
**Studien zur Magneto-optik
am Bonner Elektronenbeschleuniger ELSA
bei Energien bis 5 GeV**

**Diplomarbeit in Physik
von
Oliver Preisner**

angefertigt am
Physikalisches Institut der Universität Bonn

vorgelegt der
**Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn**

Juni 2007

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Referent: PD Dr. Wolfgang Hillert
Korreferent: Prof. Dr. Rudolf Maier

*Meinen Großeltern
Gertrud Preisner († 14.12.2003)
und Gerhard Preisner († 15.09.2005)*

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 1.1 | Die Geschichte der Beschleunigeranlage ELSA | 1 |
| 1.2 | Motivation und Aufbau dieser Arbeit | 2 |
| 2 | Grundzüge der transversalen Strahloptik | 5 |
| 2.1 | Geometrie eines Kreisbeschleunigers | 5 |
| 2.2 | Bewegungsgleichungen | 6 |
| 2.3 | Arbeitspunkte, optische Resonanzen und Auswirkungen von Magnetfeldfehlern | 9 |
| 2.4 | Die Chromatizität und ihre Korrektur | 11 |
| 2.5 | Matrixformalismus | 12 |
| 3 | Die Bonner Beschleunigeranlage ELSA | 15 |
| 3.1 | FODO-Struktur | 15 |
| 3.2 | Dispersionsunterdrückung | 17 |
| 3.3 | Beschreibung der Beschleunigeranlage ELSA | 19 |
| 3.4 | Betriebsmodi | 24 |
| 3.5 | Bestimmung von geeigneten Arbeitspunkten | 27 |
| 4 | Magnete | 29 |
| 4.1 | Theorie der Magnete | 29 |
| 4.1.1 | Dipolmagnete | 29 |
| 4.1.2 | Quadrupolmagnete | 30 |
| 4.1.3 | Sextupolmagnete | 32 |
| 4.2 | Magnete am Stretcherring ELSA bei Energien bis 5 GeV | 33 |
| 4.2.1 | Dipolmagnete | 33 |
| 4.2.2 | Quadrupol- und Sextupolmagnete | 36 |
| 5 | Simulationsrechnungen zur Teilchenbewegung | 39 |
| 5.1 | Strahlparameter und Strahlbreiten bei 5 GeV | 39 |
| 5.1.1 | Strahleinhüllende | 39 |
| 5.1.2 | Strahllebensdauer | 41 |
| 5.1.3 | Strahlbreite an den Engstellen des Stretcherrings ELSA | 41 |
| 5.2 | Dynamische Apertur | 43 |
| 5.2.1 | Definition | 43 |
| 5.2.2 | Rahmenbedingungen zur Simulation der dynamischen Apertur | 45 |
| 5.2.3 | Auswirkungen verschiedener Fehlerquellen | 46 |
| 5.2.4 | Das Simulationsprogramm MAD-X und der Tracking Code PTC | 48 |
| 5.2.5 | Ergebnisse der Studien zur dynamischen Apertur | 49 |

| | |
|---------------------------------------|-----------|
| 6 Zusammenfassung und Ausblick | 59 |
| A MAD-Eingabedatei für ELSA | 61 |
| B Formelsammlung | 65 |
| Literaturverzeichnis | 70 |
| Danksagung | 71 |

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Die Geschichte der Beschleunigeranlage ELSA

Am Physikalischen Institut der Universität Bonn wird seit über 50 Jahren Elementarteilchen- und Beschleunigerphysik betrieben.

Im Jahr 1953 fiel unter der Federführung von Professor Dr. Wolfgang Paul die Entscheidung zum Bau eines 500 MeV-Elektronensynchrotrons, welches 1958 als erster Elektronenbeschleuniger Europas in Betrieb gehen konnte, bei welchem das damals neu entdeckte Prinzip der starken Fokussierung umgesetzt wurde. An diesem Synchrotron wurden hauptsächlich Messungen zur Pionenerzeugung mit Photonen im Bereich der $\Delta(1232)$ -Resonanz sowie Photonen-Reaktionen im Bereich der Mittelenergie-Kernphysik, vor allem an leichten Kernen, durchgeführt.

Um den Entwicklungen in der Elementarteilchenphysik Rechnung zu tragen und weiterführende Experimente bei mittleren Energien durchführen zu können, wurde von 1963 bis 1967 ein 2,5 GeV-Elektronensynchrotron mit einem Umfang von 69,6 m erbaut, welches die Vorgängermaschine ersetzte [A⁺68]. Es handelt sich hierbei um eine *Combined Function*-Maschine, d.h. Strahlführung und Strahlfokussierung geschehen gleichzeitig in den dafür ausgelegten zwölf Dipolmagneten¹. Zu den Forschungsgebieten zählten hier die Photo- und Elektroproduktion pseudoskalarer Mesonen aus Protonen und Deuteronen, die Photoproduktion von assoziierter Strangeness in $K\Lambda/\Sigma^0$ sowie die Messung der Rückstoßnukleonpolarisation. Seit 1970 wurden polarisierte Festkörper-Targets aus polarisierten Protonen, später aus polarisierten Neutronen und Deuteronen, verwendet.

Das Tastverhältnis² des Synchrotrons betrug nur in etwa 5 %. Um Experimente im Bereich der Photonenphysik, in denen Koinzidenzen zwischen Ereignissen in verschiedenen Detektoren gemessen werden, oberhalb von 1 GeV durchzuführen, musste das Tastverhältnis verbessert werden, so dass der Wunsch nach einer Erweiterung der bestehenden Beschleunigeranlage entstand.

¹Die starke Fokussierung wird in diesem Fall dadurch erreicht, dass die Dipolmagnete alternierend einen sehr starken positiven oder negativen Feldindex $n = -\frac{\partial B}{\partial r} \frac{r}{B}$ aufweisen. Auf diese Weise besitzen die Ablenkmagnete abwechselnd horizontal fokussierende bzw. defokussierende Eigenschaften, wodurch sie wie Quadrupolmagnete wirken. In diesen Magneten befinden sich auch Sextupolkomponenten zur Chromatizitätskorrektur [A⁺69].

²Unter dem *Tastverhältnis* versteht man das Verhältnis von Extraktionszeit zur Gesamtlaufzeit, wie lange also anteilig ein Strahl während eines Zyklus dem Experiment zur Verfügung steht. Die Gesamtlaufzeit wird bestimmt durch die Injektionszeit, die Dauer der Rampphasen sowie der Extraktion.

Unter der Leitung von Professor Dr. K. H. Althoff und Dr. D. Husmann wurde 1979 das erste Konzept zum Bau einer Elektronen-Stretcher-Anlage eingereicht, die in der Lage sein sollte, mit dem 2,5 GeV-Synchrotron als Vorbeschleuniger Elektronen bis auf 3,5 GeV zu beschleunigen, sie zu speichern und kontinuierlich, also gleichstromartig, zu extrahieren. Nach einer Konzeptrevison im Mai 1982 [A⁺82] konnte noch im selben Jahr mit dem Bau des neuen Beschleunigers begonnen werden; seit Frühjahr 1988 steht er den Experimenten der Hadronenphysik zur Verfügung [A⁺87, HS88]. Eine Besonderheit dieser **Elektronen-Stretcher-Anlage** (ELSA) besteht in der Möglichkeit, quasi-kontinuierliche Strahlen von Elektronen sowie energiemarkierte Photonen (*tagged photons*) in unpolarisierter als auch in polarisierter Form zu erzeugen. Für Letzteres wurde Ende der 90er Jahre eine gepulste GaAs-Quelle polarisierter Elektronen integriert, so dass die Voraussetzung für Doppelpolarisationsexperimente an polarisierten Targets erfüllt war [Hil06].

Seit der Inbetriebnahme von ELSA wurden mehrere Mittelenergieexperimente zur Untersuchung der hadronischen Struktur der Materie und ihrer angeregten Zustände im Bereich der Photo- und Elektroproduktion mit verschiedenen Detektoren durchgeführt: Die Elektronenstreuapparatur ELAN (**E**lektronstreuung **a**n **N**ukleonen) hat die Analyse der π -Elektroproduktion an leichten Kernen ermöglicht [Wil93]. Das PHOENICS-Experiment (**P**hoton experiments on **n**uclei in counter setups) benutzte markierte Bremsstrahlungsphotonen und zum Teil polarisierte Targets zur Untersuchung von Photon-induzierten Reaktionen am Nukleon und an leichten Kernen [Det90]. Bei SAPHIR (**S**pectrometer **A**rrangement for **P**hoton induced **R**eactions) wurde ebenfalls mit markierten Bremsstrahlungsphotonen und einem magnetischen Großraumdetektor zur Spektroskopie von geladenen Vielteilchen-Endzuständen experimentiert [Wis99]. Am GDH-Experiment untersuchte man die Beiträge zur **G**erasimov-**D**rell-**H**earn-Summenregel durch die Messung der Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte an polarisiertem Wasserstoff [DHK⁺04]. Als Nachfolger des SAPHIR-Experiments wurde ab 1999 das **C**ystal **B**arrel-Experiment – CB@ELSA – aufgebaut. In Kombination mit einer Bremsstrahlungsmarkierungsanlage, einem Innendetektor zur Identifizierung geladener Teilchen und einem Vorwärtsdetektor zur Spektroskopie geladener Teilchen ist der Crystal-Barrel-Detektor insbesondere in der Lage, Vielgamma-Endzustände effizient nachzuweisen. Es wurde vor allem die elektromagnetische Kopplung an verschiedenen Resonanzen untersucht. Nach einer mehrjährigen Umbauphase werden im Rahmen des DFG-Sonderforschungsbereichs (SFB) Transregio 16 „Subnuclear Structure of Matter/Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme“ ab 2007 weitere Photoproduktionsexperimente zur Beobachtung des Pion-Nukleon-Kanals und zusätzlicher photoninduzierter Zerfallskanäle mit einem polarisierten Strahl und einem polarisierten, gefrorenen Nukleonentarget durchgeführt, um das Anregungsspektrum des Nukleons möglichst genau studieren zu können [Hil06].

Auch die Abstrahlung von Synchrotronlicht durch die umlaufenden Elektronen kann gewinnbringend ausgenutzt werden, da der Frequenzbereich der emittierten Strahlung nur mit großem Aufwand auf eine andere Weise zugänglich ist. ELSA kann hier Röntgenstrahlung bis in einen Wellenlängenbereich von 10^{-11} m zur Verfügung stellen. Das Synchrotronlicht wird für Strukturuntersuchungen sowie zur Röntgentiefenlithographie genutzt.

1.2 Motivation und Aufbau dieser Arbeit

Im Rahmen des SFBs wird die Struktur und Dynamik stark wechselwirkender Teilchen, im Speziellen das Anregungsspektrum des Nukleons, im Bereich der nichtperturbativen Quantenchromodynamik untersucht. Eine Aufgabe des Teilprojekts D.2 ist die Erweiterung und Verbes-

serung der Experimentieranlagen und des ELSA-Beschleunigers [SFB]. Zur Zeit ist an ELSA der Energiebereich bis 3,5 GeV zugänglich. Dieser genügt jedoch nicht, um die notwendigen Photonenenergien für den experimentellen Nachweis bisher nicht entdeckter, in [LMP01] theoretisch vorhergesagter Resonanzzustände (*missing resonances*) bereitzustellen. Ein weiteres Problem ist auch, dass es sehr breite, sich überlappende Zustände gibt, die eine Trennung und Identifizierung der verschiedenen Baryonresonanzen erschweren. Die Resonanzbreiten werden jedoch im Allgemeinen schmaler und besser differenzierbar, je größer die Masse der untersuchten Teilchen ist. Hierfür eignet sich die Spektroskopie des Ξ/Ξ^* , zu dessen Erzeugung zwei Kaonen, also Teilchen mit Strangeness, notwendig sind. Zu diesen Zwecken sind Elektronenenergien von 5 GeV und mehr erforderlich, die ELSA derzeit aber nicht zur Verfügung stellen kann. Ein zusätzlicher, positiver Effekt der Energieerhöhung wäre eine Zunahme des Grades der Linearpolarisation des Teilchenstrahls [Sch, Tho].

Im Rahmen einer Design-Studie für eine mögliche Energieerhöhung des Elektronenbeschleunigers ELSA müssen u.a. elektromagnetische Felder betrachtet werden, die für den Betrieb eines Beschleunigers unabdingbar sind: In Kreisbeschleunigern werden geladene Teilchen durch elektrische Felder beschleunigt, magnetische Felder zwingen die Partikel auf eine Kreisbahn und fokussieren den Strahl. Eine Voraussetzung für dieses Projekt ist das Ziel, die Kosten so niedrig wie möglich zu halten. Dies bedeutet, dass der Aufbau der Beschleunigeranlage in seinen Grundzügen erhalten bleiben soll und somit keine größeren baulichen Veränderungen vorgenommen werden sollten: U.a. soll der bereits bestehende Tunnel weiterhin verwendet werden, was als wichtige Rahmenbedingung zu berücksichtigen ist.

In dieser Diplomarbeit werden in Kapitel 2 zunächst Grundzüge der transversalen Strahloptik vorgestellt und die notwendigen Begrifflichkeiten und Zusammenhänge für das Verständnis dieser Arbeit eingeführt. Der Aufbau und der derzeitige Zustand der Bonner Beschleunigeranlage ELSA ist der Inhalt von Kapitel 3. Hier werden FODO-Strukturen, das *Missing Magnet*-Konzept zur Bereitstellung von dispersionsfreien Sektionen, die verschiedenen Betriebsmodi und die Kriterien für die Einstellung geeigneter Arbeitspunkte besprochen. In Kapitel 4 geht es um Dipol-, Quadrupol- und Sextupolmagnete: Die Eigenschaften der an ELSA installierten Magnete werden zusammengetragen und Konsequenzen für die Dimensionierung dieser Magnete und ihrer Netzgeräte bei einer Energieerhöhung erörtert. Die Breite eines umlaufenden Strahls sowie seine Lebensdauer aufgrund der horizontalen Betatronschwingungen korrelieren mit der Teilchenenergie. Im ersten Teil von Kapitel 5 werden diese energieabhängigen Strahlparameter erläutert und mögliche Probleme an Engstellen des Beschleunigers beschrieben. Es schließt sich im zweiten Teil eine Zusammenstellung der Ergebnisse von Simulationen zur Bestimmung der dynamischen Apertur an.

Parallel zu dieser Diplomarbeit beschäftigt sich André Roth im Rahmen des Projekts zur Energieerhöhung mit den elektrischen Feldern und führt hierzu Studien zum Einsatz supraleitender Hochfrequenzresonatoren durch [Rot07].

Kapitel 2

Grundzüge der transversalen Strahloptik

In diesem Kapitel werden theoretische Grundlagen der transversalen Strahloptik dargestellt. Nach der Einführung der LORENTZ-Kraft und ihrer Bedeutung für die Geometrie eines Kreisbeschleunigers werden die Bewegungsgleichungen für die Teilchen in einem solchen Beschleuniger vorgestellt. Es werden ihre Lösungen sowie spezielle Begriffe wie die Emittanz und die optischen Parameter diskutiert. Um die Bewegung von Teilchen mit Impulsabweichung zu beschreiben, werden die Dispersionsbahn und der *Momentum Compaction*-Faktor eingeführt. Es wird der Begriff des Arbeitspunktes vorgestellt und auf das Problem von Magnetfeldfehlern eingegangen, die bei einer ungünstigen Wahl des Arbeitspunktes als periodisch auftretende Kräfte den Strahl zu Resonanzen anregen können, was zu Strahlverlust führt. Eine Impulsabweichung hat auch eine veränderte Quadrupolstärke und somit eine Arbeitspunktverschiebung zufolge, die durch den Einsatz von Sextupolmagneten korrigiert werden muss. Am Ende dieses Kapitels wird der Matrixformalismus zur Berechnung strahloptischer Parameter in einem Beschleuniger eingeführt. Ausführliche Darstellungen sind in der einschlägigen Literatur zur Beschleunigerphysik zu finden, beispielsweise in [Wie93], [Wil96], [Hin97] oder [CT06]. Grundlegende Studien zum Inhalt dieses Kapitels wurden von Courant und Snyder durchgeführt [CS58].

2.1 Geometrie eines Kreisbeschleunigers

Um in einem Beschleuniger einen Teilchenstrahl auf einer kreisförmigen Bahn zu halten, werden magnetische Felder benutzt. Prinzipiell wären auch elektrische Felder für die Strahlführung denkbar, jedoch sind bei hohen Teilchenenergien wegen des Beitrags der Geschwindigkeit magnetische Felder wesentlich effizienter. In den Ablenkmagneten mit homogenem Magnetfeld \vec{B} wirkt auf ein Teilchen die LORENTZ-Kraft

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} , \quad (2.1)$$

wobei q für die Ladung des Teilchens und \vec{v} für seine Momentangeschwindigkeit steht. Bewegt sich ein Teilchen durch ein magnetisches Feld, das senkrecht auf der Teilchentrajektorie steht, so wirkt auf das Teilchen mit einer Masse m eine konstant ablenkende Kraft, die es auf eine Kreisbahn mit dem Radius R zwingt. In diesem Fall ist die LORENTZ-Kraft gleich der Zentripetalkraft, so

dass sich die Gleichgewichtsbedingung

$$q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{R} \quad (2.2)$$

bzw.

$$m \cdot v = p = q \cdot B \cdot R \quad (2.3)$$

ergibt. Aus Gleichung (2.3) erkennt man sofort den linearen Zusammenhang zwischen Teilchenenergie E bzw. Teilchenimpuls p^1 und dem notwendigen magnetischen Dipolfeld, um ein Teilchen auf einer Kreisbahn mit dem Radius R zu halten.

