersionsbahnanteils $\Delta x(s) = D_x(s)\Delta B/B$ an der gestörten Gleichgewichtsbahn. Daher verschiebt sich die Strahllage an Orten mit horizontaler Dispersion (Abb. 10.9).

Im Beispiel von Abb. 10.9 erhöht die Temperaturänderung von $\Delta \vartheta = -5$ K das Magnetfeld um $\Delta B/B = 2.3 \cdot 10^{-5}$ T/0.691 T = $3.3 \cdot 10^{-5}$. Es gilt daher die Beziehung

$$\frac{\Delta B}{B} \approx -6.6 \times 10^{-6} \Delta \vartheta \quad . \tag{10.1}$$

Nach (2.11) sollte sich bei $D_x = 3,1$ m am Ort von BPM19 eine Strahlpositionsverschiebung von $\Delta x \approx 100 \,\mu\text{m}$ ergeben. Die beobachtete Verschiebung von etwa 120 μm ist in guter Übereinstimmung damit. Die Energieverschiebung kann mit einer Frequenzänderung von $f_{\text{HF}} \approx 1$ kHz kompensiert werden, da sich dadurch die Länge der Gleichgewichtsbahn C ändert und nach (2.25) auch δ_p .

Die horizontale Strahlposition x und das Magnetfeld B folgen ohne nennenswerte zeitliche Verzögerung der Temperatur ϑ . Da die Magnettemperatur der Dipole aufgrund ihrer großen Massen mit einer zeitlichen Verzögerung auf die Temperaturänderung des Wassers reagieren sollte, ist zu vermuten, daß ΔB durch die Längenänderungen der Spulen und nicht durch eine Formänderung der Magnete verursacht wird. Im übrigen ist eine Änderung des Ablenkwinkels α des Dipols auch nicht zu erwarten, da sich die Längenänderung des Magneteisens und die Änderung des Polschuhabstandes gerade kompensieren.

10.4. Schnelle Strahlbewegungen

Das Monitorsystem ist dafür ausgelegt, neben den langsamen Strahlbewegungen auch schnelle Änderungen der Strahlposition messen zu können. Solche Änderungen der Strahlposition können z.B. von gepulst betriebenen Magneten hervorgerufen werden. Die Strahlposition kann aber auch von Bodenbewegungen verändert werden. Die Analyse der Ursachen ist in Verbindung mit der Anwendung des Beam Based-Alignments wichtig, da die Störungen in vergleichbarer Größenordnung wie die gezielten Störungen der Gleichgewichtsbahn bei der Modulation der k-Werte liegen und damit die Messung unmöglich machen würden.



Abbildung 10.9: Einfluß der Kühlwassertemperatur ϑ (oben) auf das Magnetfeld B (Mitte) und damit über die Energieänderung des Strahls auf die horizontale Strahlposition x, gemessen an BPM19 (unten). Die Injektionsphasen bei 1,2 GeV sind als vertikalen Linien in B und x zu erkennen; während der restlichen Zeit betrug die Energie 2,3 GeV. Das Magnetfeld B wurde im Referenzdipol M25 gemessen.

10.4.1. Injektionsseptum

Die Abbildung 10.10 zeigt die Änderung der Strahlposition während der Injektionsphase, der Rampphase und eines Teils der Extraktionsphase für den Nachbeschleunigungsmodus, wobei von 1,2 GeV auf 2,8 GeV gerampt wurde. In der horizontalen Ebene – und weniger stark in der vertikalen Ebene – sind während der Ramp- und Extraktionsphase im Abstand von 20 ms kurzzeitige Positionsverschiebungen mit einer Amplitude von $\langle \Delta x \rangle_{\rm rms} \approx 100$ –200 µm und einer Zeitdauer von 1–2 ms zu beobachten. Während der Rampphase wird die Amplitude der Störung geringer.

Durch Ein- und Ausschalten der bei der Injektion beteiligen Magnete konnte der Septummagnet MSI30 als Ursache für die kurzzeitigen Strahlpositionsänderungen identifiziert werden. Das Injektionsseptum wird mit sinusförmigen Strompulsen betrieben, die etwa 1,6 ms lang sind [28]. Sein Streufeld ist trotz Wirbelstromschild noch so stark, daß es zu einer globalen Verschiebung der Gleichgewichtsbahn kommt. Rechnet man aus der Amplitude der Strahlpositionsverschiebung auf das Magnetfeld auf der idealen Gleichgewichtsbahn zurück, so reichen hierzu bereits einige Gauß aus. Dies ist aufgrund der Feldmessungen des Magneten [31] auch zu erwarten.

Das Injektionsseptum MSI30 kann aus technischen Gründen nur mit 50 Hz betrieben werden, so daß die Störung ständig vorhanden ist. Im Speichermodus werden als Konsequenz dieser Störungen alle bei der Injektion beteiligten Magnete wie Kicker und Septa, ausgeschaltet bzw. ihre Amplitude auf Null reduziert. Dies ist im Nachbeschleunigungsmodus leider nicht möglich, da die Zyklusdauer nur wenige Sekunden dauert und daher zu kurz ist.

Es wird vermutet, daß die Reduktion des Tastverhältnisses des extrahierten Strahls bei Energien $E \lesssim 1$ GeV zumindest teilweise von dieser Störung des Septums hervorgerufen wird. Ihre Stärke skaliert wegen (2.17) aber umgekehrt mit der Energie. Daher hilft ein möglichst großer Energieabstand zwischen Injektions- und Extraktionsenergie.



Abbildung 10.10.: Änderung der Strahlposition während der Rampphase.

10.4.2. Korrektur während der Beschleunigungsphase

Für die Erhaltung der Polarisation ist die Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahn zu den Zeitpunkten der Kreuzung der Imperfektionsresonanzen besonders wichtig. Wie in Abschnitt 10.2.2 beschrieben worden ist, ist die Gleichgewichtsbahn – insbesondere in der horizontalen Ebene – von der Energie abhängig und erfordert eine dynamische Korrektur während der Beschleunigungsphase.

Die Messung einer dynamischen Korrektur mit dem neuen Monitorsystem während der Rampphase ist in Abb. 10.11 gezeigt. In Abb. 10.11(a) ist dargestellt, wie sich die von den 28 Monitoren gemessenen horizontalen Strahlpositionen während der 200 ms langen Rampphase verändern. Hierbei wurde statisch der Datensatz der Korrekturmagnete für die Injektionsenergie geladen und keine dynamische Korrektur angewendet. Die im Abstand von 20 ms sichtbaren Strahlpositionsveränderungen werden – wie im letzten Abschnitt erläutert – vom Injektionsseptum MSI30 verursacht.

Die Verbesserung der Korrektur der Gleichgewichtsbahn während der Rampphase unter Zuhilfenahme von mehreren interpolierten Datensätzen zeigt die Abb. 10.11(b). Hierzu wurden vier verschiedene Korrekturdatensätzen erstellt und daraus mit Hilfe einer linearen Interpolation Steuerkurven für die Korrekturmagnete erzeugt. Man erkennt, daß während der gesamten Rampphase die Gleichgewichtsbahn gut korrigiert bleibt und daher der RMS-Wert der Gleichgewichtsbahnstörung während der gesamten Rampphase gleich dem während der Injektions- und Extraktionsphase ist.

Mit dieser Methode konnte die Resonanzstärke der Imperfektionsresonanzen bis zu einer Energie von 2,2 GeV soweit reduziert werden, daß kein nennenswerter Verlust an Polarisation des Elektronenstrahls eintrat und auf die zeitaufwendige Harmonischenkorrektur dieser Resonanzen verzichtet werden konnte.

10.4.3. Sprungquadrupole

Als weiteres Beispiel für eine schnelle Strahlpositionsänderung soll an dieser Stelle noch die Verschiebung der Gleichgewichtsbahn durch die beiden in ELSA eingebauten Sprungquadrupole [49] erläutert werden. Sie werden zur Arbeitspunktverschiebung beim Kreuzen der depolarisierenden intrinsischen Resonanzen bei ELSA verwendet [100]. Die Anstiegszeit des Stroms beträgt 5–15 µm und die Abfallzeit 5–20 ms.

Der Strahl sollte in diesen Magneten möglichst entlang der magnetischen Achse laufen, um ei-



Abbildung 10.11.: Korrektur der horizontalen Gleichgewichtsbahn während der Rampphase.

ne Erhöhung der vertikalen Emittanz durch das Pulsen der Magnete zu verhindern. Ist dies nicht der Fall, so ist außerdem mit einer globalen, kurzfristigen Verschiebung der Gleichgewichtsbahn zu rechnen (Abb. 10.12).

In der zeitlichen Darstellung in Abb. 10.12(a) ist gut zu erkennen, wie das Pulsen der Quadrupole zum Zeitpunkt t = 0.74 s zu einer geringen Strahlpositionsverschiebung von maximal 1 mm führt, die nach 20 ms wieder beendet ist.

In Abb. 10.12(b) ist die Änderung der Gleichgewichtsbahn während des Arbeitspunktsprungs der Quadrupole dargestellt. Es zeigt das typische Muster einer gestörten Gleichgewichtsbahn, wobei sich die beiden Sprungquadrupole bei $s \approx 0$ m und $s \approx 82$ m befinden. In der Darstellung sind aufeinanderfolgende Messungen der Gleichgewichtsbahn überlagert. Die Gleichgewichtsbahnen mit immer kleiner werdenden Amplituden sind dabei während der 20 ms dauernden abfallenden Flanke gemessen worden. Die Änderung während der ansteigenden Flanke ist so schnell, daß sie vom Monitorsystem nicht aufgelöst werden kann.

10.4.4. Bodenschwingungen

Schnelle Strahlbewegungen im Bereich von einigen Hertz können auch von Bodenschwingungen hervorgerufen werden, die von den Quadrupolmagneten auf den Strahl übertragen werden. Sie sind meist technischen Ursprungs und werden von Maschinen wie Kühltürmen oder Kompressoren verursacht. Abbildung 10.13(a) zeigt das Frequenzspektrum der vertikalen Strahlbewegung im Speichermodus von ELSA bei einer Energie von 2,3 GeV. Es wurde mit Hilfe der diskreten Fourier-Transformation [97]



$$Y_k = T_s \sum_{n=0}^{N-1} y_n e^{i2\pi kn/N}$$
(10.2)

Abbildung 10.12.: Veränderung der vertikalen Gleichgewichtsbahn durch das Pulsen der Sprungquadrupole. In (a) ist die zeitliche Änderung der vertikalen Strahlposition als Funktion der Zeit dargestellt und in (b) die vertikale Gleichgewichtsbahnänderung während des Pulsens der Sprungquadrupole. Die Gleichgewichtsbahn war nicht korrigiert.

aus dem im zeitlichen Abstand T_s abgetasteten Positionswerten $y_n := y(nT_s)$ berechnet². Die in Abbildung 10.13(a) dargestellte Amplitude ist dabei der Betrag des komplexen Wertes $Y_k := Y(k/(NT_s))$ des Spektrums, wobei $-N/2 \le k \le N/2 - 1$ ist.

Obwohl alle gepulsten Injektionselemente bei dieser Messung ausgeschaltet waren, wird das Spektrum von einer Strahloszillation mit einer Frequenz von 50 Hz und einer Amplitude von ca. 17 μ m dominiert. Außerdem sind Linien im Bereich von 10–12 Hz sowie 7,5 Hz zu erkennen, deren Amplitude jedoch zehnmal kleiner als die der 50 Hz-Linie sind. Im Frequenzbereich oberhalb von 50 Hz (hier nicht dargestellt) treten nur noch Harmonische von 50 Hz auf.

Die 50 Hz-Oszillation des Strahls in ELSA wird vom Booster-Synchrotron verursacht, da diese Linie

²Als Algorithmus wurde die Fast Fourier Transformation (FFT) [84] verwendet.



(a) Booster-Synchrotron ein (E = 1, 2 GeV)

(**b**) Booster-Synchrotron aus

Abbildung 10.13.: Frequenzspektrum der vertikalen Strahlschwingungen gemessen mit BPM4.



Abbildung 10.14.: Frequenzspektrum der vertikalen Bodenschwingungen gemessen an QD29.

beim Ausschalten des Synchrotrons fast vollständig aus dem Spektrum verschwindet³ (Abb. 10.13(b)). Stellt man die 50 Hz-Komponente der Gleichgewichtsbahn als Funktion der azimutalen Koordinate *s* dar, so zeigen sich etwa 4–5 Oszillationen entlang des Ringumfangs, wie man es nach (2.22) erwarten würde.

Zur Klärung der Frage, ob die 50 Hz-Oszillation des Strahls über das Magnetfeld oder über Schwingungen auf dem Boden übertragen werden, wurde die vertikale Bodenbewegung mit einem Schwingungsmeßgerät⁴ am ELSA-Quadrupol QD29 gemessen (Abb. 10.14). Er befindet sich in direkter Nähe zum Booster-Synchrotron.

Die Messungen zeigen, daß alle Linien im Frequenzspektrum der Bodenschwingungen auch im Frequenzspektrum der Strahloszillationen vorkommen. Da die Amplituden der Strahlschwingungen um einen Faktor 4–5 größer als die der Bodenschwingungen sind, ist es wahrscheinlich, daß die 50 Hz-Oszillation mechanisch über die Quadrupole auf den Strahl übertragen wird. Dies ist gerade der in (2.32) berechnete Verstärkungsfaktor der Quadrupole. Es kann aber nicht vollkommen ausgeschlossen werden, daß auch der Wechselfeldanteil \hat{B} des Magnetfeldes des Synchrotrons die Gleichgewichtsbahn beeinflußt, da auch der Einfluß des konstanten Feldanteils B_0 auf die Gleichgewichtsbahn gemessen werden konnte.

Weitere Untersuchungen ergaben, daß die Frequenzen bei 10 Hz bzw. 12 Hz die mechanischen Resonanzfrequenzen der Quadrupole auf den Untergestellen sind. Die Störquelle für die Oszillation mit 7,5 Hz konnte bisher noch nicht lokalisiert werden. Diese Frequenz ist jedoch schon bei früheren Messungen beobachtet worden [92].

10.4.5. Netzgeräteregulierung

Weitere potentielle Quellen für schnelle Strahlpositionsänderungen sind Stromvariationen der Netzgeräte der Strahlführungsmagnete. Der Netzgeräterippel der Dipol- und Quadrupolnetzgeräte beträgt nach der Nachrüstung mit aktiven Filtern $\Delta I/I \lesssim 1 \times 10^{-5}$ bei einer Energie von 1,2 GeV [108]. Bei den Sextupolnetzgeräten beträgt der Rippel $\Delta I/I \lesssim 5 \times 10^{-3}$, da sie keine aktiven Filter besitzen.

Der Einfluß des Rippels der Quadrupol- und Sextupolnetzgeräte ist bei korrigierter Gleichgewichtsbahn vernachlässigbar. Wie in Abschnitt 20 erläutert wurde, wirken auf den Strahl in Quadrupol- und Sextupolmagneten Dipolfelder, wenn der Strahl nicht die magnetische Mitte passiert. Bei korrigierter Gleichgewichtsbahn verschwinden sie jedoch.

Der Rippel der Dipolnetzgeräte verursacht einen zeitlich veränderlichen Dipolfeldfehler $\Delta B_y(t) = B_{y,0}\Delta I_{\text{Dip}}(t)/I_{\text{Dip}}$. Die zeitliche Variation des Dipolfeldes würde die Bahnlänge nach (2.24) um $\Delta C(t)$ verändern. Die feste HF-Frequenz hat aber eine zeitabhängige Impulsabweichung $\delta_p(t)$ mit einer Amplitude von $\delta_p = 1,0 \cdot 10^{-5}$ zur Folge. An einer Stelle mit einer horizontalen Dispersion von $D_x = 2 \text{ m}$ führt dies zu einer Ortsverschiebung von $\Delta x = D_x \delta_p \approx 20 \text{ µm}$.

Da die Netzgeräte eine 12-fach Gleichrichtung verwenden, liegt die dominierende Frequenzkomponente bei 600 Hz. Sie befindet sich damit außerhalb der Bandbreite der Elektronik und und beeinträchtigt die Messungen nicht. Daher kann der Netzgeräterippel der Hauptmagnete bei der Messung mit den Monitoren vernachlässigt werden.

 ³Da die vom Synchrotron verursachten Strahlschwingungen in ELSA bei der Messung der Nullpunkte der Monitore zu sehr stören, wurde es – genau so wie die Elemente zur Injektion – bei den Beam Based Alignment-Messungen ausgeschaltet.
 ⁴Zur Messung wurde das Schwingungsmeßgerät SMU 31 der Firma HBM verwendet [92].

11. Messung der optischen Funktionen

In diesem Kapitel werden Methoden und Ergebnisse der Messungen der Dispersionsfunktion D(s), der Betafunktion $\beta(s)$, der Chromatizität ξ sowie der zentralen Frequenz f_c von ELSA erläutert. Die Funktion D(s) kann direkt mit dem neuen Strahllagemeßsystem bestimmt werden. Die Messung der Betafunktion $\beta(s)$ wurde erst durch das in Kapitel 7 beschriebene Modulationssystem der Quadrupole möglich. Aus der Störung von $\beta(s)$ lassen sich die Gradientenfehler in ELSA abschätzen, die für die Stärke der Gradientenfehlerresonanzen wichtig sind. Die zentrale Frequenz f_c ist die HF-Frequenz, bei der der Strahl durch die magnetischen Zentren aller Sextupole läuft. Abweichungen von f_c vom Sollwert liefern Informationen über die Justiergenauigkeit der Sextupole und die Qualität der korrigierten Gleichgewichtsbahn. Die Messung von f_c liefert außerdem die Chromatizität ξ .

11.1. Messung der Dispersionsfunktion

Die Dispersionsfunktion D(s) beschreibt die Strahllageverschiebung $\Delta u_{\rm D}(s)$ bei einer relativen Impulsänderung um $\delta_{\rm p} = \Delta p/p_0$ und wird nach (2.11) durch

$$\Delta u_{\rm D}(s) = D_u(s)\delta_{\rm p} \tag{11.1}$$

definiert. Da ELSA planar aufgebaut ist, sind die Werte der Dispersionsfunktionen in den beiden transversalen Ebenen sehr unterschiedlich. Während $D_x(s)$ Werte zwischen etwa 0 und 3,5 m annimmt, sollte der Mittelwert der vertikalen Dispersion \overline{D}_y bei einer fehlerlosen Maschine Null sein. In der Realität führen Feld- und Justierfehler der Magnete zu einer nichtverschwindenden vertikalen Dispersion $D_y(s)$ (s. Anhang A). Die vertikale Dispersion läßt sich bei guter Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahn zum Teil korrigieren. Einen Beitrag zu D_y liefern außerdem Drehungen $\Delta \psi_Q$ der Quadrupolmagnete um ihre longitudinale Achse, die zu Skew-Quadrupolfeldern führen und damit einen Teil der horizontalen Dispersion in die vertikale Ebene koppeln.

11.1.1. Meßmethode

Bei der Messung der Dispersionsfunktion nutzt man aus, daß die Wellenlänge $\lambda_{\text{HF}} = c/f_{\text{HF}}$ und die Harmonischenzahl h des Hochfrequenzsystems nach (2.26) die Länge der Gleichgewichtsbahn $C = h\lambda_{\text{HF}}$ festlegen. Damit kann nach (2.25) die relative Impulsabweichung δ_p durch die HF-Frequenz verändert werden. Die Abhängigkeit lautet für hochrelativistische Teilchen

$$\frac{\Delta f_{\rm HF}}{f_{\rm HF}} = -\alpha_{\rm c}\delta_{\rm p} \quad , \tag{11.2}$$

wobei α_c der Momentum-Compaction-Faktor ist. Mit (11.1) und (11.2) ergibt sich dann für die Dispersion

$$D_u(s) = -\frac{\alpha_c f_{\rm HF}}{\Delta f_{\rm HF}} \Delta u_{\rm D}(s) \quad . \tag{11.3}$$

Aus der Messung der Verschiebung $\Delta u_{\rm D}$ bei Änderung der HF-Frequenz um $\Delta f_{\rm HF}$ kann daher $D_u(s)$ bestimmt werden.

11.1.2. Messungen

Bei der Messung wurde $f_{\rm HF}$ von -20 kHz bis +20 kHz um die Sollfrequenz variiert und die Strahlpositionen x und y gemessen (Abb. 11.1). Der Frequenzänderung entspricht ein δ_p von $\pm 6.3 \cdot 10^{-4}$. Man bleibt dabei noch innerhalb der Energieakzeptanz von ELSA, bei der es zu keinem Strahlverlust kommt. Zur möglichst genauen Bestimmung der Strahlposition wurde eine Bandbreite von 0,65 Hz gewählt.

Da die maximale Abweichung von der Ausgleichsgeraden nur wenige Mikrometer beträgt, kann die Dispersion sehr genau bestimmt werden. Die Abweichungen werden dabei hauptsächlich von systematischen Rekonstruktionsfehlern verursacht, da die in Kapitel 6 erläuterte Kalibrationsmethode den Einfluß der Fehlpositionierungen der vier Elektroden nur zu einem Teil korrigieren kann. Allerdings darf auch nicht vergessen werden, daß die Dispersion D(s) und der Momentum-Compaction-Faktor α_c auch von Termen höherer Ordnung in δ_p abhängen. So beträgt bei BPM4 der nächst höhere Term $dD(s)/d\delta_p = 2,58 \text{ m}$ und führt bei $\delta_p = 6,3 \cdot 10^{-4}$ zu einer zusätzlichen Positionsverschiebung von $\Delta x = 1 \,\mu\text{m}$. Die gemessene Verschiebung von 15 μm ist allerdings deutlich größer.

Die horizontale und vertikale Dispersionsfunktion an den Stellen der Strahllagemonitore zeigen die Abbildungen 11.2 und 11.3. Damit Dipolfeldfehler D(s) so wenig wie möglich ändern, wurde bei korrigierter Gleichgewichtsbahn gemessen. Die Sextupolmagnete waren bei der Messung ausgeschaltet. Bei der Messung in Abb. 11.2 wurden als Arbeitspunkte mit $Q_x = 4,592$ und $Q_y = 4,575$ typische Werte für den Nachbeschleunigungsbetrieb von ELSA gewählt. Die theoretischen Voraussagen (durchgezogenen Linien) stimmen gut mit den Meßwerten überein.

Die Dispersionsfunktionen D(s) für den Speichermodus von ELSA zeigt die Abbildung 11.3. Die Arbeitspunkte bei dieser Messung waren $Q_x = 5,243$ und $Q_y = 4,431$. Vergleicht man Abb. 11.3(a) und Abb. 11.2(a), so erkennt man vier Bereiche mit geringerer horizontaler Dispersion. Als Folge davon ist die natürliche Emittanz ϵ_0 bei diesen Arbeitspunkten geringer. Der horizontale Phasenvorschub beträgt bei dieser Optik $\Delta \psi_x = 118^\circ$ und liegt näher am Optimum der minimalen Emittanz für die FODO-Struktur¹.

Der maximale Wert der vertikalen Dispersion liegt bei $\langle D_y \rangle_{\text{max}} \approx 15 \text{ cm}$, der RMS-Wert beträgt $\langle D_y \rangle_{\text{rms}} \approx 7 \text{ cm}$. Es ist jedoch zu beachten, daß die Verschiebungen in der vertikalen Ebene sehr klein sind. So beträgt beispielsweise an einer Stelle mit $D_y = 7 \text{ cm}$ bei $\delta_p = \pm 6.3 \cdot 10^{-4}$ die Verschiebung nur $\Delta y = \pm 44 \,\mu\text{m}$. Daher können systematische Fehler der Monitore die Messung stark verfälschen.

Abbildung 11.1: Beispiel einer Einzelmessung der horizontalen Dispersionsfunktion D_x bei Monitor BPM4. Das obere Bild zeigt die absolute Strahlposition $x(\Delta p/p_0)$, das untere Bild die Abweichung Δx von der Ausgleichsgeraden. Die HF-Frequenz wurde von -20 kHz bis +20 kHz in 1 kHz-Schritten geändert. Aus der Steigung der Ausgleichsgerade ergibt sich eine horizontale Dispersion von $D_x =$ $(2,522 \pm 0,002)$ m. Der theoretische Wert der Dispersion beträgt $D_x^{\text{theo}} =$ 2,418 m an dieser Position.



¹Der optimale Wert von $\Delta \psi_x = 135^{\circ}$ kann bei ELSA nicht eingestellt werden, da die geraden Stücke bei $Q_x \approx 6$ nicht mehr dispersionsfrei sind. Unter dieser Randbedingung ist $\Delta \psi_x \approx 118^{\circ}$ ein optimaler Wert für ELSA.



Abbildung 11.2.: Dispersionsfunktion bei Arbeitspunkten von $Q_x = 4,592$ und $Q_y = 4,575$.



Abbildung 11.3.: Dispersionsfunktion bei Arbeitspunkten von $Q_x = 5,243$ und $Q_y = 4,431$.

Eine naheliegende Ursache sind Drehungen der Monitore um ihre longitudinale Achse. So mißt ein um den Winkel $\Delta \psi_{\rm M}$ gedrehter Monitor eine scheinbare vertikale Dispersion von $\widetilde{D}_y = D_x \sin \Delta \psi_{\rm M} \approx D_x \Delta \psi_{\rm M}$, während in der horizontalen Ebene $\widetilde{D}_x = D_x \cos \Delta \psi_{\rm M} \approx D_x$ nahezu unverändert bleibt. Dabei wurde angenommen, daß für den Drehwinkel $\Delta \psi_{\rm M} \ll 1$ gilt.

Um zu überprüfen, ob dieser Effekt bei ELSA ein Rolle spielt, wurde $\Delta \psi_{\rm M}$ bei allen Monitoren mit einem Winkelmeßgerät gemessen. Die Messungen ergaben, daß der RMS-Wert des Drehwinkels $\langle \Delta \psi_{\rm M} \rangle_{\rm rms} \approx 2,9$ mrad und der maximale Wert $\langle \Delta \psi_{\rm M} \rangle_{\rm max} \approx 6,8$ mrad beträgt. Dies führt bei einem Mittelwert von $\bar{D}_x = 2$ m zu einer scheinbaren vertikalen Dispersion von $\bar{D}_y \approx 1,3$ cm und kann die Abweichungen nur zu einem Teil erklären.