Ausgehend von einer idealen Kreisbahn stehen ein Kreissegment ds und der zugehörige Ablenkwinkel α in folgender Beziehung:

$$\alpha = \frac{ds}{R} \approx \frac{dl}{R} = \frac{B \cdot dl}{B \cdot R}, \quad (2.4)$$

wobei dl die physische Länge des Dipolmagneten bezeichnet. Diese Gleichung besagt, dass in einem Kreisbeschleuniger das Integral über alle Ablenkmagnete das 2π -fache des spezifischen Teilchenimpulses sein muss. Die Näherung $ds \approx dl$ ist genau dann gerechtfertigt, wenn die Bahnlänge innerhalb eines Dipolmagneten etwa gleich groß ist wie die physische Länge des Magneten. Integriert man über alle Kreissegmente des Beschleunigerrings, so erhält man für einen Umlauf

$$\alpha = \frac{\int B dl}{B \cdot R} \stackrel{!}{=} 2\pi \quad \xrightarrow{\text{Gl. (2.3)}} \quad \int B dl = 2\pi \cdot \frac{p}{q}. \quad (2.5)$$

2.2 Bewegungsgleichungen

Zur Beschreibung einer Teilchenbewegung in einem Kreisbeschleuniger benutzen wir das Standardkoordinatensystem der Beschleunigerphysik – ein sich mitbewegendes, kartesisches Koordinatensystem, das einem Teilchen ohne Impulsabweichung entlang der Sollbahn, der idealen Gleichgewichtsbahn, folgt. In der zur Teilchenbewegung transversalen Ebene bezeichnet die x -Achse die horizontale Richtung (positive x -Werte zeigen vom Beschleunigermittelpunkt weg) und die z -Achse die vertikale Richtung. Die s -Achse stellt die longitudinale Richtung entlang der Gleichgewichtsbahn bezüglich eines willkürlich gewählten Nullpunkts dar. Alle relevanten Bezeichnungen folgen aus Abbildung 2.1.

Ein geladenes Teilchen, das sich in einem Kreisbeschleuniger nur unter dem Einfluss von Dipol- und Quadrupolfeldern bewegt, gehorcht in linearer Näherung den HILLSchen Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x(s)}{ds^2} + \left(\frac{1}{R^2(s)} - k(s) \right) x(s) &= \frac{1}{R(s)} \frac{\Delta p}{p_0}, \\ \frac{d^2 z(s)}{ds^2} + k(s) z(s) &= 0, \end{aligned} \quad (2.6)$$

wobei R der Biegeradius der Dipolmagnete, k die Quadrupolstärke und $\frac{\Delta p}{p_0}$ die Impulsabweichung des Teilchens sind [San70]. In einer *Separated Function*-Maschine (vgl. Kapitel 3) kommen Dipol-

¹Die Teilchenenergie E und der Teilchenimpuls p hängen bei relativistischen Geschwindigkeiten linear über die Beziehung $E = c \cdot p$ zusammen.

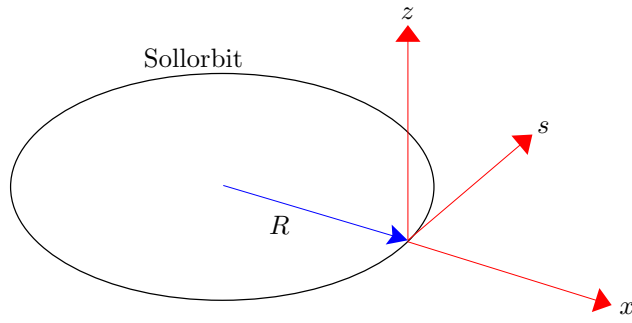


Abbildung 2.1: Lokales Referenzsystem eines Teilchenbeschleunigers.

und Quadrupolfelder idealerweise nur getrennt vor, so dass an einer beliebigen Stelle s in einem Beschleuniger niemals gleichzeitig $R \neq 0$ (reines Dipolfeld) und $k \neq 0$ (reines Quadrupolfeld) gelten kann. Eine Driftstrecke ist durch $k = 0$ und die Grenzwertbildung $R \rightarrow \infty$ gegeben.

Betrachtet man den homogenen Fall der HILLSchen Differentialgleichungen, so erhält man als deren Lösung die Trajektorie eines Teilchens, das sich mit Sollimpuls auf der Sollbahn bewegt, in den beiden transversalen Richtungen zu:

$$\begin{aligned} x(s) &= \sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\beta_x(s)} \cdot \cos(\Psi_x(s) + \Psi_{x_0}), \\ z(s) &= \sqrt{\varepsilon_z} \sqrt{\beta_z(s)} \cdot \cos(\Psi_z(s) + \Psi_{z_0}). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ein Teilchen führt also auf dem Weg durch einen Kreisbeschleuniger eine oszillatorische Bewegung um die Sollbahn aus und verhält sich wie ein quasi-harmonischer Oszillator mit einer variablen Rückstellkonstanten $\frac{1}{R^2(s)} - k(s)$, wobei $\Psi_i(s)$ (mit $i = x, z$) den Phasenvorschub am Ort s bezüglich eines beliebig gewählten Referenzpunktes mit der Anfangsphase Ψ_{i_0} beschreibt. Die magnetspezifischen Größen wie die Länge oder die Stärke eines Quadrupolmagneten gehen implizit in die energieabhängige Variable ε_i und den ortsabhängigen Parameter β_i ein. ε wird *Emittanz* oder COURANT-SNYDER-Invariante genannt, β_i ist der Wert der Betafunktion an der Stelle s . Die Schwingungen um die Sollbahn bezeichnet man als Betatronschwingungen.

Die Bedeutungen der Teilcheneigenschaft *Emittanz* ε und der die Maschine charakterisierenden *Twiss-Parameter* $\alpha(s)$, $\beta(s)$ und $\gamma(s)$ sollen anhand einer Phasenraumellipse verdeutlicht werden: Die Ellipsenfläche wird durch diejenigen Phasenraumkoordinaten $(x/x')^2$ begrenzt, die ein Teilchen während einer stabilen Bewegung bei einer großen Anzahl von Umläufen an einem festen Ort s im Beschleuniger annimmt. Eine solche Phasenraumellipse ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Je nach gewähltem Ort s kann die Phasenraumellipse verschiedene Lagen und Formen annehmen, sie begrenzt jedoch als Konsequenz des fundamentalen Satzes von LIOUVILLE eine Fläche, die eine (nur von der Energie E abhängige) konstante Flächenmaßzahl A besitzt, die mit der Emittanz eines Teilchens linear über die Beziehung $A = \pi \cdot \varepsilon$ zusammenhängt. Die Form der Ellipse ist durch die *Twiss-Parameter* $\alpha(s)$, $\beta(s)$ und $\gamma(s)$ vorgegeben, die folgende Relationen erfüllen:

$$\alpha(s) = -\frac{1}{2}\beta'(s), \quad \gamma(s) = \frac{1 + \alpha^2(s)}{\beta(s)}. \quad (2.8)$$

Ist $\alpha(s) = 0$ (das ist in allen fokussierenden Quadrupolmagneten der Fall, da dort die Betafunktionen Extremwerte annehmen), so steht die Phasenraumellipse senkrecht. In einem Kreisbeschleuniger müssen die Twiss-Parameter periodischen Eigenschaften genügen, so dass gilt:

²Die Phasenraumkoordinate $x' = \frac{dx}{ds}$ wird als Winkelablage bezeichnet.

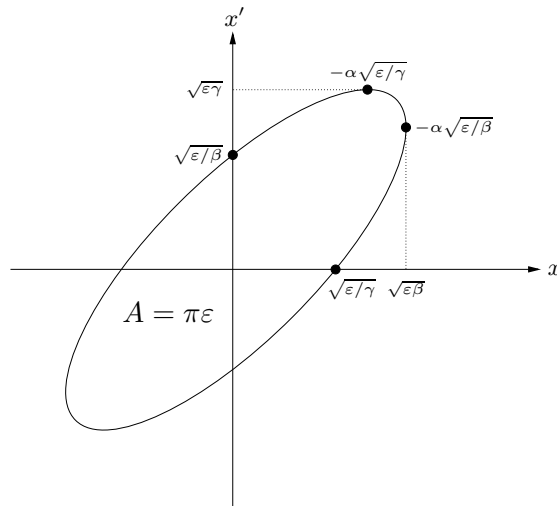


Abbildung 2.2: Darstellung einer Phasenraumellipse in der x - x' -Ebene.

$\alpha(s_0 + U) = \alpha(s_0)$, $\beta(s_0 + U) = \beta(s_0)$ und $\gamma(s_0 + U) = \gamma(s_0)$, wobei U für den Umfang des Beschleunigerrings steht. Der Zusammenhang zwischen der Emittanz und den Twiss-Parametern lautet:

$$\varepsilon = \gamma(s) x^2(s) + 2 \alpha(s) x(s) x'(s) + \beta(s) x'^2(s) . \quad (2.9)$$

Drückt man die Emittanz durch die *Synchrotronintegrale* (vgl. Anhang B) aus, so erkennt man, dass sie quadratisch mit der Energie ansteigt [Riv05]. In einer FODO-Struktur³ ist sie außerdem vom horizontalen Arbeitspunkt Q_x (vgl. Abschnitt 2.3) abhängig, also vom Phasenvorschub pro FODO-Zelle, und nimmt theoretisch ihren minimalen Wert bei einem Phasenvorschub von $\Psi \approx 135^\circ$ an [Riv05].

Nachdem wir die Betafunktion $\beta_i(s)$ definiert haben, können wir den Zusammenhang zwischen ihr und dem Phasenvorschub $\Psi_i(s)$ angeben:

$$\Psi_i(s) = \int_0^s \frac{d\sigma}{\beta_i(\sigma)} . \quad (2.10)$$

Dies hat zur Folge, dass kleine Betafunktionen zu einem großen Phasenvorschub führen.

Bisher hat sich die Diskussion der Bewegungsgleichungen auf Teilchen mit Sollimpuls beschränkt. Im Folgenden wird auf Teilchen mit einer Impulsabweichung $\delta = \frac{\Delta p}{p}$ und somit auf die inhomogene Form der HILLschen Differentialgleichung (2.6) eingegangen. Die Impulsabweichung kommt in einem Elektronenbeschleuniger u.a. durch den stochastischen Charakter der Synchrotronstrahlung und die Wechselwirkung mit Restgas zustande. Man definiert für $\delta = 1$ eine spezielle Dispersionsbahn $D(s)$, die in einem Kreisbeschleuniger ebenfalls der Periodizitätsbedingung $D(s_0 + U) = D(s_0)$ genügen muss, und erhält somit die Ein-Teilchen-Trajektorie in horizontaler

³Näheres zu FODO-Strukturen ist in Kapitel 3 zu finden.

Richtung⁴ zu

$$\begin{aligned} x(s) &= x_{\text{hom}}(s) + x_D(s) \\ &= \sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\beta_x(s)} \cdot \cos(\Psi_x(s) + \Psi_{x_0}) + D_x(s) \frac{\Delta p}{p_0} . \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dies bedeutet, dass die ideale Sollbahn um die durch $D_x(s) \frac{\Delta p}{p}$ gegebene Dispersionsbahn verschoben wird und ein umlaufendes Teilchen um diese Dispersionsbahn Betatronschwingungen ausführt.

Die Ablenkung der Teilchen in den strahlführenden Dipolmagneten ist abhängig vom Teilchenimpuls. Ein Teilchen, das sich nicht mit dem Sollimpuls p_0 durch einen Beschleuniger bewegt, führt daher Schwingungen um die Sollbahn aus, was zu einer Änderung der Bahnlänge L führt. Diese Variation wird durch den *Momentum Compaction*-Faktor α_c beschrieben:

$$\alpha_c = \frac{\Delta L/L}{\Delta p/p_0} = \frac{1}{L} \oint \frac{D(s)}{R(s)} ds . \quad (2.12)$$

Wegen der HEISENBERGSchen Unschärferelation ist es nicht möglich, die Bahnen einzelner Teilchen in einem Beschleuniger nachzuverfolgen. Um die Dimensionen eines Teilchenstrahls abschätzen zu können, betrachtet man daher seine Einhüllende (oder *Envelope*), die durch die maximale Amplitude der x - bzw. z -Koordinate charakterisiert wird:

$$\begin{aligned} \sigma_x(s) &= \sqrt{\varepsilon_x \cdot \beta_x(s) + \left(D_x(s) \cdot \frac{\Delta p}{p_0} \right)^2} , \\ \sigma_z(s) &= \sqrt{\varepsilon_z \cdot \beta_z(s)} . \end{aligned} \quad (2.13)$$

Die Impulsabweichung (bzw. natürliche Energiebreite) $\frac{\Delta p}{p_0}$ kann man in guter Näherung als normalverteilt annehmen; sie skaliert linear mit der Energie. In dieser Definition wird die Strahl-einhüllende als Standardabweichung einer Dichteverteilung interpretiert.

2.3 Arbeitspunkte, optische Resonanzen und Auswirkungen von Magnetfeldfehlern

Die Anzahl der Betatronschwingungen, die ein Teilchen mit Sollimpuls um die Sollbahn während eines Umlaufs ausführt, wird Arbeitspunkt Q_i genannt und berechnet sich nach Gleichung (2.10) zu

$$Q_i = \frac{\Delta \Psi_i}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \frac{ds}{\beta_i(s)} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta_i(s)} . \quad (2.14)$$

Dieser Parameter ist für den Strahltransport eine wichtige Größe: In einem Kreisbeschleuniger sieht ein Teilchen nämlich periodisch nach jedem Umlauf immer dieselbe Magnetstruktur, so dass an einem festen Ort s_0 immer dieselben Kräfte auf das Teilchen wirken. Bei der Wahl

⁴Da die Dipolmagnete nur in horizontaler Richtung ablenken, entsteht auch nur in dieser Richtung Dispersion. In der Realität führen Magnetfeld- und Positionierungsfehler zu einer Kopplung der beiden transversalen Richtungen, die auch eine vertikale Dispersion D_y verursacht. Deren Auswirkungen wird durch den Kopplungsfaktor $\kappa = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$ berücksichtigt.

bestimmter Arbeitspunktwerte kann es im ungünstigsten Fall passieren, dass diese periodisch wiederkehrenden Kräfte sich gegenseitig verstärken, der Strahl also mit der Magnetstruktur in Resonanz gerät – man spricht von *optischen Resonanzen* – und die Teilchen unter diesem Einfluss so große Betatronschwingungen ausführen, dass sie schließlich an der Vakuumkammerwand verloren gehen. Im Folgenden soll untersucht werden, welche Arbeitspunkte in diesem Sinne bei einem Beschleunigerbetrieb problematisch sein können.

Magnete können niemals ideal hergestellt und in einem Beschleuniger absolut exakt aufgestellt werden. Dies führt zu Abweichungen von der durch die Magnetanordnung vorgegebenen Sollbahn, auf die an dieser Stelle näher eingegangen werden soll. In der Anwesenheit von Dipolfeldfehlern bewegen sich Teilchen nicht auf der Sollbahn, sondern auf einer anderen geschlossenen Trajektorie, die auch als *gestörter Closed Orbit* bezeichnet wird. Die Teilchen werden in diesem Fall Betatronschwingungen um die gestörte Gleichgewichtsbahn ausführen:

$$x = x_{co} + x_{\beta} \quad , \quad (2.15)$$

wobei x_{co} für den gestörten *Closed Orbit* steht und x_{β} die Betatronoszillation um diesen Closed Orbit beschreibt. Wir betrachten einen Dipolfeldfehler δB , der am Ort s_0 über eine infinitesimal kleine Strecke Δs Einfluss auf die Teilchenbahn nimmt. Er verändert die Winkelablage eines Teilchens gemäß

$$\Delta x' = -\frac{\delta B}{BR} \cdot \Delta s = \delta G \cdot \Delta s \quad . \quad (2.16)$$

Nimmt man eine allgemeine Verteilung der Dipolfeldfehler $\delta G(s)$ über den gesamten Beschleunigerring an, so erhält man für einen Umlauf das Integral

$$x_{co}(s) = \frac{\beta(s)}{2 \sin(Q\pi)} \oint \delta G(\sigma) \sqrt{\beta(\sigma)} \cos[|\Psi(\sigma) - \Psi(s)| - Q\pi] d\sigma \quad , \quad (2.17)$$

wobei für $\beta(s)$ und Q die ungestörten Werte angenommen werden. Um also keine Ortsablagen $x_{co}(s)$ zu erhalten, die über alle Grenzen hinauswachsen, ist sicherzustellen, dass der gewählte Arbeitspunkt Q keine ganzzahligen Werte annimmt.