Physikalische Ursachen für die nichtverschwindende vertikale Dispersion sind horizontal ablenkende Magnetfelder. Sie können z.B. bei der Drehung der Dipolmagnete um die *s*-Achse entstehen. In Kapitel 9

wurde erläutert, daß auch bei korrigiertem Drehwinkel $\psi_D = 0$ noch eine unkorrigierbare Torsion der Dipolmagnete vorhanden ist. Die Berechnung der vertikalen Dispersion basierend auf dem magnetoptischen Modell der Torsionen aus Abschnitt 9.2.2 liefert allerdings nur einen Wert von $\langle D_y \rangle_{\rm rms} \approx 1$ cm. Weitere Beiträge stammen von den vertikalen Quadrupolstellfehlern und von Drehungen der Quadrupolmagnete um die *s*-Achse, die einen Teil der horizontalen Dispersion in die vertikale Ebene koppeln. Auch die Summe aller physikalischen Effekte von $\langle D_y \rangle_{\rm rms} \approx 1,9$ cm (ohne Torsionen) kann den gemessenen RMS-Wert von etwa 7 cm nur zum Teil erklären.

Die leicht unterschiedlichen Signalabschwächungen der vier Elektroden dürften daher trotz Korrektur (Abschnitt 6.2.2) dazu führen, daß eine relativ große vertikale Dispersion gemessen wird. Die vertikale Dispersion dürfte daher in Wirklichkeit kleiner sein. Zur Klärung sind weitere Untersuchungen notwendig.

11.2. Messung der Betafunktion

Die Betafunktion $\beta(s)$ wird durch die longitudinale Verteilung der Quadrupolstärke k(s) festgelegt. Fertigungsfehler der Quadrupolmagnete sowie eine nicht korrigierte Gleichgewichtsbahn bei eingeschalteten Sextupolmagneten rufen Gradientenfehler Δk hervor. Diese führen nach (2.43) zu einer Änderung der Betafunktion $\beta(s)$ und damit nach (2.42) zu einer Arbeitspunktverschiebung ΔQ . Als Folge davon ändert sich nach (2.48) die Strahlausdehnung σ_u entlang der Gleichgewichtsbahn. Außerdem können Gradientenfehler depolarisierende Resonanzen anregen.

Über die Gradientenfehler der ELSA-Quadrupole ist nur wenig bekannt, da der Feldgradient und die Magnetlänge nur bei 5 der 32 Magnete vermessen wurde [118]. Daher ist die Abschätzung des RMS-Wertes der Verteilung der Gradientenfehler mit $\langle \Delta k/k \rangle_{\rm rms} \approx 0.5 \cdot 10^{-3}$ sehr ungenau. Mißt man $\beta(s)$, so läßt sich aus den Abweichungen zwischen Messung und Theorie $\langle \Delta k/k \rangle_{\rm rms}$ berechnen. Damit wird eine genaue Berechnung der Stärke der depolarisierenden Gradientenfehlerresonanzen von ELSA möglich [100].

11.2.1. Meßmethode

Die Arbeitspunktverschiebung ΔQ bei Gradientenfehlern kann zur Messung von β in den Quadrupolen ausgenutzt werden. Variiert man die Quadrupolstärke Δk eines einzelnen Quadrupols, so erhält man aus Gl. (2.42) die mittlere Betafunktion im Quadrupol

$$\bar{\beta} \simeq \mp \frac{4\pi\Delta Q}{\Delta k \, l_{\text{eff}}} \quad ,$$
 (11.4)

wobei l_{eff} die effektive Feldlänge des Quadrupols ist. Der Arbeitspunkt Q kann sehr genau mit einem Stripline-Kicker zur Anregung einer kohärenten Betatron-Oszillation, einer breitbandigen Monitorelektronik [93] und einem Netzwerkanalysator² gemessen werden. Die Arbeitspunkte wurden bei Strömen von $I_b \simeq 1 \text{ mA}$ gemessen, da bei höheren Strömen die Messung durch Ioneneffekte gestört wird.

11.2.2. Systematische Fehler

Mißt man nach (11.4) β und vergleicht die gemessenen Werte mit den theoretischen Werten, so stellt man fest, daß alle Meßwerte systematisch um 7 % zu klein sind. Es stellt sich daher die Frage, ob die Meßwerte zu klein oder die theoretischen Werte zu groß sind. Da $Q = 1/(2\pi) \oint 1/\beta(s) ds$ ist, sollten sich Soll- und Istarbeitspunkte in beiden Ebenen sehr stark unterscheiden, was jedoch nicht der Fall ist. Daher ist es sehr unwahrscheinlich, daß eine falsche Messung der effektiven Feldlänge bzw. der Beziehung

²Zur Messung wurde der skalare Netzwerkanalysator FSAS der Firma Rhode & Schwarz benutzt.

zwischen Feldgradienten und Strom k(I) für die Unterschiede in $\beta(s)$ verantwortlich ist. Dies kann nur bedeuten, daß die theoretischen Werte richtig sind, die Meßwerte jedoch einen systematischen Fehler besitzen.

Eine der Ursachen für den systematischen Fehler bei der Messung ist, daß (11.4) nur in linearer Näherung für $\Delta k \ll k$ gilt und sich auch β ändert. Bei einer Energie von 1,2 GeV beträgt die Änderung in der Quadrupolstärke beim maximal erlaubten Strom $\Delta k/k \approx 2,6\%$ (s. Abschnitt 7.4), so daß Terme höherer Ordnung berücksichtigt werden müssen. Die genaue Formel für die Betafunktion lautet [119]

$$\bar{\beta} = \mp \frac{2}{\Delta k l_{\text{eff}}} \left[(1 - \cos 2\pi \Delta Q) \cot 2\pi Q_0 + \sin 2\pi \Delta Q \right]$$
(11.5)

$$\approx \mp \frac{4\pi}{\Delta k l_{\text{eff}}} \left(1 + \pi \Delta Q \cot 2\pi Q_0 \right) \Delta Q \quad , \tag{11.6}$$

wobei die zweite Zeile die Entwicklung von (11.5) bis zur zweiten Ordnung in ΔQ ist. Hierbei ist Q_0 der ungestörte Arbeitspunkt in der jeweiligen Ebene vor der Änderung der Quadrupolstärke um Δk . Folglich gewinnen die Terme höherer Ordnung an Bedeutung, wenn der Arbeitspunkt Q_0 in der Nähe einer halboder ganzzahligen Resonanz liegt und Δk groß ist.

Die zweite Ursache für systematische Fehler in β ist die Hysterese der Quadrupolmagnete. Die Abb. 11.4 zeigt B(I) im linearen Teil der Hysteresekurve. Ausgangspunkt bei einer Messung ist der Sollstrom I_0 , der nach drei Normierungszyklen auf dem oberen Hystereseast angefahren wird. Wird I um ΔI erhöht (①), so erhält man ein Magnetfeld, welches etwas niedrigerer als B_0 + ΔB ist. Kehrt man zu I_0 zurück (②), erhält man das ursprüngliche Feld B_0 . Bei einer Reduzierung des Stroms um ΔI tritt der umgekehrte Effekt auf: Bei $I_0 - \Delta I$ erreicht man zwar das richtige Feld $B_0 - \Delta B$ (③), dafür ist B für den Strom I_0 systematisch zu klein (④).

Als Beispiel zeigen die Abbildungen 11.5(a)



Abbildung 11.4.: Qualitative Darstellung der Hysterese bei einer kleinen Stromänderung ΔI um den Sollstrom I_0 .

und 11.5(b) die Messung von Q_y als Funktion des Zusatzstroms ΔI . Die nichtlineare Abhängigkeit $Q_y(I)$ und der Einfluß der Hysterese ist gut zu erkennen. Auf der Schleife mit $\Delta I > 0$ erhält man nicht die erwartete Arbeitspunktänderung, sondern systematisch geringere Werte von ΔQ_y , die bei $\Delta I = 5$ A bei ca. 5 % liegen. Der Fehler zwischen (11.4) und (11.6) ist $\pi \Delta Q_y \cot 2\pi Q_{y,0}$ und beträgt bei einem Arbeitspunkt von $Q_{y,0} = 4,551$ und $\Delta Q_y = 0,0074$ rund $\Delta \beta/\beta \approx 7$ %. Um diesen Wert müssen die Werte der Betafunktion $\overline{\beta}$ korrigiert werden, da bei allen Messungen $\Delta I > 0$ gewählt wurde.

Bei der unteren Schleife mit $\Delta I < 0$ kehren sich die Verhältnisse um: Während man bei der oberen Schleife auf den Ausgangswert $Q_{y,0}$ zurückkehrt, bleibt auf der unteren Schleife eine Verschiebung von $\Delta Q_y \approx -2.5 \cdot 10^{-4}$ zurück, die zu einer Optikänderung führt. Aus diesem Grund wurde die obere Schleife bei der Messung bevorzugt und die Werte der Betafunktion korrigiert.

11.2.3. Messungen

Die relativ kleine Frequenzverschiebung von 500 Hz im Minimum der Betafunktion erfordert eine geringe Bandbreite des Netzwerkanalysators und damit eine lange Meßzeit. Die Messung erfolgte mit einem in EPOS geschriebenen Programm, welches den Netzwerkanalysator über die eingebaute GPIB-Schnittstelle ansteuert, den Frequenzbereich je nach Arbeitspunktbereich umstellt und die Frequenz des Maximums des Betatronpeaks ausliest. In Kombination mit dem rechnergesteuerten Modulationssystem (Abschnitt 7.4) dauert die komplette Messung rund eine Stunde.



Abbildung 11.5.: Arbeitspunkt Q_y als Funktion des Zusatzstroms ΔI in Quadrupol D1 bei einer Energie

von 1,2 GeV. Die Gerade ist die lineare Näherung für kleine ΔI .

Bei der Messung wurden als Arbeitspunkte $Q_x = 4,613$ und $Q_y = 4,570$ und als Energie 1,2 GeV gewählt (Abb. 11.6(a) und 11.6(b)). Da zum Zeitpunkt der Messung die Gleichgewichtsbahn noch unkorrigiert war, wurden die Sextupole ausgeschaltet, um zusätzliche Gradientenfehler zu vermeiden. Die Meßwerte stimmen – unter Berücksichtigung der im letzten Abschnitt diskutierten Korrekturen – im Mittel gut mit den theoretischen Werten überein. Man sieht jedoch deutlich die periodische Abweichung von $\Delta\beta/\beta$ mit der Frequenz von 2Q, wie nach (2.43) vorausgesagt. Die maximale Abweichung des Beta-Beatings beträgt etwa 7 %, der RMS-Wert etwa 5 %. Die Abweichungen der Betafunktionen führen zu Fehlern bei der Korrektur der Gleichgewichtsbahn, da die Elemente der Orbit-Response-Matrix C nach (2.36) von Q, $\beta(s)$ und $\psi(s)$ abhängen.

Im normalen Betrieb von ELSA sind nur die F-Sextupolmagnete zur Korrektur der natürlichen Chromatizität eingeschaltet und die D-Sextupolmagnete ausgeschaltet oder auf einen sehr niedrigen Wert gestellt. Daher wurde die Messung bei eingeschalteten F-Sextupolen ($m_F = 3.7 \text{ m}^{-3}$) aber ansonsten identischer Einstellung wiederholt (Abb. 11.7(a) und 11.7(b)). Offensichtlich führen Sextupolfelder in Kombination mit der unkorrigierten Gleichgewichtsbahn zu starken Störungen der Betafunktionen in der horizontalen Ebene, die bis zu 30 % betragen und die Strahlausdehnung deutlich verändern. Außerdem verschiebt sich der Arbeitspunkt. Spätere Messungen haben gezeigt, daß es bei korrigierter Gleichgewichtsbahn und eingeschalteten Sextupolen zu keiner Veränderung des Beta-Beatings kommt.

11.2.4. Abschätzung der Gradientenfehler

Aus dem maximalen $\Delta\beta/\beta$ können die Breiten der Stoppbänder abgeschätzt werden, die sich in der Nähe des Arbeitspunktes befinden. Für das Beta-Beating gilt [114]

$$\left\langle \Delta\beta/\beta \right\rangle_{\max} = \frac{\Delta Q_{2n+1}}{2Q_0 - (2n+1)} \quad , \tag{11.7}$$

wobei ΔQ_{2n+1} die volle Breite des Stoppbandes bei 2n + 1 ist. Bei den gewählten Arbeitspunkten ist die dominierende Harmonische 2n + 1 = 9, so daß sich aus $\langle \Delta \beta / \beta \rangle_{\text{max}} \approx 0,07$ eine volle Breite der Bänder bei $2Q_{2n+1} = 9$ von etwa $\Delta Q_n \simeq 0,01$ ergibt.

In einer MAD-Simulation wurde versucht, mit zufälligen Gradientenfehlern der Quadrupole ein $\langle \Delta \beta / \beta \rangle$ zu erhalten, welches mit den Meßwerten übereinstimmt. Hierzu waren Gradientenfehler der



Abbildung 11.6.: Betafunktionen für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,613$ und $Q_y = 4,570$ bei ausgeschalteten Sextupolen und unkorrigierter Gleichgewichtsbahn.



Abbildung 11.7.: Betafunktionen für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,613$ und $Q_y = 4,570$ bei eingeschalteten F-Sextupolen ($m_F = 3,7 \text{ m}^{-3}$) und unkorrigierter Gleichgewichtsbahn.

Quadrupole von $2-3 \cdot 10^{-3}$ notwendig³. Dies wird auch von der analytischen Rechnung bestätigt (vgl. Anhang A).

Mit dieser Abschätzung für den Gradientenfehler der Quadrupolmagnete wurden die Stärken der depolarisierenden Gradientenfehlerresonanzen bei ELSA berechnet [100]. Ihr Einfluß stellte sich aber als nicht signifikant für den Verlust der Polarisation während der Beschleunigungsrampe heraus. Sie können allerdings den Strahl während der Injektions- oder Extraktionsphase depolarisieren, wenn der Spinarbeitspunkt Q_{sp} nicht ausreichend weit weg von diesen Resonanzen gewählt wurde.

³In Kapitel 12.1 wird erläutert, wie die Gradientenfehler der Quadrupole mit Hilfe der Modellierung der Orbit-Response-Matrix bestimmt werden können.

11.3. Messung der zentralen Frequenz

11.3.1. Meßmethode

In Kapitel 7 wurde erläutert, wie der Nullpunkt eines BPMs durch Modulation des Gradienten des benachbarten Quadrupols ermittelt werden kann. Dieses Prinzip läßt sich auch zur Bestimmung des magnetischen Zentrums von Magneten mit höheren Multipolfeldern einsetzen. Hierzu können die drei Sextupolfamilien von ELSA verwendet werden (vgl. Abschnitt 3.1.3).

Moduliert man die Stärke eines Sextupolmagneten, so läßt sich kontrollieren, ob der Strahl bei korrigierter Gleichgewichtsbahn den Magneten mittig durchläuft. Unter der Voraussetzung, daß die Justierfehler der Sextupole gleich denen der benachbarten Quadrupole sind, können die Nullpunkte der Monitore überprüft werden⁴.

Bei einer horizontalen Strahlposition x_i im modulierten Sextupol ergibt sich nach (2.42) eine Arbeitspunktverschiebung von

$$\Delta Q = \mp \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{4} \beta_i \, x_i \, m \, l_{\text{eff}} \quad , \tag{11.8}$$

wobei l_{eff} die effektive Feldlänge und *m* die Sextupolstärke ist. Da sich die Arbeitspunktverschiebungen von vier Sextupolen addieren, bedeutet $\Delta Q = 0$ nur, daß der Strahl im Mittel durch die Zentren der Sextupole einer Familie läuft.

Die Strahlposition in den Sextupolen läßt sich verschieben, indem die HF-Frequenz $f_{\rm HF}$ und damit der mittlere Impuls des Strahls geändert wird. Die zentrale Frequenz $f_{\rm c}$ ist dabei als die HF-Frequenz definiert, bei der die Gleichgewichtsbahn im Mittel durch die Zentren aller Sextupole läuft. Bei dieser Frequenz schneiden sich die verschiedenen Geraden $\Delta Q(m)$. Bei einer fehlerlosen Maschine ist die zentrale Frequenz identisch mit der Sollfrequenz $f_{\rm HF,0} = hc/C_0 = 499,669$ MHz (vgl. Anhang B). Dies gilt bei Feld- und Justierfehlern allerdings nicht mehr, da sie die Länge der Gleichgewichtsbahn verändern.

11.3.2. Messung

Zur Messung der zentralen Frequenz f_c wurde die Arbeitspunktverschiebung ΔQ als Funktion von f_{HF} und den Sextupolstärken m der drei Sextupolfamilien von ELSA bestimmt. Zuvor wurde die Gleichgewichtsbahn korrigiert ($x_{rms} = 330 \,\mu$ m, $y_{rms} = 220 \,\mu$ m). Da $D_x \approx 0$ in den geraden Strecken von ELSA ist, ist die Bestimmung von f_c bei den vier Extraktionssextupole am schwierigsten. Zudem ist die vertikale Betafunktion bei den Extraktionssextupolen minimal (s. Abb. 2.2).

Abbildung 11.8 zeigt die Arbeitspunktverschiebung als Funktion der Impulsabweichung, die aus der Frequenzabweichung $\Delta f_{\text{HF}} = f_{\text{HF}} - f_{\text{HF},0}$ nach (11.2) umgerechnet wurde. Die Steigungen der Geraden sind die Chromatizitäten ξ_x bzw. ξ_y für die verschiedenen Sextupolstärken (Abb. 11.9). Bei korrigierter Gleichgewichtsbahn ist

$\delta_p = (-2, 3 \pm 0, 2) \cdot 10^{-4}$	für die F-Sextupole,
$\delta_p = (-2, 1 \pm 0, 2) \cdot 10^{-4}$	für die D-Sextupole,
$\delta_p = (0.0 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$	für die EX-Sextupole.

Bildet man den gewichteten Mittelwert der drei Messungen, so ist $\overline{\delta_p} = -2.2 \cdot 10^{-4}$ für die mittlere Impulsabweichung vom Sollimpuls. Damit ergibt sich eine zentrale Frequenz von

$$f_{\rm c} = (499,6761 \pm 0,0006) \,{\rm MHz}$$

⁴Dies trifft bei ELSA zu, da die Quadrupole die Positionsreferenz für die Sextupole bilden und sehr genau relativ zu den Quadrupolen justiert wurden [91].



(c) $Q_x(\delta_p)$ bei Variation von $m_{\rm D}$

(d) $Q_y(\delta_p)$ bei Variation von $m_{\rm D}$

Abbildung 11.8.: Gemessenen Arbeitspunkte Q_x und Q_y als Funktion der relativen Impulsabweichung δ_p für verschieden Werte von m_F und m_D . Die Impulsabweichung $\delta_p = 0$ entspricht der theoretischen Sollfrequenz $f_{HF} = 499,669$ MHz. Die Steigungen der Geraden sind die Chromatizitäten ξ_x bzw. ξ_y für die verschiedenen Sextupolstärken (vgl. Abb. 11.9).

Sie unterscheidet sich von der theoretischer Sollfrequenz nur um 8 kHz.

Aus der Impulsabweichung kann die mittlere Verschiebung der Sextupole abgeschätzt werden. Unter der Annahme, daß $\overline{D}_x \approx 2 \text{ m}$ an den Positionen der Sextupole ist, ergibt sich bei $\overline{\delta}_p$ eine mittlere Verschiebung der F- bzw. D-Sextupole von 440 µm. Da dies im Bereich von x_{rms} liegt, dürfte die restliche Abweichung vom unkorrigierbaren Teil der gestörten Gleichgewichtsbahn stammen.

11.4. Messung der Chromatizität

11.4.1. Meßmethode

Die Chromatizität $\xi = \Delta Q/\delta_p$ ist nach Abschnitt 2.5.2 die Verschiebung des Arbeitspunktes ΔQ bei einer relativen Impulsänderung δ_p . Da die Änderung der HF-Frequenz $f_{\rm HF}$ mit einer Impulsänderung

verbunden ist und der Strahl auf eine Dispersionsbahn geschoben wird, kann mit dieser Methode der individuelle Einfluß der drei Sextupolfamilien auf ξ untersucht werden. Aus der im letzten Abschnitt vorgestellten Messung der zentralen Frequenz f_c läßt sich daher die Chromatizität ξ als Funktion der Sextupolstärken der drei Familien bestimmen.

11.4.2. Resultate

Die Chromatizitäten sind nach (2.59) die Steigungen der Geraden aus Abb. 11.8. Die Ergebnisse sind in Abb. 11.9 dargestellt. Wie erwartet beeinflussen die F-Sextupole besonders stark ξ_x und die D-Sextupole besonders stark ξ_y . Einzeln betrachtet ist ξ_x bei ausschließlicher Verwendung der F-Sextupole bei $m_{\rm F} = 3,2 \,\mathrm{m}^{-3}$ korrigiert, ξ_y bei $m_{\rm D} = 0,3 \,\mathrm{m}^{-3}$. Es sind daher bereits kleinste D-Sextupolstärken zur Korrektur von ξ_y ausreichend.

Für die natürliche Chromatizität – d.h. die Chromatizität bei ausgeschalteten Sextupolmagneten – ergibt sich aus den Messungen mit der $\Delta f/f$ -Methode ein mittlerer Wert von

$$\xi_{x,0}^{\text{mess}} = -11.6 \pm 0.2 \quad \text{und} \qquad \xi_{y,0}^{\text{mess}} = -0.49 \pm 0.03 \quad .$$
 (11.9)

Beide gemessenen Werte weichen stark von den theoretischen Werten der natürlichen Chromatizität

$$\xi_{x,0}^{\text{theo}} = -5,5$$
 und $\xi_{u,0}^{\text{theo}} = -6,3$ (11.10)

ab, die Optikprogramme wie MAD oder XSIM [112] liefern. Auch die Berücksichtigung der Kanteneffekte der Dipolmagnete kann die Abweichung nicht erklären (vgl. [112]).

11.4.3. Messung der natürlichen Chromatizität

Die Messung der natürlichen Chromatizität ξ_0 mit der $\Delta B/B$ -Methode [114] liefert einen Hinweis auf die Ursache dieser Diskrepanz. Bei dieser Methode wird die relative Impulsabweichung δ_p durch Änderung des Magnetfeldes B der Dipolmagnete erzwungen, da bei fester HF-Frequenz $\delta_p = \Delta B/B$ sein muß. Der Unterschied zur $\Delta f/f$ -Methode ist, daß sich die Gleichgewichtsbahn trotz Änderung von δ_p



Abbildung 11.9.: Meßwerte der Chromatizität ξ_u als Funktion der Sextupolstärken $m_{\rm F}, m_{\rm D}$ und $m_{\rm X}$. Die durchgezogenen Linien sind Geraden, die an die Meßdaten angepaßt wurden.

nicht verschiebt. Daher können Sextupolfelder keinen Beitrag zur Chromatizität liefern. Die Messungen mit der $\Delta B/B$ -Methode ergeben

$$\xi_{x,0}^{\text{mess}} = -5.8 \pm 0.1$$
 und $\xi_{u,0}^{\text{mess}} = -6.1 \pm 0.1$,

was gut mit den theoretischen Werten übereinstimmt. Sie stimmen jedoch überhaupt nicht mit den Werten von (11.9) überein, die mit der $\Delta f/f$ -Methode bestimmt wurden.

11.4.4. Interpretation der Messungen

Die unterschiedlichen Meßergebnisse für ξ_0 lassen nur den Schluß zu, daß starke permanente F-Sextupolfelder in ELSA vorhanden sind. Diese könnten z.B. von den Dipolmagneten stammen. Um ξ_0^{mess} mit einer permanenten Sextupolkomponente der Dipolmagnete zu erklären, wäre allerdings ein Wert von $m_{\text{Dip}} = -8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-3}$ erforderlich, der sich stark vom gemessenen Werte $9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-3}$ unterscheidet (s. [27]). Die Remanenz der Sextupole ist ebenfalls zu gering, um den starken Effekt erklären zu können.

Simulationen mit MAFIA [98] und Messungen an der Vakuumkammer deuten darauf hin, daß die Ursache des Sextupolfeldes in einer einige 100 µm dünnen nickelhaltigen Lotschicht liegt, mit der Stabilisierungsrippen auf der Vakuumkammer befestigt sind. Die elliptische Kammerform begünstigt dabei die Ausbildung eines F-Sextupolfeldes. Die Annahme eines permanenten Sextupolfeldes wird auch durch die Beobachtung gestützt, daß sich die natürliche Chromatizität zwischen den Jahren 1994 und 1998 um insgesamt $\Delta \xi_{x,0} \approx -1$ bzw. $\Delta \xi_{y,0} \approx +1$ verändert hat (vgl. [112]). Innerhalb dieses Zeitraums wurden fast alle Dipolkammern durch eine modifizierte Version mit integrierter Wasserkühlung ersetzt. Bei ihnen wurde aus technischen Gründen ebenfalls magnetisches Lot verwendet.

Als Folge der permanenten Kammersextupolfelder sollten bei ausgeschalteten Sextupolen nichtlineare Effekte stärker sein als erwartet. Dies müßte sich z.B. in einer kürzeren Dekohärenzdauer $\tau_{\rm D} \propto 1/\sigma_{\rm Q}$ manifestieren, die stark von der Arbeitspunktverteilung $\sigma_{\rm Q}$ der Teilchen und damit von ξ abhängt. Bei $\tau_{\rm D}$ handelt es sich um die Zeitdauer, innerhalb der eine kohärente Betatronoszillation des Strahls nach ihrer Anregung verschwunden ist. Messungen bei ausgeschalteten Sextupolen bei einer Energie von 1 GeV ergaben $\tau_{\rm D} \approx 160 \,\mu s$ in der horizontalen Ebene [28]. Tracking-Simulationen eines Teilchenensembles mit dem Programm MAD für die Maschineneinstellung in [28] ergeben ohne Sextupolfelder $m_{\rm Dip} = 0 \,\mathrm{m}^{-3}$ eine Dekohärenzdauer von $\tau_{\rm D} \approx 500 \,\mu s$, während sich bei Berücksichtigung von $m_{\rm Dip} = -8 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{m}^{-3}$ ein Wert von $\tau_{\rm D} \approx 150 \,\mu s$ ergibt, der gut mit der Messung übereinstimmt.

Die verschiedenen Beobachtungen lassen nur den Schluß zu, daß permanente Sextupolfelder in ELSA vorhanden sind. Daher wurde bei allen Simulationen ein Sextupolfeld von $m_{\text{Dip}} = -8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-3}$ in den Dipolmagneten angenommen.