Wir wollen uns nun mit Gradientenfehlern beschäftigen, wie sie in Quadrupolmagneten auftreten können. Gradientenfehler verursachen eine Änderung der Fokussierungsstärke eines Quadrupolmagneten, was man durch

$$k_{\text{eff}}(s) = k(s) + \Delta k(s) \quad (2.18)$$

ausdrücken kann. $k(s)$ beschreibt die nominelle Fokussierungsstärke und $\Delta k(s)$ den Gradientenfehler. Ein Quadrupolmagnet mit dem Fehler Δk ruft eine Arbeitspunktverschiebung ΔQ hervor, die sich zu

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi} \oint \Delta k \beta(s) ds \quad (2.19)$$

ergibt. Nach Gleichung (2.14) muss eine Arbeitspunktverschiebung auch mit einer Änderung der Betafunktion einhergehen. Man kann zeigen, dass die Gleichung

$$\Delta \beta(s) = \frac{\beta(s)}{2 \sin(2Q\pi)} \oint \Delta k(\sigma) \beta(\sigma) \cos[2(|\Psi(\sigma) - \Psi(s)| - Q\pi)] d\sigma \quad (2.20)$$

diese Änderung adäquat beschreibt, wobei $\Delta k(\sigma)$ alle Gradientenfehler des Beschleunigerrings beinhaltet [Hin97]. Sollte als Maschinenarbeitspunkt ein ganz- oder halbzahlgiger Wert eingestellt werden, so kann die Betafunktion im ungünstigsten Fall sehr große Werte annehmen, was

gleichbedeutend mit einer starken Vergrößerung der Strahlbreite ist und zu Strahlverlust führen kann. Es sind also auch halbzahlige Arbeitspunkte zu vermeiden.

Diese Betrachtung kann man auf höhere Multipolfehler ausweiten und erhält auf diese Weise weitere Einschränkungen für die Wahl eines geeigneten Arbeitspunktes Q . Als allgemeines Ergebnis ist festzuhalten, dass sich die Fehler eines $2n$ -Pol-Feldes umso stärker auswirken, je näher das Produkt $n \cdot Q$ bei einer ganzen Zahl liegt [Hin97]. Arbeitspunkte, die zu Resonanzen führen, müssen in beiden transversalen Ebenen vermieden werden. Bei der Wahl eines geeigneten Arbeitspunktes ist auch auf Koppelresonanzen (sog. *Summen-* und *Differenzenresonanzen*) zu achten, die durch gekoppelte Schwingungen zwischen der horizontalen, der vertikalen und der longitudinalen Ebene hervorgerufen werden. Das Resonanzkriterium lässt sich mit der Gleichung

$$k \cdot Q_x + l \cdot Q_z + m \cdot Q_s = P \cdot N \quad \text{mit } k, l, m, N \in \mathbb{Z} \quad (2.21)$$

beschreiben, wobei $|k| + |l| + |m|$ als Ordnung der Resonanz bezeichnet wird, Q_s der longitudinale Arbeitspunkt und P die Superperiodizität des Beschleunigers ist. Graphisch wird dieser Sachverhalt in Arbeitspunkt- oder Resonanzdiagrammen veranschaulicht, in denen die Arbeitspunkte Q_x und Q_z gegeneinander aufgetragen und die Resonanzen als horizontale, vertikale und diagonale Linien erkennbar sind. Ein Beispiel hierfür ist das Arbeitspunktdiagramm in Abbildung 3.10. Für Elektronenbeschleuniger sind Resonanzen 1. bis 5. Ordnung relevant, wobei zu berücksichtigen ist, dass die Stärke, also die Breite einer Resonanzlinie, mit zunehmender Ordnung rasch abnimmt.

2.4 Die Chromatizität und ihre Korrektur

In einem Strahl ist die Impulsabweichung der Teilchen in guter Näherung normalverteilt; die Standardabweichung liegt typischerweise in einem Bereich von einem Promille. Die Fokussierungsstärke eines Quadrupolmagneten ist abhängig vom Impuls, den ein Teilchen mit sich trägt, und kann für kleine Impulsabweichungen näherungsweise durch

$$\Delta k \approx -k \cdot \frac{\Delta p}{p_0} \quad (2.22)$$

beschrieben werden. Bewegt sich ein Teilchen nicht mit Sollimpuls durch den Beschleuniger, so wirken auf dieses geringfügig veränderte Fokussierungsstärken. Dieses Phänomen nennt man *natürliche Chromatizität* ξ . Eine Folge nicht verschwindender Chromatizität eines Beschleunigers ist die impulsabhängige Arbeitspunktverschiebung, die sich durch

$$\begin{aligned} \Delta Q_{x,z} &= -\frac{1}{4\pi} \oint k(s) \beta_{x,z}(s) ds \cdot \frac{\Delta p}{p_0} \\ &= -\xi_{x,z} \cdot \frac{\Delta p}{p_0} \end{aligned} \quad (2.23)$$

ausdrücken lässt. Der Wert von ξ wird durch die lineare Strahloptik bestimmt und wird betragsmäßig größer, je stärker die Fokussierung ist. In ungünstigen Fällen verschiebt die Chromatizität den Arbeitspunkt hin zu ganz- oder halbzahligen Werten, so dass die entsprechenden Resonanzen die Strahlbreite vergrößern, was schließlich zu Strahlverlusten führen kann. Im Beschleunigerbetrieb möchte man diese Resonanzen vermeiden und korrigiert daher die impulsabhängige Arbeitspunktverschiebung. Hierzu sind Sextupolmagnete geeignet, die man an Positionen hoher Dispersion aufstellt und die auf diese Weise wie ortsabhängige Quadrupolmagnete

der Stärke $k_s = m \cdot x = m \cdot D(s) \frac{\Delta p}{p}$ wirken. Mit diesen Korrektur- oder Chromatizitätssextupolen kann man eine Gesamtchromatizität von

$$\xi_{ges} = -\frac{1}{4\pi} \oint [m(s) D(s) + k(s)] \beta(s) ds \quad (2.24)$$

einstellen. Die horizontale Dispersion wird von den Strahlführungsmagneten, den Dipolmagneten, hervorgerufen, so dass die Sextupolmagnete gewöhnlicherweise in den Krümmungssektoren eines Beschleunigerrings aufgestellt werden, wo die Dispersions- und die Betafunktion große Werte annehmen.

Im praktischen Betrieb zeigt es sich aber, dass kleine positive Chromatizitätswerte im Bereich $\xi_{x,z} = +1 \dots +3$ der *Head-Tail-Instabilität*⁵ entgegen wirken und daher sinnvoll sind [Wie95].

Ein Nachteil beim Einsatz der Korrektursextupole ist, dass der transversale Kick, den die Teilchen erhalten, einen nichtlinearen Charakter hat, so dass die Teilchenbewegung nicht mehr den Gesetzen der linearen Strahloptik gehorcht. Dieses Problem und seine Folgen sollen in Abschnitt 5.2 behandelt werden.

2.5 Matrixformalismus

In der linearen Strahloptik lassen sich die linearen Elemente Driftstrecke, Dipol- und Quadrupolmagnet durch Matrizen beschreiben. Mithilfe des Matrixformalismus kann man sehr einfach das grundlegende Verhalten der Teilchen in einem Beschleuniger studieren. Der Transport eines Teilchens durch ein lineares Element lässt sich ausdrücken durch

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

wobei x_0, x'_0 die Anfangskoordinaten des Bahnvektors und x, x' seine Endkoordinaten repräsentieren. Die 2×2 -Matrix M wird *Transfermatrix* genannt. Die wichtigsten Matrizen werden an dieser Stelle kurz vorgestellt.

Quadrupolmagnete haben die Eigenschaft, in einer Ebene einen Teilchenstrahl zu fokussieren, wohingegen sie ihn in der anderen Ebene defokussieren. Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Fokussierungsstärke k innerhalb eines Quadrupolmagneten der Länge l konstant ist und am Rand des Quadrupols nach dem *Hard Edge*-Modell auf Null abfällt, ergeben sich die folgenden Matrizen:

horizontal fokussierender Quadrupol ($k < 0$):

$$M_{\text{fok}} = \begin{pmatrix} \cos(\sqrt{|k|}l) & \frac{1}{\sqrt{|k|}} \sin(\sqrt{|k|}l) \\ -\sqrt{|k|} \sin(\sqrt{|k|}l) & \cos(\sqrt{|k|}l) \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

⁵Unter der *Head-Tail-Instabilität* versteht man eine Kollektivschwingung von Elektronen am Kopf und am Ende eines Bunches als Folge der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen Teilchenstrahl und Kammerwand. Eine negative Chromatizität regt die Fundamentalmode der Head-Tail-Instabilität an, was zu einem schnellen Strahlverlust führt.

vertikal fokussierender Quadrupol ($k > 0$):

$$M_{\text{def}} = \begin{pmatrix} \cosh(\sqrt{k}l) & \frac{1}{\sqrt{k}} \sinh(\sqrt{k}l) \\ \sqrt{k} \sinh(\sqrt{k}l) & \cosh(\sqrt{k}l) \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Eine Driftstrecke der Länge s ist dadurch gekennzeichnet, dass in ihr keine (de)fokussierenden Kräfte wirken. Für sie gilt in der Matrixschreibweise:

$$M_{\text{Drift}} = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Ein Dipolmagnet der Länge l besitzt in der horizontalen Ebene einen konstanten Ablenkradius $R > 0$, hat keine fokussierende Wirkung ($k = 0$) und verhält sich in der vertikalen Ebene wie eine Driftstrecke. Die Matrix, die diese Eigenschaften beschreibt, lautet:

$$M_{\text{Dipol}} = \begin{pmatrix} \cos \frac{l}{R} & R \sin \frac{l}{R} \\ -\frac{1}{R} \sin \frac{l}{R} & \cos \frac{l}{R} \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Verwendet man rechteckförmige Dipolmagnete, so ist an beiden Enden die vertikal wirkende Kantenfokussierung zu berücksichtigen, so dass sich ergibt:

$$M_{\text{Dipol,recht}} = \begin{pmatrix} 1 & R \sin \frac{l}{R} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

Um den Teilchentransport durch mehrere lineare Elemente, gekennzeichnet durch die Matrizen M_1, M_2, \dots, M_i , zu berechnen, sind die entsprechenden Matrizen in der richtigen Reihenfolge miteinander zu multiplizieren:

$$M_{\text{Transfer}} = M_i \circ \dots \circ M_2 \circ M_1. \quad (2.31)$$

Am Ende dieses Abschnittes soll ein Zusammenhang zwischen der Transfermatrix M aus Gleichung (2.25) und den Twiss-Parametern β und α aufgezeigt werden: Durch Anwendung der Additionstheoreme trigonometrischer Funktionen auf Gleichung (2.7) sowie anschließende Differentiation und Umformungen lässt sich die Transfermatrix M , die die Teilchenbewegung von einem Startpunkt s_1 in einem Beschleuniger hin zu einem Zielpunkt s_2 beschreibt, mithilfe der Twiss-Parameter β_i und α_i an den entsprechenden Stellen allgemein darstellen als

$$M_{s_1 \rightarrow s_2} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} (\cos \Delta\phi + \alpha_1 \sin \Delta\phi) & \sqrt{\beta_2 \beta_1} \sin \Delta\phi \\ \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \Delta\phi - (1 + \alpha_1 \alpha_2) \sin \Delta\phi}{\sqrt{\beta_2 \beta_1}} & \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} (\cos \Delta\phi - \alpha_2 \sin \Delta\phi) \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

wobei $\Delta\phi$ den Phasenvorschub zwischen den beiden Punkten s_1 und s_2 bezeichnet.

Kapitel 3

Die Bonner Beschleunigeranlage ELSA

Der Stretcherring ELSA ist aus *FODO*-Zellen als Elementarzellen aufgebaut, die hintereinander aufgestellt sind. Diese *FODO*-Zellen werden im ersten Abschnitt dieses Kapitels vorgestellt. Im zweiten Abschnitt wird das *Missing Magnet*-Konzept als eine Methode zur Unterdrückung der Dispersion an bestimmten Stellen eines Beschleunigers erläutert. Im Anschluss wird die Bonner Beschleunigeranlage ELSA beschrieben, wobei ein besonderes Augenmerk auf der Magnetoptik liegt. In den letzten beiden Abschnitten werden die Betriebsmodi von ELSA besprochen und geeignete Arbeitspunkte angegeben.

3.1 FODO-Struktur

In Kreisbeschleunigern können im Allgemeinen zwei Bereiche mit verschiedenen Eigenschaften unterschieden werden:

Kreisbogensektoren: In den Kreisbogensektoren befinden sich die Dipolmagnete, die die Geometrie eines Beschleunigers und durch ihr maximales Magnetfeld die Maximalenergie des umlaufenden Teilchenstrahls definieren. Zusätzlich sind in diesen Bögen die Sextupolmagnete zur Chromatizitätskorrektur untergebracht.

Gerade Strecken: Für die geraden Strecken eines Beschleunigers wird die Abfolge der optischen Elemente der Krümmungssektion derart modifiziert, dass geeignete Bedingungen für die Teilcheninjektion, die Extraktionselemente oder für den Einsatz von Hochfrequenzstrukturen vorherrschen.

Es erweist sich als vorteilhaft, einen Beschleuniger auf der Basis kleinerer Elementarzellen aufzubauen, die sich viele Male in einem Beschleunigerring wiederholen. Eine der weitverbreitetsten Elementarzellen, die *FODO*-Zelle, soll im Folgenden vorgestellt werden.

Eine Magnetstruktur, die, jeweils alternierend, aus fokussierenden (QF) und defokussierenden (QD) Quadrupolmagneten aufgebaut ist, bezeichnet man als *FODO*-Struktur, die elementare

Zelle wird *FODO*-Zelle genannt. Zwischen diesen Quadrupolmagneten dürfen sich nur Beschleunigerelemente ohne – oder höchstens mit vernachlässigbarer – Fokussierung befinden, beispielsweise Driftstrecken, Hochfrequenzstrukturen oder Ablenkmagnete. Dies soll durch die Zahl 0 bzw. den Buchstaben O in der Bezeichnung *FODO* symbolisiert werden. Der schematische Aufbau einer FODO-Zelle ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

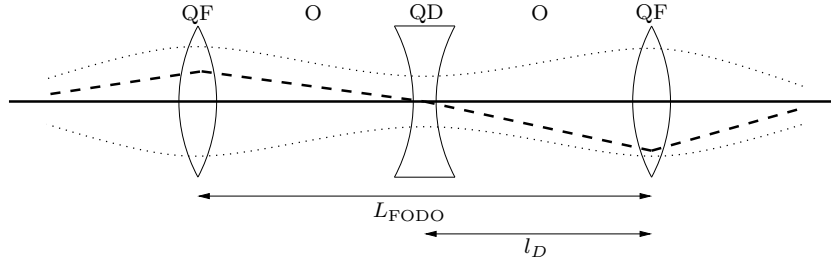


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung einer FODO-Zelle. Die gepunktete Linie stellt die Strahlhüllende (vgl. Abschnitt 2.2) dar, die gestrichelte Linie soll exemplarisch eine Einzelteilchen-Bahn veranschaulichen.

Bei der Verwendung von FODO-Zellen ergeben sich zwei Vorteile: Zum einen wird durch die FODO-Zelle das Prinzip der starken Fokussierung realisiert: Stellt man Sammel- und Zerstreuungslinsen – nichts anderes stellen fokussierende und defokussierende Quadrupolmagnete dar – hintereinander abwechselnd auf, so wirkt dieser Aufbau bei geeigneter Wahl des Abstandes zwischen beiden Linsen in seiner Gesamtheit fokussierend [CS58]. Zum anderen stellen FODO-Strukturen den meisten Platz für Dipolmagnete zur Verfügung und können sehr kompakt gebaut werden, so dass kleine Betafunktionen eingestellt und auf diese Weise geringe Strahlbreiten erreicht werden können.

Stellt man mehrere FODO-Zellen hintereinander auf, so entwickeln sich die optischen Funktionen $\alpha(s)$, $\beta(s)$ und $\gamma(s)$ periodisch, was wiederum zu einem periodischen Verlauf der Strahlhüllenden führt. Beispielsweise nimmt die horizontale Betafunktion ihren Maximalwert in der Mitte eines horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten an, den Minimalwert in der Mitte eines horizontal defokussierenden Quadrupolmagneten. Für die vertikale Betafunktion gilt derselbe Sachverhalt genau umgekehrt. Für die Alphafunktion ergibt sich in der Mitte eines Quadrupolmagneten nach Gleichung (2.8) der Wert Null, da die Betafunktion an diesen Orten extremal wird.

Wir betrachten im Folgenden diejenigen Lösungen von Gleichung (2.8), bei denen die Phasenraumellipse und somit auch die Twiss-Parameter zu Beginn einer FODO-Zelle identisch sind mit den Werten am Ende einer FODO-Zelle. Die Twiss-Parameter besitzen dann dieselbe Periodizität wie die Fokussierungsfunktion $k(s) = k(s + L_{\text{FODO}})$. In der linearen Strahloptik ist die Transfermatrix einer Folge von optischen Elementen gleich dem Produkt der Matrizen der Einzelelemente. Wir vereinbaren die Mitte eines fokussierenden Quadrupols als (beliebig gewählten) Startpunkt, so dass sich als Transfermatrix für eine FODO-Zelle

$$M_{\text{FODO}} = M_{\text{QF,halb}} \circ M_{l_D} \circ M_{\text{QD}} \circ M_{l_D} \circ M_{\text{QF,halb}} \quad (3.1)$$

ergibt. Durch diese Matrix werden die optischen Eigenschaften einer Einzelzelle ebenso wie die Strahlparameter in dieser eindeutig definiert. Eine Teilchenbewegung in einer FODO-Zelle ist genau dann stabil, wenn die Transfermatrix der Bedingung

$$|\text{Tr}(M_{\text{FODO}})| < 2 \quad (3.2)$$

genügt. Ist ein Beschleuniger nur aus solchen FODO-Zellen aufgebaut, die dieser Stabilitätsbedingung genügen, so ist die Bedingung für eine stabile Teilchenbewegung immer erfüllt. Fügt man den FODO-Zellen weitere Elemente (z.B. Dipolmagnete) hinzu, so ist eine Neuberechnung der Transfermatrix notwendig.

Mit Gleichung (3.1) ist es auch möglich, weitere Parameter der Teilchen- oder Magnetoptik zu berechnen. Die Transfermatrix einer FODO-Zelle mit den periodischen Randbedingungen $\beta(s) = \beta(s + L_{\text{FODO}})$ und $\alpha(s) = \alpha(s + L_{\text{FODO}})$ kann als Funktion der Twiss-Parameter α , β und γ sowie des Phasenvorschubs ϕ ausgedrückt werden:

$$M(s) = \begin{pmatrix} \cos \phi + \alpha \sin \phi & \beta \sin \phi \\ -\gamma \sin \phi & \cos \phi - \alpha \sin \phi \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

wobei die (identischen) Werte der Twiss-Parameter an den beiden Rändern einer FODO-Zelle einzusetzen sind. Diese Gleichung erhält man über die periodischen Randbedingungen einer FODO-Zelle $\beta_1 = \beta_2$ und $\alpha_1 = \alpha_2$ aus Gleichung (2.32). Aus Gleichung (3.3) ergibt sich beispielsweise direkt der Phasenvorschub in einer FODO-Zelle zu

$$\phi = \arccos \left(\frac{1}{2} \cdot \text{Tr}(M(s)) \right). \quad (3.4)$$

Aus den übrigen Matrixeinträgen können die Twiss-Parameter berechnet werden. Ist ein Beschleunigerring aus n identischen FODO-Zellen aufgebaut, so stellt Gleichung (3.3) auch die Transformationsmatrix für einen vollen Umlauf dar.

3.2 Dispersionsunterdrückung

In einem Beschleuniger sind Stellen erforderlich, an denen die Dispersion verschwindet. Dies sollte beispielsweise am Ort der Beschleunigung durch Hohlraumresonatoren der Fall sein, da anderenfalls Synchrotron-Resonanzen angeregt werden, die zu zusätzlichen Linien, sogenannten Stoppbändern, im Arbeitspunkt-Diagramm (Abbildung 3.10) und einer unerwünschten Vergrößerung der horizontalen Emittanz führen. Wie man an Gleichung (2.6) sofort erkennt, bestimmen die Dipolmagnete mit ihrem impulsselektiven Charakter die Dispersionsfunktion: Je kleiner der Krümmungsradius eines einzelnen Dipolmagneten ist, desto größer ist sein Beitrag zur Dispersionsbahn.

In einer reinen FODO-Struktur eines Beschleunigers werden jeweils abwechselnd Quadrupol- und Ablenk-magnete aufgestellt, so dass es nicht möglich ist, ohne weiteres dispersionsfreie Orte zu erhalten. Daher ist die Magnetstruktur so zu modifizieren, dass an den gewünschten Stellen die Dispersionsfunktion $D(s)$ den Wert Null annimmt. Unter dem Einfluss der Dispersion wird die ideale Gleichgewichtsbahn des Beschleunigers um die Dispersionsbahn verschoben. Um diese führt ein Teilchen, das sich nicht mit Sollimpuls im Beschleuniger bewegt, Betatronschwingungen aus und es ergibt sich als Gesamtablage

$$x(s) = x_\beta(s) + D(s) \cdot \frac{\Delta p}{p_0}, \quad (3.5)$$

wobei x_β die Lösung der homogenen HILLSchen Differentialgleichung ist (Gleichung (2.6)) und der zweite Summand – der Dispersionsterm – die verschobene Gleichgewichtsbahn für Teilchen mit einer Impulsabweichung $\frac{\Delta p}{p_0}$ beschreibt.

Ein Beispiel am Stretcherring ELSA soll den Einfluss der Dispersionsbahn verdeutlichen: Es wird einer der Orte maximaler horizontaler Strahlausdehnung am Quadrupolmagneten QF8 betrachtet: Bei einer Energie von 5 GeV beträgt dort die Strahlbreite in x -Richtung $\sigma_x = 6,163$ mm, in z -Richtung ist $\sigma_z = 0,698$ mm. Der Beitrag der Dispersionsfunktion zur Betatronamplitude eines einzelnen Teilchens ergibt sich mit den Parametern $D_x = 3,331$ m und einer Impulsabweichung von $\frac{\Delta p}{p_0} = 0,1232$ % zu $x_D = 4,104$ mm; die Strahleinhüllende weist dann unter Berücksichtigung der Dispersion nach Gleichung (2.13) ein Maximum von $\sigma_{x,D} = 7,404$ mm auf, so dass die Strahlverbreiterung von rund 20 % keineswegs zu vernachlässigen ist.

Es gibt mehrere Wege, die Dispersion an einem Ort im Beschleuniger zu unterdrücken, wobei jede Methode ihre Vor- und Nachteile besitzt. Die Grundidee ist, die FODO-Struktur der Krümmungssektion eines Beschleunigers auch in den geraden Strecken fortzusetzen, wobei dort die Dispersionsfunktion verschwinden soll. Sind die optischen Parameter einer FODO-Zelle in einem Beschleunigerbogen gegeben, so ist darauf zu achten, dass am Anfang (Index i) und am Ende (Index e) der dispersionsfreien Zone für die optischen Parameter $\alpha_i = \alpha_e$, $\beta_i = \beta_e$ in beiden transversalen Ebenen sowie $D(s) = D'(s) = 0$ gilt. Es gibt zwei grundlegende Konzepte, dies zu realisieren: Einerseits können zusätzliche Quadrupolmagnete benutzt werden, wodurch aber die Betafunktionen und somit nicht unerheblich die Strahlbreite vergrößert werden, andererseits kann die Stärke mehrerer Dipolmagnete so verändert werden, dass in geraden Strecken die Dispersion verschwindet. Hierzu ist aber die gesonderte Anfertigung von Dipolmagneten vonnöten. Verschiedene Realisierungsmöglichkeiten sind in [Aut79] zu finden.

In ELSA wird das *Missing Magnet*-Konzept zur Dispersionsunterdrückung verwendet. Hierzu werden am Ende des Krümmungssektors n FODO-Zellen ohne Dipolmagnete aufgestellt, auf die m identische Zellen wie vormals im Krümmungssektor folgen. Dieses Dispersionsunterdrückungsschema wird in Abbildung 3.2 dargestellt.

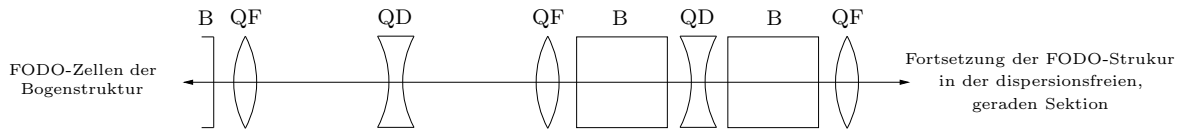


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des *Missing Magnet*-Konzepts zur Dispersionsunterdrückung für $m = n = 1$.

Bezüglich des Phasenvorschubs Φ_{Zelle} einer einzelnen FODO-Zelle lautet die Anschlussbedingung für diese Struktur zur Dispersionsunterdrückung

$$\frac{2n + m}{2} \Phi_{\text{Zelle}} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (3.6)$$

wobei für die Zahl m der erforderlichen Zellen gilt [Hol06] :

$$\sin\left(\frac{m\Phi_{\text{Zelle}}}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{ mit } k = 0, 2, \dots \quad \text{bzw.} \quad \sin\left(\frac{m\Phi_{\text{Zelle}}}{2}\right) = -\frac{1}{2} \text{ mit } k = 1, 3, \dots \quad (3.7)$$

Man erkennt, dass die Wirksamkeit dieses Konzepts von der Wahl des Phasenvorschubs pro FODO-Zelle und der dann gewählten Zahl der benutzten FODO-Zellen innerhalb des Dispersionsunterdrückungsschemas abhängt: Nicht jeder beliebige Phasenvorschub ist zur Dispersionsunterdrückung geeignet. Denkbare Realisierungen werden in Tabelle 3.1 vorgestellt.

| Phasenvorschub Φ_{Zelle} | m | n |
|--------------------------------------|-----|-----|
| 30° | 2 | 2 |
| 60° | 1 | 1 |
| 75° | 4 | 4 |
| 84° | 5 | 5 |
| 100° | 3 | 3 |
| 105° | 4 | 4 |
| 140° | 3 | 3 |
| 150° | 2 | 2 |

Tabelle 3.1: Verschiedene Realisierungsmöglichkeiten des *Missing Magnet*-Konzepts.

3.3 Beschreibung der Beschleunigeranlage ELSA

Der Elektronenbeschleuniger ELSA besteht aus mehreren Komponenten, die die zu beschleunigenden Teilchen durchlaufen müssen, um schließlich zum Experiment zu gelangen.

Zunächst werden die Elektronen in einem Linearbeschleuniger auf eine definierte Energie gebracht. Hierfür stehen zwei Linearbeschleuniger, LINAC 1 und LINAC 2¹, zur Verfügung, wobei LINAC 1² wegen einer Generalüberholung zur Zeit nicht in Benutzung ist, seitdem im Sommer 2002 LINAC 2 den Standardbetrieb übernehmen konnte [Hil]. LINAC 1 wird in Zukunft von einer thermischen Elektronenquelle mit einer Emissionsenergie von 90 keV gespeist. Die mit einer Energie von ca. 50 keV erzeugten Elektronen für den LINAC 2 stammen wahlweise aus einer thermischen Quelle oder aus einer Quelle, die polarisierte Elektronen emittieren kann [Hil00, Gow01]. Die Quellen sind in der Lage, einen gepulsten Strahl mit einer Pulslänge von ca. 1 μs und einer Stromstärke von 200 mA im thermischen bzw. 100 mA im Polarisationsbetrieb zu liefern.

Nachdem die Teilchen in einem der beiden 3 GHz-Wanderwellen-Linearbeschleuniger auf eine Energie von maximal 20 MeV (LINAC 1) bzw. 26 MeV (LINAC 2) beschleunigt und sie zusätzlich in ca. 5 bis 10 ps lange Mikrobunche aufgeteilt worden sind, werden sie strahlabwärts über einen Einlenkweg in das Synchrotron eingeschossen. Hierbei geschieht wegen der Umlaufzeit im Synchrotron (232 ns) und der vom LINAC gelieferten Pulslänge die vollständige Füllung über zwei Umläufe. Das Synchrotron dient als Vorbeschleuniger (*Booster*) für Endenergien von minimal 500 MeV bis maximal 1,2 GeV bei einem Strahlbetrieb mit polarisierten und bis 1,6 GeV mit unpolarisierten Elektronen. Im letzt genannten Fall herrscht eine günstigere Ionendynamik vor und es sind so höhere Ströme (bis 250 mA) erreichbar. Die hochfrequenten Beschleunigungsfelder mit einer Frequenz von 500 MHz führen zu einer Veränderung der zeitlichen Substruktur des Strahls [Hil00]. Ein kompletter Zyklus des Synchrotrons dauert 20 ms, vorgegeben durch den netzsynchronen Betrieb der Anlage bei 50 Hz. Hierbei werden die Elektronen über einen Zeitraum von ca. 10 ms beschleunigt [A⁺87].

Im Anschluss werden die Elektronen innerhalb von ca. 1 μs mittels schneller Extraktion (*Single turn*-Methode) durch einen Transferkanal je nach Betriebsmodus über einen Synchrotronumlauf bzw. mehrere Umläufe in den ELSA-Stretcherring injiziert, damit dieser bei einer Umlaufzeit

¹Die Abkürzung *LINAC* steht für die englische Bezeichnung des Begriffs Linearbeschleuniger, **L**inear **A**ccelerator.

²Im Rahmen einer Dissertation wird dieser Linearbeschleuniger zur Zeit so modifiziert, dass die Anlage auch in einem Single-Bunch-Betrieb gefahren werden kann [Kla].

von 548 ns eine optimale Füllstruktur aufweist [Dre89]. Die verschiedenen Betriebsmodi werden in Abschnitt 3.4 näher beschrieben. Eine schematische Übersicht der Beschleunigeranlage findet sich in Abbildung 3.4.

Beim Bau des Magnetings von ELSA wurde das Konzept einer *Separated Function*-Maschine verfolgt: Die für die Strahlführung notwendigen Dipolfelder werden wie die für die Strahlfokussierung benötigten Quadrupolfelder in physikalisch getrennten Magneten generiert. Hierdurch ist eine Voraussetzung für lange Elektronen-Speicherzeiten erfüllt, da durch diesen Aufbau eine Strahlungsdämpfung der horizontalen Betatronschwingung der umlaufenden Elektronen erreicht wird. Ein weiterer Vorteil dieser Struktur ist ihre hohe Flexibilität: Die beiden transversalen Arbeitspunkte $Q_{x,z}$ lassen sich über weite Bereiche hinweg variabel einstellen; die Beschleunigeranlage kann auf diese Weise in verschiedenen Betriebsmodi gefahren werden.

Der ELSA-Ring besteht aus insgesamt 16 FODO-Zellen, die jeweils eine Länge von 10,275 m haben. Hieraus ergibt sich der Gesamtumfang des Stretcherrings³ zu 164,4 m. Eine FODO-Zelle mit den entsprechenden Abmessungen ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

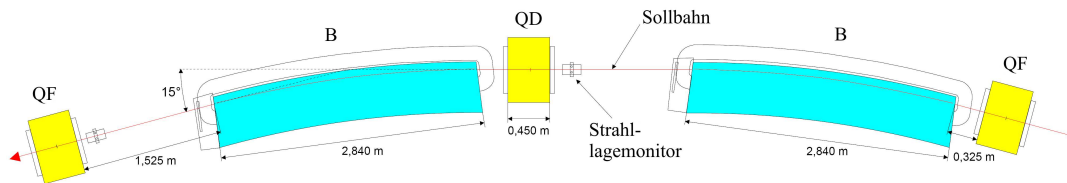


Abbildung 3.3: Aufbau einer FODO-Zelle von ELSA. Bei den angegebenen Magnetlängen handelt es sich um mechanische Längen [Kei00].

In zehn dieser Zellen befinden sich in den Driftstrecken jeweils zwei, insgesamt also 20 strahl- ablenkende, homogene Dipolmagnete mit einem Radius von 10,879 m und einem Ablenkwinkel von 15°. Sie sind in zwei, jeweils 68,5 m langen Bögen so angeordnet, dass der Strahl in jedem Krümmungssektor eine Ablenkung von insgesamt 180° erfährt. An den Enden dieser Bögen gibt es vier Zellen, in denen mit dem Ziel der Dispersionsunterdrückung jeweils nur ein Dipolmagnet aufgestellt ist. Bezüglich der horizontalen Ebene üben sie keine fokussierenden Kräfte aus und sind somit wie Driftstrecken zu behandeln; aufgrund der rechteckigen Bauweise der Dipolmagnete wirkt aber eine geringe Kantenfokussierung auf die vertikale Teilchenbewegung. Die Dipolmagnete sind nicht symmetrisch zu den beiden Quadrupolmagneten aufgestellt, um genügend zusammenhängenden Platz für weitere Elemente zu erhalten. Die optischen Funktionen werden hierdurch nur unwesentlich beeinflusst. Anhand von Abbildung 3.4 erkennt man, dass die beiden Kreisbogensegmente und die beiden 13,7 m langen geraden Stücke von der Magneto-optik her gleichartig aufgebaut sind, so dass sich die Superperiodizität des Beschleunigers zu $P = 2$ ergibt.