12. Analyse der Gleichgewichtsbahn

Herstellungsfehler und eine ungenaue Justierung der Magnete führen zu Abweichungen zwischen der Optik eines realen Beschleunigers und der theoretischen Optik. Die Fehler lassen sich bestimmen, indem man mit Korrekturmagneten die Gleichgewichtsbahn gezielt verändert und die Abweichungen zwischen der gemessenen und der berechneten Verschiebung bestimmt. Nach dem Prinzip der kleinsten Quadrate können dann die Fehler der Elemente angepaßt werden, indem die Abweichungen zwischen Messung und Rechnung minimiert werden. Da die Messung von Fehlern der Monitore und Korrektoren beeinflußt wird, müssen sie als zusätzliche Parameter aus den Daten bestimmt werden. Sind ausreichend viele Monitore und Korrektoren vorhanden, so ist das Gleichungssystem überbestimmt und kann nach den unbekannten Fehlern aufgelöst werden. Die Analyse der Gleichgewichtsbahn ist eng mit der Korrektur verknüpft, da bei guter Übereinstimmung des Modells mit der Realität das Verhalten des Beschleunigers genauer berechnet werden kann und damit eine präzisere Korrektur der Gleichgewichtsbahn möglich ist. Die Analyse liefert insbesondere die Gradientenfehler der Quadrupolmagnete, aus denen die systematische Arbeitspunktverschiebung, das Beta-Beating und die Stärke der depolarisierenden Gradientenfehlerheren

12.1. Prinzip

Das Beschleunigermodell kann formal durch einen Vektor $\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{N_p})^T$ mit den charakteristischen Magneteigenschaften beschrieben werden. Dies sind beispielsweise die Multipolstärken, die Längen, die Verschiebungen bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn oder auch die Drehwinkel der Magnete um die Achsen des lokalen Koordinatensystems. Die Parameter des realen Beschleunigers $\vec{p} = \vec{p}_0 + \Delta \vec{p}$ weichen wegen zufälliger oder systematischer Fehler von den Parametern \vec{p}_0 eines idealen Beschleunigers ab. Die Bestimmung von $\Delta \vec{p}$ ist Ziel dieses Kapitels.

Wenn mit Korrekturmagneten die Gleichgewichtsbahn gezielt verändert wird, führen die Abweichungen $\Delta \vec{p}$ zu kleinen Unterschieden zwischen den berechneten Verschiebungen Δu_i und der gemessenen Verschiebung $\Delta \bar{u}_i$ der Strahlposition im Monitor *i*. Zur Analyse verwendet man die in Abschnitt 2.2.5 erläuterten Elemente

$$\mathbf{C}_{ij}^{uv} \equiv \frac{\partial u_i}{\partial \Theta_j^v} \tag{12.1}$$

der Response-Matrix C, die die Änderung der Strahlposition u_i am Monitor *i* beschreiben, wenn die Gleichgewichtsbahn von einem Korrektor *j* mit dem Ablenkwinkel Θ_j^v gestört wird, wobei $u, v \in \{x, y\}$ ist. Bei einer idealen Maschine ist die Response-Matrix blockdiagonal, d.h. es ist $\mathbf{C}^{xx} \neq \mathbf{0}, \mathbf{C}^{yy} \neq \mathbf{0}$ und $\mathbf{C}^{xy} = \mathbf{C}^{yx} = \mathbf{0}$. Dies ist bei gedrehten Quadrupolen, Monitoren oder Korrektoren nicht mehr der Fall, da es zu einer wirklichen oder scheinbaren Kopplung zwischen der *x*- und der *y*-Ebene kommt.

Die Fehler $\Delta \vec{p}$ führen zu Unterschieden zwischen der Matrix $\mathbf{C}(\vec{p}_0)$ der idealen Maschine und der Matrix $\widetilde{\mathbf{C}} \equiv \mathbf{C}(\vec{p}_0 + \Delta \vec{p})$ der fehlerbehafteten Maschine. Außerdem muß beachtet werden, daß Monitore und Korrektoren unvermeidbare Herstellungsfehler besitzen. Die Elemente der *gemessenen* realen Matrix $\widetilde{\mathbf{C}}$ sind die Differenzquotienten

$$\overline{\mathbf{C}}_{ij}^{uv} \equiv \frac{\Delta \bar{u}_i}{\Delta \bar{\Theta}_j^v} \quad . \tag{12.2}$$

In erster Näherung kann angenommen werden, daß lediglich Skalierungsfehler $\bar{u}_i b_i = u_i$ und $\bar{\Theta}_j^v c_j = \Theta_i^v$ für die Abweichungen verantwortlich sind¹. Es kann daher

$$\overline{\mathbf{C}}_{ij}\frac{b_i}{c_j} = \widetilde{\mathbf{C}}_{ij} \tag{12.3}$$

geschrieben werden. Da die Faktoren $b_i \equiv 1 + \Delta b_i$ und $c_j \equiv 1 + \Delta c_j$ unbekannt sind, müssen sie als zusätzliche Parameter aus den Daten bestimmt werden. Gerade diese Faktoren können die Korrektur der Gleichgewichtsbahn entscheidend verbessern, da der aus den Meßdaten \vec{u} berechnete Ablenkwinkelvektor der Korrektoren $\vec{\Theta}$ genauer die Feldfehler kompensieren kann.

Die Elemente von $\Delta \vec{p}$ wirken sich unterschiedlich stark auf die Response-Matrix C aus. Im folgenden sollen im Vektor nur noch die Parameter enthalten sein, die im Rahmen der Meßgenauigkeit der Monitore die Matrix C signifikant ändern. Zur Bestimmung der zu einem Vektor zusammengefaßten Unbekannten $\vec{x} = (\Delta \vec{p}, \Delta \vec{b}, \Delta \vec{c})^{T}$ wird die Matrix $\tilde{C} \equiv C(\vec{p}_0 + \Delta \vec{p})$ in Gleichung (12.3) in einer Taylor-Reihe bis zur ersten Ordnung in $\Delta \vec{p}$ entwickelt und auch die linke Seite genähert [21, 89]:

$$\overline{\mathbf{C}}_{ij} \approx \mathbf{C}_{ij}(\vec{p}_0) + \sum_{k=1}^{N_{\mathbf{p}}} \left. \frac{\partial \mathbf{C}_{ij}(\vec{p})}{\partial p_k} \right|_{\vec{p}_0} \Delta p_k - \mathbf{C}_{ij} \Delta b_i + \mathbf{C}_{ij} \Delta c_j \quad .$$
(12.4)

Dieses lineare Gleichungssystem besteht aus $N = N_b N_c$ Gleichungen und $M = N_p + N_b + N_c$ Unbekannten. Hierbei ist $N_b = N_b^x + N_b^y$ die Zahl der Monitormeßwerte, $N_c = N_c^x + N_c^y$ die Zahl der Korrektoren sowie N_p die Zahl der Parameter der Optik. Da $N \gg M$ ist, ist (12.4) überbestimmt und $\vec{x} = (\Delta \vec{p}, \Delta \vec{b}, \Delta \vec{c})^T$ kann mit der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden. Die Minimierungsfunktion lautet

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{\rm b}} \sum_{j=1}^{N_{\rm c}} \left(\frac{\overline{\mathbf{C}}_{ij} - \mathbf{C}_{ij} - \Delta \mathbf{C}_{ij}(\vec{x})}{\sigma_i / b_i} \right)^2 \quad , \tag{12.5}$$

wobei ΔC eine Abkürzung für die Terme mit den unbekannten Parametern x_i in (12.4) und σ_i der Meßfehler des Monitors *i* ist.

Der Wert von χ^2 ist dann minimal, wenn die partiellen Ableitungen $\partial \chi^2 / \partial x_i$ für alle Parameter x_i Null sind [84]. Schreibt man den geklammerten Ausdruck von (12.5) in Matrixform als

A

$$\mathbf{A}\vec{x} = \vec{y} \tag{12.6}$$

mit dem Vektor der unbekannten Parameter \vec{x} , der rechten Seite \vec{y} und der rechteckigen $N \times M$ -Matrix A aus den partiellen Ableitungen und den Termen + C_{ij} und - C_{ij} , so ergibt sich der optimale Parametervektor \vec{x} aus der Lösung der Normalgleichungen des Least-Square-Problems [84]

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\,\vec{x} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\vec{y} \quad , \tag{12.7}$$

wobei \mathbf{A}^{T} die Transponierte von \mathbf{A} ist. Läßt sich $\mathbf{K} \equiv \mathbf{A}^{T}\mathbf{A}$ invertieren d.h. existiert die inverse Matrix \mathbf{K}^{-1} , so lautet der gesuchte Parametervektor

$$\vec{x} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\right)^{-1}\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\vec{y}\right) \quad .$$
(12.8)

Die Diagonalelemente von \mathbf{K}^{-1} sind dabei die Varianzen $\sigma^2(p_i)$ der angepaßten Parameter \vec{x} .

Im allgemeinen ist die Matrix K singulär, da die Matrix C unverändert bleibt, wenn man alle Skalierungsfaktoren b_i um einen konstanten Faktor erhöht und gleichzeitig alle Skalierungsfaktoren c_i um

¹Da die Messung von $\overline{\mathbf{C}}$ nur Strahllageverschiebungen bei Winkeländerungen benutzt, ist die absolute Strahlposition bzw. der absolute Ablenkwinkel der Korrektoren unwichtig.

diesen Faktor verringert. Im ungekoppelten Fall gibt es für jede der beiden transversalen Ebenen einen gemeinsamen Faktor. Ähnliches gilt auch für globale Drehungen aller Elemente um die longitudinale Achse und Translationen aller Elemente in longitudinaler Richtung. Die Bestimmung von Parametern aus den Meßwerten der Response-Matrix C, die keinen signifikanten Einfluß auf C haben, führt ebenfalls zu einer singulären Matrix. Die globalen Skalierungsfaktoren müssen daher anders bestimmt werden: Man kann z.B. einen Monitor bzw. Korrektor exakt ausmessen und als Referenzmonitor bzw. -korrektor definieren.

Auch hier läßt sich die Singulärwertzerlegung (SVD) zur Diagnose und Korrektur der Singularität der Matrix $\mathbf{K} = \mathbf{A}^{T}\mathbf{A}$ benutzen. Die Singulärwertzerlegung besagt [84], daß sich jede Matrix in ein Produkt dreier Matrizen $\mathbf{K} = \mathbf{USV}^{T}$ zerlegen läßt, wobei U und V orthogonale Matrizen sind $(\mathbf{U}^{T}\mathbf{U} = \mathbf{UU}^{T} = 1 \text{ und } \mathbf{V}^{T}\mathbf{V} = \mathbf{VV}^{T} = 1)$. Die Matrix $\mathbf{S} = \text{diag}(s_1, \ldots, s_M)$ ist eine Diagonalmatrix, bei der auf der Hauptdiagonalen die singulären Werte $s_j \ge 0$ stehen. Die Pseudo-Inverse lautet dann $\mathbf{K}^{-1} = \mathbf{V} \operatorname{diag}(1/s_1, \ldots, 1/s_M) \mathbf{U}^{T}$, wobei die Matrix $\operatorname{diag}(1/s_1, \ldots, 1/s_M)$ aus den Kehrwerten der singulären Werte s_j auf der Hauptdiagonalen besteht. Sie müssen auf Null gesetzt werden, falls $s_j = 0$ oder sehr klein ist. Damit entfernt man gerade die Linearkombinationen der Parameter, die zur Singularität des Gleichungssystems (12.7) führen. Aus (12.8) und der Pseudo-Inversen \mathbf{K}^{-1} ergibt sich dann der gesuchte Vektor \vec{x} der Modell-Parameter.

Bei einem linearen Problem wäre der Vektor \vec{x} der Normalgleichungen die gesuchte Lösung. Da $C_{ij}(\vec{p})$ aber nichtlinear von den Parametern \vec{p} abhängt und in (12.4) höhere Terme in Δp_k vernachlässigt wurden, muß der Vorgang iteriert werden. Die Matrixelemente von A und die Elemente von \vec{y} werden bei jedem Iterationsschritt für die Optik des neuen Modells berechnet. Die Iteration wird abgebrochen, wenn sich χ^2 nicht mehr ändert.

12.2. Messung und Analyse

12.2.1. Messung

Zur Anpassung der Parameter \vec{x} stehen bei 28 Monitoren (die in beiden transversalen Ebenen messen können) sowie 20 horizontal und 18 vertikal wirkenden Korrektoren insgesamt $N = (28 + 28) \cdot (18 + 20) = 2128$ Matrixelemente \overline{C}_{ij} zur Verfügung. Die Analyse der Response-Matrix vereinfacht sich bei ausgeschalteten Sextupolmagneten, da keine Quadrupolfelder in den Sextupolen auf den Strahl wirken, die als zusätzliche Parameter in den Fit aufgenommen werden müßten. Gegen den Einfluß der permanenten Sextupolfelder der Vakuumkammer und die Sextupolfelder der Dipolmagnete auf die Messung hilft nur eine korrigierte Gleichgewichtsbahn.

Bei der Messung muß berücksichtigt werden, daß der Strahl mit verschiedenen Frequenzen von einigen Hertz oszilliert (s. Abschnitt 10.4.4). Damit die Meßfehler σ_i normalverteilt sind, muß die Bandbreite der Elektronik kleiner als die niedrigste Oszillationsfrequenz sein. Nur dann ist χ^2 eine Stichprobe aus einer χ^2 -Wahrscheinlichkeitsverteilung mit n = N - M Freiheitsgraden. Als Kompromiß zwischen Meßzeit und Auflösung wurde B = 0,65 Hz gewählt. Als Auflösung wurde $\sigma_i \approx 2,5$ µm angenommen.

Es wurde mit einer kleinen Stromänderung von $\Delta I = 0,2$ A der Korrektoren gearbeitet, um sicher zu stellen, daß man einerseits gut meßbare Strahllageverschiebungen von $u_{\rm rms} \approx 0,5$ mm erhält und andererseits den lineare Teil der Hysteresekurve der Korrekturmagnete nicht verläßt.

Die unvermeidbare Drift des Strahls von wenigen Mikrometern führt zu einem systematischen Fehler der Matrixelemente \overline{C}_{ij} . Daher wurde die Strahlposition vor und nach der Änderung des Ablenkwinkels $\Delta \Theta_j$ des Korrektors gemessen und Δu_i entsprechend korrigiert. Die automatische Messung der kompletten Matrix \overline{C} dauert rund 30 Minuten.

12.2.2. Analyse

Als Startmodell \vec{p}_0 wurde das zur Zeit im ELSA-Kontrollsystem benutzte optische Modell verwendet. Es beruht auf den idealen Positionen der fehlerlosen ELSA-Magnete [91] sowie den Feldmessungen der Dipolmagnete [64], Quadrupolmagnete und Sextupolmagnete [118]. Es berücksichtigt nicht die Quadrupolfeldkomponente der Dipolmagnete k_{Dip} und die effektive Länge der Dipolmagnete (vgl. Anhang B). Dieses Modell wird im folgenden als "altes Modell" \vec{p}_0 bezeichnet, um es vom "neuen Modell" \vec{p} zu unterscheiden.

Zur Analyse der Response-Matrix wurde das Programm CALIF [21] verwendet. Die Parameter $\Delta \vec{p}$ des Modells können bei CALIF frei gewählt werden. CALIF berechnet dann ausgehend vom Startmodell \vec{p}_0 die Ableitungen $\partial \mathbf{C}_{ij}/\partial p_k$, stellt die Matrix **A** auf und invertiert das Gleichungssystem (12.7) mit Hilfe der SVD. Diese beiden Schritte werden solange iteriert, bis sich \vec{x} nicht mehr ändert. Der Meßfehler σ_i der Monitore muß bei CALIF vorgegeben werden. Im Fall von ELSA hat man n = N - M = 1838 Freiheitsgrade bei M = 290 Fit-Parametern.

In CALIF ist auch eine andere Art der Invertierung der Matrix $\mathbf{A}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ implementiert, die die Singularität der Matrix **K** umgeht. Hierzu werden alternierend die nicht-singulären Teilgleichungen für die Parameter $(\Delta \vec{p}, \Delta \vec{b})^{\mathrm{T}}$ bzw. $(\Delta \vec{p}, \Delta \vec{c})^{\mathrm{T}}$ gelöst, wobei die jeweils anderen Fit-Parameter $\Delta \vec{c}$ bzw. $\Delta \vec{b}$ konstant gelassen werden. Die Meßfehler der Monitore σ_i werden dann so angepaßt, daß jede Messung mit $\chi^2/n = 1$ beiträgt. Mit dieser Methode kann eine Abschätzung des Rauschen der Strahlposition unter wahren Bedingungen ermittelt werden.

Als Beispiel zeigt Abb. 12.1(a) die Änderung der Gleichgewichtsbahn $\Delta x(s)$ und ihr vorausberechneter Verlauf basierend auf dem bisher bei ELSA verwendeten optischen Modell. Obwohl die Voraussage des alten Modells schon genau ist, sind einige Meßpunkte um ein Vielfaches von σ_i von der theoretischen Kurve entfernt. Nach der Anpassung der Parameter liegt die vorausgesagte Gleichgewichtsbahnverschiebung im wesentlichen innerhalb der Fehlerbalken der Monitormeßwerte.

Um die relevanten Fit-Parameter zu finden, wurden bei der Analyse neben den Skalierungsfaktoren der Monitore, Korrektoren und der Gradientenfehler der Quadrupole weitere Parameter hinzugenommen (Tab. 12.1). Da die χ^2 -Verteilung für eine große Zahl von Freiheitsgraden n bei normalverteilten und



Abbildung 12.1.: Vergleich der vom Korrektor KH02 hervorgerufenen Gleichgewichtsbahnverschiebung $\Delta x(s)$ mit der Vorhersage des alten Modells (a) und des neuen Modells (b). In (b) wurde die Skalierungsfaktoren der Monitore und Korrektoren berücksichtigt, die bei (a) als $b_i = 1$ bzw. $c_i = 1$ angenommen wurden.

unabhängigen Meßfehlern σ_i eine Gauß-Verteilung mit dem Mittelwert n und der Varianz 2n ist [84], erwartet man, daß bei einer exakten Modellierung $\chi^2 \approx 1$ mit der Standardabweichung $\sqrt{2/n}$ sein sollte. Kann das Modell die Daten nur unzureichend beschreiben, so ist $\chi^2 \gg 1$. Verringert sich χ^2 stark bei Hinzunahme eines weiteren Parameters, dann handelt es sich um einen relevanten Parameter. Ein anderes Maß ist die Veränderung des Spektrums der singulären Werte bei Hinzunahme des Fit-Parameters. Enstehen durch den Fitparameter singuläre Werte mit $s_j \approx 0$, so ist dieser Parameter nicht für das Modell relevant.

Als signifikante Parameter stellten sich die Drehungen der Monitore $\vec{\psi}_b$, der Korrektoren $\vec{\psi}_c$ und der Quadrupolmagnete $\vec{\psi}_Q$ um die longitudinale Achse und die Scherungsfaktoren \vec{C} der Monitore und Korrektoren heraus (Tab. 12.1). Mit dem Scherungsfaktor C wird die Nichtorthogonalität des Koordinatensystems beschrieben. Die Einbeziehung ist bei den Monitoren notwendig, da fehlpositionierte Elektroden zu einer Verzerrung des Koordinatensystems führen, die nur teilweise kompensiert werden kann (vgl. Kapitel 6). Die Parametrisierung zwischen der wahren Strahlposition (x, y) und der gemessenen Position (\bar{x}, \bar{y}) lautet [89]

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - C^2}} \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & C \\ C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_x x \\ b_y y \end{pmatrix} \quad , \tag{12.9}$$

wobei b_u die Skalierungsfaktoren und ψ der Drehwinkel um die longitudinale Achse ist. Longitudinale Verschiebungen Δs der Monitore, Korrektoren oder Quadrupole führten zu keiner Verringerung von χ^2 .

12.3. Diskussion der Resultate

In Abb. 12.2 sind die Abweichungen der Parameter des neuen Modells vom alten Modell dargestellt. Berechnet man basierend auf dem neuen Modell die Gleichgewichtsbahnverschiebung durch einen Korrektor, so ist die berechnete Verschiebung fast identisch mit den Meßwerten der Strahllagemonitore (Abb. 12.1(b)). Der statistische Fehler der Fit-Parameter \vec{x} ist sehr gering und liegt bei b_i und c_i bei etwa $1 \cdot 10^{-3}$ und bei $\Delta k/k$ bei etwa $2 \cdot 10^{-4}$. Da $\chi^2 = 1,13$ sehr nah bei Eins liegt, dürften alle relevanten Fehler im Modell enthalten sein und systematische Fehler aufgrund eines ungenauen Modells nur eine geringe Rolle spielen.

12.3.1. Skalierungsfaktoren der Monitore und Korrektoren

Die Skalierungsfaktoren der Monitore und Korrektoren liegen erwartungsgemäß bei eins² (Abb. 12.2(a)). Es gibt allerdings auch einige Ausreißer bei den Monitoren und Korrektoren, für die es eine plausible

²Bei drei Korrektoren wurden von CALIF negative Faktoren c_i gefunden, da diese Korrektoren mit umgekehrter Polarität angeschlossen sind. Sie wurden in Abb. 12.2 zur besseren Darstellung invertiert.

Fit-Parameter										
\vec{b}	\vec{c}	\vec{k}	$ec{\psi_{Q}}$	$ec{\psi}_{b}$	$ec{\psi_{ ext{c}}}$	\vec{C}_{b}	\vec{C}_{c}	M	n	χ^2/n
•	•							94	2034	19,2
•	•	•						126	2002	15,7
•	٠	•	•					158	1970	12,5
٠	٠	٠	•	•	٠			124	1904	3,33
•	٠	٠	•	•	•	•	•	253	1875	1,13

Tabelle 12.1.: Verbesserung von χ^2/n bei Hinzunahme von weiteren Fit-Parametern, wobei n = N - M die Anzahl der Freiheitsgrade und M die Anzahl der Fit-Parameter ist. Die Zahl der Meßwerte beträgt N = 2128. Als Meßfehler wurde $\sigma = 2,5 \,\mu$ m angenommen.



Abbildung 12.2.: Skalierungsfaktoren der Korrektoren und Monitore, Gradientenfehler, Drehwinkel der Monitore, Korrektoren, Quadrupole und Scherungsfaktoren der Monitore und Korrektoren.

Erklärung gibt. So dürfte das um 12 % niedrigere Feld des Korrektors KH02 durch das ferromagnetische Material des ELSA-Injektionskicker K2 verursacht werden, in dessen Nähe er sich befindet. Die Magnete KH07, KV24 sowie die Magnete KH22/KV22 bestehen jeweils aus zwei dicht beieinander stehenden Korrektoren. Da ein zusätzliches Feld zwischen den Magneten entsteht, ist das auf den Strahl wirkende Feld notwendigerweise schwächer (vgl. Abschnitt 8.2). Der Korrektor KV18 ist ein Korrektor von Typ B, dessen Feldmessung vermutlich ungenau ist.

Bei den Monitoren gibt es in den meisten Fällen ebenfalls plausible Erklärungen für die Abweichungen. So wird der Monitor BPM15 durch das elektromagnetische Feld der HF-Resonatoren gestört, zwischen denen er sich befindet. Bei den Monitoren BPM25–BPM27 konnten aus technischen Gründen die Elektrodenfaktoren b_i bisher noch nicht bestimmt werden.

12.3.2. Gradientenfehler

Die Gradientenfehler der Quadrupole sind in Abb. 12.2(b) dargestellt. Da sich die Mittelwerte $\Delta k/k$ der Familien deutlich von Null unterscheiden, muß ein systematischer Fehler bei den Quadrupolstär-

<u>ken vorliegen.</u> Der Mittelwert beträgt bei der QF-Familie $\overline{\Delta k_F/k_F} \approx 4,1$ ‰ und bei der QD-Familie $\overline{\Delta k_D/k_D} \approx 2,7$ ‰. Dies deckt sich mit der schon vorher geäußerten Vermutung, daß die Stärken aller Quadrupole in der Realität zu gering sind und um einen Faktor 1,0043 stärker sein müssen [112]. Der RMS-Wert des Gradientenfehlers innerhalb einer Familie liegt bei $\langle \Delta k/k \rangle_{\rm rms} \approx 3 \cdot 10^{-3}$ und ist damit in guter Übereinstimmung mit den Resultaten der Beta-Beating-Messungen aus Abschnitt 11.2.

Allerdings läßt die Analyse der Response-Matrix auch eine andere Erklärungsmöglichkeit zu. Nimmt man als zusätzlichen Fit-Parameter bei allen Dipolen einen Quadrupolanteil an – was bei C-Magneten auch zu erwarten ist –, so ergibt sich eine mittlere Quadrupolstärke von $k_{\text{Dip}} = -6,15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-2}$, d.h. ein fokussierendes Feld. Da die Quadrupole und die Dipole sehr nah beieinander stehen, ist eine Unterscheidung zwischen den beiden Fehlerarten nicht möglich.

Dieser Wert steht im Widerspruch zu den Meßergebnissen der Quadrupolkomponente von $k_{\text{Dip}}^{\text{Mess}} \approx (7,5 \pm 2) \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-2}$ in den Dipolmagneten [64]. Berechnungen des Feldverlaufs in den Dipolmagneten mit den Programmen POISSON [72] und MAFIA [110] ergeben ein defokussierendes Quadrupolfeld mit einer Stärke von $k_{\text{Dip}}^{\text{Sim}} \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-2}$ für den bei der Messung gewählten Dipolstrom und bestätigen die Magnetfeldmessungen. Dies deckt sich nicht mit der Beobachtung, daß die gemessenen horizontalen Arbeitspunkte größer sind, als vom alten Modell berechnet. Hierzu wäre ein fokussierendes Quadrupolfeld notwendig. Eine Fehleichung scheint daher die Ursache zu sein. Weitere Messungen sind notwendig, um die genaue Ursache dieser Differenz zu ermitteln.

12.3.3. Drehungen und Scherungen

Die Drehungen der Korrektoren, Monitore und Quadrupole sind in Abb. 12.2(c) und die Scherungsfaktoren der Monitore und Korrektoren in Abb. 12.2(d) dargestellt. Die Drehung der Quadrupolmagnete ist im Vergleich zu den anderen Elementen am geringsten. Dies liegt daran, daß die Quadrupole – im Gegensatz zu den Monitoren und Korrektoren – sehr genau einjustiert wurden [92].

Der RMS-Wert der Drehwinkel der Korrektoren um die longitudinale Achse ist mit $\langle \psi_c \rangle_{rms} = 0,2^{\circ}$ etwas höher als der Drehwinkel der Quadrupole. Es fallen allerdings zwei Korrektoren mit einem relativ großen Drehwinkel von $\psi_c = \pm 1^{\circ}$ auf. In direkter Nähe dieser beiden Korrektoren befindet sich jeweils ein Korrektor der anderen Ebene. Da sich zwischen den Korrekturmagneten ein zusätzliches Magnetfeld ausbildet, entsteht eine scheinbare Drehung bzw. eine Verzerrung des Feldes. Die deutlich abweichenden Scherungsfaktoren dieser beiden Korrekturmagnete sind eine weiteres Indiz für diese Hypothese.