Mit den Parametern aus Tabelle 3.2 und unter Vernachlässigung der Dipolmagnete (vgl. Abbildung 3.3) erhält man die Transfermatrix einer ELSA-FODO-Zelle in horizontaler Richtung zu

$$M_{\text{FODO}} = \begin{pmatrix} -0,23317 & 17,67768 \\ -0,05349 & -0,23317 \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

³Dieser Wert für den Umfang des Stretcherrings ergibt sich mitunter aus den physikalischen Längen der Dipolmagnete. In der Realität ist aber wegen der Randfelder eine effektive Feldlänge $l_{\text{Dip,eff}}$ anzunehmen, die zu einer Veränderung der Länge der Gleichgewichtsbahn führt. Geometrische Überlegungen, die durch eine Messung der Frequenz des Hohlraumresonators verifiziert wurden, führen zu einer tatsächlichen Länge der Gleichgewichtsbahn von 164,3952 m [Kei00].

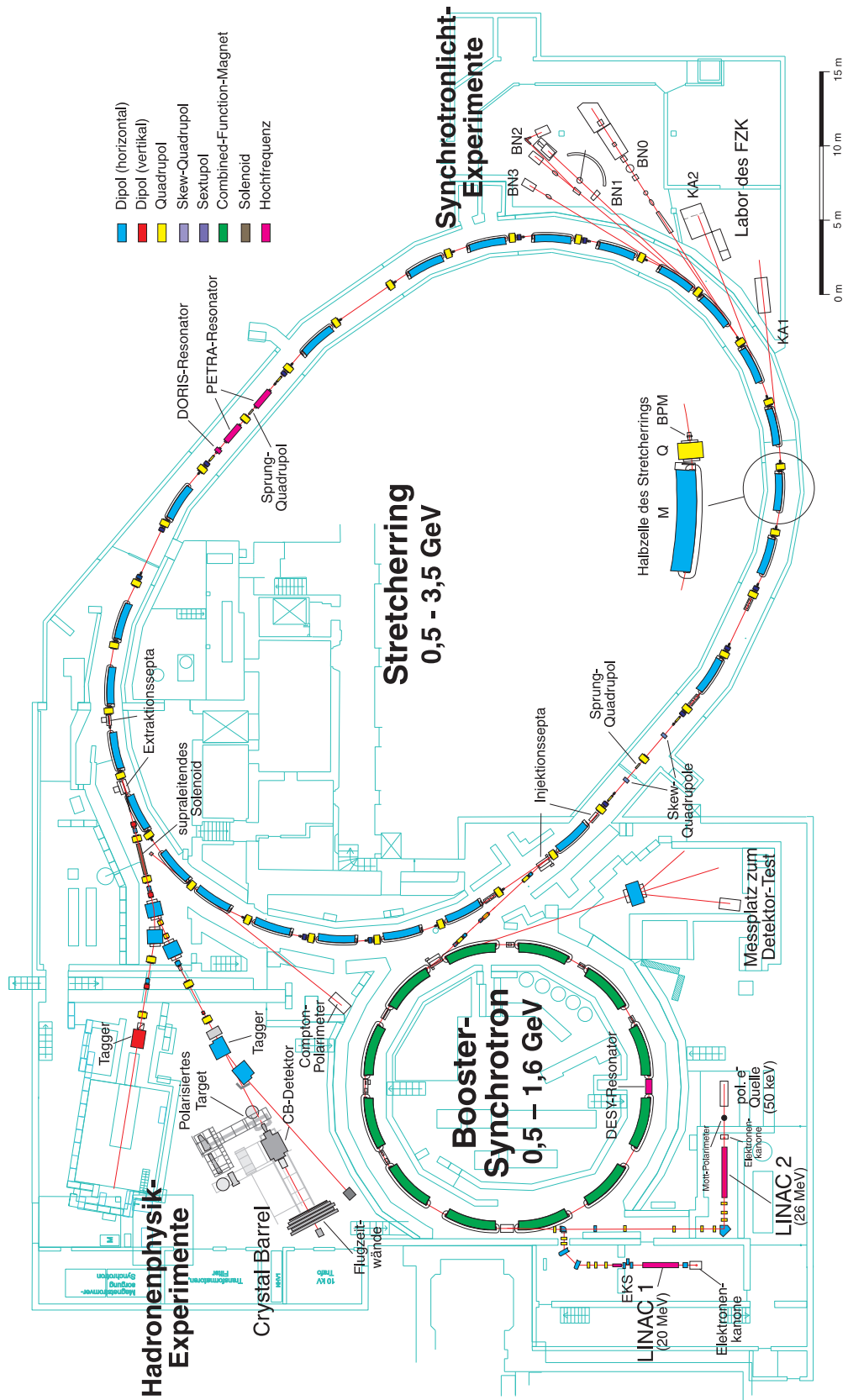


Abbildung 3.4: Plan der Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA), Stand: Juni 2007.

| | | |
|---|-------------|-----------------|
| effektive Feldlänge eines Quadrupolmagneten | 0,4997 | m |
| Stärke eines horiz. fok. Quadrupolmagneten (QF) | 0,630034072 | m ⁻² |
| Stärke eines horiz. defok. Quadrupolmagneten (QD) | 0,579990815 | m ⁻² |
| effektive Länge der Driftstrecke | 4,6378 | m |

Tabelle 3.2: Parameter einer FODO-Zelle von ELSA.

Es gilt $|\text{Tr}(M_{\text{FODO}})| = 0,46617$, so dass die Stabilitätsbedingung aus Gleichung (3.2) für die Teilchenbewegung in einer FODO-Zelle erfüllt ist. Mit Gleichung (3.4) ergibt sich der Phasenverschub in einer FODO-Zelle zu $103,48^\circ$. Wird der horizontale Arbeitspunkt auf $Q_x = 4,617$ eingestellt, so beträgt die Zahl der horizontalen Betatronschwingungen während eines Beschleunigerumlaufs insgesamt $4,617 \cdot 2\pi = 29,0095$. Bei 16 FODO-Zellen sind dies 1,81309 Betatronschwingungen pro Zelle, was wiederum einem Phasenverschub von $103,8825^\circ$ entspricht und sehr gut zu unserer theoretischen Rechnung passt.

Von den 32 Quadrupolmagneten in ELSA wirken 16 fokussierend in der horizontalen und 16 fokussierend in der vertikalen Ebene. In der jeweils anderen Ebene besitzen sie eine defokussierende Wirkung. Neben der Strahlfokussierung dienen sie gleichzeitig der Einstellung eines geeigneten Arbeitspunktes, um u.a. optische Resonanzen und somit einen frühzeitigen Strahlverlust zu vermeiden. Die fokussierenden Quadrupolmagnete werden von einem gemeinsamen Netzgerät versorgt, ebenso wie die defokussierenden Quadrupolmagnete durch ein weiteres. Dadurch ist gewährleistet, dass jeweils eine Quadrupolfamilie in gleichem Maße erregt wird.

Der Verlauf der Betafunktionen $\beta_{x,z}$ wird durch die Positionierung und die Stärke der Quadrupolmagnete bestimmt, die Entwicklung der horizontalen Dispersionsfunktion $D_x(s)$ durch die Position der Dipolmagnete und ihren Ablenkwinkel. Simulationsprogramme für Teilchenbeschleuniger wie MAD-X [Sch07] können die optischen Funktionen von Beschleunigern berechnen [Sch07]. Für ELSA sind sie in Abbildung 3.5 illustriert.

ELSA besitzt darüber hinaus zwölf Sextupolmagnete. Vier von ihnen sind in die beiden dispersionsfreien Sektionen eingebaut, um die drittelzahlige Resonanz für die Extraktion anzuregen. Diese Position ist vorteilhaft, da diese Sextupolmagnete dort nicht bzw. nur unwesentlich die Chromatizität des Rings beeinflussen. Die anderen acht Sextupolmagnete dienen der Korrektur der natürlichen Chromatizität (vgl. Abschnitt 2.4). Um nach Gleichung (2.24) eine maximale Wirkung zu erzielen, sind sie in den beiden Bögen an Stellen möglichst hoher Dispersion, also möglichst nah an Quadrupolmagneten positioniert. Bei der Aufstellung der Magnete wurde darauf geachtet, die Superperiodizität des Beschleunigers nicht aufzuheben. Um eine gleichmäßige Erregung zu gewährleisten, sind auch hier die Sextupolmagnete einer jeden Familie wieder in Reihe geschaltet: die vier Sextupolmagnete in der Nähe der horizontal fokussierenden Quadrupolmagnete, die vier Sextupolmagnete in der Nähe der vertikal fokussierenden Quadrupolmagnete und die vier Sextupolmagnete zur Anregung der $\frac{14}{3}$ -Resonanz für die Extraktion.

Mit den an ELSA installierten Sextupolmagneten (vgl. Tabelle 4.6) erfolgt die Chromatizitätskorrektur in beiden transversalen Richtungen nach Gleichung (2.24) über

$$\begin{aligned}\xi_x &= \xi_{x,\text{nat}} + 3,5806 \cdot m_F + 0,2861 \cdot m_D \quad , \\ \xi_z &= \xi_{z,\text{nat}} + 0,6566 \cdot m_F + 1,6032 \cdot m_D \quad ,\end{aligned}\tag{3.9}$$

wobei m_F und m_D jeweils die Stärken derjenigen Sextupolmagnete sind, die in der Nähe eines horizontal fokussierenden bzw. defokussierenden Quadrupolmagneten stehen. Beim Einsatz der

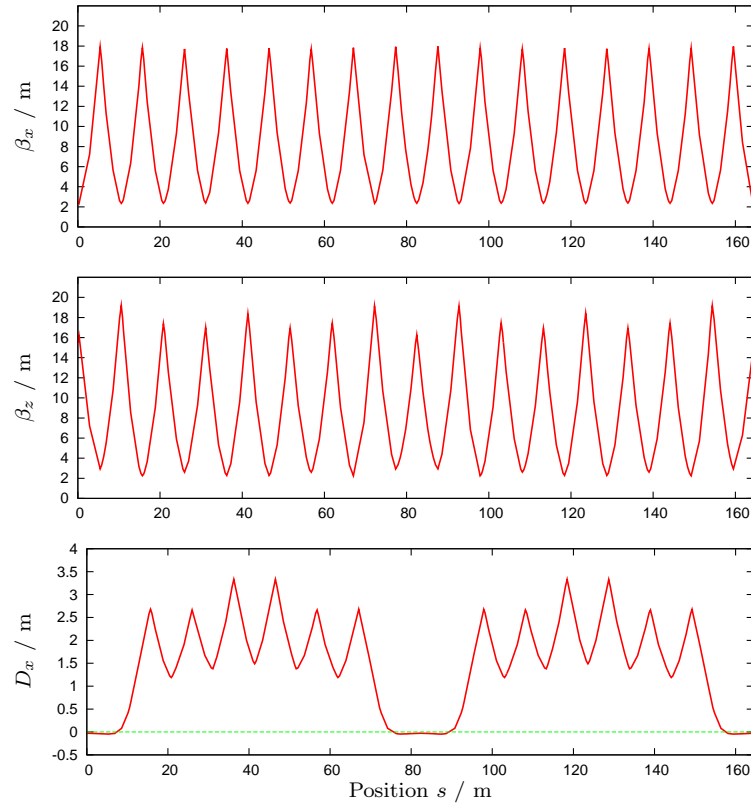


Abbildung 3.5: Optische Funktionen von ELSA. Feldfehler der Dipolmagnete sowie Verkippungen der Quadrupolmagnete verursachen eine vertikale Dispersion D_y , deren Größenordnung sich jedoch im vernachlässigbaren Bereich von 10^{-2} m befindet (vgl. Abschnitt 2.2).

Extraktionssextupole müssen zusätzlich die Summanden $-0,0642 \cdot m_X$ bzw. $-0,0134 \cdot m_X$ eingefügt werden. Man erkennt, dass deren Einfluss auf die Chromatizität verschwindend gering ist.

Da die Elektronen während des laufenden Betriebs in den Bögen des Beschleunigers durch die unvermeidliche Abstrahlung von Synchrotronlicht Energie verlieren, muss diese Energieminderung kompensiert werden. In ELSA sind hierfür zwei Hochfrequenzanlagen vorhanden (wobei nur noch eine in Betrieb ist). Auch sie sind an einem der beiden dispersionsfreien Orte des Beschleunigers eingebaut, um die Anregung von Synchro-Betatron-Resonanzen zu vermeiden.

Wie in Abschnitt 3.2 schon erläutert wurde, gibt es Komponenten in einem Beschleuniger, die an seinen dispersionsfreien Stellen aufgestellt werden müssen, um einen möglichst reibungslosen Betrieb zu gewährleisten. Hierzu zählen bei ELSA die eben erwähnten Hochfrequenzresonatoren zur Beschleunigung der Elektronen, Teile des Injektionssystems sowie die Sextupolmagnete für die Extraktion. Da der Beschleuniger als idealerweise planar aufgebaut angenommen wird, verschwindet die vertikale Dispersion. Trotzdem sind Verkippungen von Quadrupolmagneten und Magnetfeldfehler nicht zu vermeiden, so dass es zu einer Kopplung zwischen den beiden transversalen Phasenräumen kommt, die durch den Kopplungsfaktor κ ausgedrückt wird. Der Kopplungsfaktor nimmt bei ELSA je nach Arbeitspunktkombination Werte zwischen 3 und 10 % an. Um dispersionsfreie Sektionen zu erhalten, wird in den vier Zellen vor und hinter den geraden Strecken des Beschleunigers das *Missing Magnet*-Konzept in einer modifizierten Form umgesetzt: Die Dipolmagnete werden nicht in kompletten FODO-Zellen weggelassen, sondern es

werden nur in den beiden vorletzten Halbzellen symmetrisch vor und hinter der geraden Sektion keine Ablenkmagnete eingebaut, wie es in Abbildung 3.6 veranschaulicht wird [Wie93]. Auf diese Weise bleibt die Superperiodizität P des Beschleunigers erhalten.

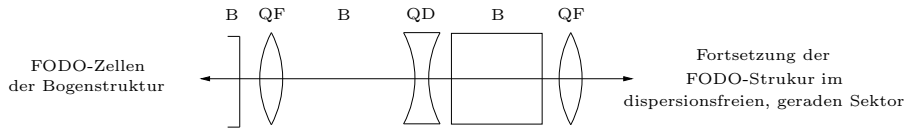


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des an ELSA realisierten *Missing Magnet*-Konzepts zur Dispersionsunterdrückung.

Dass auch dieses modifizierte Konzept nur in einem eingeschränkten Arbeitspunktbereich seine volle Wirkung entfaltet [Kei00], sollen die Dispersionsdiagramme von ELSA bei verschiedenen Arbeitspunkten in Abbildung 3.7 zeigen.

3.4 Betriebsmodi

Die an ELSA betriebenen Experimente der Mittelenergiephysik haben andere Ansprüche an die Strahleigenschaften als die Nutzer des Synchrotronlichts. Daher wurden drei entsprechend geeignete Betriebsmodi konzipiert:

Stretchermodus: Da der ELSA-Zyklus synchron mit dem Booster-Zyklus läuft, werden in dieser Betriebsart alle 20 ms einzelne Elektronenpulse über drei Umläufe aus dem Booster-Synchrotron nach ELSA injiziert. Im Anschluss an die Injektion wird umgehend mit der langsamen Resonanzextraktion beim resonanten Arbeitspunkt $Q_x = 4\frac{2}{3}$ begonnen [Nec93, Gen99]. Die Extraktionsparameter werden hierbei so eingestellt, dass das Experiment einen Nutzstrahl mit konstanter Intensität erhält. Nach 20 ms wird der Stretcher-Ring wiederum durch das Synchrotron befüllt und die Extraktion beginnt von neuem. Auf diese Weise wird ein nahezu hundertprozentiges makroskopisches Tastverhältnis – nur beschränkt durch die Injektionszeit – erreicht [Kei00]. Theoretisch kann man auf diese Weise eine Stromstärke des extrahierten Strahls von bis zu 200 nA erzeugen, praktisch werden Stromstärken von 1 pA bis 50 nA erzielt [Hil00]. Aufgrund der Mindestenergie des Synchrotrons bilden 0,5 GeV in diesem Modus die untere Grenze des Energiebereichs. Die obere Grenze liegt – wie auch im Nachbeschleunigungsmodus – bei einem Strahlbetrieb mit polarisierten Elektronen wegen der depolarisierenden 3. Imperfektionsresonanz bei einer Energie von 1,2 GeV, mit unpolarisierten Elektronen ist die maximale Energie auf 1,6 GeV beschränkt, wobei diese Limitierung von Überlegungen zur Betriebssicherheit des Hauptextraktionsseptums des Synchrotrons herrührt [Ste99].