Der RMS-Wert der Drehungen der Monitore ist mit $\langle \psi_b \rangle_{\rm rms} \approx 0.6^\circ$ deutlich größer als Drehwinkel der Korrektoren und Quadrupole. Auch die Scherungsfaktoren der Monitore unterscheiden sich deutlich von Null. Da der RMS-Wert der mechanischen Drehwinkel der Monitorgehäuse nur 0.2° beträgt (s. Abschnitt 11.1.2), dürfte die Korrektur der unterschiedlichen Abschwächungsfaktoren der Elektroden nur zu einem Teil funktionieren. Die großen Drehwinkel erklären daher auch, warum die vertikale Dispersion D_y zu groß gemessen wurde.

12.4. Voraussagen des Modells

Es soll nun überprüft werden, in wie weit das neue magnetoptische Modell die Wirklichkeit richtig beschreibt. Eine notwendige Bedingung für die Korrektheit des Modells ist es, daß sich bei mehrfacher Messung von C die gleichen Fit-Parameter ergeben. Dies wurde mehrfach mit unterschiedlichen Arbeitspunkten verifiziert.

12.4.1. Arbeitspunkte

Ein guter Test des neuen Modells ist der Vergleich der vorhergesagten Arbeitspunkte des Modells mit den gemessenen Arbeitspunkten (Tab. 12.2). Die Arbeitspunkte des bisher verwendeten magnetoptischen
Modells von ELSA unterscheiden sich deutlich von den gemessenen Arbeitspunkten: Es ist $\Delta Q_x := Q_x^{\text{soll}} - Q_x^{\text{ist}} = -0,0304$ bzw. $\Delta Q_y := Q_y^{\text{soll}} - Q_y^{\text{ist}} = 0,0212$. Diese Abweichungen sind schon seit längerer Zeit bekannt und wurden bisher mit einer Korrektur von Q_x^{soll} um -0,027 korrigiert [39]. In der vertikalen Ebene wurde bisher keine Korrektur angebracht. Im Gegensatz zum alten Modell kann das neue Modell die gemessenen Arbeitspunkte fast exakt voraussagen. So betragen die Abweichungen nur noch $\Delta Q_x = -0,0004$ bzw. $\Delta Q_y = 0,0001$ und liegen im Bereich der Meßfehler der Arbeitspunkte von $\approx 0,0001$.

Da die Sextupolmagnete bei dieser Messung ausgeschaltet waren, kann die noch verbleibende Abweichung in den Arbeitspunkten von einer systematischen Impulsabweichung δ_p hervorgerufen werden. Aufgrund der natürlichen Chromatizitäten von $\xi_{x,0} = -11,6$ und $\xi_{y,0} = -0,49$ (vgl. Abschnitt 11.4) ändert sich nämlich im wesentlichen nur Q_x bei einer Impulsabweichung.

12.4.2. Parameteränderungen

Als nächstes wurde überprüft, ob die Abweichungen in den Stärken der ELSA-Quadrupolmagnete real sind. Bei gezielter Änderung der Stärke eines Quadrupols und Messung der Matrix C sollte diese Parameteränderung richtig modelliert werden. Es wurde daher unter den gleichen Bedingungen wie bei der Messung in Abschnitt 12.2 eine Response-Matrix C gemessen, bei der als einzige Änderung ein Zusatzstrom von $\Delta I = 5$ A durch den Quadrupol QF6 floß. Dies entspricht bei einem Strom von $I_0 = 229$ A des F-Quadrupolnetzgeräts einer relativen Änderung der Quadrupolstärke von $\Delta k/k = 2,2$ %.

Die Anpassung der Parameter \vec{x} ergibt erwartungsgemäß keine Änderung der Skalierungsfaktoren von Monitoren bzw. Korrektoren \vec{b} und \vec{c} innerhalb der Fehlerbalken. Der einzige signifikante Unterschied zwischen den angepaßten Parametern der beiden Matrizen ist die Abweichung in der Stärke des Quadrupols QF6, der dem vorausgesagten Wert von $\Delta k/k = 2,2\%$ entspricht (Abb. 12.4). Weitere Messungen, bei denen die Stärken von anderen Quadrupolen geändert wurden, haben gezeigt, daß eine zuverlässige Bestimmung der Gradientenfehler der Quadrupolmagnete möglich ist.

12.4.3. Optische Funktionen

Wenn die Fehler der Quadrupolstärken richtig modelliert werden können, sollten sich die gestörten Betafunktionen $\beta(s)$ aus dem Modell berechnen lassen. Die vorausgesagten Werte stimmen mit den Meßwerten sehr gut überein (Abb. 12.3). Die gute Übereinstimmung in den Arbeitspunkten und in den Betafunktionen lassen darauf schließen, daß die Gradientenfehler richtig bestimmt wurden. Es gibt jedoch noch einen globalen Skalierungsfaktor in beiden Ebenen, da alle Meßwerte von β_x systematisch zu klein und alle β_y systematisch zu groß sind. Die Abweichungen dürften von der Hysterese der Quadrupole verursacht werden, die nicht exakt korrigiert wurde (Abschnitt 11.2.2). Außerdem muß beachtet werden, daß die Meßwerte nur die mittlere Betafunktion $\overline{\beta}$ in den Quadrupolen sind. Daher ist der Meßwert im Maximum um ca. 0,2 m kleiner und im Minimum um 0,2 m größer.

Gradientenfehler müssen auch zu einer Veränderung der Dispersionsfunktion führen, da D(s) nach (2.12) eine Funktion von $\beta(s)$ und Q ist. Allerdings hängt D(s) auch von Dipolfeldfehlern ab. So tragen z.B. in der vertikalen Ebene zu $D_y(s)$ auch andere horizontal gerichtete Magnetfelder bei, die mit dieser

	Q_x	Q_y
Meßwerte	4,5994(1)	4,4098(1)
altes Modell	4,5690	4,4310
neues Modell	4,5998	4,4097

Tabelle 12.2.: Gemessene und aus den Modellen berechnete Arbeitspunkte.

Methode nicht bestimmt werden können (wie z.B. die Torsionen der Dipolmagnete, vgl. Abschnitt 9.2.2). Zudem können die Meßwerte von $D_u(s)$ von den Skalierungsfehlern der Monitore b_i scheinbar verändert werden.

Die Messung unter Berücksichtigung der Skalierungsfaktoren \vec{b} zeigt Abb. 12.5. Es zeigt sich, daß die vom Monitorsystem gemessenen Abweichungen im Bereich der geraden Stücke real sind und von den Gradientenfehlern der Quadrupolmagnete hervorgerufen werden. In der vertikalen Ebene (hier nicht dargestellt) zeigt sich, daß die beiden maximalen Werte von ca. 15 cm nicht real sind und von Abweichungen in den Monitor-Skalierungsfaktoren und von Monitordrehungen verursacht werden. Die wahren Werte sind weitaus geringer. Da auch die Drehwinkel der Quadrupole $\vec{\psi}_Q$ modelliert wurden, kann ihr Anteil an der vertikalen Dispersion berechnet werden, da sie einen Teil der horizontalen Dispersion in die vertikale Ebene koppeln. Es ergibt sich ein RMS-Wert der vertikalen Dispersion von $\langle D_y \rangle_{\rm rms} \approx 3$ cm.



Abbildung 12.3.: Gemessene und berechnete Betafunktionen (neues Optikmodell).





Abbildung 12.4.: Differenzen der angepaßten Werte von $\Delta k/k$ zwischen zwei Optiken, die sich darin unterscheiden, daß der Strom in Quadrupol QF6 um 5 A erhöht wurde.

Abbildung 12.5.: Theoretische Dispersionsfunktion $D_x(s)$ basierend auf dem neuen Optikmodell und gemessene Dispersionswerte (vgl. Abb. 11.3(a)).

12.4.4. Skew-Quadrupolfelder

Die Modellierung der Skew-Quadrupolstärken \underline{k} , bzw. der Drehwinkel der Quadrupolmagnete ist ebenfalls möglich. Zum Test wurden die zwei Skew-Quadrupole (s. Anhang E) in ELSA verwendet, die zur Korrektur der Kopplung eingesetzt werden können (vgl. Kapitel 13). Hierzu wurde einmal C ohne und einmal mit eingeschaltetem Skew-Quadrupol GQ32 gemessen, wobei der andere Skew-Quadrupol GQ1 ausgeschaltet war. Neben den Parametern, deren Berücksichtigung sich als notwendig herausgestellt hatten, wurden als weitere Fit-Parameter die Stärken der beiden Skew-Quadrupolmagnete zugelassen.

Die Modellierung mit Hilfe der Response-Matrix C ergibt erwartungsgemäß, daß bei ausgeschalteten Skew-Quadrupolen beide mit einer Sextupolstärke von $\underline{k} \approx 0 \text{ m}^{-2}$ ermittelt werden (Tab. 12.3, erste Zeile). Die Analyse von C bei eingeschaltetem Skew-Quadrupol QG32 und ausgeschaltetem Skew-Quadrupol GQ1 ergibt eine Änderung der Sextupolstärke des Skew-Quadrupols QG32 um $\Delta \underline{k}_{GQ32} =$ $(-0,0250 \pm 0,0002) \text{ m}^{-2}$, die gut mit dem erwarteten Wert von $\underline{k} = -0,0244 \text{ m}^{-2}$ übereinstimmt (vgl. Anhang E). Diese Messung zeigt, daß auch die Skew-Quadrupolstärken aus der Orbit-Response-Matrix bestimmt werden können.

Einstellung	$k_{\rm GQ32}/{\rm m}^{-2}$	$k_{\rm GQ1} / {\rm m}^{-2}$
GQ32 aus $(I = 0 A)$	0,0016(1)	-0,0009(1)
GQ32 ein $(I = -3 \text{ A})$	-0,0234(1)	0,0003(1)

 Tabelle 12.3.:
 Veränderung der Skew-Quadrupolstärken bei ein- und ausgeschaltetem Skew-Quadrupolmagneten GQ32. Sie wurden aus einem Fit der Response-Matrix C bestimmt.

12.5. Limitierungen

Die Analyse der Gleichgewichtsbahn zur Kalibration des optischen Modells ist ein sehr mächtiges Werkzeug zur Diagnose von Fehlern in einem Beschleuniger. So erhält man Informationen über Verkabelungsfehler der BPMs, falsche Polaritäten von Korrektoren oder Kalibrationsfehler einer Quadrupolgruppe. Die Kalibrationsfaktoren fließen dann wieder in ein genaueres Modell ein, welches eine genauere Einstellung des Beschleunigers erlaubt.

Viele Feld- und Justierfehler der magnetischen Elemente und Fehler der Strahllagemonitore führen zu sehr geringen Abweichungen zwischen der idealen Matrix \overline{C} und der gemessenen Matrix \overline{C} . Erst bei einer hohen relativen Auflösung der BPMs ist es möglich, diese Parameter aus den Daten zu bestimmen.

Die hohe Ortsauflösung der Monitore ist notwendig aber nicht hinreichend für eine erfolgreiche Modellierung. Ist der Phasenvorschub $\Delta \psi$ zwischen zwei fehlerbehafteten Elementen zu gering und befindet sich kein Monitor oder Korrektor zwischen ihnen, dann ist eine Unterscheidung zwischen den beiden Fehlern nicht mehr möglich und die beiden Parameter sind entartet. In diesem Fall ist nur die Bestimmung des mittleren Fehlers beider Elemente möglich. Daher ist es wichtig, daß ausreichend viele Monitore und Korrektoren in einem gleichmäßigen Phasenabstand zur Verfügung stehen.

Die Methode der strahlbasierten Kalibration des optischen Modells von ELSA konnte bereits vor der Fertigstellung des neuen Monitorsystems erfolgreich mit dem bisherigen Strahldiagnosesystem [93] getestet werden. Wegen der um zwei Größenordnungen schlechteren Auflösung des alten Monitorsystems war es nicht möglich, die individuellen Fokussierungsfehler $\Delta k_i/k$ der Quadrupole zu modellieren. Als Parameter wurden neben den Skalierungsfaktoren \vec{b} und \vec{c} nur die beiden Fokussierungsstärken k_D und k_F der beiden Quadrupolfamilien an die Daten angepaßt [59]. Damit konnte bereits der mittlere Fehler der Stärken der beiden Quadrupolfamilien bestimmt werden.

13. Messung und Korrektur der Kopplung

Die vertikale Strahlbreite ist ein wichtiger Parameter für den Betrieb von ELSA als Synchrotronstrahlungsquelle, da die Brillanz des Photonenstrahls umgekehrt proportional dazu ist. Bei einem idealen Kreisbeschleuniger ohne Fehler der magnetischen Elemente sollte die vertikale Strahlausdehnung Null sein. In der Realität führen Feld- und Justierfehler der Magnete zu einer Kopplung der beiden transversalen Phasenräume. Ein zweiter Beitrag kann die vertikale Dispersion in Kombination mit der natürlichen Energiebreite des Strahls liefern. Wie erläutert werden wird, ist dieser Anteil bei ELSA aber vernachlässigbar gering. Dieses Kapitel befaßt sich daher mit der Messung und Korrektur der Kopplung an ELSA.

13.1. Einführung

13.1.1. Motivation

Das Hauptmotiv für eine möglichst geringe vertikale Strahlbreite σ_y ist die Erhöhung der Brillanz *B* des Photonenstrahls für die Nutzer der Synchrotronstrahlung an ELSA (vgl. Abschnitt 3.3.3). Da bei ELSA die Synchrotronstrahlung aus horizontal ablenkenden Dipolmagneten verwendet wird, ist nur die Reduzierung der vertikalen Strahlbreite sinnvoll. Wie gleich erläutert werden wird, ist bei ELSA die vertikale Breite des Elektronenstrahls im wesentlichen von der Betatronkopplung κ bestimmt. Daher erfordert eine hohen Brillanz eine Minimierung der Kopplung zwischen den beiden transversalen Ebenen.

Eine Reduzierung der vertikalen Strahlausdehnung kann auch den Einfluß von Ioneneffekten auf den Elektronenstrahl verringern [99]. Die Ioneneffekte äußern sich bei ELSA bei Energien $\leq 1,2$ GeV und einigen Milliampere Strahlstrom in einem periodischen "Pulsen" des Strahls, d.h. in einer kurzzeitigen Emittanzerhöhung und Arbeitspunktverschiebung. Die Ioneneffekte führen bei niedrigen Energien zu einer sehr instabilen Extraktion des Strahls. Die besonders effektive Methode der Füllstrukturlücke im umlaufenden Strahl kann aber gerade im Nachbeschleunigungs- und Stretchermodus nicht als Gegenmittel angewendet werden, da sie zu stark das mikroskopische Tastverhältnis η_{mikro} reduziert.

Die Reduzierung der vertikalen Strahlbreite σ_y verringert außerdem die Stärke $|\varepsilon_{int}|$ aller intrinsischen depolarisierenden Resonanzen, da $|\varepsilon_{int}|$ proportional zur Wurzel aus ϵ_y und damit proportional zu σ_y ist. Hierzu ist es allerdings erforderlich, daß die magnetischen Elemente zur Korrektur der Betatronkopplung – die später noch erläuterten Skew-Quadrupolmagnete – in ihrem Magnetfeld synchron zur Energie erhöht werden können. Dies ist zur Zeit noch nicht implementiert, stellt aber kein prinzipielles Problem dar. Es kann aus beschleunigerphysikalischer Sicht aber auch nützlich sein, zum Studium des Kreuzens von intrinsischen Resonanzen die vertikale Strahlbreite gezielt zu erhöhen.

Auch für die Experimente der Mittelenergiephysik ist eine geringe vertikale Strahlbreite vorteilhaft, da die vertikale Strahlbreite des extrahierten Strahls am Target von der Strahlbreite σ_y des internen Strahls am Extraktionspunkt bestimmt wird. Im Gegensatz dazu wird die horizontale Emittanz des extrahierten Strahls vom Extraktionsmechanismus beeinflußt und hängt stark von m_x und ξ_x ab [35].

Die Kopplungskorrektur ist auch hilfreich zur Vermeidung von systematischen Fehlern bei der Messung der Strahlpositionen. So wurde in Abschnitt 6.8 gezeigt, daß die Strahlausdehnung zu Fehlern bei der Rekonstruktion der Strahlposition aus den vier Elektrodensignalen führt, da von einem Strahl ohne Ausdehnung ausgegangen wird. Bei kleiner vertikaler Strahlbreite kann der Fehler in der *y*-Ebene stark verringert werden.

13.1.2. Vertikale Strahlbreite

Wie in Abschnitt 2.4 erläutert worden ist, setzt sich die vertikale Strahlbreite σ_y aus zwei Anteilen

$$\sigma_y(s) = \sqrt{\epsilon_y \beta_y(s) + (D_y(s) \sigma_\delta)^2} \quad , \tag{13.1}$$

zusammen, wobei der eine Anteil eine Funktion der Emittanz ϵ_y und der Betafunktion $\beta_y(s)$ in der vertikalen Ebene ist und der andere von der Dispersion D_y in der vertikalen Ebene sowie der relativen Impulsbreite σ_{δ} abhängt. Nur bei einem fehlerfreien Beschleuniger sind ϵ_y und D_y Null. Bei einem realen Beschleuniger werden die beiden Anteile von Feld- und Aufstellungsfehlern der Magnete bestimmt.

Zur Abschätzung von σ_y sei von den Verhältnissen im Speichermodus von ELSA bei einer Energie von 2,3 GeV ausgegangen. Bei einer natürlichen Emittanz von $\epsilon_0 = 354 \pi$ nm · rad und einer typischen Kopplung von $\kappa = 5$ % sowie einer mittleren Betafunktion von $\bar{\beta}_y \approx 7$ m beträgt nach (2.54) die vertikale Emittanz $\epsilon_y = 18 \pi$ nm · rad und daher der Beitrag der Kopplung zur vertikalen Strahlbreite $\approx 355 \mu$ m.

Die mittlere vertikale Dispersion wurde in (11.1) als $\overline{D}_y \approx 0,07$ m bestimmt. Damit ergibt sich mit einer relativen Impulsbreite des Strahls von $\sigma_{\delta} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ der Anteil der vertikalen Dispersion zu σ_y von $\approx 40 \,\mu$ m. In Wirklichkeit dürfte die vertikale Dispersion aber noch kleiner sein, als sie gemessen wurde (s. Abschnitt 11.1 und Anhang A). Der größte Beitrag zur vertikalen Strahlbreite σ_y von ELSA stammt daher von der Betatronkopplung κ . Ihre Messung und Korrektur steht im Mittelpunkt dieses Kapitels.

13.2. Ursachen der Kopplung

Um Kopplung zwischen x und y-Ebenen zu erzeugen, ist eine vertikal gerichtete Kraft bei einer horizontalen Strahlablage notwendig (und umgekehrt). Ein Magnetfeld mit einer solchen Wirkung hat ein um 45° gedrehter Quadrupol. Diese Magnete werden daher auch Skew-Quadrupolmagnete genannt. Seine Stärke beträgt

$$\underline{k} = \frac{e}{p_0} \frac{\mathrm{d}B_x}{\mathrm{d}x} = \frac{e}{p_0} \frac{\mathrm{d}B_y}{\mathrm{d}y} \quad . \tag{13.2}$$

Skew-Quadrupole verursachen eine lineare Kopplung, da die gekoppelten Differentialgleichungen linear in x und y bleiben. Mit Skew-Quadrupolen kann die Kopplung gezielt korrigiert aber auch erhöht werden.

Kopplung wird auch durch Ungenauigkeiten bei der Justierung der normalen Quadrupolmagnete von ELSA verursacht. Die Drehung eines Quadrupols um den Winkel $\Delta \psi_Q$ um die longitudinale Achse *s* führt zu einem zusätzlichen Skew-Quadrupolfeld. Zur Reduzierung dieser Kopplung hilft eine gute Justierung.

Kopplung kann auch entstehen, wenn der Strahl mit einer vertikalen Ablage durch ein Sextupolfeld läuft. Dies wurde bereits in Abschnitt 20 erläutert. Sextupolfelder in ELSA können einerseits von Sextupolen erzeugt werden oder vom magnetischen Lot in den Vakuumkammern herstammen (Abschnitt 11.4.4). Sextupolfelder führen zu nichtlinearer Kopplung. Diese Beitrag zur Kopplung kann durch gute Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahn reduziert werden.

Longitudinale Magnetfelder können ebenfalls die transversalen Ebenen miteinander koppeln. Da ELSA jedoch keine internen Experimente mit Solenoidfeldern von Detektoren besitzt, kann dieser Effekt vernachlässigt werden. Justierfehler der Dipole und Quadrupole können aber schwache longitudinale Magnetfeldern hervorrufen.

Die elektrischen Felder von positiv geladenen Ionen des Restgases, die sich im Potential des Elektronenstrahls befinden, können auch Kopplung hervorrufen. Wie stark dieser Effekt ist, hängt von vielen Parameter ab, wie der Intensität, der Füllstruktur oder der Strahlbreite [99].

13.3. Auswirkungen der Kopplung

Sind die im letzten Abschnitt aufgelisteten koppelnden Felder im Beschleuniger vorhanden, so kommt es zu einem Austausch der Amplituden der Betatronoszillationen zwischen den beiden transversalen Ebenen. Damit sind eine Reihe von Phänomenen verbunden, die kurz erläutert werden sollen.

13.3.1. Einfluß der Koppelresonanzen

Die Bedingung zwischen den Arbeitspunkten für die Koppelresonanzen lautet

$$Q_x + lQ_y = q \quad , \tag{13.3}$$

wobei $q \in \mathbb{N}$ und $l = \pm 1$ ist (vgl. Abb. 2.5). Resonanzen mit q = pN und $p \in \mathbb{N}$ sind aufgrund der Superperiodizität N des Beschleunigers sehr viel stärker und werden von systematischen Fehlern hervorgerufen. Diese beträgt bei ELSA N = 2. Wie man aufgrund der Messung der Betafunktionen $\beta_{x,y}(s)$ in Abschnitt 11.2 und $D_x(s)$ in Abschnitt 11.1 sehen kann, ist N = 2 bei korrigierter Gleichgewichtsbahn in guter Näherung erfüllt.

Der ganzzahlige Parameter $l = \pm 1$ kennzeichnet den Resonanztyp. Resonanzen mit l = -1 werden Differenzresonanzen genannt und führen zu einer Umverteilung der natürlichen Emittanz ϵ_0 von der horizontalen Ebene in die vertikale Ebene, da in ihrer Nähe die Summe $\epsilon_x + \epsilon_y = \epsilon_0$ eine Erhaltungsgröße ist. Resonanzen mit l = 1 werden Summenresonanzen genannt und sind strahlzerstörend, da in ihrer Nähe die Differenz $\epsilon_x - \epsilon_y$ eine Erhaltungsgröße ist.

Die Auswirkung der Kopplung hängt stark vom Abstand zu der benachbarten Summen- bzw. Differenzresonanz ab. Wird der Abstand

$$\Delta = Q_x + lQ_y - q \tag{13.4}$$

zwischen den beiden Arbeitspunkten $Q_{x,y}$ der ungekoppelten Bewegung verringert, so kommt es zu einer immer stärker werdenden Kopplung zwischen den beiden transversalen Ebenen, die bei $\Delta = 0$ maximal ist. Während das ungekoppelte System durch die Arbeitspunkte Q_x und Q_y charakterisiert wird, schwingt das gekoppelte System in Normalmoden, die durch die Arbeitspunkte Q_1 und Q_2 beschrieben werden. In der Nähe der Koppelresonanzen ergeben sich daher Probleme mit der Arbeitspunktmessung, da sich die Arbeitspunkte $Q_{1,2}$ von $Q_{x,y}$ deutlich unterscheiden.

Unter der Annahme, daß nur die nächstliegende Resonanz beiträgt, gilt im Fall der Differenzresonanz [115]

$$Q_{1,2} = Q_{x,y} \mp \frac{\Delta^{-}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^{-2} + |C^{-}|^{2}} \quad .$$
(13.5)

Bei $\Delta^- = 0$ wird der Abstand $|Q_1 - Q_2| = |C^-|$ minimal und ermöglicht die direkte Bestimmung des Betrags des Kopplungskoeffizienten $|C^-|$ aus dem minimalen Arbeitspunktabstand.

Im Fall der Summenresonanz gilt der Zusammenhang

$$Q_{1,2} = Q_{x,y} \mp \frac{\Delta^+}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^{+2} - |C^+|^2} \quad , \tag{13.6}$$

wobei für $|\Delta^+| < |C^+|$ der Radikand negativ wird und $Q_{1,2}$ nicht mehr definiert sind. Innerhalb des Stoppbandes der Breite $2|C^+|$ ist kein stabiler Umlauf mehr möglich.

In Abb. 13.1 ist der unterschiedliche Verlauf der Soll-Arbeitspunkte $Q_{x,y}$ und der Normalmoden-Arbeitspunkte $Q_{1,2}$ bei Verringerung des Abstands zur Summen- bzw. Differenzresonanz dargestellt. Die Resonanzkreuzung wurde mit dem Programm MAD [36] simuliert, wobei die Kopplung mit zwei Skew-Quadrupolen erzeugt wurde. Während sich im Fall der Differenzresonanz die beiden Arbeitspunkte $Q_{1,2}$ nicht berühren und das Kreuzen der Resonanz ohne Strahlverlust möglich ist, gibt es im Fall der Summenresonanz ein Stoppband mit einer Breite von $2|C^+|$, innerhalb der der Strahl komplett verloren geht. Dies zeigt die Gefährlichkeit der Summenresonanz.



(a) Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$

(b) Summenresonanz $Q_x + Q_y = 9$

Abbildung 13.1.: Ungekoppelte Arbeitspunkte $Q_{x,y}$ sowie gekoppelte Arbeitspunkte $Q_{1,2}$ als Funktion des Resonanzabstands Δ beim Kreuzen der Differenzresonanz (a) und der Summenresonanz (b) in einer MAD-Simulation. Der Kopplungskoeffizient beträgt in beiden Fällen $|C| = 6 \cdot 10^{-3}$.

13.3.2. Kopplungsstärke

Ein Maß für die Stärke der Kopplung ist der Kopplungskoeffizient $C_{ql} \in \mathbb{C}$. Er ist als Integral über alle Beiträge von Skew-Quadrupolfeldern $\underline{k}(s)$ entlang des Umfangs definiert [42] und lautet in vereinfachter Form

$$C_{ql}(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma=s}^{s+\mathcal{C}} \underline{k}(\sigma) \sqrt{\beta_x(\sigma) \beta_y(\sigma)} e^{i[\psi_x(\sigma) + l\psi_y(\sigma) - \Delta 2\pi\sigma/\mathcal{C}]} \,\mathrm{d}\sigma \quad . \tag{13.7}$$

Die allgemeine Form von (13.7) enthält neben den Skew-Quadrupolfeldern auch Anteile von Solenoidfeldern B_{sol} und Randfelder von Solenoiden B'_{sol} . Da diese in ELSA keine Rolle spielen, wurden sie weggelassen. Der Nullpunkt der Phase wurde willkürlich bei s = 0 gewählt. Da bei den weiteren Untersuchungen nur der Betrag von C_{ql} relevant ist, spielen nur Phasendifferenzen des Argumentes der exp-Funktion eine Rolle.

Im folgenden wird die Abkürzung $C^- \equiv C_{0,-1}$ für den Kopplungskoeffizienten der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$ und $C^+ \equiv C_{9,+1}$ für den Kopplungskoeffizienten der Summenresonanz $Q_x + Q_y = 9$ verwendet werden. Dies sind die beiden relevanten Resonanzen der typischerweise bei ELSA eingestellten Arbeitspunkte.

Der Term $\psi_x - \psi_y$ in (13.7) variiert entlang des Umfangs von ELSA zwischen ca. $\pm 0,5$ rad und besitzt in der Mitte der Halbzelle jeweils ein lokales Extremum. Da $C \in \mathbb{C}$ ist, sind zur Kompensation des Realund Imaginärteils des Kopplungskoeffizienten C einer Resonanz zwei Skew-Quadrupole notwendig. Die gleichzeitige Korrektur der zu Q_x und Q_y nächstliegenden Summen- und Differenzresonanz erfordert folglich vier Skew-Quadrupole oder Skew-Quadrupolfamilien.

Die Kopplung verändert notwendigerweise die Emittanzverteilung zwischen den beiden transversalen Ebenen. Die in (2.53) definierte Emittanzkopplung $\kappa = \epsilon_y/\epsilon_x$ beträgt dabei in der Nähe der Differenzresonanz

$$\kappa = \frac{|C^-|^2}{|C^-|^2 + 2\Delta^{-2}} \quad , \tag{13.8}$$

wobei angenommen wurde, daß die vertikale Dispersion D_y keinen Beitrag zu den Strahlbreiten und damit zur Kopplung κ liefert [42]. Im Fall von $\Delta^- = 0$ befindet man sich direkt auf der Koppelresonanz und die beiden transversalen Phasenräume sind vollständig gekoppelt ($\kappa = 1$), d.h. es ist $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_0/2$. An Orten ohne Dispersion und gleicher Betafunktion ist der Strahl daher rund.

Eine Entkopplung der Betatronschwingungen kann entweder durch einen großen Abstand zur Differenzresonanz $\Delta^- \gg |C|$ oder durch eine Kompensation von C erreicht werden. Die dazu notwendigen Korrekturelemente werden im Abschnitt 13.4 genauer beschrieben.

13.3.3. Meßmethoden

Der Betrag des Kopplungskoeffizienten $|C^-|$ der Differenzresonanz ist einfach im Frequenzbereich meßbar, indem der Resonanzabstand $\Delta^- = Q_x - Q_y$ zwischen den ungekoppelten Arbeitspunkten $Q_{x,y}$ bis auf $\Delta^- = 0$ verringert wird. Der minimale Abstand $|Q_1 - Q_2|$ zwischen den gekoppelten Arbeitspunkten ist nach (13.5) gleich $|C^-|$. Im Fall der Summenresonanz tritt ein kompletter Strahlverlust beim Unterschreiten des Resonanzabstandes $\Delta^+ = |Q_x + Q_y - 9| \le |C^+|$ ein, der zur Bestimmung von $|C^+|$ dienen kann.

Alternativ kann im Zeitbereich die Amplitude und Periode der gekoppelten Oszillationen nach der Anregung einer kohärenten Schwingung bestimmt werden, aus denen sich der Kopplungskoeffizient berechnen läßt [15]. Da das bestehende Monitorsystem [93] nach einer im Rahmen dieser Arbeit erfolgten Modifikation bei der Datennahme eine umlaufsynchronisierte Taktung der Datenerfassung von 8192 Umläufen d.h. für eine Dauer von 4,5 ms erlaubt, ist auch diese Methode bei ELSA anwendbar. Von Nachteil ist, daß die gleichzeitige Messung in beiden transversalen Ebenen nicht möglich ist. Ein weiterer Nachteil ist die schlechtere Genauigkeit, da die präzise Messung der Oszillationsparameter besonders bei geringem $|C^-|$ eine möglichst langandauernde, kohärente Strahlbewegung erfordert. Während die Dämpfungszeit τ_u der Schwingung im Bereich von Millisekunden liegt, beträgt die die Dekohärenzzeit τ_D (vgl. Abschnitt 11.4) bei ELSA nur einige hundert Umläufe. Da die Messung im Zeitbereich bei ELSA keine besonderen Vorteile besitzt, wurde die einfachere Frequenzmethode verwendet.

13.4. Korrekturelemente

Zur Korrektur der linearen Koppelresonanz $Q_x - Q_y = 0$ wurden zwei um 45° gedrehte Quadrupole in ELSA eingebaut. Aus Platzgründen konnten nur zwei Skew-Quadrupole eingebaut werden. Daher kann nur eine der beiden linearen Koppelresonanzen in der Nähe des Arbeitspunktes korrigiert werden. Da die Summenresonanz $Q_x + Q_y = 9$ schon durch die Superperiodizität von ELSA unterdrückt ist, wurde die Skew-Quadrupol-Anordnung zur Korrektur der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$ ausgelegt. Ihre Eigenschaften werden in Anhang E erläutert.

Die Einbauorte der beiden Magnete waren so zu wählen, daß sie einerseits effektiv wirken und andererseits zu keiner Verschlechterung der Strahlqualität führen. So sollten beide Skew-Quadrupole möglichst linear unabhängig auf C wirken. Damit können unnötig große Skew-Quadrupolstärken \underline{k} vermieden werden und es sind bei der Korrektur der Resonanz nur wenige Iterationen notwendig, wobei alternierend zunächst die Kopplungsstärke mit dem ersten und dann mit dem zweiten Skew-Quadrupol reduziert wird.

Die Wirksamkeit der Korrektur hängt nach (13.7) vom Phasenvorschub $\Delta \phi = \phi(s_2) - \phi(s_1)$ zwischen den Magneten sowie den gewählten Arbeitspunkten ab, wobei die Phase im Fall der Differenzresonanz als

$$\phi(s) = \psi_x(s) - \psi_y(s) - \Delta \frac{2\pi s}{\mathcal{C}}$$
(13.9)

definiert ist. Der Faktor $\sqrt{\beta_x(s)\beta_y(s)}$ variiert nur schwach zwischen 0,38 m – 0,48 m und spielt für die Wahl des Ortes eine untergeordnete Rolle. Da die Phase oszilliert, sind zwei benachbarte Halbzellen als Einbauorte günstig. Wählt man die Mitten zweier benachbarter Halbzellen aus, so ist bei der FODO-Struktur an beiden Orten $\beta_x \approx \beta_y$ und die Magnete wirken mit gleicher Stärke auf |C|.

Da Skew-Quadrupole die horizontale Dispersionsfunktion in die vertikale Ebene koppeln, ensteht eine vertikale Dispersionsfunktion von [15]

$$D_y(s) = \frac{\sqrt{\beta_y(s)}}{2\sin\pi Q_y} \sum_{i=\{\text{GQ32,GQ1}\}} \sqrt{\beta_x(s_i)} D_x(s_i) \underline{k}_i \, l_{\text{eff}} \cos\left(|\psi_y(s_i) - \psi_y(s)| - \pi Q_y\right) \quad , \quad (13.10)$$

die zu einer Drehung der Mittelebene des Strahls führt. Es ist daher zu fordern, daß am Einbauort $D_x \approx 0$ ist. Andernfalls ginge der Vorteil der kleinen vertikalen Strahlbreite aufgrund der geringen vertikalen Emittanz ϵ_y wieder verloren. Die Bedingung $D_x(s) \approx 0$ ist aber nur in den geraden Stücken erfüllt (s. Abb. 2.2).

Diese beiden Forderungen und der nicht vernachlässigbare Platzbedarf der Magnete schränken bereits die überhaupt möglichen Einbauplätze drastisch ein. Da eine der beiden Geraden bereits mit HF-Resonatoren und einem Sprungquadrupol [49, 100] dicht besetzt war, blieb als Einbauplatz lediglich der Injektionsbereich übrig (Abb. 13.2).

Damit in den Skew-Quadrupolen keine Teilchen mit großen Betatronamplituden verloren gehen, dürfen sie die transversale Apertur von ELSA nicht limitieren. Dies stellt jedoch kein Problem dar, da die Vakuumkammer in den Magneten einen Innenradius von 45 mm besitzt (s. Anhang E). Auch für den neu injizierten Strahl mit einer Impulsabweichung von $\delta_p = 1 \%$ ist noch genügend Platz vorhanden, was man anhand der Trajektorien des injizierten Strahls in [100, S. 99] sehen kann.

Die optischen Parameter der beiden Skew-Quadrupole für Standardarbeitspunkte von $Q_x = 4,585$ und $Q_y = 4,565$ sind in Tabelle 13.1 aufgelistet. Der Phasenvorschub zwischen den beiden Einbauorten beträgt $\Delta \phi = \psi_{GQ1} - \psi_{GQ32} = 46,2^{\circ}$ bei $\Delta = Q_x - Q_y = 0,02$. Zur Kompensation der Differenzresonanz sind nur moderate Ströme erforderlich.

13.5. Messung und Korrektur der Kopplung

Neben der Korrektur der Kopplungsstärke mit Skew-Quadrupolen soll in diesem Abschnitt auch die zeitliche Entwicklung des Kopplungskoeffizienten C^- der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$ in ELSA aufgrund verschiedener Maßnahmen wie dem Einbau der neuen wassergekühlten Dipol-Vakuumkammer und der Rejustierung der Quadrupolmagnete untersuchen werden.

13.5.1. Situation vor dieser Arbeit

Eine Bestimmung der Resonanzstärke aus dem Jahr 1994 kann aus Messungen der Arbeitspunktänderung während der Rampphase entnommen werden, die von T. Götz im Rahmen seiner Dissertation



Abbildung 13.2.: Injektionsbereich von ELSA mit den Skew-Quadrupole GQ32 und GQ1.

Name	<i>s</i> /m	ψ_x /rad	ψ_y /rad	β_x/m	β_y/m	D_x/m
GQ1	2,85	$0,127 \cdot 2\pi$	$0,042 \cdot 2\pi$	7,28	6,86	-0,05
GQ32	162,12	$4,495 \cdot 2\pi$	$4,519 \cdot 2\pi$	7,28	6,86	-0,05

Tabelle 13.1.: Optische Parameter der beiden Skew-Quadrupole für $Q_x = 4,585$ und $Q_y = 4,565$.

durchgeführt wurden [39]. Ziel der damaligen Messungen war die Untersuchung von unterschiedlichen Rampmodellen und Rampgeschwindigkeiten, indem die Arbeitspunktänderung zeitaufgelöst während der Rampphase vermessen wurde.

Die schnelle Magnetfeldänderung B während der Beschleunigungsphase induziert in der Dipol-Vakuumkammer – trotz ihrer geringen Wandstärke von nur 300 µm – Wirbelströme, die aufgrund der elliptischen Kammerform zu Sextupolfeldern in den Dipolmagneten führen. Da sich die horizontale Gleichgewichtsbahn energieabhängig verschiebt (vgl. Abschnitt 10.2.2), führt dies zu einer Arbeitspunktänderung und kann je nach Anfangsarbeitspunkten und Rampform das Kreuzen der Differenzresonanz¹ zur Folge haben. Trackingfehler der Netzgeräte können ebenfalls zum Kreuzen der Resonanz führen.

Die Messungen in [39] wurden mit ausgeschalteten Sextupolen und bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn durchgeführt, wobei die Rampgeschwindigkeit $\dot{E} = 0.3 \text{ GeV/s}$ betrug. Anhand des minimalen Abstands zwischen den beiden Normalmodenfrequenzen $Q_{1,2}$ kann man folgern, daß zu diesem Zeitpunkt der Kopplungskoeffizient $|C^-| = 5 \cdot 10^{-3}$ betragen haben muß.

13.5.2. Einfluß der Gleichgewichtsbahn

Den Einfluß der Gleichgewichtsbahn auf die Resonanzstärke $|C^-|$ bei eingeschalteten F-Sextupolen zeigt Abb. 13.3. Eingezeichnet sind die Sollarbeitspunkte $Q_{x,y}$ als Funktion des Resonanzabstandes Δ^- (gestrichelte Linien) sowie die gemessenen Arbeitspunkte der Normalmoden $Q_{1,2}$ (Punkte). Die durchgezogene Linie ist eine Anpassung der Funktion $Q_{1,2}(\Delta^-)$ aus (13.5) nach der Methode der kleinsten Quadrate, wobei der Parameter $|C^-|$ angepaßt wurde. Es wurde bei Injektionsenergie von 1,2 GeV gemessen. Die Sextupolstärke betrug $m_{\rm F} = 2,23 \,{\rm m}^{-2}$.

Mit einem Korrekturmagneten, der einen starken Einfluß auf die vertikale Strahllage in den F-Sextupolen hat, wurde die vertikale Gleichgewichtsbahn gezielt verändert. Dargestellt sind die beiden extremen Fälle mit $I_{KV14} = -1,5$ A und +1,5 A. Die horizontale Anregung des Strahls erfolgte mit einem Injektionskicker von ELSA.

Die Stärken $|C^-|$ für verschiedene Ströme sind in Tab. 13.2 aufgelistet. Mit einem positiven Ström vom Korrekturmagneten KV14 kann die Kopplung sehr stark verringert werden. Tatsächlich läßt sich aufgrund der Modellierung der gestörten vertikalen Gleichgewichtsbahn nach Kapitel 9 zeigen, daß bei $I_{KV14} = +1,5$ A die Strahlablage an den vier F-Sextupolen sehr viel geringer als bei $I_{KV14} = -1,5$ A ist.

Die vertikale Strahllage in den F-Sextupolmagneten bestimmt, ob Skew-Quadrupolfelder auf den Strahl wirken. Deutlich ist der Einfluß der Gleichgewichtsbahn auf die Kopplung zu erkennen. Trotz eingeschalteter Sextupole ist der Wert von $|C^-| = 3.9 \cdot 10^{-3}$ bei $I_{KV14} = 0$ A aus dem Jahr 1996 um

¹Die damals gewählten Arbeitspunkte waren $Q_x = 4,618$ und $Q_y = 4,604$, d.h. der Resonanzabstand am Beginn der Rampe betrug lediglich $\Delta = 0,014$.

Strom I _{KV14} /A	Koeffizient $ C^- $
+1,5	$1,9 \cdot 10^{-3}$
0,0	$3,9 \cdot 10^{-3}$
-1,5	$6,5 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 13.2.: Änderung des Kopplungskoeffizienten als Funktion der Strom eines vertikalen Korrektors.



Abbildung 13.3.: Kopplungskoeffizient $|C^-|$ bei verschiedenen Strömen des vertikalen Korrektors KV14, der stark auf die vertikale Gleichgewichtsbahn in den Sextupolen wirkt. Die F-Sextupolstärke betrug bei dieser Messung $m_{\rm F} = 2,23 \,{\rm m}^{-2}$.

ca. 20 % kleiner im Vergleich zur Messung aus dem Jahr 1994. Die Differenz mag aus den unterschiedlichen Randbedingungen bei beiden Messungen herrühren, da die während der Energierampe entstehenden Sextupolfelder in Verbindung mit der unkorrigierten Gleichgewichtsbahn die Kopplung vergrößern.

Im September 1997 wurden – wie in Kapitel 9 beschrieben – die vertikalen Drehwinkel ψ_D der Dipolmagnete auf Null korrigiert und es wurde standardmäßig die Korrektur der Gleichgewichtsbahn durchgeführt. Dadurch konnte eine Verringerung des RMS-Wertes der vertikalen Gleichgewichtsbahnstörung $y_{\rm rms}$ um einen Faktor von etwa 10 erreicht werden. Dies sollte zu einer Reduktion der Kopplung und damit auch der vertikalen Strahlbreite σ_y führen.

Leider fehlen Meßwerte von κ vor bzw. nach der Dipoljustierung im September 1997. Der beste Beweis, daß die Korrektur zu einer Reduktion von κ geführt hat, sind Messungen der Nutzer der Synchrotronstrahlung. Da die Breite des Photonenstrahls $\sigma_{ph}(L)$ am Experiment nach (3.19) von der Breite des Elektronenstrahls σ_y am Quellpunkt abhängt, kann indirekt bei einer Abnahme von $\sigma_{ph}(L)$ am Experiment auf die Verringerung von σ_y geschlossen werden. Am besten sind hierzu Synchrotronlichtexperimente geeignet, bei denen $\sigma_{sr'}$ möglichst klein ist. Dies ist nach (3.15) bei Messungen mit Photonenenergien $E_{ph} \gg \epsilon_c$ der Fall, wobei ϵ_c die kritische Energie ist.

Als Bestätigung der reduzierten Kopplung soll die Messung eines Experimentes am Strahlrohr BN1 erläutert werden, bei dem Röntgenfluoreszenzanalysen (SYXRF) durchgeführt werden [44]. Bei der Messung wird die Polarisation des Synchrotronlichts ausgenutzt, wobei die horizontale Komponente in der Bahnebene der Elektronen maximal ist und mit zunehmendem Winkel zur Bahnebene abnimmt. Nach der Neujustierung der Dipolmagnete sowie der Korrektur der Gleichgewichtsbahn konnte eine starke Verringerung der vertikalen Strahlbreite um einen Faktor von ca. 2,5 vom Experiment gemessen werden [88].

13.5.3. Einfluß der Skew-Quadrupole

Mit Skew-Quadrupolen läßt sich die Kopplung der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$ fast vollständig kompensieren. Abb. 13.4(a) zeigt die Messung der unkorrigierten Resonanzstärke bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn und ausgeschalteten Sextupolen, die $|C^-| = 7.1 \cdot 10^{-3}$ ergab. Die Messung fand im

August 1998 vor der in Kapitel 9 erwähnten Justierung der Quadrupolmagnete statt. Die unkorrigierte Kopplung ist leicht größer als in den Vorjahren.

Die Emittanzkopplung $\kappa = \epsilon_y/\epsilon_x$ als Funktion von Δ^- läßt sich mit dem Synchrotronlichtmonitor von ELSA messen [12]. Mittels einer abbildenden Optik wird das transversale Strahlprofil im Dipolmagneten M28 bestimmt. Daraus können die Emittanzen ϵ_u bei bekannten optischen Funktionen β_u und D_u mit (2.48) berechnet werden, aus denen sich nach (2.53) die Emittanzkopplung κ ergibt. Die Messung von κ erfolgte parallel zur Messung der Arbeitspunkte (Abb. 13.4(b)).

Die Meßwerte müssen allerdings korrigiert werden, da das begrenzte Auflösungsvermögen des Synchrotronlichtmonitors auch bei $\kappa = 0$ dazu führt, daß von Null verschiedene Strahlbreiten $\Delta \sigma_u$ gemessen



Abbildung 13.4.: Unkorrigierte Kopplung bei ausgeschalteten Skew-Quadrupolen. Die durchgezogene Linie in (b) wurde mit $|C^-|$ aus (a) berechnet.



Abbildung 13.5.: Korrigierte Kopplung bei optimaler Einstellung der beiden Skew-Quadrupole. Die durchgezogene Linie in (b) wurde mit dem $|C^-|$ aus (a) berechnet.

werden. Der Hauptbeitrag stammt von der Beugung des Lichts am aperturbegrenzenden Ablenkspiegel. Die scheinbare Strahlvergrößerung aufgrund der Schärfentiefe und die Krümmung des Elektronenstrahls im Dipolmagneten begrenzen zusätzlich die horizontale Auflösung. Schreibt man die gemessenen Strahlbreiten als $\tilde{\sigma}_u^2 = \sigma_u^2 + \sigma_{\Delta u}^2$, so ergibt sich für die gemessene Kopplung $\tilde{\kappa} = \tilde{\epsilon}_y/\tilde{\epsilon}_x$

$$\tilde{\kappa} = \frac{\beta_x (\sigma_y^2 + \Delta \sigma_y^2)}{\beta_y (\sigma_x^2 + \Delta \sigma_x^2)} \approx \underbrace{\frac{\sigma_y^2}{\epsilon_x \beta_y}}_{\kappa} + \underbrace{\frac{\Delta \sigma_y^2}{\epsilon_x \beta_y}}_{\Delta \kappa} , \qquad (13.11)$$

da $\tilde{\sigma}_x \approx \sigma_x$ wegen $\Delta \sigma_x \ll \sigma_x$ ist, jedoch $\Delta \sigma_y \simeq \sigma_y$ ist. Der Sockelbetrag beträgt $\Delta \kappa = 5$ %.

In Abb. 13.4(a) wurde zusätzlich der Verlauf der Emittanzkopplung aufgrund (13.8) für den aus Abb. 13.4(a) bestimmten Kopplungskoeffizient $|C^-|$ eingezeichnet. Die theoretische Kurve ist in guter Übereinstimmung mit der Messung, wobei Abweichungen im Bereich von $\Delta = \pm 0,035$ aufgrund des Einflusses der Synchro-Betatronresonanz $Q_x - Q_y \pm Q_s = 0$ – also einer Resonanz dritter Ordnung – verursacht werden. Sie sind im Resonanzdiagramm in Abb. 2.5 als gestrichelte Linien eingezeichnet.

Zur Korrektur der Kopplung wurde zunächst $\kappa = 1$ eingestellt, indem $Q_x = Q_y = 4,575$ gewählt wurde. Da beide Skew-Quadrupole nicht orthogonal wirken, wurde mit den beiden Magneten alternierend der Arbeitspunktabstand $|C^-| = |Q_1 - Q_2|$ so weit wie möglich reduziert. Nach der Korrektur konnte im Frequenzspektrum nicht mehr zwischen Q_1 und Q_2 unterschieden werden (Abb. 13.5(a)). Die Anpassung von $Q_{1,2}(\Delta^-)$ liefert mit $|C^-| \approx 3 \cdot 10^{-5}$ einen Wert, der um zwei Größenordnungen kleiner ist, als vor der Kompensation. Zur Kompensation der Differenzresonanz bei E = 2,3 GeV waren Ströme von $I_{GQ32} = 2,8$ A und $I_{GQ1} = 4,3$ A nötig, denen Skew-Quadrupolstärken von $\underline{k}_{GQ32} = 2,3 \cdot 10^{-3}$ m⁻² und $\underline{k}_{GQ1} = 3,5 \cdot 10^{-2}$ m⁻² entsprechen (s. Anhang E). Wie berechnet reichen bereits kleine Skew-Quadrupolstärken zur Kompensation aus.

Die Auswirkung auf die Emittanzkopplung κ zeigt Abb. 13.5(b). Außerhalb der Stoppbandbreite ist die Kopplung Null, während auf der Resonanz die Maschine voll gekoppelt ist. Die Stärke der Koppelresonanz ist dann so schwach bzw. die Resonanz so schmal, daß die Arbeitspunktverschiebung bei einer Änderung des niederwertigsten Bits der 14 Bit D/A-Wandler der Quadrupolnetzgeräte bereits ausreicht, um von $\kappa \approx 1$ zu $\kappa \approx 0$ zu gelangen.

Auffällig ist, daß es bei Unterschreitung bzw. Überschreiten eines jeweils unterschiedlichen Resonanzabstandes zu einem Sprung in Q_y kommt, wobei $|C^-|$ größer bzw. kleiner wird. Probleme mit der Ansteuerung der Netzgeräte durch das Kontrollsystem können ausgeschlossen werden. Der Effekt dürfte vom ionisierten Restgas hervorgerufen werden [99], das sich bei Überschreiten einer vertikalen Strahlbreite an den Strahl anlagert und die Phasenraumkopplung erhöht. Ähnliche Effekte wurden auch an anderen Beschleunigern gemessen [8].

13.5.4. Einfluß der Neujustierung der Quadrupole

Nach der Justierung der Quadrupole im September 1998 wurde unter den selben Bedingungen wie bei der im letzten Abschnitt beschriebenen Messung ein Wert von $|C^-| = 6,3 \cdot 10^{-3}$ gemessen. Auch diesmal wurde mit unkorrigierter Gleichgewichtsbahn gemessen (Abb. 13.6).



Abbildung 13.6.: Kopplung nach der Justierung der Quadrupole.

Da sich $|C^-|$ im Vergleich zu $|C^-| = 7,1 \cdot 10^{-3}$ vor der Justierung nur um 10% reduziert hat, kann der wesentliche Beitrag zu $|C^-|$ nicht von zufälligen Drehwinkeln $\Delta \psi_Q$ der Quadrupole um ihre longitudinale Achse verursacht werden. Eine Erklärung für die relativ starke Kopplung in ELSA könnten die Kammersextupolfelder sein (vgl. Abschnitt 11.4.4), die in Kombination mit der unkorrigierten vertikalen Gleichgewichtsbahn zu Skew-Feldern führen. Da die Justierung der Quadrupole $y_{\rm rms}$ nicht wesentlich verringert hat, bleibt der Anteil der Skew-Quadrupolfelder der Kammer an der Kopplung gleich. Zur Klärung sind weitere Untersuchungen des Einflusses der Gleichgewichtsbahn auf die Kopplung notwendig.

13.6. Schlußfolgerungen

Betrachtet man die theoretisch zu erwartende Kopplung der Differenzresonanz in ELSA (Anhang A) bei den oben genannten Bedingungen, so sollte die von der Vakuumkammer in den Dipolmagneten hervorgerufene Sextupolkomponente $m_{\text{Dip}} = -0.08 \text{ m}^{-3}$ zu etwa 70% der gesamten Kopplung beitragen und bei ausgeschalteten F-Sextupolen sogar den größten Beitrag zu $|C^-|$ liefern. Die Drehung der Quadrupole ist dagegen fast vernachlässigbar. Mit den beiden Skew-Quadrupolen kann jedoch die Kopplung im gesamten Energiebereich von ELSA immer auf Null reduziert werden. Aus den Meßdaten und der analytischen Berechnung von $|C^-|$ ist erkennbar, daß die vertikale Strahllage bei ELSA einen großen Einfluß auf die Kopplungsstärke besitzt.

Das Potential der reduzierten vertikalen Emittanz wurde bisher nicht vollständig ausgeschöpft, da die Skew-Quadrupole nur zur Korrektur der Kopplung während Machinenentwicklungszeiten benutzt wurden, aber noch nicht im regulären Maschinenbetrieb eingesetzt werden. Insbesondere wäre es möglich, den in Bezug auf Strahlverlust während der Rampphase ungünstigen Arbeitspunktbereich nahe der Summenresonanz zu verlassen und zur Differenzresonanz zurückzukehren, wie das in den Jahren zuvor bei ELSA der Fall war. Der Vorteil der Differenzresonanz ist, daß sie nicht strahlzerstörend wirkt. Außerdem ist es prinzipiell möglich, daß die Skew-Quadrupole synchron mit den Hauptmagneten im Strom gerampt werden, so daß man während der Rampphase die Kopplung korrigieren könnte. Dies könnte Vorteile bei den Arbeitspunktsprüngen bei hohen Energien haben, da die Arbeitspunkte dann in einem sehr viel größeren Bereich gewählt werden können und nicht in der Nähe der Summenresonanz liegen müßten [100].