Nachbeschleunigungsmodus: Der Elektronenstrahl besitzt im Booster-Synchrotron seine minimale Emittanz bei ca. 1,2 GeV. Werden Endenergien von über 1,2 GeV gewünscht, kann über mehrere Synchrotronzyklen (dies ist wegen des größeren Umfangs des ELSA-Rings im Vergleich zum Synchrotron – etwa 3:7 – für eine homogene Füllung des Stretcherrings notwendig) mit einer niedrigen Energie vom Synchrotron in ELSA eingeschossen, akkumuliert und schließlich auf höhere Energien nachbeschleunigt werden [Kei00]. Ist die Sollenergie erreicht, wird mit der langsamen Resonanzextraktion begonnen, um dem Experiment die Elektronen kontinuierlich, also als Quasi-Gleichstrom, zuzuführen. Nach dem Ende der Extraktionszeit wird ELSA wieder auf die Injektionsenergie heruntergerampft, so dass mit

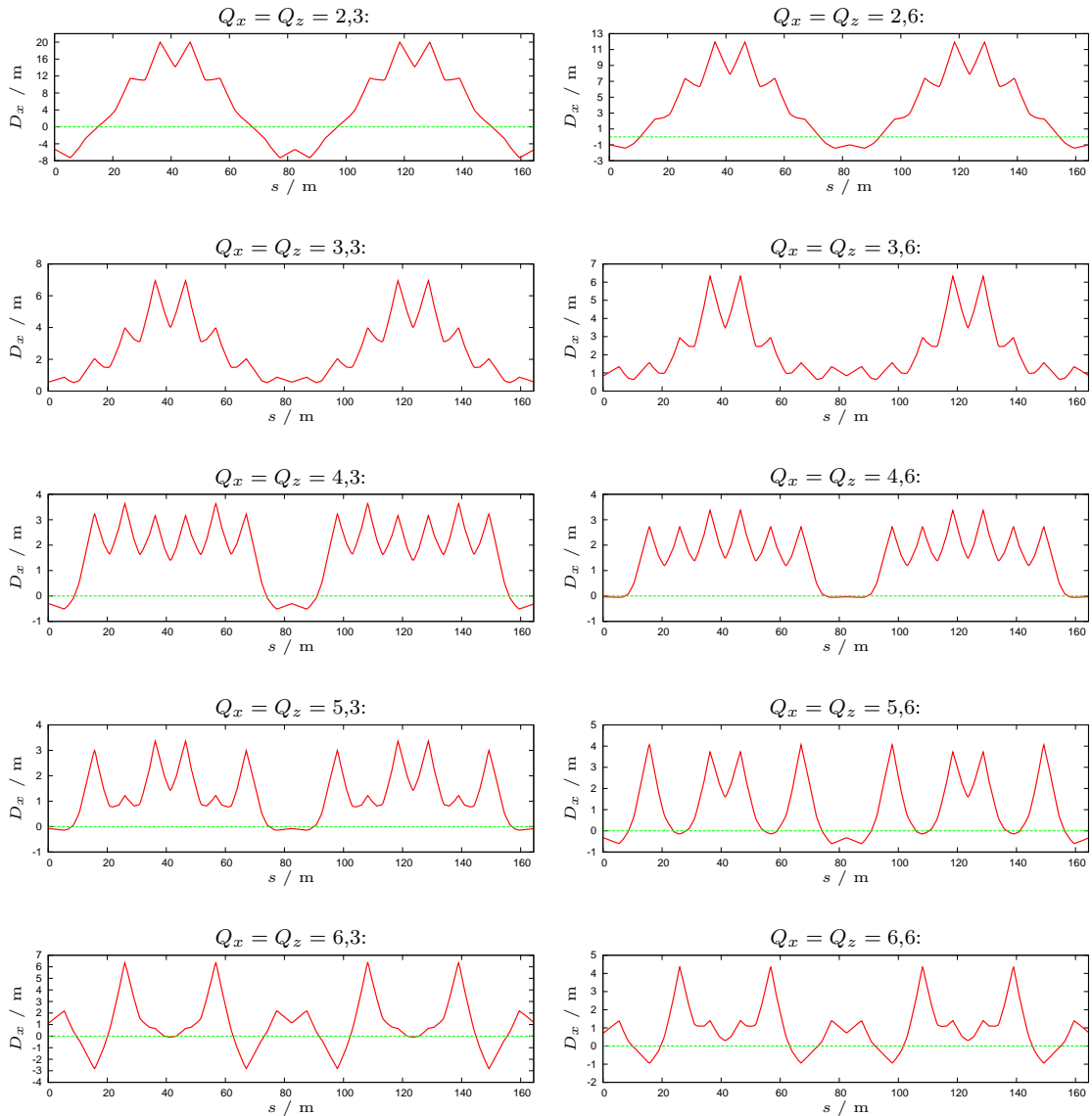


Abbildung 3.7: Entwicklung der Dispersionsfunktion von ELSA in Abhängigkeit vom eingestellten Arbeitspunkt.

einem neuen Einschuss aus dem Synchrotron begonnen werden kann. Das Tastverhältnis wird hierbei zum einen durch die für die Nachbeschleunigung benötigte Zeit – die maximale Rampgeschwindigkeit der Netzgeräte von $\frac{dE}{dt} = 7 \text{ GeV/s}$ begrenzt diese Zeit nach unten hin –, zum anderen durch das Anpassen der Feldstärke der ELSA-Magnete von der Extraktionsenergie hinunter zur Injektionsenergie bestimmt. Daher wird eine möglichst lange Extraktionszeit bei der Sollenergie angestrebt, wodurch ein makroskopisches Tastverhältnis von 60 bis 70 % (für eine typische Energie von 3,2 GeV und 1 nA externen Strahlstrom) erreicht werden kann. Bedingt durch die Verlängerung der Extraktionszeit ist die Intensität des extrahierten Strahls im Vergleich zum Stretcher-Modus geringer, aber es können Energien von maximal 3,5 GeV erreicht werden. Diese obere Energiegrenze ist durch die Stromversorgung der Dipolmagnete sowie die maximale Beschleunigungsspannung der Hochfrequenz gegeben. Im Stretcherring beträgt in diesem Modus der akkumulierte Strahlstrom typischerweise 15 bis 80 mA, am Experiment sind in der Regel externe

Strahlströme von 200 pA bis 1 nA erreichbar. In Abhängigkeit von der Energie liegt der erzielbare Polarisationsgrad der externen Elektronen zwischen 55 % bei 3,2 GeV und 72 % bei 1,27 GeV [Fro].

Speichermodus: In diesem Modus wird eine große Zahl von Synchrotronzyklen in ELSA gespeichert, so dass der Beschleuniger als Synchrotronstrahlungsquelle genutzt werden kann. Hierzu gelangt das Synchrotronlicht, das die Elektronen bei der Ablenkung in den Dipolmagneten tangential emittieren, aus dem Stretcherring an verschiedene Experimentierplätze. In Abhängigkeit vom gewünschten Strahlspektrum des Synchrotronlichts findet der Transfer zum Stretcherring bei 1,2 bzw. 1,6 GeV statt, die Elektronen werden dann auf Endenergien von 1,6 bis 3,0 GeV nachbeschleunigt. In jüngster Vergangenheit konnte bei einer Energie von 2,4 GeV ein Strahlstrom von 100 mA erreicht werden. Zuvor wurde der maximal erzielbare Strahlstrom durch die Erwärmung der damals noch nicht wassergekühlten Vakuumkammern begrenzt (ca. 65 mA bei 2,3 GeV bzw. 35 mA bei 2,7 GeV) [Rae01]. Die Strahllebensdauer wird durch die Streuung der Elektronen am Restgas in der Vakuumkammer limitiert. Hat die Stromstärke eine festgelegte untere Intensitätsschwelle erreicht, werden neue Elektronenpakete in den Stretcherring injiziert. In Abhängigkeit von Strahlstrom und -energie werden Speicherzeiten von mehreren Stunden erreicht.

Die Vorgänge während der verschiedenen Betriebsmodi werden in Abbildung 3.8 dargestellt.

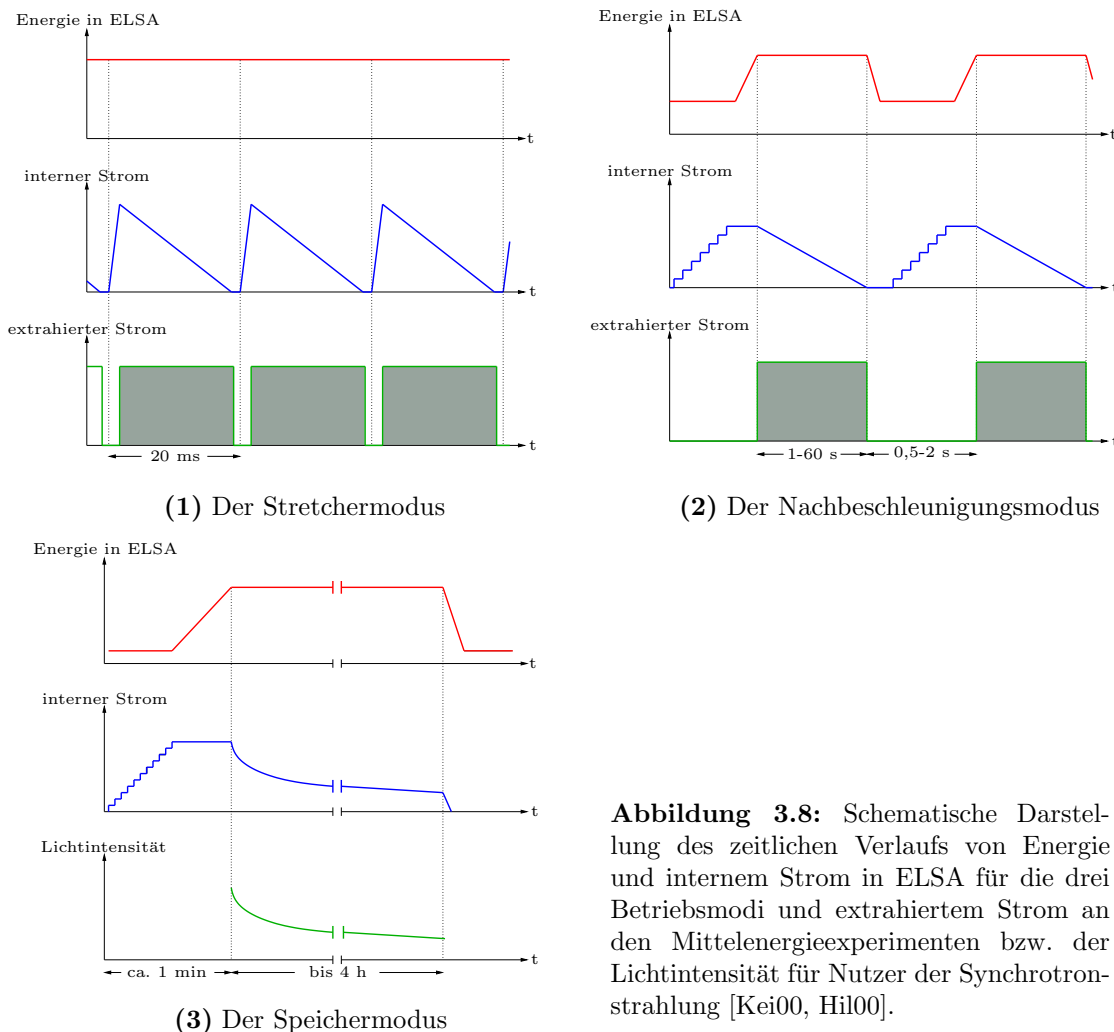


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufs von Energie und internem Strom in ELSA für die drei Betriebsmodi und extrahiertem Strom an den Mittelenergieexperimenten bzw. der Lichtintensität für Nutzer der Synchrotronstrahlung [Kei00, Hil00].

3.5 Bestimmung von geeigneten Arbeitspunkten

Zwei Kriterien spielen bei der Wahl des Arbeitspunktes von ELSA eine entscheidende Rolle: Zum einen wünscht man sich einen möglichst schmalen Teilchenstrahl, zum anderen ist darauf zu achten, dass das gewählte Konzept zur Dispersionsunterdrückung seine volle Wirkung entfalten kann. Wir betrachten hierzu in Tabelle 3.3 zunächst die horizontale Strahlbreite σ_x nach Gleichung (2.13) bei verschiedenen Arbeitspunkten $Q_{x,z}$ und einer Energie von 5 GeV.

| $Q_{x,z}$ | $\varepsilon_x/\text{nmrad}$ | β_x/m | D_x/m | σ_x/mm |
|-----------|------------------------------|--------------------|----------------|----------------------|
| 2,6 | 9126 | 16,94 | 11,94 | 19,3 |
| 3,3 | 3113 | 16,35 | 6,95 | 11,1 |
| 3,6 | 2567 | 16,42 | 6,32 | 10,1 |
| 4,3 | 1531 | 17,37 | 3,63 | 6,8 |
| 4,6 | 1066 | 18,15 | 3,36 | 6,0 |
| 5,3 | 786 | 21,34 | 3,36 | 5,8 |
| 5,6 | 924 | 23,52 | 4,06 | 6,8 |
| 6,3 | 2235 | 30,16 | 6,23 | 11,2 |

Tabelle 3.3: Maximalwerte der (energieunabhängigen) horizontalen optischen Funktionen β_x und D_x , die Emittanz ε_x sowie die horizontale Strahlbreite σ_x bei verschiedenen Arbeitspunkten $Q_{x,z}$ und der Energie 5 GeV.

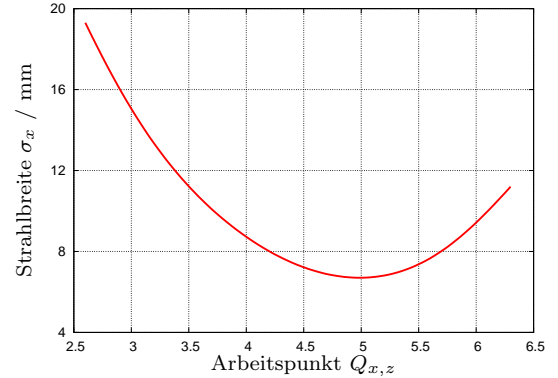


Abbildung 3.9: Horizontale Strahlbreite σ_x in Abhängigkeit vom eingestellten Arbeitspunkt $Q_{x,z}$.

Bei horizontalen Arbeitspunkten im Intervall von 4,5 bis 5,5 nimmt σ_x den minimalen Wert an, so dass insbesondere dieser Arbeitspunktbereich in Betracht kommen. Vergleicht man nun die Diagramme in Abbildung 3.7 miteinander, so erkennt man, dass in den geraden Sektionen die Dispersionsfreiheit im Bereich des Arbeitspunktes $Q_x = 4\frac{2}{3}$ am Besten erfüllt ist, so dass man Q_x im praktischen Betrieb hierhin legen sollte. Dieses generelle Kriterium wird aber um ein weiteres verschärft: Um Instabilitäten und eine übermäßige Verbreiterung des Strahls aufgrund von Maschinenfehlern zu vermeiden, müssen die Arbeitspunkte so gewählt werden, dass sie nicht in der Nähe von Resonanzlinien liegen. Die Resonanzlinien erfüllen in den beiden transversalen und in der longitudinalen Richtung die Resonanzbedingung

$$k \cdot Q_x + l \cdot Q_z + m \cdot Q_s = P \cdot N \quad \text{mit } k, l, m, N \in \mathbb{Z}, \quad (3.10)$$

wobei P die Superperiodizität der Maschine bezeichnet. Mit höher werdender Superperiodizität sinkt die Anzahl der Resonanzlinien, so dass bei der Konstruktion eines Beschleunigers auf eine möglichst hohe Superperiodizität geachtet werden sollte. Bei ELSA beträgt die Superperiodizität $P = 2$. Abbildung 3.10 stellt das Resonanzdiagramm in dem für ELSA relevanten Arbeitspunktintervall dar.

Einen Überblick über wichtige Parameter von ELSA gibt Tabelle 3.4.