14. Zusammenfassung

Die Strahlqualität eines Kreisbeschleunigers kann sehr stark durch Positionierungs- und Feldfehler der ablenkenden und fokussierenden Magnete verschlechtert werden. Sie ist daher direkt oder indirekt mit der Güte der Korrektur der Gleichgewichtsbahn verbunden. Im Zuge der Beschleunigung eines polarisierten Elektronenstrahls und aufgrund von gestiegenen Anforderungen im Synchrotronlichtbetrieb von ELSA ergab sich die Notwendigkeit, die Korrektur der Gleichgewichtsbahn erheblich zu verbessern.

Die Anforderungen an die Genauigkeit der Messung der Strahlposition konnten vom bisher verwendeten Meßsystem nicht erfüllt werden und machten die Neuentwicklung eines sehr präzisen Monitorsystems notwendig. Besonderer Wert wurde dabei auf einen großen Dynamikumfang, eine hohe Auflösung, eine geringe Drift und eine einfache Kalibrierbarkeit der Elektronik gelegt. Zur Verbesserung der absoluten Genauigkeit der Strahlpositionsmonitore wurden ihre Nullpunkte mit der Methode des Beam-Based-Alignments mit einem Fehler von etwa 100 µm ermittelt. Das hierfür notwendige System zur individuellen Änderung der Stärken der Quadrupole ermöglichte außerdem die Messung der Betafunktionen.

Vor dieser Arbeit war die Korrektur der gestörten Gleichgewichtsbahn in der vertikalen Ebene selbst bei einer Injektionsenergie von 1,2 GeV nicht möglich, da die Verteilung der Korrekturmagnete nicht an den Verlauf der Betafunktion angepaßt war; zudem waren die Korrekturmagnete zu schwach. Durch Einbau von zusätzlichen Korrekturmagneten und Optimierung ihrer Positionen war die Korrektur der Gleichgewichtsbahn erstmals effektiv möglich. Außerdem wurde das Korrektorsystem so modifiziert, daß die Gleichgewichtsbahn auch während der Beschleunigungsphase von ELSA korrigiert werden kann.

Da die Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahn für die Beschleunigung von polarisierten Elektronen wichtig ist, wurde untersucht, welche Elemente die stärksten horizontalen Feldfehlern in ELSA verursachen. Basierend auf geodätischen Messungen der Magnete und Analysen der gestörten Gleichgewichtsbahn konnte gezeigt werden, daß die dominierende Quelle zu diesem Zeitpunkt die Drehungen der Dipolmagnete um die *s*-Achse sowie ihre Torsionen waren. Die Simulationen sagten voraus, daß eine Justierung der Dipolmagnete den RMS-Wert der vertikalen Gleichgewichtsbahnstörung y_{rms} um einen Faktor von drei reduzieren sollte, was nach der Neujustierung im September 1997 auch eintrat. Damit konnte auch eine Reduzierung der Stärke der vertikalen Korrekturmagnete erzielt werden.

Mit dem neuen Monitorsystem und dem modifizierten Korrektorsystem war es zum ersten Mal möglich, die Gleichgewichtsbahn von ELSA präzise zu messen und zu korrigieren. Der RMS-Wert der Gleichgewichtsbahnstörung konnte dabei um einen Faktor 20 verringert werden und zwar in der horizontalen Ebene von $x_{\rm rms} = 2,8$ mm auf $x_{\rm rms} = 130 \,\mu$ m und in der vertikalen Ebene von $y_{\rm rms} = 2,7$ mm auf $x_{\rm rms} = 140 \,\mu$ m. Messungen der Synchrotronstrahlungsnutzer zeigen, daß nun die vertikale Position des Photonenstrahls von der Energie unabhängig ist. Bei Energiewechseln sind jetzt zeitaufwendige Neujustierungen der Synchrotronlichtexperimente nicht mehr notwendig. Außerdem führt die Korrektur der Gleichgewichtsbahn zu einer deutlichen Verringerung der Kopplung und damit auch der vertikalen Strahlbreite.

Die dynamische Korrektur der Gleichgewichtsbahn während der Rampphase konnte die Stärken der Imperfektionsresonanzen so weit verringern, daß nur noch eine geringe Depolarisation an diesen Resonanzen auftrat. Durch die Justierung und die globale Korrektur der Gleichgewichtsbahn wurde die Harmonischenkorrektur der Imperfektionsresonanzen erheblich vereinfacht und konnte erfolgreich mit den Korrekturmagneten von ELSA durchgeführt werden [100]. Bei den Imperfektionsresonanzen bis 2,2 GeV konnte aufgrund der guten Korrektur der Gleichgewichtsbahn ganz auf die zeitaufwendige Harmonischenkorrektur verzichtet werden.

Nach der Korrektur der Gleichgewichtsbahn war der Übergang zu einer Optik mit einer niedrigeren natürlichen Emittanz möglich, ohne daß sich dadurch die vertikale Position der Quellpunkte und der Winkel der Synchrotronstrahlung für die Nutzer änderte. Diese Optik zeichnet sich durch eine deutlich höhere Brillanz aus. Da der Photonenstrahl nun während der Injektion, Rampphase und Speicherzeit immer die Wasserkühlung der Dipolvakuumkammer trifft, konnte das Vakuum in ELSA deutlich verbessert werden. Die Lebensdauer im Speicherbetrieb stieg von etwa 2 Stunden auf etwa 6 Stunden bei einer Energie von 2,3 GeV und 25 mA Strahlstrom.

Für den Betrieb von ELSA sollte das magnetoptische Modell möglichst präzise sein, da die Umrechnung der beschleunigerphysikalischen Größen in Magnetströme auf magnetoptischen Rechnungen und Messungen der Magnetfelder beruht. Das bisher im Kontrollsystem verwendete magnetoptische Modell ging dabei von einem idealen, fehlerlosen Beschleuniger aus. Zur Kalibration der Optik wurde die Orbit Response-Matrix gemessen und die Fehler der magnetoptischen Elemente mit der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt. Zusätzlich liefert diese Methode auch die Skalierungsfaktoren der Monitore und Korrektoren von ELSA. Mit ihnen konnte die Güte der korrigierten Gleichgewichtsbahn noch weiter verbessert werden. Die vom Modell vorausgesagten Arbeitspunkte und optischen Funktionen sind in sehr guter Übereinstimmung mit den Messungen.

Es konnte außerdem gezeigt werden, wie es bei unkorrigierter Gleichgewichtsbahn und eingeschalteten Sextupolen zu starken Abweichungen der Betafunktion vom theoretischen Funktionsverlauf und zu einer Vergrößerung der Kopplung kommt. Eine Reduktion der Kopplung war einerseits durch die Korrektur der vertikalen Gleichgewichtsbahn möglich, und zum anderen durch die Kopplungskorrektur mit Hilfe zweier Skew-Quadrupolmagnete. Es konnte demonstriert werden, daß sich damit die Kopplung der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$ von ELSA fast komplett korrigieren läßt.

A. Analytische Berechnung der Optikstörungen

In diesem Kapitel werden die Störungen der Gleichgewichtsbahn, der Dispersionsfunktion und der Betafunktion mit Hilfe analytischer Formeln für die typischen Fehler der magnetischen Elemente von ELSA abgeschätzt. Außerdem wird die Stärke der Differenzresonanz $Q_x - Q_y = 0$ berechnet. Mit Hilfe der analytischen Formeln lassen sich die für die Strahlqualität signifikanten Fehlerquellen leichter identifizieren.

A.1. Modellannahmen

Zur Vereinfachung wird von einer periodischen FODO-Struktur ausgegangen, bei der die Quadrupole als dünne Linsen approximiert werden. Die Betafunktion in den magnetischen Elementen spielt eine wichtige Rolle bei der Berechnung der Stärke der Störungen. $\beta(s)$ ist in der *x*-Ebene (*y*-Ebene) in den F-Quadrupolen (D-Quadrupolen) maximal und beträgt dort [70]

$$\beta_{\rm Q} = L_{\rm Z} \left(\frac{1 \pm \sin(\Delta \psi/2)}{\sin \Delta \psi} \right) \quad , \tag{A.1}$$

wobei das obere Vorzeichen für die F- und das untere für die D-Quadrupole gilt. In der jeweils anderen Ebene ist das Vorzeichen zu vertauschen. Hierbei ist $\Delta \psi = 2\pi Q/N_Z$ der Phasenvorschub pro FODO-Zelle und N_Z die Zahl der FODO-Zellen mit der Länge L_Z . In der Mitte der Halbzelle beträgt die Betafunktion

$$\beta_{\rm D} = \frac{L_{\rm Z}}{2} \left(\frac{2 - \sin^2(\Delta \psi/2)}{\sin \Delta \psi} \right) \tag{A.2}$$

und ist eine gute Näherung für den Mittelwert von $\beta(s)$ und damit auch für β in den Dipolmagneten.

A.2. Gleichgewichtsbahn

Dipolfeldfehler führen zu einer gestörten Gleichgewichtsbahn. Die wichtigsten Ursachen sind Stellfehler der Quadrupole Δx_Q bzw. Δy_Q , Magnetfeldfehler $\Delta B/B$ oder Längenfehler $\Delta l/l$ der Dipole und Drehungen der Dipole um die longitudinale Achse $\Delta \psi_D$. Der RMS-Wert¹ der Gleichgewichtsbahnstörung beträgt

$$\langle x \rangle^2 = \frac{\bar{\beta}_x}{8\sin^2 \pi Q_x} \left[\sum_Q \beta_x (kl_Q)^2 \left\langle \Delta x_Q \right\rangle^2 + \sum_D \beta_x \alpha^2 \left\langle \frac{\Delta(Bl)}{Bl} \right\rangle^2 \right]$$
(A.3)

$$\langle y \rangle^2 = \frac{\bar{\beta}_y}{8\sin^2 \pi Q_y} \left[\sum_Q \beta_y (kl_Q)^2 \langle \Delta y_Q \rangle^2 + \sum_D \beta_y \alpha^2 \langle \Delta \psi_D \rangle^2 \right] \quad , \tag{A.4}$$

¹Als Abkürzung wird $\langle x \rangle \equiv x_{\rm rms}$ für den RMS-Wert der Variable x verwendet.

wobei α der Ablenkwinkel der Dipolmagnete ist und über alle Quadrupole und Dipole summiert werden muß. Für die Feld- und Justierfehler [92, 118, 64] der ELSA-Magnete wurden die Summen separat für F-, D-Quadrupole sowie für die Dipole gebildet. Da sich β in den Quadrupolen nach (A.1) um einem Faktor 7 unterscheidet, können die Beiträge der D-Quadrupole in der *x*-Ebene und die Beiträge der F-Quadrupole in der *y*-Ebene vernachlässigt werden.

Offensichtlich wird der RMS-Wert der Gleichgewichtsbahnstörung bei ELSA von den Dipolfehlern dominiert (Tab. A.1). Genauere Monte-Carlo-Simulationen der Auswirkung der Fehler auf die Gleichgewichtsbahn mit MAD bestätigen dies [34].

A.3. Dispersionsfunktion

Der RMS-Wert der Störung der horizontalen Dispersionsfunktion lautet [62]

$$\left\langle \Delta D_x \right\rangle^2 = \left\langle x_{\rm co} \right\rangle^2 + \frac{\bar{\beta}_x}{8\sin^2 \pi Q_x} \left[A_x \left\langle x_{\rm Q,S} \right\rangle^2 + B_x \left\langle \Delta x_{\rm Q,S} \right\rangle^2 + C_x \left\langle k_{\rm D} \right\rangle^2 + D_x \left\langle \frac{\Delta k}{k} \right\rangle^2 \right] \tag{A.5}$$

und für die Dispersionsfunktion in der vertikalen Ebene

$$\left\langle \Delta D_y \right\rangle^2 = \left\langle y_{\rm co} \right\rangle^2 + \frac{\beta_y}{8\sin^2 \pi Q_y} \left[A_y \left\langle y_{\rm Q,S} \right\rangle^2 + B_y \left\langle \Delta y_{\rm Q,S} \right\rangle^2 + 4D_y \left\langle \Delta \psi_{\rm Q} \right\rangle^2 \right] \quad , \tag{A.6}$$

wobei $\langle u_{Q,S} \rangle$ der RMS-Wert der Gleichgewichtsbahnstörung in den Quadrupolen bzw. Sextupolen, $\langle \Delta u_{Q,S} \rangle$ die RMS-Stellfehler der Quadrupole bzw. Sextupole, $\langle \Delta \psi_Q \rangle$ der RMS-Drehwinkel der Quadrupole um die *s*-Achse, $\langle k_D \rangle$ der Quadrupolanteil der Dipolmagnete und $\langle \Delta k/k \rangle$ der Gradientenfehler der Quadrupole ist. Hierbei wurden die in (A.5) und (A.6) auftretenden Summen als

$$A_{u} \equiv \sum_{Q,S} \beta_{u} (kl_{Q} - ml_{S}D_{x})^{2} \qquad B_{u} \equiv \sum_{Q} \beta_{u} (kl_{Q})^{2} + \sum_{S} \beta_{u} (ml_{S}D_{x})^{2}$$
$$C_{x} \equiv \sum_{D} \beta_{x} (l_{D}D_{x})^{2} \qquad D_{u} \equiv \sum_{Q} \beta_{u} (kl_{Q}D_{x})^{2}$$

abgekürzt, wobei über die Beiträge aller Dipole, Quadrupole bzw. Sextupole zu summieren ist.

Die Hauptbeiträge für die horizontale Ebene liefern die Gradientenfehler der Quadrupole und Dipole sowie die Strahlposition in den Quadrupolen. In der vertikalen Ebene dominiert der Anteil, der durch die vertikale Strahlposition in den Quadrupolen hervorgerufen wird. Daher kann die Dispersion D_y in der vertikalen Ebene bei einer guten Korrektur der Gleichgewichtsbahn stark reduziert werden.

A.4. Betafunktion

Variationen der Betafunktion werden von Gradientenfehlern $\Delta k/k$ verursacht. Ein Anteil stammt von Unterschieden im Gradienten k oder der Länge l_Q der Quadrupolmagnete. Gradientenfehler können aber auch von Sextupolen hervorgerufen werden, wenn der Strahl im Sextupol eine horizontale Strahlposition x_S besitzt. Außerdem tragen die Justierfehler Δx_S der Sextupole bei. Der RMS-Wert des Beta-Beatings ergibt sich als [61]

$$\left\langle \frac{\Delta\beta_x}{\beta_x} \right\rangle^2 = \frac{1}{8\sin^2 2\pi Q_x} \left[E_x \left\langle \frac{\Delta k}{k} \right\rangle^2 + F_x \left(\langle x_{\rm S} \rangle^2 + \langle \Delta x_{\rm S} \rangle^2 \right) + G \left\langle k_{\rm D} \right\rangle^2 \right] \tag{A.7}$$

$$\left\langle \frac{\Delta\beta_y}{\beta_y} \right\rangle^2 = \frac{1}{8\sin^2 2\pi Q_y} \left[E_y \left\langle \frac{\Delta k}{k} \right\rangle^2 + F_y \left(\langle y_{\rm S} \rangle^2 + \langle \Delta y_{\rm S} \rangle^2 \right) + G \left\langle k_{\rm D} \right\rangle^2 \right] \tag{A.8}$$

wobei die Summen als

$$E_u \equiv \sum_Q (\beta_u k l_Q)^2, \quad F_u \equiv \sum_S (\beta_u m l_S)^2 \quad \text{und} \quad G \equiv l_D^2 \sum_D \beta_x^2$$

definiert sind. Hierbei ist m die Sextupolstärke und l_S die Sextupollänge.

Die Rechnung zeigt, daß der Hauptteil des Beta-Beatings von den Gradientenfehlern verursacht wird. Bei korrigierter Gleichgewichtsbahn tragen die F-Sextupole so wenig zum Beta-Beating bei, daß ihr Betrag vernachlässigt werden kann. Dies gilt auch für die D-Sextupole bei ELSA, da sie normalerweise nur mit sehr kleinen Strömen betrieben werden.

A.5. Arbeitspunktverschiebung

Die zufälligen Gradientenfehler führen zu einer Arbeitspunktverschiebung ΔQ , die sich als [15]

$$\left\langle \Delta Q_u \right\rangle^2 = \frac{1}{\left(4\pi\right)^2} E_u \left\langle \frac{\Delta k}{k} \right\rangle^2$$
 (A.9)

berechnen läßt, wobei nur der dominierende $\Delta k/k$ -Term berücksichtigt wurde. Bei einem Gradientenfehler von $\langle \Delta k/k \rangle = 3 \cdot 10^{-3}$ ergibt sich eine RMS-Verschiebung von $\langle \Delta Q \rangle = 0,026$. Die Breite des ganzzahligen Stoppbandes ist dann 2 $\langle \Delta Q \rangle = 0,052$. Beobachtet werden systematische Verschiebungen von -0,030 in der horizontalen Ebene und 0,021 in der vertikalen Ebene (vgl. Abschnitt 12.4), die in etwa mit dem theoretischen Werten übereinstimmen.

A.6. Kopplung

Die Drehung der Quadrupolmagnete um die *s*-Achse $\Delta \psi_Q$, die vertikale Strahlposition y_S in den Sextupolmagneten und die vertikale Strahlposition in den Dipolen y_D tragen bei ELSA zum Kopplungskoeffizienten $|C^{\pm}|$ bei. Der Betrag der Kopplungskoeffizienten kann als

$$\left\langle |C^{\pm}| \right\rangle^{2} = \frac{1}{\pi^{2}} \left[\sum_{Q} \beta_{x} \beta_{y} (kl_{Q})^{2} \left\langle \Delta \psi_{Q} \right\rangle^{2} + \frac{1}{2} \sum_{S} \beta_{x} \beta_{y} (ml_{S})^{2} \left\langle y_{S} \right\rangle^{2} + \frac{1}{2} \sum_{D} \beta_{x} \beta_{y} (m_{D}l_{D})^{2} \left\langle y_{D} \right\rangle^{2} \right]$$
(A.10)

geschrieben werden [62], wobei über alle Quadrupole, Sextupole bzw. Dipole zu summieren ist.

Die Hauptbeiträge zur Kopplung bei ELSA stammen von einer nicht korrigierten Gleichgewichtsbahn in Elementen mit Sextupolfeldern, d.h. der F-Sextupole zur Chromatizitätskorrektur und den permanent vorhandenen Sextupolfeldern der Vakuumkammer. Der Beitrag der Drehung der Quadrupole $\Delta \psi_Q$ ist vernachlässigbar. Die Korrektur der Gleichgewichtsbahn kann daher die Kopplung deutlich reduzieren.

Fehlerart	Symbol	Wert	$\langle u \rangle$	/mm	$\langle \Delta D_i$	$_{\iota}\rangle/\mathrm{mm}$	$\left\langle \frac{\Delta\beta}{\beta_{i}} \right\rangle$	$\left \frac{u}{u}\right / \%$	$\langle C^{\pm} \rangle$
Ebene			x	y	x	y	x	y	
Justierfehler:		0.2 mm	1.2	1 1	25	1 1			
Sextupole	$\langle \Delta u_{\mathbf{Q}} \rangle$ $\langle \Delta u_{\mathbf{S}} \rangle$	0,2 mm	1,2	1,1	5,5	1,1	0,3	0,04	
Feldfehler:									
Dipole	$\langle \Delta B/B \rangle$	$0,7 \cdot 10^{-3}$	2,6						
Dipole	$\langle \Delta l/l \rangle$	$0,3 \cdot 10^{-3}$	1,1						
Dipole	$\langle \Delta k_{\rm D}/k_{\rm D} \rangle$	$0,9 \cdot 10^{-3}$			74		3,9	4,9	
Quadrupole	$\langle \Delta k/k \rangle$	$3 \cdot 10^{-3}$			37		3,0	3,7	
Drehungen:									
Dipole	$\langle \Delta \psi_{\rm D} \rangle$	0,67 mrad		2,3					
		(0,02 mrad)		(0,0)					
Quadrupole	$\langle \Delta \psi_{\mathbf{Q}} \rangle$	0,3 mrad				6,9			0,0011
Strahlposition:									
Dipole	$\langle y_{\rm D} \rangle$	3,0 mm							0,0056
		(0,3 mm)							(0,0006)
Quadrupole	$\langle u_{\mathbf{Q}} \rangle$	3,0 mm			3+18	3+17			
		(0,3 mm)			(2,1)	(2,0)			
Sextupole	$\langle u_{\mathbf{S}} \rangle$	3,0 mm					4,1	0,6	0,0076
		(0,3 mm)					(0,4)	(0,06)	(0,0008)
Summe			3,1	2,6	85	19	6,4	6,1	0,0096
			(3,1)	(1,1)	(83)	(7,2)	(4,9)	(6,1)	(0,0014)

Tabelle A.1.: Beiträge von Magnet- und Justierfehlern zum RMS-Wert der Gleichgewichtsbahnstörung $\langle u \rangle$, der Dispersionsfunktion $\langle \Delta D_u \rangle$, der Betafunktionsänderung $\langle \Delta \beta_u / \beta_u \rangle$ und des Kopplungskoeffizienten $\langle |C^{\pm}| \rangle$. Als Arbeitspunkte wurde $Q_x = 4,658$ und $Q_y = 4,617$ angenommen, für die Sextupolstärken $m_{\rm SF} = 3 \,\mathrm{m}^{-3}$, $m_{\rm SD} = 0 \,\mathrm{m}^{-3}$, $m_{\rm D} = -0,08 \,\mathrm{m}^{-3}$ und $k_{\rm D} = -7 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{m}^{-2}$. Die Zahlen in Klammern sind die Werte bei korrigierter Gleichgewichtsbahn, bzw. korrigierter Drehung der Dipolmagnete. Die Torsion der Dipole wurde nicht berücksichtigt.

B. Länge der idealen Gleichgewichtsbahn

In diesem Anhang soll die Länge der idealen Gleichgewichtsbahn von ELSA unter Berücksichtigung der Meßwerte der magnetischen Länge der Dipolmagnete berechnet werden. Die magnetoptische Struktur von ELSA besteht aus $N_Z = 16$ FODO-Zellen mit einer Zellenlänge von $L_Z = 10,275$ m (vgl. Abschnitt 3.1.3). Die Länge der idealen Gleichgewichtsbahn

$$\mathcal{C}_0 = \oint \mathrm{d}s \tag{B.1}$$

sollte daher $C_0 = N_Z L_Z = 164,4$ m betragen. Es wurde dabei angenommen, daß die mechanische Länge der Dipolmagnete $l_{mag} = 2,840$ m ist und jeder Dipolmagnet den Strahl um $\alpha = 15^{\circ}$ ablenkt. Mit der Bogenlänge im Dipol und den Längen der dazwischenliegenden geraden Stücken ist die Geometrie der FODO-Zelle von ELSA und damit auch die Länge der idealen Gleichgewichtsbahn festgelegt. Alle Magnete von ELSA wurden basierend auf dieser Geometrie der FODO-Zelle auf Sollposition justiert [91].

Da die Magnete Randfelder besitzen und die effektive Feldlänge l_{eff} größer als die mechanische Länge ist, weicht die wahre Länge der idealen Gleichgewichtbahn vom oben berechneten Wert $C_0 = 164.4 \text{ m}$ ab. Während dies bei den Quadrupolmagneten zu einer Arbeitspunktverschiebung ΔQ und bei den Sextupolmagneten zu einer Chromatizitätsverschiebung $\Delta \xi$ führt, verändert sich die Länge der Gleichgewichtsbahn bei Abweichungen der effektiven Länge der Dipolmagnete. Messungen ergaben eine effektive Feldlänge von $l_{\text{eff}} \approx 2,875 \text{ m}$ [64], die deutlich größer als die mechanische Länge $l_{\text{mag}} = 2,840 \text{ m}$ der Dipole ist. Die magnetische Länge ist außerdem aufgrund von Sättigungseffekten stromabhängig.

Da der Ablenkwinkel jedes Dipols $\alpha = 15^{\circ}$ betragen muß, ergibt sich eine Änderung der Bahnlänge pro Dipol von (s. Abb. B.1)

$$\Delta \mathcal{C} = (L_{\text{mag}} + 2\Delta l) - L_{\text{eff}} \quad , \tag{B.2}$$

wobei die Stecke außerhalb des Magneteisens bis zur Feldkante

$$\Delta l = (\rho_{\rm eff} - \rho_{\rm mag}) \tan \frac{\alpha}{2} \tag{B.3}$$

ist. Hierbei sind ρ_{mag} bzw. ρ_{eff} der mechanische bzw. effektive Krümmungsradius und $L = \rho \alpha$ die jeweilige Bogenlänge im Dipolmagneten. Sie berechnen sich aus der geraden Strecke l mit

$$L = l \frac{\alpha/2}{\sin(\alpha/2)} \quad . \tag{B.4}$$

Die Änderung der Bahnlänge pro Dipolmagnet beträgt damit nach (B.2), (B.3) und (B.4)

$$\Delta C = \left(\rho_{\text{mag}} - \rho_{\text{eff}}\right) \left(\alpha - 2\tan\frac{\alpha}{2}\right) \quad . \tag{B.5}$$

Mit $\alpha = 15^{\circ}$ und den oben angegebenen Längen ergeben sich für die Krümmungsradien $\rho_{mag} = 10,879 \text{ m}$ und $\rho_{eff} = 11,013 \text{ m}$. Damit ist die ideale Gleichgewichtsbahn pro Dipolmagnet um $\Delta C = -202 \,\mu\text{m}$ kürzer. Sie beträgt bei 24 Dipolmagneten und 16 FODO-Zellen

$$C_0 = N_Z L_Z + 24\Delta C = 164,3952 \,\mathrm{m}$$
 (B.6)



Abbildung B.1.: Änderung der Bahn im Dipolmagneten bei Berücksichtigung des Unterschiedes zwischen der mechanischen Länge l_{mag} und der effektiven Feldlänge l_{eff} . Damit der Ablenkwinkel α in beiden Fällen gleich ist, muß das *B*-Feld verändert werden.

Mit Gl. (2.26) ergibt sich daraus eine Frequenz von

$$f_{\rm HF,0} = 499,669\,\rm MHz$$
 (B.7)

bei einer fehlerlosen Maschine. Gemessen wurde bei korrigierter Gleichgewichtsbahn eine Frequenz von $f_{\rm HF} = (499,668 \pm 0,001)$ MHz, die damit sehr gut übereinstimmt (s. Abschnitt 10.1.2). Wäre man von $C_0 = 164.4$ m ausgegangen, so wäre $f_{\rm HF,0} = 499,654$ MHz, was nicht zur Messung paßt.