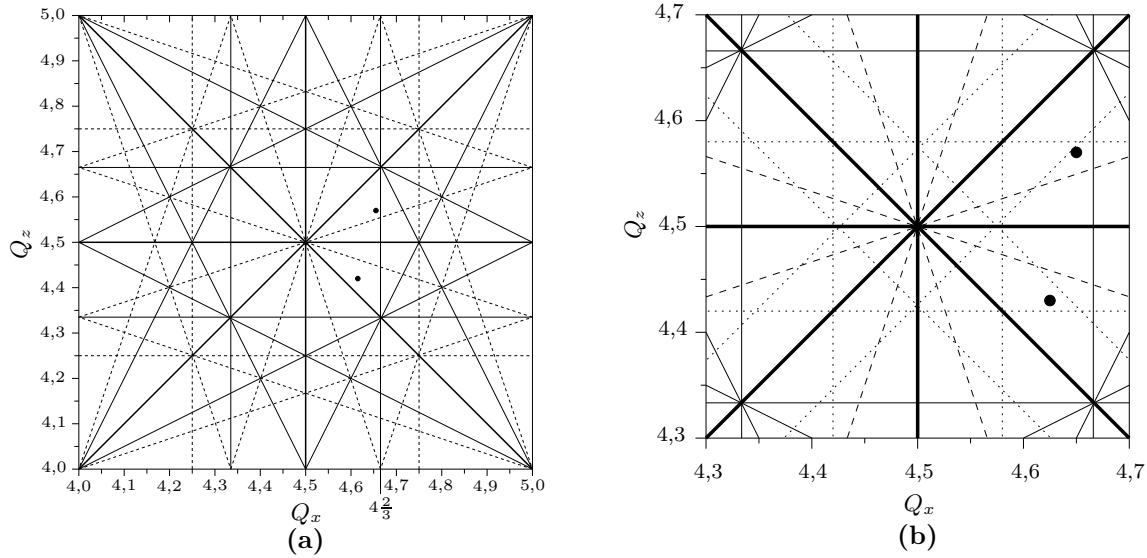


Abbildung 3.10: Resonanzdiagramme von ELSA: (a) Arbeitspunktbereich $Q_x, Q_z \in [4; 5]$. (b) Vergrößerter Ausschnitt im Arbeitspunktbereich $Q_x, Q_z \in [4,3; 4,7]$ mit Synchrotronseitenbändern als gepunktete Linien. Angenommen wurde ein für 5 GeV typischer Synchrotronarbeitspunkt von $Q_s = 0,08$. Dicke Linien sind Resonanzen 2. Ordnung, einfache Linien Resonanzen 3. Ordnung und gestrichelte Linien Resonanzen 4. Ordnung. Außerdem sind die beiden typischen ELSA-Arbeitspunktpaare $Q_1(4,617/4,428)$ und $Q_2(4,65/4,57)$ eingezeichnet. Resonanzen mit ungeradem N werden wegen der geraden Superperiodizität von ELSA, $P = 2$, unterdrückt, nicht jedoch ganz- und halbzahlige Resonanzen.

| | | | |
|--|-------------------|----------------------|---------|
| Umfang des Beschleunigers | U | 164,4 | m |
| Länge der Gleichgewichtsbahn | C | 164,3952 | m |
| Maximalenergie | E_{\max} | 3,5 | GeV |
| Anzahl der Dipole | | 24 | |
| Anzahl der Quadrupole | | 32 | |
| Anzahl der Sextupole | | 12 | |
| Anzahl der FODO-Zellen | | 16 | |
| Länge einer FODO-Zelle | L_{FODO} | 10,275 | m |
| horizontaler Phasenvorschub pro FODO-Zelle | μ_x | 0,2886 | 2π |
| vertikaler Phasenvorschub pro FODO-Zelle | μ_z | 0,2768 | 2π |
| Anzahl der Superperioden | P | 2 | |
| Energieverlust pro Umlauf (bei 3,5 GeV) | U_0 | 1,22 | MeV |
| horizontaler Arbeitspunkt (typisch) | Q_x | 4,617 | |
| vertikaler Arbeitspunkt (typisch) | Q_z | 4,428 | |
| Momentum Compaction Factor | α_c | 0,063 | |
| maximale Betafunktion, horizontal | $\beta_{x,\max}$ | 17,970 | m |
| maximale Betafunktion, vertikal | $\beta_{z,\max}$ | 19,200 | m |
| Dispersion, horizontal | D_x | 3,331 | m |
| natürliche Chromatizität, horizontal | ξ_x | -5,3 (-11,6) | |
| natürliche Chromatizität, vertikal | ξ_z | -5,5 (-0,5) | |
| natürliche Emittanz (3,5 GeV) | ε_x | 0,9 | mm mrad |
| natürliche Energiebreite (3,5 GeV) | σ_E | $8,62 \cdot 10^{-4}$ | |
| Kopplungsfaktor | κ | 0,1 | |
| Harmonischenzahl | h | 274 | |
| Umlaufzeit | T_0 | 548 | ns |

Tabelle 3.4: Wichtige Parameter der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA. Die eingeklammerten Werte der natürlichen Chromatizität sind experimentell bestimmt (vgl. Abschnitt 5.2.5).

Kapitel 4

Magnete

Für *Combined Function*-Maschinen, wie das Booster-Synchrotron, werden die Magnete so angefertigt, dass sie gleichzeitig den Teilchenstrahl ablenken, ihn fokussieren und die Chromatizität korrigieren. Neuere Beschleuniger, wie ELSA, sind als *Seperated Function*-Maschinen ausgelegt: In ihnen geschieht die Ablenkung durch Dipolmagnete, die Fokussierung durch Quadrupolmagnete und die Chromatizitätskorrektur durch Sextupolmagnete. Gründe für diese Umstellung sind zum einen die höhere Flexibilität dieser Strukturen, zum anderen lassen sich höhere Teilchenenergien erreichen, da der Eisenkern eines reinen Dipolmagneten seine Sättigung erst bei höheren Feldern erreicht als derjenige eines *Combined Function*-Magneten. In diesem Kapitel werden zunächst in einem theoretischen Abschnitt Dipol-, Quadrupol- und Sextupolmagnete behandelt. Im zweiten Teil werden die im Stretcherring ELSA verwendeten Magnete vorgestellt und die Konsequenzen für diese Magnete im Rahmen einer Energieerhöhung des Stretcherrings auf 5 GeV aufgezeigt. Eine ausführliche Behandlung der Theorie findet man beispielsweise in [Hin97].

4.1 Theorie der Magnete

4.1.1 Dipolmagnete

Die Aufgabe von Dipolmagneten in einem Kreisbeschleuniger ist die Ablenkung des Teilchenstrahls, um ihn auf einer Kreisbahn zu halten¹. Um ein möglichst homogenes Magnetfeld² B_0 zu erhalten, kommen Dipolmagnete mit einem kleinen Polschuhabstand h zum Einsatz. Ein weiteres Kriterium für die Formgebung eines Magneten ist aus rein praktischen Überlegungen die Flexibilität, beispielsweise Vakuumkammern ohne größeren Aufwand zur Bearbeitung herausnehmen zu können. Hierzu sind C-förmige Dipolmagnete, wie in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt, die ideale Wahl. Ein solcher Dipolmagnet besteht aus einem Eisenjoch, das an einer Seite für die Vakuumkammer unterbrochen ist: Diese findet dort Platz in einem homogenen Magnetfeld. Die beiden Polschuhe sind von stromdurchflossenen Spulen umgeben, die das Magnetfeld erzeugen.

¹Darüber hinaus gibt es in ELSA 40 kleinere Dipolmagnete zur Korrektur der Gleichgewichtsbahn, um die Herstellungs- und Aufstellungsfehler der Hauptdipolmagnete zu kompensieren. 21 Dipolmagnete wirken in der horizontalen, 19 in der vertikalen Richtung. In nächster Zukunft sollen diese jedoch durch ein neues System mit 60 Korrekturdipolmagneten ausgetauscht werden [Bal]. Sie werden hier nicht weiter betrachtet.

²Das Formelzeichen B wird in der Physik gemeinhin als magnetische Flussdichte bezeichnet. In dieser Arbeit soll synonym der Begriff *Magnetfeld* verwendet werden.

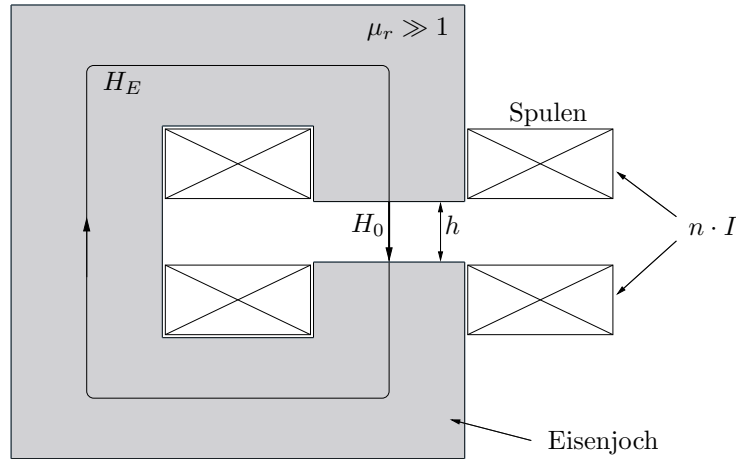


Abbildung 4.1: Schematischer Querschnitt durch einen Dipolmagneten (vgl. [Wil96]).

Für das Eisenjoch wird ein magnetisch weiches Eisen mit hohem Sättigungsfeld und hoher Permeabilität μ_r benutzt, um das Magnetfeld am gewünschten Ort, nämlich in dem relativ kleinen Bereich im Umfeld der Vakuumkammer, zu konzentrieren. Das Gesamtfeld H ergibt sich zu

$$n \cdot I \stackrel{!}{=} \oint \vec{H} \cdot \vec{ds} = h \cdot H_0 + l \cdot H_E, \quad (4.1)$$

wobei n die Anzahl der Windungen und I den sie durchfließenden Strom darstellt, h der Polschuhabstand und H_0 die magnetische Feldstärke zwischen den beiden Polschuhen ist. l bezeichnet den Integrationsweg und H_E die magnetische Feldstärke im Eisenkern. Es gilt die Beziehung $H_0 = \mu_r \cdot H_E$ (siehe Abbildung 4.1). Wird Weicheisen benutzt, ist also $\mu_r \gg 1$, so vereinfacht sich Gleichung (4.1) unter Verwendung des Zusammenhangs zwischen magnetischer Feldstärke H und magnetischer Flussdichte B , $B = \mu_0 \cdot H$, zu

$$B_0 = \mu_0 \cdot \frac{n \cdot I}{h}. \quad (4.2)$$

Gleichung (4.2) stellt jedoch nur eine Näherung dar, da Randfelder und Eisensättigung in ihr keine Berücksichtigung finden. Insbesondere letztere wirkt sich bei konventionellen Magneten im Bereich hoher Magnetfelder ab 1 T aus. Für die Krümmung oder die Dipolstärke κ bzw. den dafür notwendigen Radius R eines Ablenkmagneten erhält man nach Gleichung (2.3)

$$\kappa = \frac{1}{R} = e \cdot \frac{B_0}{p} = \frac{e\mu_0}{p} \cdot \frac{n \cdot I}{h} \quad (4.3)$$

oder in praktischen Einheiten

$$\kappa = \frac{1}{R} / \text{m}^{-1} = 0,2998 \cdot \frac{B_0 / \text{T}}{p / \text{GeV } c^{-1}}. \quad (4.4)$$

4.1.2 Quadrupolmagnete

In Teilchenbeschleunigern dienen Quadrupolmagnete hauptsächlich der Strahlfokussierung. Wie in Abbildung 4.2 illustriert ist, besteht ein solcher Quadrupolmagnet aus vier Eisenpolschuhen

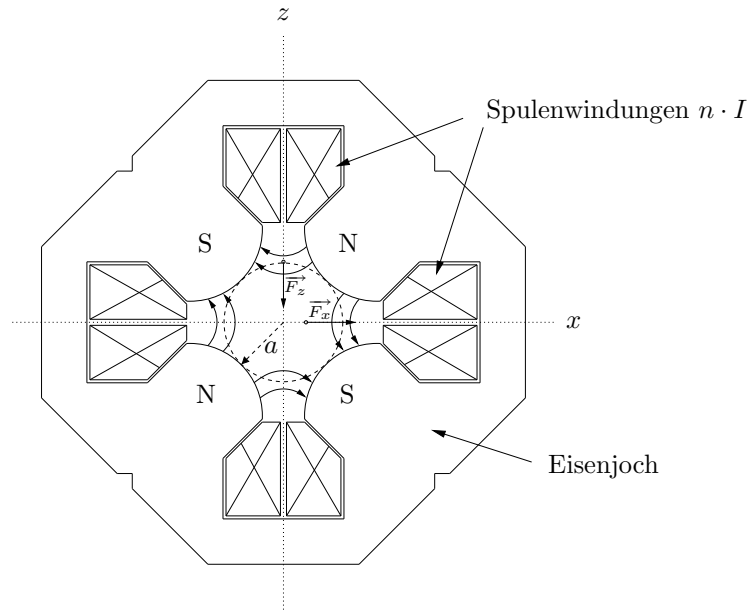


Abbildung 4.2: Schematischer Querschnitt durch einen Quadrupolmagneten (vgl. [Wil96]).

mit hyperbolischem Profil und alternierender Polarität, wobei der Abstand zweier gegenüberliegender Polschuhe $2a$ beträgt. Die Polschuhe sind zur Erregung mit wassergekühlten Kupferspulen umwickelt und durch ein Eisenjoch miteinander verbunden.

Mit der in Abbildung 4.2 eingezeichneten Polarität der Polschuhe bewirkt die LORENTZ-Kraft auf ein negativ geladenes Teilchen, welches sich in die Zeichenebene hineinbewegt, in horizontaler Richtung eine Kraftkomponente, die vom Mittelpunkt des Magneten wegzeigt; in der vertikalen Richtung ist die Kraftkomponente zum Mittelpunkt hin gerichtet, so dass es sich im hier vorgestellten Fall um einen horizontal defokussierenden und vertikal fokussierenden Quadrupolmagneten handelt. Das Magnetfeld skaliert linear mit dem Abstand von den Achsen:

$$\begin{aligned} B_z &= gx \\ B_x &= gz \end{aligned} \quad (4.5)$$

wobei der in Gleichung (4.7) einzuführende Gradient $g = \frac{\partial B_z}{\partial x}$ ein Maß für die Stärke des Quadrupolmagneten ist. Wird Eisen hoher Permeabilität ($\mu_r \gg 1$) gewählt, so erzeugen die hyperbelförmigen Polschuhe ein relativ reines Quadrupolfeld. Aus dem linken Teil von Gleichung (4.1) erhält man für einen Quadrupolmagneten in guter Näherung

$$nI = \frac{1}{\mu_0} \int_0^R g \cdot r \, dr \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{x^2 + z^2} \quad (4.6)$$

mit dem Gradienten g zu

$$g = 2\mu_0 \cdot \frac{n \cdot I}{a^2} \quad (4.7)$$

wobei a den Abstand eines Polschuhs zum Magnetmittelpunkt angibt. In der Beschleunigerphysik wird der Gradient g auf den Teilchenimpuls normiert, so dass man in der Praxis mit der Quadrupolstärke

$$k = \frac{e}{p} \cdot g = \frac{2e\mu_0}{p} \cdot \frac{n \cdot I}{a^2} \quad (4.8)$$

oder in praktischen Einheiten

$$k / \text{m}^{-2} = 0,2998 \cdot \frac{g / \text{T m}^{-1}}{p / \text{GeV c}^{-1}} , \quad (4.9)$$

arbeitet. Aus den Gleichungen (2.1) und (4.5) ergibt sich, dass die horizontale Komponente der LORENTZ-Kraft nur von der horizontalen, die vertikale Komponente nur von der vertikalen Position des Teilchen abhängt. Auf diese Weise sind die horizontalen und die vertikalen Betatronschwingungen in einer linearen Maschine, die nur aus Dipol- und Quadrupolmagneten sowie Driftstrecken besteht, vollständig entkoppelt. Quadrupolauflstellungsfehler in Form von Rotationen um die s -Achse führen zu einer im Allgemeinen unerwünschten Kopplung beider Bewegungen.

4.1.3 Sextupolmagnete

In Abschnitt 2.4 wurde erläutert, wie die Fokussierung durch einen Quadrupolmagneten vom Teilchenimpuls abhängt, was man auch sofort an Gleichung (4.8) erkennt. Da es stets Teilchen gibt, die sich mit einer Impulsabweichung $\frac{\Delta p}{p_0}$ in einem Beschleuniger bewegen, müssen die daraus resultierenden chromatischen Fehler durch Sextupolmagnete korrigiert werden. Eine schematische Darstellung dieser Magnete findet sich in Abbildung 4.3. In einem Sextupolmagneten sind sechs Polschuhe mit abwechselnder Polarität in einem Winkelabstand von 60° voneinander um einen Mittelpunkt angeordnet und miteinander durch ein Eisenjoch verbunden. Der Abstand zweier gegenüber liegender Polschuhe wird mit $2a$ bezeichnet. Das Feld wird durch stromdurchflossende Spulenwicklungen erzeugt.