C. Das Reziprozitätstheorem

Gegeben sei eine Anordnung aus n ideal leitenden Elektroden in einem homogenen Dielektrikum, auf denen sich die Ladungen q_1, q_2, \ldots, q_n befinden. Sie erzeugen die Potentiale $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ auf den Elektroden, wobei φ_i von allen Ladungen q_k mit $k \neq i$ erzeugt wird. Werden andere Ladungen q'_i auf die Elektroden gebracht, so ergeben sich andere Potentiale φ'_i . Das Greensche Reziprozitätstheorem [96] besagt, daß zwischen diesen beiden Anordnungen die Beziehung

$$\sum_{i=1}^{n} q_i \,\varphi_i' = \sum_{i=1}^{n} q_i' \,\varphi_i \tag{C.1}$$

besteht.

Unter Ausnutzung von (C.1) kann die Berechnung der induzierten Ladung auf der Knopfelektrode eines Monitors stark vereinfacht werden. Das zu lösende Problem besteht aus einem geerdeten Monitorgehäuse ($\varphi_1 = 0$), in dem sich der Strahl mit der Ladung $q_3 = q$ an der Stelle (x, y) befindet, der als punktförmige Elektrode angesehen werden kann. Er induziert auf der Innenfläche des Monitorgehäuses die Ladung q_1 und auf der ebenfalls geerdeten Knopfelektrode ($\varphi_2 = 0$) die Ladung $q_2 = Q$ (Abb. C.1(a)).

Beim transformierten Problem liegt das Monitorgehäuse ebenfalls auf Potential Null ($\varphi'_1 = 0$). Setzt man die Knopfelektrode auf das Potential $\varphi'_2 = V$, dann wird sich auf der ungeladenen Elektrode ($q'_3 = 0$) am Ort des Strahls das Potential $\varphi'_3 = \varphi$ einstellen (Abb. C.1(b)). Aus (C.1) folgt dann

$$Q = -\frac{q}{V}\varphi \quad . \tag{C.2}$$

Damit vereinfacht sich die Berechnung der Ladung Q auf der Elektrode, da nur einmal $\varphi(x, y)$ berechnet werden muß, um Q für alle Strahlpositionen zu ermitteln.



(a) Zu lösendes Problem

(**b**) Transformiertes Problem



D. Analytische Berechnung der Elektrodensignale

In diesem Anhang wird die Abhängigkeit der Elektrodensignale von der Strahlposition für die Geometrie des ELSA-BPMs analytisch berechnet. Da die BPM-Elektronik die Amplitude der 500 MHz-Komponente der induzierten Signale mißt, die Ausdehnung der Elektrode klein gegenüber der Wellenlänge der 500 MHz-Komponente ist und das elektrische Feld im Laborsystem rein transversal gerichtet ist, braucht nicht das komplette dreidimensionale zeitabhängige Problem gelöst werden, sondern es reicht, ein zweidimensionales zeitunabhängiges elektrostatisches Problem zu lösen (vgl. Abschnitt 4.4 und [24, 52]).

D.1. Koordinatensystem

Die Innenkontur des ELSA-Monitors wird von einem Kreisbogenpolygon aus vier Kreisbögen gebildet, welches in guter Näherung durch eine Ellipse approximiert werden kann. Zur Vereinfachung der Rechnung wird daher ein zweidimensionales elliptisches Koordinatensystem verwendet (Abb. D.1). Die kartesischen Koordinaten x und y hängen mit den Transformationsgleichungen [109]

$$\begin{aligned} x &= f \cosh \xi \cos \eta \quad , \\ y &= f \sinh \xi \sin \eta \end{aligned}$$
 (D.1)

von den Koordinaten ξ und η ab, wobei $\xi \ge 0$ und $0 \le \eta < 2\pi$ ist. Für konstantes ξ beschreibt (D.1) Ellipsen mit der großen Halbachse $a = f \cosh \xi$ bzw. kleinen Halbachse $b = f \sinh \xi$, während Kurven mit konstantem η Hyperbeln sind. Die Brennpunkte $F_{1,2}$ liegen an den Punkten ($\pm f$, 0), wobei $f = \sqrt{a^2 - b^2}$ ist. Die Koordinate der Innenkontur der Kammer beträgt $\xi_0 = \tanh^{-1}(b/a)$.



Abbildung D.1.: Elliptisches Koordinatensystem zur analytischen Berechnung der Elektrodensignale. Die Innenkontur des ELSA-BPMs wird als eine Ellipse mit konstantem ξ_0 genähert.

D.2. Laplace-Gleichung in elliptischen Koordinaten

Das zu lösende Problem besteht darin, die induzierte Ladung Q auf der Elektrode zu berechnen, wenn sich die Ladung q am Ort (ξ , η) befindet. Die Elektrode befindet sich an der Stelle (ξ_0 , η_0) und besitzt die Ausdehnung $\Delta \eta$. Unter Ausnutzung des Reziprozitätstheorems (Anhang C) kann das Problem auf die Lösung der zweidimensionalen Laplace-Gleichung in elliptischen Koordinaten

$$\Delta\varphi(\xi,\eta) = 0 \tag{D.2}$$

mit Dirichletschen Randbedingungen reduziert werden. Nimmt man für das Potential φ den Separationsansatz

$$\varphi(\xi,\eta) = A \Xi(\xi) H(\eta) \tag{D.3}$$

mit der noch zu bestimmenden Konstante A an, so ergibt sich nach der Transformation des Laplace-Operators in elliptische Koordinaten die Gleichung [109]

$$\frac{1}{f^2(\sinh^2\xi + \sin^2\eta)} \left(\frac{1}{\Xi} \frac{d^2\Xi}{d\xi^2} + \frac{1}{H} \frac{d^2H}{d\eta^2}\right) = 0 \quad . \tag{D.4}$$

Die Separation der beiden Terme führt zu den zwei entkoppelten Differentialgleichungen für trigonometrische bzw. hyperbolische Funktionen

$$\frac{\mathrm{d}^2 H(\eta)}{\mathrm{d}\eta^2} + p^2 H(\eta) = 0 \quad \text{und} \tag{D.5}$$

$$\frac{d^2 \Xi(\xi)}{d\xi^2} - p^2 \Xi(\xi) = 0$$
 (D.6)

mit der Separationskonstante p^2 . Die Lösungen von (D.5) und (D.6) lauten

$$H_p(\eta) = B_{p,1} \sin p\eta + B_{p,2} \cos p\eta \quad , \tag{D.7}$$

$$\Xi_p(\xi) = C_{p,1} \sinh p\xi + C_{p,2} \cosh p\xi \tag{D.8}$$

und die allgemeine Lösung des Potentialproblems ist daher die Summe

$$\varphi(\xi, \eta, z) = \varphi_0 + k_1 \eta + k_2 \xi + \sum_{p=1}^{\infty} \Xi_p(\xi) H_p(\eta)$$
, (D.9)

wobei die Terme φ_0 , $k_1\eta$ und $k_2\xi$ addiert werden können, da (D.4) nur 2. Ableitungen enthält. Die unbekannten Parameter des Problems werden durch die Randbedingung, d.h. durch das Potential auf der Kammerwand und der Elektrode, festgelegt. Die Elektrode befindet sich auf einem festen Potential V und der restliche Teil der Kammer auf Potential Null (s. Abb. D.2). Es ist daher

$$\varphi(\xi_0,\eta) = \begin{cases} V & \text{für } \eta_0 - \frac{\Delta\eta}{2} < \eta < \eta_0 + \frac{\Delta\eta}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(D.10)

Im folgenden sollen die unbekannten Konstanten $B_{p,1}, B_{p,2}, C_{p,1}, C_{p,2}, \varphi_0, k_1$ und k_2 bestimmt werden.

D.3. Lösung

An die allgemeine Lösung (D.9) muß die Forderung nach Stetigkeit im Potential φ und der ersten Ableitung $\partial \varphi / \partial \xi$ an der inneren Linie mit $\xi = 0$ gestellt werden, d.h. es muß

$$\varphi(\xi,\eta)|_{\xi=0} = \varphi(\xi,2\pi-\eta)|_{\xi=0} \tag{D.11}$$



Abbildung D.2.: Potentialverteilung auf der Innenkontur der Kammerwand ($\xi = \xi_0$).

und

$$\left. \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, \eta) \right|_{\xi=0} = - \left. \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, 2\pi - \eta) \right|_{\xi=0}$$
(D.12)

gelten. Dies kann nur erfüllt werden, wenn $k_1 = 0$, $k_2 = 0$, $C_{p,1}B_{p,2} = 0$ und $C_{p,2}B_{p,1} = 0$ für alle p ist. Die allgemeine Lösung hat daher die Form

$$\varphi(\xi,\eta) = \varphi_0 + \sum_{p=1}^{\infty} \left[A_{p,1} \cosh(p\xi) \cos(p\eta) + A_{p,2} \sinh(p\xi) \sin(p\eta) \right] \quad . \tag{D.13}$$

Die Konstanten $A_{p,1} = C_{p,2}B_{p,2}$, $A_{p,2} = C_{p,1}B_{p,1}$ und φ_0 erhält man durch Vergleich der Fourier-Entwicklung des Randpotentials (D.10) mit (D.13). Da $\varphi(\xi_0, \eta)$ periodisch in η ist, kann man $\varphi(\xi_0, \eta)$ in eine Fourier-Reihe

$$\varphi(\xi_0, \eta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(n\eta) + b_n \sin(n\eta) \right]$$
(D.14)

mit den Fourier-Koeffizienten

$$a_{n} = \frac{1}{\pi} \int_{\eta=0}^{2\pi} \varphi(\xi_{0}, \eta) \cos(n\eta) \, \mathrm{d}\eta \,, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{und}$$

$$b_{n} = \frac{1}{\pi} \int_{\eta=0}^{2\pi} \varphi(\xi_{0}, \eta) \sin(n\eta) \, \mathrm{d}\eta \,, \quad n = 1, 2, \dots \,,$$
 (D.15)

entwickeln. Für die Koeffizienten ergibt sich

$$a_{0} = \frac{V\Delta\eta}{\pi} ,$$

$$a_{n} = \frac{2V}{\pi n} \sin\left(n\frac{\Delta\eta}{2}\right) \cos(n\eta_{0}) \quad n = 1, 2, \dots ,$$

$$b_{n} = \frac{2V}{\pi n} \sin\left(n\frac{\Delta\eta}{2}\right) \sin(n\eta_{0}) \quad n = 1, 2, \dots$$
(D.16)

und daher für die Fourier-Reihe von $\varphi(\xi_0,\eta)$ auf der Innenkontur

$$\varphi(\xi_0,\eta) = \frac{V}{\pi} \frac{\Delta\eta}{2} \left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\frac{\Delta\eta}{2}\right)}{n\frac{\Delta\eta}{2}} n\frac{\Delta\eta}{2} \cos n(\eta - \eta_0) \right] \quad . \tag{D.17}$$

Der Vergleich mit (D.13) liefert dann das gesuchte Potential (vgl. auch [17])

$$\varphi(\xi,\eta) = \frac{V}{\pi} \frac{\Delta\eta}{2} \left[1 + 2\sum_{p=1}^{\infty} \frac{\sin\left(p\frac{\Delta\eta}{2}\right)}{p\frac{\Delta\eta}{2}} \varphi_p(\xi,\eta) \right] \quad \text{mit}$$
(D.18)

$$\varphi_p(\xi,\eta) = \frac{\cosh(p\xi)}{\cosh(p\xi_0)}\cos(p\eta)\cos(p\eta_0) + \frac{\sinh(p\xi)}{\sinh(p\xi_0)}\sin(p\eta)\sin(p\eta_0) \quad . \tag{D.19}$$

D.4. Elektrodenladung

Eine zeitlich veränderliche Ladung q(t) an der Position (ξ, η) induziert auf der Elektrode die Ladung Q(t), die mittels dem in Anhang C erläuterten Reziprozitätstheorem

$$Q(\xi, \eta, t) = -\frac{q(t)}{V}\varphi(\xi, \eta)$$
(D.20)

berechnet werden kann. Der von der Elektrode in die Elektronik fließende Strom ist dann

$$I(\xi,\eta,t) = \dot{Q}(\xi,\eta,t) \quad . \tag{D.21}$$

Bei kleinen Elektroden ist nach (D.18) der Strom I proportional zur Elektrodengröße $\Delta \eta$. Da die Elektronen hochrelativistisch sind, kann der Gesamtstrom I_{ges} der gesamten Elektrode als Integral über die verschiedenen Elektrodenbreiten $\Delta \eta$ in longitudinaler Richtung nach (6.19) berechnet werden. Die Signale der anderen Elektroden ergeben sich aus $\varphi(\xi, \eta)$ und Koordinatenspiegelung am Koordinatenursprung. Aus (4.29) bis (4.31) ergeben sich dann die Signale Σ , Δ_x und Δ_y sowie die Quotienten q_x und q_y nach (4.33). Ein Beispiel für die Monitorgeometrie mit DESY-Elektroden zeigt Abb. D.3.



Abbildung D.3.: Analytisch berechnete Quotienten q_x und q_y für den ELSA-Strahllagemonitor mit DESY-Elektroden. Der Abstand der Isolinien beträgt 0,05 (vgl. Abb. 6.1). Die Parameter sind $a = 51,78 \text{ mm}, b = 22,30 \text{ mm}, \Delta \eta = 0,4$ und 21 Schnitte in *s*-Richtung.

E. Parameter der Skew-Quadrupole

Im folgenden werden die magnetischen und mechanischen Eigenschaften der beiden Skew-Quadrupolmagnete von ELSA diskutiert. Skew-Quadrupole sind um 45° gedrehte Quadrupole, die dazu eingesetzt werden, um die von Stell- und Justierfehlern der Magnete verursachte Kopplung zwischen horizontaler und vertikaler Ebene im Beschleuniger zu kompensieren. Das Magnetfeld eines Skew-Quadrupols beträgt

$$\vec{B}(x,y) = \underline{g} \begin{pmatrix} -x \\ +y \end{pmatrix}$$
, (E.1)

wobei der Skew-Quadrupolgradient $\underline{g} = \frac{\partial B_x}{\partial x}$ ist, aus dem sich die Skew-Quadrupolstärke $\underline{k} = \frac{e}{p}\underline{g}$ berechnen läßt.

Wie in Abschnitt 13.4 erläutert wurde, liegen die Einbauorte der Magnete GQ32 und GQ1 noch innerhalb der Injektionsbeule von ELSA. Um Lebensdauer bzw. Transfereffizienz nicht zu reduzieren, dürfen sie weder eine Aperturlimitierung für den umlaufenden noch eine für den neu injizierten Elektronenstrahl darstellen. Es wurden daher Magnete mit einer Apertur von a = 50 mm ausgewählt (Abb. E.1(a)). Die für die Akzeptanz von ELSA wichtige Apertur der runden Vakuumkammer in den Magneten beträgt 45 mm und führt zu keiner Beeinträchtigung der Injektion.

Die Skew-Quadrupolmagnete haben eine Eisenlänge von $l_{mag} = 400 \text{ mm}$ und besitzen an den Polschuhenden keine Profiländerung zur Verbesserung der Feldqualität. Da sie aus 1 mm dicken Lamellen zusammengesetzt sind, bleiben Wirbelstromverluste bei schnellen Stromänderungen gering. Sie können daher prinzipiell zur Kopplungskorrektur während der Beschleunigungsphase verwendet werden.



(a) Querschnitt

(b) Magnetfeldlinien



Die beiden wichtigsten Parameter der Skew-Quadrupole sind die Skew-Quadrupolstärke k und die effektive Feldlänge l_{eff} , die die Brennweite $f = 1/(\underline{k}l)$ des Quadrupols bestimmen und damit die Matrixelemente der 4×4 -Transfermatrix eines dünnen Skew-Quadrupols [29]

$$M_{\rm sq} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -\underline{k} & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ -\underline{k} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(E.2)

beeinflussen. Sie sollen im folgenden diskutiert werden.

E.1. **Effektive Feldlänge**

Die effektive Feldlänge l_{eff} eines Skew-Quadrupolmagneten mit dem Skew-Gradienten <u>g</u> ist definiert als

$$l_{\rm eff} = \frac{1}{\underline{g}_0} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{g}(s) \,\mathrm{d}s \quad , \tag{E.3}$$

wobei \underline{g}_0 der Gradient im Zentrum des Magneten ist. Sie läßt sich unter den Annahmen, daß $l_{\text{mag}} \gg a$ gilt und der Magnet nicht in Sättigung ist, mit

$$l_{\rm eff} \approx l_{\rm mag} + a = 450\,\rm mm \tag{E.4}$$

aus der Eisenlänge $l_{\text{mag}} = 400 \,\text{mm}$ und der Apertur $a = 50 \,\text{mm}$ approximieren [14]. Diese beiden Bedingungen treffen für die Skew-Quadrupole zu.

E.2. Skew-Quadrupolstärke

Der zweite Faktor in der Brennweite f ist die Skew-Quadrupolstärke <u>k</u>, die über die Gleichung $\underline{k} = \frac{e}{p} \underline{g}$ mit dem Skew-Gradienten des Quadrupols in Verbindung steht. Der theoretische Gradient eines ungedrehten Quadrupols läßt sich aus Strom I, Apertur¹ a und Windungszahl n mit

$$g_{\text{theo}} = \frac{2\mu_0 nI}{a^2} = 3,298 \,\text{T/m}$$
 (E.5)

berechnen [116], wobei eine Windungszahl von n = 33, ein Strom von $I = 100 \,\mathrm{A}$ und unendliche Permeabilität des Eisens angenommen wurde.

Zur genaueren Berechnung von g wurde das Magnetfeld der Skew-Quadrupolmagnete unter Annahme einer typischen Permeabilitätskurve mit POISSON [72] bestimmt (s. Abb. E.1(b)). Die Geschwindigkeit und Genauigkeit der Rechnung kann bei Ausnutzung der Spiegelsymmetrie des Magneten erheblich gesteigert werden. Die Rechnung ergibt

$$g_{\rm sim} = 3,279 \,{\rm T/m}$$
 (E.6)

und ist im Vergleich zu (E.5) aufgrund der endlichen Permeabilität μ etwas geringer. Der Skew-Gradient \underline{g} kann durch Messung von $\underline{g} = \frac{\partial B_y}{\partial y}$ oder $\underline{g} = -\frac{\partial B_x}{\partial x}$ bestimmt werden. Der Einfachheit halber wurde jedoch der Gradient $g = \frac{\partial B_y}{\partial x}$ des ungedrehten Quadrupols ermittelt, da $\underline{g} = g$ ist.

¹Da der Radius *a* quadratisch in den Gradienten eingeht, wurde er mit einer Mikrometerschraube exakt ausgemessen. Der volle Polschuhabstand 2a schwankte zwischen 100,2 mm und 100,3 mm.

Hierzu wurde das vertikale Magnetfeld B_y des *ungedrehten* Quadrupols als Funktion der horizontalen Position x und des Stroms I gemessen (Abb. E.2). Da im eisenfreien Raum $\frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial y}$ gilt, reicht zur Bestimmung von g die Messung in einer Ebene aus. Hierzu wurde ein paßgenauer quaderförmiger Einsatz mit quadratischem Querschnitt angefertigt und an mehreren Punkten auf der x-Achse das vertikale Magnetfeld B_y im Magnetinneren mit einer Hall-Sonde gemessen. Aus dem Spannungsabfall an einem Präzisionsmeßwiderstand wurde der Strom I bestimmt. Man erkennt, daß im relevanten Strombereich die Sättigungseffekte keine Rolle spielen.

Die Betatronkopplung, die durch Drehung der Quadrupole um die *s*-Achse und vertikale Strahlablagen in Sextupolen hervorgerufen wird, ist relativ schwach. Daher reichen zur Kopplungskorrektur im allgemeinen Ströme von I < 10 A aus. Bei diesen Strömen sind Sättigungseffekte im Magneten vernachlässigbar und es kann eine einfache Geradenanpassung zur Ermittlung von *g* verwendet werden. Bezogen auf einen Ström von I = 100 A ergibt sich

$$B_y(I,x) = (3,260 \pm 0,016) \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{m}} x + (2,6 \pm 3,0) \mathrm{mT}$$
 (E.7)

Trotz fehlender Daten der magnetischen Eigenschaften des Magneteisens beträgt die Abweichung zwischen Theorie (E.6) und Messung (E.7) nur $\Delta g/g = 1,1$ %. Aus dem Gradienten ergibt sich für die Skew-Quadrupolstärke bei I = 100 A

$$\underline{k} = k = \frac{e}{p}g = (0.814 \pm 0.004) \,\mathrm{m}^{-2}$$

Zur Bestimmung des zur Kompensation der Differenzresonanz notwendigen Stroms der Skew-Quadrupole wurde in einer Simulation mit dem Programm MAD [36] die Kopplung κ bei den typischen Stell- und Magnetfehlern von ELSA bestimmt. Die Rechnung ergab, daß bis zu einer Energie von 3,5 GeV ein Strom von 15 A immer für eine vollständige Kompensation ausreichend sein sollte. Erste Erfahrungen mit den Magneten zeigten, daß diese Einschätzung richtig war. So betragen die Ströme zur Kompensation der Differenzresonanz bei einer Energie von 2,3 GeV $I_{GQ32} = 2,8$ A bzw. $I_{GQ1} = 4,3$ A (vgl. Abschnitt 13.5.3).



Abbildung E.2.: Magnetfeld B_y des ungedrehten Quadrupols als Funktion des Stroms I und verschiedener horizontaler Positionen x für die vertikale Position y = 0 mm.

F. Formelzeichen

Symbol	Beschreibung
b_i	Abschwächungsfaktor der Elektrode
В	Magnetfeld
В	Bandbreite
C^{\pm}	Kopplungskoeffizient
$C_{\mathbf{q}}$	Quantenkonstante ($C_q = 3,8319 \cdot 10^{-13} \text{ m}$)
$\mathcal{C}_0, \mathcal{C}$	Länge der idealen bzw. gestörten Gleichgewichtsbahn
$\mathbf{C}, \widetilde{\mathbf{C}}, \overline{\mathbf{C}}$	theoretische, reale bzw. gemessene Response-Matrix
$D_u(s)$	Dispersionsfunktion
e_i	Abschwächungsfaktor der Elektronik und der Kabel
E	Energie
$f_{ m HF,0},f_{ m HF}$	theoretische bzw. reale HF-Frequenz für $\delta_p=0$
$f_0 = f_{ m HF}/h$	Umlauffrequenz
$f_{ m c}$	zentrale Frequenz
F(s)	Feldfehlerfunktion
$F_i, ilde{F}_i$	ideale bzw. reale Signalfunktion für punktförmigen Strahl
$G_i, ilde G_i$	ideale bzw. reale Signalfunktion für diffusen Strahl
g, \underline{g}	normaler Gradient bzw. Skew-Gradient
$g_i = b_i e_i$	Abschwächungsfaktor
h	Harmonischenzahl
Ib	Strahlstrom
Ie	Strom auf Elektrode
$k_u(x,y)$	Monitorkonstante
$k = \frac{e}{p} \frac{\mathrm{d}B_y}{\mathrm{d}x}$	Quadrupolstärke
k _D	Quadrupolstärke der Dipolmagnete
$K_u(s)$	Fokussierungsfunktion
$l_{\rm eff}, l_{\rm mech}$	effektive Feldlänge bzw. mechanische Länge
$L_{\rm Z} = C/N_{\rm Z}$	Länge einer FODO-Zelle
$m = \frac{e}{n} \frac{\mathrm{d}^2 B_y}{\mathrm{d} x^2}$	Sextupolstärke
$m_{\rm e}$	Elektronenmasse $(510,9991 \text{ keV/c}^2)$
$m_{\mathrm{F}}, m_{\mathrm{D}}, m_{\mathrm{X}}, m_{\mathrm{Dip}}$	Sextupolstärke der F-, D-, EX-Sextupole bzw. Dipolmagnete
N .	Superperiodizität
N_{Z}	Anzahl der FODO-Zellen
$N_{\rm b}, N_{\rm c}, N_{\rm Q}$	Anzahl der Monitore, Korrektoren bzw. Quadrupole
$p = eB\rho, p_0$	Impuls bzw. Sollimpuls
\vec{p}	Parameter der Optik
q = -e	Ladung (des Elektrons)
$q_u = \Delta_u / \Sigma$	elektrische Koordinate
q_{e}	Ladung auf Elektrode
Q_u	Arbeitspunkt
R_u	Verstärkungsfaktor
s	azimutale Koordinate

Symbol	Beschreibung
S	Skew-Signal
$T_0 = T_{\rm HF}h$	Umlaufszeit
$T_{ m HF}$	HF-Periode
$T_{ m m}$	Meßintervall
$T_{ m s}$	Abtastintervall
$u \in \{x, y\}$	transversale Koordinate
$u_{b} \in \{x_{b}, y_{b}\}$	Strahlposition
$u_eta(s)$	Betatronschwingung
$u_{ m co}(s)$	Gleichgewichtsbahnstörung
$u_{\mathbf{D}}(s)$	Dispersionsbahn
$\Delta u_{ m Off}$	Nullpunktsverschiebung des BPMs
$\Delta u_{ m Q}$	Stellfehler der Quadrupole
$U_i, \tilde{U}_i = g_i U_i$	ideale bzw. reale Elektrodenspannung
<i>x</i> , <i>x</i> _b	horizontale Koordinate bzw. horizontale Strahlposition
<i>у</i> , <i>у</i> ь	vertikale Koordinate bzw. vertikale Strahlposition
$u_{\mathbf{Q}}, u_{\mathbf{S}}$	Strahlposition in Quadrupol, Sextupol
$Z_{ m c}$	Wellenwiderstand
Z_{\parallel}	longitudinale Transferimpedanz
$\alpha = l/\rho$	Ablenkwinkel der Dipolmagnete
$lpha_u(s)$	Alpha-Funktion
α_{c}	Momentum-Compaction-Faktor
eta = v/c	relativistischer Faktor
$eta_u(s)$	Beta-Funktion
γ	Lorentz-Faktor
$\gamma_u(s)$	Gamma-Funktion
$\delta(t)$	Diracsche Delta-Funktion
$\delta_p = \Delta p / p$	relative Impulsabweichung
Δ_u	Differenzsignal
ϵ_0, ϵ_u	natürliche Emittanz bzw. Emittanz in u-Ebene
ε	Resonanzstärke
$\eta_u(\phi) = u(s)/\sqrt{\beta_u(s)}$	normierte Amplitude
$\eta = \eta_{ m mikro} \eta_{ m makro}$	Tastverhältnis (mikroskopisch, makroskopisch)
Θ	azimutale Koordinate
$\Theta_u \equiv u'$	Ablenkwinkel
$\kappa = \epsilon_y / \epsilon_x$	Emittanzkopplung
$\lambda = I_{\rm b}/v$	Linienladungsdichte
$\xi_u, \xi_{u,0}$	Chromatizität bzw. natürliche Chromatizität
ρ	Ladungsdichte
ρ	Krümmungsradius der Dipolmagnete
Σ	Summensignal
σ_u	Strahlbreite
σ_s	Bunchlänge
σ_{δ}	Energiebreite
$\phi_u = \psi_u(s)/Q_u$	normierte Phase
arphi	Potential der Elektrode
$\psi_u(s)$	Phasenfunktion
ψ	Drehwinkel um s-Achse

Literaturverzeichnis

- ALTHOFF, K.-H.; ET AL.: The 2.5 GeV Electron Synchrotron of the University of Bonn. Nucl. Inst. Meth., 61 (1968) 1.
- [2] ANTON, G.; ET AL.: Proposal to measure the Drell-Hearn-Gerassimov Sum Rule, 1992.
- [3] ARNAUDON, L.; BEURET, A.; DEHNING, B.; PLACIDI, M.; SCHMIDT, R.: A New Technique to Center the LEP Beam in a Quadrupole. In: Parthé [81], S. 120–125. PS/93-35 (BD).
- [4] ASVANY, O.: Strahllagemessung in Elektronenbeschleunigern zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn und ihre Anwendung zur Minimierung der vertikalen Strahlemittanz. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1998. BONN-IB-98-11.
- [5] AUTIN, B.; MARTI, Y.: Closed orbit correction of A.G. machines using a small number of magnets. Techn. Ber. CERN ISR-MA/73-17, CERN, 1973.
- [6] BARGMANN, V.; MICHEL, L.; TELEGDI, V.: Precession of the Polarisation of Particles Moving in a Homogeneous Electromagnetic Field. Phys. Rev. Let., 2 (1959)(10) 435.
- [7] BÜCKING, H.; HUMPERT, M.: COPS Computer Operated Power Supply. Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1996.
- [8] BIAGINI, M.; GUIDUCCI, S.; PREGER, M.; SERIO, M.; TAZZARI, S.: Observation of Ion Trapping in ADONE. In: Proceedings of the XI-th International Conference on High Energy Accelerators, S. 687 ff. 1980.
- [9] BISCARDI, R.; BITTNER, J.: Switched Detector for Beam Position Monitor. In: Proc. of the IEEE Part. Accel. Conf. (Hrsg. BENNETT, F.; KOPTA, J.), S. 1516–1518. 1989.
- [10] BOCCHETTA, C.: Lifetime and beam quality. In: Synchrotron Radiation and Free Electron Lasers (Hrsg. TURNER, S.), CERN Accelerator School, S. 221 ff. CERN, 1998. CERN 98-04.
- [11] BOCCHETTA, C.: Review of Orbit Control. In: Myers [78], S. 28–32.
- [12] BONIN, U.: Ein Synchrotronlichtmonitor f
 ür die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1997. BONN-IB-97-05.
- [13] BRONSTEIN, I.; SEMENDJAJEW, K.: *Taschenbuch der Mathematik*. Thun, Frankfurt/Main: Harri Deutsch, 20. Aufl., 1981.
- [14] BRYANT, P.: Introduction to Transfer Lines and Circular Machines. Techn. Ber. CERN 84-04, CERN, 1984.
- [15] BRYANT, P.; JOHNSEN, K.: The Principles of Circular Accelerators and Storage Rings. Cambridge: Cambridge University Press, 1. Aufl., 1993.
- [16] CHAO, A.; TIGNER, M.: Handbook of Accelerator Physics and Engineering. Singapur: World Scientific, 1998.

- [17] CHUNG, Y.: Analysis of the Beam Position Measurement with Button-type Pickups in the APS. In: Accelerator Instrumentation (Hrsg. MCCRORY, E.), AIP Conf. Proc. No. 229, S. 218 ff. American Institute of Physics, 1990.
- [18] CHUNG, Y.: BPM Button Characterization for Offset Calibration. Techn. Ber. LS-193, APS, 1992.
- [19] CHUNG, Y.; DECKER, G.: Offset Calibration of the Beam Position Monitor Using External Means. In: Accelerator Instrumentation (Hrsg. BARRY, W.; KLOEPPEL, P.), AIP Conf. Proc. No. 252, S. 217–224. American Institute of Physics, 1991.
- [20] CORBETT, W.; HETTEL, R.; NUHN, H.: *Quadrupole Shunt Experiments at SPEAR*. Techn. Ber. PUB 7162, SLAC, 1996.
- [21] CORBETT, W.; ROBIN, D.; SAFRANEK, J.; ZIEMANN, V.: Debugging real accelerators. Part. Accel., 58 (1997) 193.
- [22] COURANT, E.; RUTH, R.: Acceleration of Polarized Protons. Techn. Ber. 51270, BNL, 1980.
- [23] COURANT, E.; SNYDER, H.: Theory of the Alternating-Gradient Synchrotron. Annals of Physics, 3 (1958) 1.
- [24] CUPÉRUS, J.: Monitoring of Particle Beams at High Frequencies. Nucl. Inst. Meth., 145 (1977) 219.
- [25] DOLL, D.: Das Compton-Polarimeter an ELSA. Dissertation, Universität Bonn, 1998. BONN-IR-98-08.
- [26] DÔME, G.: Basic RF Theory, Waveguides and Cavities. In: RF Engineering for Particle Accelerators, Vol. I (Hrsg. TURNER, S.), CERN Accelerator School, S. 1–96. CERN, 1992.
- [27] DREIST, A.: Simulationsrechnungen für eine langsame Resonanzextraktion am Stretcherring ELSA. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1984. BONN-IR-84-20.
- [28] DREIST, A.: Das Injektionssystem des Stretcherringes ELSA. Dissertation, Universität Bonn, 1989. BONN-IR-89-26.
- [29] EDWARDS, D.; SYPHERS, M.: An Introduction to the Physics of High Energy Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [30] FITZGERALD, J.; MARTLEW, B.; QUINN, P.; SMITH, S.: An Analysis of the Operational Performance of the Automatic Global Horizontal Beam Position Control System of the SRS at Daresbury. In: Proc. of the IEEE Part. Accel. Conf. (Hrsg. GENNARI, L.; ET AL.). 1995.
- [31] FRIEDL, J.: Bau und Test eines Ejektormagneten sowie des dazugehörigen Strompulsers für die Extraktion aus dem Bonner 2.5 GeV Elektronensynchrotron für ELSA. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1986. BONN-IR-86-10.
- [32] FROISSART, M.; STORA, R.: Depolarisation d'un faisceau des protons polarisés dans un synchrotron. Nucl. Inst. Meth., 7 (1960) 297.
- [33] GAROBY, R.: Low level RF building blocks. In: RF Engineering for Particle Accelerators, Vol. II (Hrsg. TURNER, S.), CERN Accelerator School, S. 428–457. CERN, 1992.
- [34] GENTNER, M.: Der Closed-Orbit der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA: Simulation, Messung und Korrektur. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1995. BONN-IB-95-37.

- [35] GENTNER, M.: Präparation von Teilchenstrahlen für Experimente der Hadronenphysik: langsame Extraktion an ELFE@DESY und ELSA, sowie Strahlkühlung an HERA. Dissertation, Universität Bonn, 1999. BONN-IR-99-01.
- [36] GROTE, H.; ISELIN, C.: The MAD Program (Methodical Accelerator Design) Version 8.16 User's Reference Manual. Techn. Ber. CERN 90-13 (AP) (Rev. 4), CERN, 1995.
- [37] GRUHLE, W.: Elektronisches Messen. Berlin Heidelberg New York: Springer, 1. Aufl., 1987.
- [38] GÖTZ, T.: Vollautomatische Messung des ELSA-Arbeitspunktes mit "EPOS". Diplomarbeit, Universität Bonn, 1990. BONN-IR-90-50.
- [39] GÖTZ, T.: Entwicklung und Inbetriebnahme eines verteilten Rechnerkontrollsystems zur Steuerung der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA, unter besonderer Berücksichtigung der Anforderungen des Nachbeschleunigungsbetriebs bis 3.5 GeV. Dissertation, Universität Bonn, 1995. BONN-IR-95-03.
- [40] GUIGNARD, G.: Effets des champs magnetiqués perturbateurs d'un synchrotron sur l'orbite fermée et les oscillations betatroniques, ainsi que leur conpensation. Techn. Ber. CERN 70-24, CERN, 1970.
- [41] GUIGNARD, G.: The Closed Orbit Measurements as a Diagnostic Tool for Localisation and Correction of Misalignments in the ISR. Techn. Ber. CERN ISR-BOM/80-21, CERN, 1980.
- [42] GUIGNARD, G.: Betatron coupling and related impact of radiation. Phys. Rev. E, 51 (1995)(6) 6104.
- [43] HALBACH, K.: Description of Beam Position Monitor Signals with Harmonic Functions and their Taylor Series Expansion. Nucl. Inst. Meth. A, 260 (1987) 14.
- [44] HEIMERMANN, D.: Quantitative Röntgenfluoreszenzanalyse mit Synchrotronstrahlung. Dissertation, Universität Bonn, 1995.
- [45] HEISTERHAGEN, R.: Entwicklung eines neuartigen Emittanzmonitors mit elektrostatischen Elektroden. Dissertation, Universität Dortmund, 1993.
- [46] HERB, S.; JACZKO, G.; WILLEKE, F.: Beam-Based Calibration of Beam Position Monitor Offsets in the HERA Proton Ring using Strong Sextupole Fields. In: Proceedings of the Second European Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators (Hrsg. HERB, S.), S. 41–43. Travemünde: DESY, 1995. M-95-07.
- [47] HETTEL, R.: Review of synchrotron beam stability and stabilizing systems. Rev. Sci. Instrum., 60 (1989)(7) 1501.
- [48] HILLERT, W.: persönliche Mitteilung.
- [49] HOFFMANN, M.: Bau und Test gepulster Quadrupolmagnete zur Querung intrinsischer depolarisierender Resonanzen in ELSA. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1998. BONN-IR-98-10.
- [50] HUSMANN, D.; SCHWILLE, W.: ELSA die neue Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage. Phys. Blätter, 44 (1988)(2) 40.
- [51] JACKSON, J.: Klassische Elektrodynamik. Berlin New York: de Gruyter, 1. Aufl., 1981.
- [52] JANKOWIAK, A.: Kalibration der DELTA-Strahllagemonitore. Diplomarbeit, Universität Dortmund, 1994.

- [53] JANKOWIAK, A.; STENGER, C.; WEIS, T.; WILLE, K.: *The DELTA Beam-Based BPM Calibration System*. In: *Accelerator Instrumentation* (Hrsg. HETTEL, R.; SMITH, S.; MASEK, D.), AIP Conf. Proc. No. 451, S. 348–355. American Institute of Physics, 1998.
- [54] KADEN, H.: Wirbelströme und Schirmung in der Nachrichtentechnik. Berlin Heidelberg: Springer, 1959.
- [55] KEIL, J.: Aufbau eines breitbandigen Intensitätsmonitors zur Messung, Überwachung und Optimierung der ELSA-Füllstruktur. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1994. BONN-IB-94-18.
- [56] KEIL, J.: Spezifikationen für die Entwicklung einer Elektronik für die ELSA-Strahllagemonitore. Interner Bericht, 1995.
- [57] KEIL, J.; DIETRICH, J.; MOHOS, I.: Closed-Orbit Correction Using the New Beam Position Monitor Electronics of ELSA Bonn. In: Proceedings of the Fourth European Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators. Daresbury: SRS, 1999. In Vorbereitung.
- [58] KEIL, J.; DIETRICH, J.; MOHOS, I.: Control and data processing of the distributed 500 MHz narrowband beam position monitor system of ELSA. In: Proc. of the IEEE Part. Accel. Conf. (Hrsg. LUCCIO, A.; MACKAY, W.), S. 2054–2056. 1999.
- [59] KEIL, J.; HUSMANN, D.: Beam-Based Calibration of the Linear Optics Model of ELSA. In: Proc. of the IEEE Part. Accel. Conf. (Hrsg. COMYN, M.; ET AL.), S. 1373–1375. 1997.
- [60] KEIL, J.; HUSMANN, D.; DIETRICH, J.; MAIER, R.; MOHOS, I.: The New Beam Position Monitoring System of ELSA. In: Myers [78], S. 1544–1546.
- [61] KOUTCHOUK, J.-P.: Scaling Laws for Random Imperfections. Techn. Ber. LEP Note 547, CERN, 1985.
- [62] KOUTCHOUK, J.-P.: Statistic Estimate and Correction of the LEP Optics Imperfections. In: Proc. of the IEEE Part. Accel. Conf. (Hrsg. LINDSTROM, E. R.; TAYLOR, L. S.), S. 1322–1324. 1987.
- [63] KOUTCHOUK, J.-P.: Trajectory and Closed Orbit Correction. In: Frontiers of Particle Beams: Observation, Diagnosis and Correction (Hrsg. MONTH, M.; TURNER, S.), Lecture Notes in Physics 343, S. 46–64. 1988.
- [64] KRAUSS, K.: *Experimentelle Bestimmung der Kenndaten der ELSA-Dipolmagnete*. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1986. BONN-IR-86-16.
- [65] KRINSKY, S.: Measurement of the Longitudinal Parameters of an Electron Beam in a Storage Ring. In: Frontiers of Particle Beams: Observation, Diagnosis and Correction (Hrsg. MONTH, M.; TURNER, S.), Lecture Notes in Physics 343, S. 150–166. 1988.
- [66] KUSKE, P.; HOBERG, H.-G.; MACHADO, J.; MAIER, R.; SCHIELE, A.: Beam Diagnostics using Variation of Local Magnetic Fields. In: Proc. of the European Part. Accel. Conf. (Hrsg. TAZZARI, S.), S. 1214–1216. 1988.
- [67] KUSKE, P.; OTT, K.: Beam-Based Misalignment at BESSY. In: Proc. of the European Part. Accel. Conf. (Hrsg. MYERS, S.; ET AL.). 1996.
- [68] LAMBERTSON, G.: Electromagnetic Detectors. In: Frontiers of Particle Beams: Observation, Diagnosis and Correction (Hrsg. MONTH, M.; TURNER, S.), Lecture Notes in Physics 343, S. 380 ff. 1988.
- [69] LEE, M.; KLEBAN, S.; CLEARWATER, S.; SCANDALE, W.; PETERSON, T.; KUGLER, H.; RI-CHE, A.; CHANEL, M.; MATERSSON, E.; LIN, I.-H.: Analysis of the Orbit errors in the CERN accelerators using model simulations. Techn. Ber. PUB-4411, SLAC, 1987.
- [70] LEE, S.: Accelerator Physics. Singapur: World Scientific, 1. Aufl., 1999.
- [71] LITTAUER, R.: Beam Instrumentation. In: Physics of High Energy Particle Accelerators (Hrsg. MONTH, M.), AIP Conf. Proc. No. 105, S. 869 ff. American Institute of Physics, 1983.
- [72] LOS ALAMOS ACCELERATOR CODE GROUP: Reference Manual for the POISSON / SUPER-FISH group of codes. Techn. Ber. LA-UR-87-126, LANL, 1987.
- [73] LOYER, R.; SCHEID, K.: Electron Beam Position Monitors: Performances Considerations. In: Parthé [81], S. 21–30. PS/93-35 (BD).
- [74] METACERAM: Datenblatt UHV coaxial feedthroughs 50 Ohms SMA non magnetic und Datenblatt BPM Electrode feedthrough ESRF-85.50.0056 C, 1995.
- [75] MOHOS, I.: persönliche Mitteilung.
- [76] MOHOS, I.: Strahlpositionsmonitor-Elektronik BPMe 500 Benutzerhandbuch. Forschungszentrum Jülich, Institut für Kernphysik (IKP), 1998.
- [77] MOHOS, I.; DIETRICH, J.: 500 MHz Narrowband Beam Position Electronics for Electron Synchrotrons. In: Accelerator Instrumentation (Hrsg. HETTEL, R.; SMITH, S.; MASEK, D.), AIP Conf. Proc. No. 451, S. 299–392. American Institute of Physics, 1998.
- [78] MYERS, S. (Hrsg.): Proc. of the European Part. Accel. Conf. 1998.
- [79] NAKAMURA, S.: *Production and Acceleration of Polarized Electrons at ELSA*. Dissertation, Department of Physics of the University of Nagoya, 1999.
- [80] NECKENIG, M.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Verbesserung der Zeitstruktur des extrahierten Elektronentrahls aus dem Stretcherring ELSA. Dissertation, Universität Bonn, 1993. BONN-IR-93-16.
- [81] PARTHÉ, C. (Hrsg.): Proceedings of the First European Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators. Genf: CERN, 1993. PS/93-35 (BD).
- [82] PICARD, M.: Das Steuer- und Strahldiagnosesystem EPOS und dessen Anwendung zur Messung des transversalen Phasenraums an ELSA. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1991. BONN-IR-91-76.
- [83] PICARD, M.: Entwicklung und Inbetriebnahme eines verteilten Rechnerkontrollsystems zur Steuerung der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA, unter besonderer Berücksichtigung der Extraktion im Nachbeschleunigungsbetrieb bis 3.5 GeV. Dissertation, Universität Bonn, 1995. BONN-IR-95-01.
- [84] PRESS, W.; TEUKOLSKY, S.; VETTERLING, T.; FLANNERY, B.: Numerical Recipes in C. Cambridge: Cambridge University Press, 2. Aufl., 1992.
- [85] PUPKOV, Y.; LEVASHOV, Y.: Matrix Method for Analysis of Network Accuracy based on the Beam Dynamic Theory. In: Proceedings of the Fourth International Workshop on Accelerator Alignment, S. 445–450. 1996. KEK-Proceedings 95-12.

- [86] RINT, C.: Handbuch für Hochfrequenz- und Elektro-Techniker, Band 2. München Heidelberg: Hüthig & Pflaum, 12. Aufl., 1978.
- [87] RÖJSEL, P.: A beam position measurement system using quadrupole magnets magnetic centra as the position reference. Nucl. Inst. Meth. A, 343 (1994) 374.
- [88] ROSENBERG, A.: Die Druckerschwärze des Mainzer Catholicons, eine archäometrische Anwendung der Röntgenfluoreszenzanalyse durch Synchrotronstrahlung. Dissertation, Universität Bonn, 1998.
- [89] SAFRANEK, J.: Experimental determination of storage ring optics using orbit response measurements. Nucl. Inst. Meth. A, 388 (1997) 27.
- [90] SAGAN, D.: Wave Analysis for Finding Isolated Steering, Quadrupole, and Skew Quadrupole Errors. Techn. Ber. 97-01, CBN, 1997.
- [91] SCHAUERTE, W.: persönliche Mitteilung.
- [92] SCHAUERTE, W.: Anwendung geodätischer Meßtechniken am Beispiel der Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA) der Universität Bonn. Dissertation, Universität Bonn, 1990. BONN-IR-90-23.
- [93] SCHILLO, M.: Das Strahldiagnosesystem für ELSA. Dissertation, Universität Bonn, 1991. BONN-IR-91-77.
- [94] SCHWILLE, W.: Physik an der Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA. Phys. Blätter, 45 (1989)(7) 255.
- [95] SHAFER, R.: Beam Position Monitoring. In: Accelerator Instrumentation (Hrsg. BEADLE, E.; CASTILLO, V.), AIP Conf. Proc. No. 212, S. 26–58. American Institute of Physics, 1989.
- [96] SMYTHE, W.: Static and Dynamic Electricity. New York Toronto London: McGraw-Hill, 1950.
- [97] STEARNS, S.; HUSH, D.: Digitale Verarbeitung analoger Signale. München Wien: R. Oldenbourg, 6. Aufl., 1994.
- [98] STEIER, C.: persönliche Mitteilung.
- [99] STEIER, C.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu Vielteilcheneffekten bei der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1995. BONN-IB-95-40.
- [100] STEIER, C.: Polarisierte Elektronen in der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA. Dissertation, Universität Bonn, 1999. BONN-IR-99-07.
- [101] STEIL, S.: Ein energiedispersiver Röntgenmonochromator mit der Möglichkeit von Messungen im weichen Röntgenbereich: Entwurf, Aufbau und erste Messungen. Dissertation, Universität Bonn, 1993. BONN-IR-93-75.
- [102] TEJIMA, M.; ISHII, H.; SHINTAKE, T.; KISHIRO, J.; OGATA, A.; IEIRI, T.; MITZIMACHI, Y.: Refinement procedure of beam position measurement in the TRISTAN accumulation ring. In: Proc. of the IEEE Part. Accel. Conf. (Hrsg. STRATHDEE, A.). 1985.
- [103] TESLA ENGINEERING LTD.: Bonn University Dipole Magnet 15F75, 1983.
- [104] THE MATHWORKS: *MATLAB: The Language of Technical Computing*. The MathWorks, Inc., 24 Prime Park Way, Natick, MA 01760-1500, USA, 1997.

- [105] ÜBERHUBER, C.: Numerical Computation 2: Methods, Software, and Analysis. Berlin Heidelberg New York: Springer, 1997.
- [106] URSIC, R.; DENARD, J.; MONACI, T.; DE MONTE, R.; POLONI, C.: High Stability Beam Position Monitoring of ELETTRA. In: Parthé [81], S. 110–114. PS/93-35 (BD).
- [107] VOIGT, S.: Erzeugung und Beschleunigung von polarisierten Elektronenstrahlen in der Bonner Beschleunigeranlage ELSA. Dissertation, Universität Bonn, 1996. BONN-IR-96-09.
- [108] VAN DE WATER, A.; VAN LIESHOUT, L.: Regeltechnische Eigenschaften der ELSA-Hauptstromversorgungen, FAX HOLEC Projects B.V., 1997.
- [109] WEBER, E.: Electromagnetic Fields: Theory and Applications, Volume I Mapping of Fields. New York: J. Wiley & Sons, 1. Aufl., 1950.
- [110] WEILAND, T.: MAFIA Version 3.20: The ECAD System. Computer Simulation Technology (CST) GmbH, D-64289 Darmstadt, Lauteschlägerstraße 38, 1994.
- [111] WENZEL, J.: Korrektur der Gleichgewichtsbahn an der Bonner 3.5 GeV Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1990. BONN-IR-90-36.
- [112] WENZEL, J.: Entwicklung und Test eines Simulators der Teilchenbewegung in der Bonner 3.5 GeV-Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA. Dissertation, Universität Bonn, 1994. BONN-IR-94-13.
- [113] WHITE, D.; CLARE, J.: Noise in measurements obtained by sampling. Meas. Sci. Technol., 3 (1992) 1.
- [114] WIEDEMANN, H.: Particle Accelerator Physics: Basic Principles and Linear Beam Dynamics. Berlin Heidelberg New York: Springer, 1. Aufl., 1993.
- [115] WIEDEMANN, H.: Particle Accelerator Physics II: Nonlinear and Higher-Order Beam Dynamics. Berlin Heidelberg New York: Springer, 1. Aufl., 1995.
- [116] WILLE, K.: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. Stuttgart: Teubner, 1. Aufl., 1992.
- [117] WIND RIVER SYSTEMS: VxWorks Reference Manual, 5.3.1. Wind River Systems, Inc., 1010 Atlantic Avenue, Almada, CA 94501-1153, USA, 1. Aufl., 1997.
- [118] ZIMMER, M.: Messung der Multipolverteilung der ELSA Quadrupol- und Sextupolmagnete. Diplomarbeit, Universität Bonn, 1986. BONN-IR-86-05.
- [119] ZIMMERMANN, F.: *Measurement and Correction of Accelerator Optics*. Techn. Ber. PUB-7844, SLAC, 1998. Joint US-CERN-Japan-Russian School on Beam Measurement.

Danksagung

Mein Dank gilt:

- Herrn Prof. Dr. D. Husmann für die interessante Themenstellung und die Unterstützung in allen Phasen der Arbeit. Das von ihm entgegengebrachte Vertrauen und die gute Zusammenarbeit hat sehr zum Gelingen dieser Arbeit beitragen. Herrn Prof. Dr. W. Schwille wird gedankt für die Übernahme des Korreferats.
- Dem Graduiertenkolleg "Erforschung subnuklearer Strukturen der Materie" für die finanzielle Unterstützung in Form eines Stipendiums und der Deutschen Forschungsgesellschaft für die Finanzierung des neuen Monitorsystems im Rahmen des Schwerpunktprogramms "Beschleunigung polarisierter Elektronen in ELSA".
- Herrn I. Mohos vom Forschungszentrum Jülich, ohne dessen unermüdlichen Einsatz beim Entwurf und der Realisierung der BPM-Elektronik dieses Projekt nicht möglich gewesen wäre; außerdem Herrn Dr. J. Dietrich für die wohlwollende Unterstützung.
- Herrn Dr. M. Gentner und Herrn Dr. C. Steier für viele konstruktive beschleunigerphysikalische Diskussionen und gemeinsame durchgeführte Messungen; Herrn O. Asvany für die Messungen am Prototypen der BPM-Elektronik sowie den Mitgliedern der Bonner Beschleunigergruppe, Herrn Dr. W. v. Drachenfels, Herrn H. Bongartz, Herrn M. Hoffmann und Herrn K. Raecke, für ihre tatkräftige Unterstützung bei Maschinentests und die freundschaftliche Arbeitsatmosphäre in der Gruppe.
- Herrn Dr. F. Frommberger und Herrn Dr. C. Nietzel für die rasche Unterstützung bei Hardwarebzw. Softwareproblemen. Ohne die Implementierung verschiedener Kontrollsystem-Schnittstellen wären viele Messungen nicht möglich gewesen.
- Herrn Dr. W. Schauerte und Herrn T. Alscheid für die Vermessung und Justierung der Magnete von ELSA und Herrn J. Karthaus, Herrn G. Peschel und Herrn N. Rick für die Durchführung von vielen mechanischen Arbeiten.
- Frau S. Zigann für den Umbau und die Kalibration des alten Monitorsystems; Herrn J. Welt, Herrn H. Schug und Herrn R. Müller für die Hilfe beim Aufbau des Kalibrationsstandes und für die technische Realisierung einer portablen BPM-Testelektronik.
- Herrn M. Humpert für die technische Realisierung der neuen Korrekturnetzgeräte und die Optimierung ihrer Regeleigenschaften, an denen auch Herrn W. Lindenberg mitgewirkt hat; Herrn B. Neff für den Entwurf zweier wassergekühlter Vakuumkammern mit integrierten BPMs mit optimierten Elektrodenpositionen.
- Herrn Dr. V. Ziemann vom "The Svedberg Laboratory" (Uppsala/Schweden), der freundlicherweise das Programm CALIF zur Verfügung stellte.
- Meinen Eltern für ihre Unterstützung während meines Studiums.
- Den Technikern und Operateuren der ELSA-Gruppe und allen anderen, die ihren Anteil zur Fertigstellung dieser Arbeit beigetragen haben.