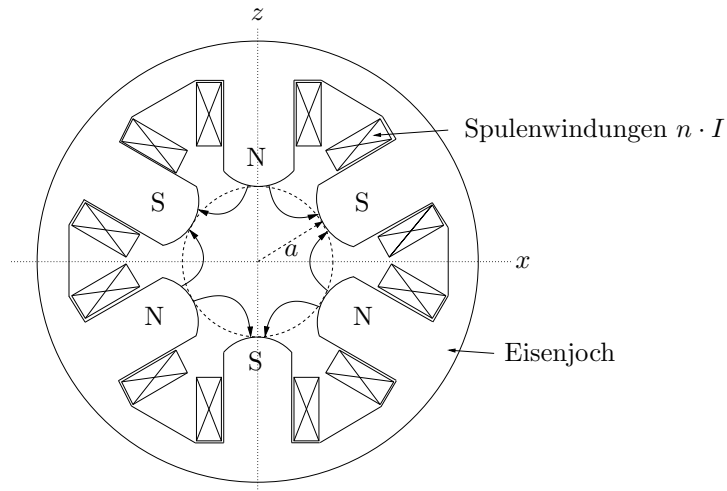


Abbildung 4.3: Schematischer Querschnitt durch einen Sextupolmagneten (vgl. [Wil96]).

Sextupolmagnete erzeugen ein nichtlineares Feld, das quadratisch vom Achsenabstand abhängt:

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{1}{2}g'(x^2 - z^2) \\ B_x &= g'xz \end{aligned} , \quad (4.10)$$

wobei sich der Gradient $g' = \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}$ in guter Näherung zu

$$g' = 6\mu_0 \cdot \frac{n \cdot I}{a^3} \quad (4.11)$$

errechnet und a der Aperturradius ist. Auch hier führt man eine Normierung auf den Teilchenimpuls durch und erhält die Sextupolstärke

$$m = \frac{e}{p} \cdot g' = \frac{6e\mu_0}{p} \cdot \frac{n \cdot I}{a^3} \quad (4.12)$$

oder in praktischen Einheiten

$$m / \text{m}^{-3} = 0,2998 \cdot \frac{g' / \text{T m}^{-2}}{p / \text{GeV c}^{-1}} \quad (4.13)$$

Der Einsatz von Sextupolfeldern führt nach Gleichung (4.10) automatisch zu einer Kopplung der beiden transversalen Bewegungen, so dass das Konzept der linearen Strahloptik an dieser Stelle nicht mehr angewendet werden kann. Im Matrixformalismus (Abschnitt 2.5) können die Winkelkicks der Sextupolmagnete nicht durch Matrizen beschrieben werden, sondern müssen durch Summation geeigneter Vektoren berücksichtigt werden.

4.2 Magnete am Stretcherring ELSA bei Energien bis 5 GeV

4.2.1 Dipolmagnete

Im Stretcherring ELSA befinden sich insgesamt 24 strahlablekende, C-förmige Dipolmagnete, die von der Firma *Tesla* in Großbritannien gebaut worden sind. Sie besitzen eine physische Länge von 2,84 m, aufgrund von Randfeldern ergibt sich jedoch die magnetische Länge zu 2,875 m. Das Eisenjoch ist von zwei wassergekühlten Kupferspulen umgeben, die aus jeweils sieben Windungen bestehen. Um die Magnetdimensionen und die Erregerströme möglichst gering zu halten, muss der Abstand der beiden Polschuhe entsprechend klein gewählt werden. Bei ELSA beträgt dieser 50 mm bei einer Polschuhbreite von 160 mm. Um das Magnetfeld im zentralen Bereich 4 cm horizontal um die Sollbahn zu verbessern, wurden an den Polschuhen beidseitig *Shims*³ mit einer Höhe von 0,6 mm und einer Breite von 18 bzw. 22 mm angebracht. Um die Wirkung von Wirbelströmen zu minimieren, sind die Eisenjoche aus Blechen mit 1 mm Dicke aufgebaut. Wie Simulationsrechnungen und Messungen gezeigt haben, befindet sich bei diesen Dipolmagneten das Gebiet größter Homogenität nicht symmetrisch um die geometrische Gapmitte herum, was zur Folge hat, dass die Sollbahn entsprechend um 5 mm nach Innen verschoben ist [Kra86]. Die wichtigsten Parameter der Dipolmagnete sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

An dieser Stelle sollen die Ströme betrachtet werden, durch die die Felder in den Dipolmagneten erzeugt werden. In Tabelle 4.2 sind zum einen das theoretisch notwendige Magnetfeld B_{theo} bei verschiedenen Energien nach Gleichung (4.3) und die hierzu erforderliche Stromstärke I_{theo} zu sehen. Zum anderen befinden sich in ihr die in der Praxis verwendeten Werte B_{IST} , das Magnetfeld, welches nach einer Energiekalibration durch Messung des B -Feldes mit einer NMR-Sonde in einem zusätzlichen, außerhalb des Beschleunigerrings aufgestellten Dipolmagneten eingestellt wird [Hof01], sowie I_{IST} , die Erregerströme, so wie sie derzeit im Kontrollsystem von ELSA für Energien bis 3,5 GeV implementiert sind. An diesen beiden Tabellen, vor allem in der rechten, kleinschrittigeren Ausführung, erkennt man deutlich den linearen Zusammenhang zwischen Magnetfeld und Erregerstrom bei Energien bis 2,5 GeV, was einem Magnetfeld von 0,76 T entspricht. Bei höheren Energien nimmt der Einfluss des Eisenkerns durch Sättigung zu, so dass die

³*Shims* sind dünne Eisenbleche, die an den Polschuhändern eines Dipolmagnets angefügt werden und so für eine bessere Feldhomogenität sorgen.

| | | | |
|---------------------------|--------------------|--------------|------------|
| Anzahl | N_{Dipol} | 24 | |
| Ablenkwinkel | α | 15 | ° |
| physische Eisenjochlänge | l_{phys} | 2,84 | m |
| effektive Magnetfeldlänge | l_{eff} | 2,875 | m |
| physischer Ablenkradius | r_{phys} | 10,879 | m |
| effektiver Ablenkradius | r_{eff} | 11,013 | m |
| Polschuhabstand | h | 50 | mm |
| Windungszahl | n | 2×7 | |
| ohmscher Widerstand | R_{Dipol} | 185 | m Ω |
| Induktivität | L_{Dipol} | 2,3 | mH |
| maximale Verlustleistung | W_{loss} | 23,6 | kW |
| maximale Flussdichte | B_{max} | 1,091 | T |
| maximale Stromstärke | I_{max} | 3100 | A |

Tabelle 4.1: Parameter der ELSA-Dipolmagnete.

| E/GeV | B_{theo}/T | I_{theo}/A | B_{IST}/T | I_{IST}/A | E/GeV | B_{theo}/T | I_{theo}/A | B_{IST}/T | I_{IST}/A |
|----------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1,0 | 0,3029 | 861 | 0,3027 | 859 | 2,5 | 0,7572 | 2152 | 0,7569 | 2150 |
| 1,5 | 0,4543 | 1291 | 0,4541 | 1289 | 2,6 | 0,7875 | 2238 | 0,7872 | 2237 |
| 2,0 | 0,6058 | 1722 | 0,6055 | 1719 | 2,7 | 0,8178 | 2324 | 0,8175 | 2323 |
| 2,5 | 0,7572 | 2152 | 0,7569 | 2150 | 2,8 | 0,8481 | 2410 | 0,8478 | 2410 |
| 3,0 | 0,9086 | 2582 | 0,9083 | 2584 | 2,9 | 0,8784 | 2496 | 0,8780 | 2497 |
| 3,5 | 1,0601 | 3013 | 1,0597 | 3024 | 3,0 | 0,9086 | 2582 | 0,9083 | 2584 |
| 4,0 | 1,2115 | 3443 | – | – | 3,1 | 0,9389 | 2669 | 0,9386 | 2672 |
| 4,5 | 1,3630 | 3874 | – | – | 3,2 | 0,9692 | 2755 | 0,9689 | 2759 |
| 5,0 | 1,5144 | 4304 | – | – | 3,3 | 0,9995 | 2841 | 0,9992 | 2847 |
| | | | | | 3,4 | 1,0298 | 2927 | 1,0295 | 2936 |
| | | | | | 3,5 | 1,0601 | 3013 | 1,0597 | 3024 |

Tabelle 4.2: Magnetfelder und Ströme der ELSA-Dipolmagnete bei verschiedenen Energien, in der rechten Tabelle in kleinschrittigeren Energieintervallen zwischen 2,5 und 3,5 GeV.

B - I - bzw. E - I -Kurve in diesem Bereich langsamer steigt und somit signifikant von der theoretischen Gerade abweicht. Um den Stromverlauf bei hohen Energien unter Berücksichtigung des Sättigungseinflusses näherungsweise beschreiben zu können, wird er mit einem logarithmischen Fit der Form $f(x) = a \cdot \ln(b \cdot x)$ interpoliert. Das Ergebnis und der Vergleich zur theoretischen Geraden ist Abbildung 4.4 zu entnehmen. Es ist festzustellen, dass die Dipolmagnete bei einer Energie von 5 GeV bei einem linearen Energie-Strom-Verlauf mit knapp 40 %, beim abgeschätzten logarithmischen Energie-Strom-Verlauf mit gut 60 % höheren Strömen betrieben werden müssten, als das installierte Netzgerät in der Lage ist, sie zur Verfügung zu stellen. Die Lösung dieses Problems wäre die Neuanschaffung eines geeigneten Netzgeräts oder neuer Dipolmagnete. Aus Kostenüberlegungen – die Ströme sollten im laufenden Betrieb möglichst gering gehalten werden – beschäftigen wir uns im Folgenden mit der letztgenannten Variante.

Nach Gleichung (4.2) kann man das Magnetfeld eines C-förmigen Magneten dadurch erhöhen⁴,

⁴Laut Gleichung (2.3) könnte man bei festgehaltenem Magnetfeld eine Energieerhöhung auch durch eine Verringerung des Dipolmagnetradius erreichen. Eine Vorgabe des Projekts der Energieerhöhung ist jedoch die Kostenminimierung, welche man insbesondere dadurch erreicht, dass man die bestehenden Beschleunigergebäude und -tunnel weiterhin nutzt, so dass eine Änderung des Beschleunigerlattices nicht infrage kommt.

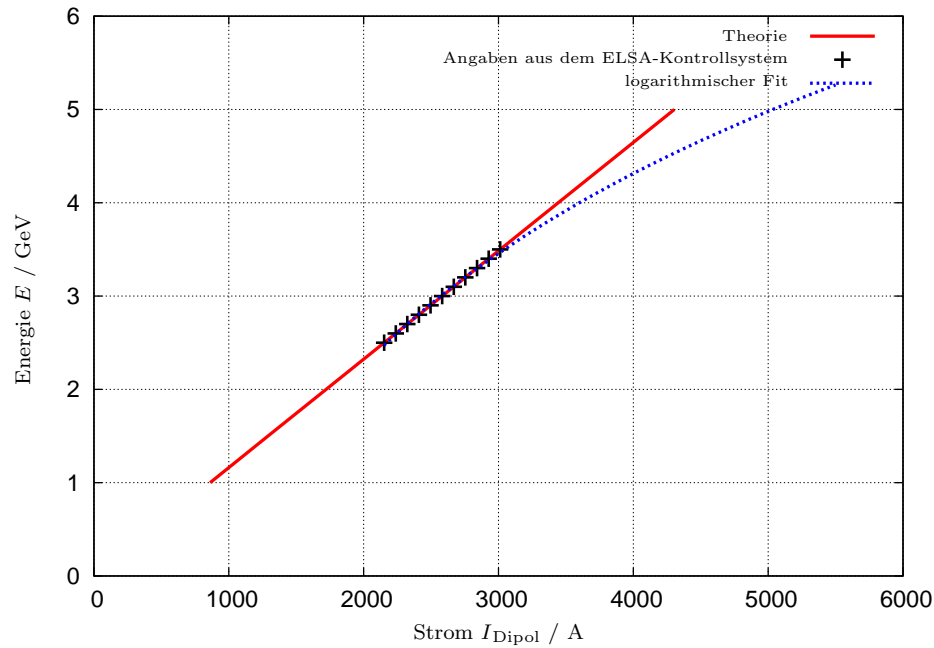


Abbildung 4.4: Energie-Strom-Kurve eines ELSA-Dipolmagnets.

dass man die Windungszahl n steigert oder den Polschuhabstand h verringert. Bei unseren Überlegungen ist zu berücksichtigen, dass für den erforderlichen Strom I als oberes Limit 3100 A gilt. In Tabelle 4.3 sind die Rechnungen für vier Fälle zusammengefasst: Wollte man alleine durch die Erhöhung der Windungszahl das Magnetfeld erhöhen, so wären statt 14 Windungen 24 vonnöten. Eine Verringerung des Polschuhabstandes von 50 mm auf 30 mm würde zu selbigem Ergebnis führen. Beide Maßnahmen für sich alleine sind jedoch nicht sinnvoll, da sie den Strahl in seiner vertikalen Bewegung begrenzen und somit seine Lebensdauer stark reduzieren würden. Eine Kombination beider Methoden, Erhöhung der Windungszahl n und Verringerung des Polschuhabstandes h , scheint der ideale Mittelweg zu sein. In Tabelle 4.3 sind hierfür in den letzten beiden Spalten zwei verschiedene Möglichkeiten angegeben.

| E/GeV | Strom $I_{\text{Dipol}}/\text{A}$ bei vorgegebener Windungszahl n und Polschuhabstand h | | | | |
|----------------|---|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| | $n = 14$ und $h = 50 \text{ mm}$ | $n = 24$ und $h = 50 \text{ mm}$ | $n = 14$ und $h = 30 \text{ mm}$ | $n = 18$ und $h = 38 \text{ mm}$ | $n = 20$ und $h = 42 \text{ mm}$ |
| 2,5 | 2150 | 1254 | 1290 | 1271 | 1264 |
| 3,0 | 2584 | 1507 | 1550 | 1527 | 1519 |
| 3,5 | 3024 | 1764 | 1814 | 1788 | 1778 |
| 4,0 | 3590 | 2094 | 2154 | 2122 | 2111 |
| 4,5 | 4250 | 2479 | 2550 | 2512 | 2499 |
| 5,0 | 5030 | 2934 | 3018 | 2973 | 2958 |

Tabelle 4.3: Erwartete Dipolmagnetströme bei verschiedenen Dipolkonfigurationen und Energien bis 5 GeV.

Stellt man im Stretcherring Dipolmagnete von grundsätzlich selben Spezifikationen wie die derzeitigen auf, so sollten bei einer Erhöhung der Windungszahl auf $n = 18$ (oder $n = 20$) und einer gleichzeitigen Verringerung des Polschuhabstandes auf $h = 38 \text{ mm}$ (oder $h = 42 \text{ mm}$) die heute installierten Netzgeräte in der Lage sein, die für 5 GeV notwendigen Ströme bereitzustellen. Die

endgültige Entscheidung hierüber muss sich auf eine Kostenabschätzung stützen.

4.2.2 Quadrupol- und Sextupolmagnete

In ELSA sind 32 Quadrupolmagnete zur Strahlfokussierung aufgestellt, die ebenfalls von der Firma *Tesla* in Großbritannien angefertigt worden sind. Bei der Konstruktion dieser Quadrupolmagnete wurde auf das Design der bereits am Speicherring PETRA⁵ am DESY⁶ eingesetzten Standardquadrupole zurückgegriffen, wobei einige Modifikationen vorgenommen worden sind. Ihre physische Länge ist auf 0,45 m gestutzt, die magnetische Länge beträgt angesichts der Randfelder 0,4997 m. Für die Erregerspulen wurde ein Kupferhohlprofil statt Aluminium ausgewählt. Die Endplatten sind wie das gesamte Joch aus 1 mm dicken Lamellen aufgebaut. In Tabelle 4.4 sind die wichtigsten Parameter dargelegt.

| | | | |
|---------------------------|-------------------|--------|------------|
| Anzahl | N_{Quad} | 32 | |
| physische Eisenjochlänge | l_{phys} | 0,45 | m |
| effektive Magnetfeldlänge | l_{eff} | 0,4997 | m |
| Aperturradius | a | 50 | mm |
| Windungszahl pro Polschuh | n | 11 | |
| ohmscher Widerstand | R_{Quad} | 4,15 | m Ω |
| Induktivität | L_{Quad} | 3 | mH |
| maximale Verlustleistung | W_{loss} | 3,44 | kW |
| maximaler Gradient | g_{max} | 10 | T/m |
| maximale Stromstärke | I_{max} | 910 | A |

Tabelle 4.4: Parameter der ELSA-Quadrupolmagnete.

In ELSA befinden sich insgesamt drei Sextupolfamilien zu je vier baugleichen Magneten, insgesamt also zwölf Sextupolmagnete. Ihre charakteristischen Daten finden sich in Tabelle 4.5.

| | | | |
|-------------------------------|-------------------|-------|------------------|
| Anzahl | N_{Sext} | 12 | |
| – zur Chromatizitätskorrektur | | 8 | |
| – zur Resonanzextraktion | | 4 | |
| physische Eisenjochlänge | l_{phys} | 0,25 | m |
| effektive Magnetfeldlänge | l_{eff} | 0,287 | m |
| Aperturradius | a | 60 | mm |
| Windungszahl pro Polschuh | n | 9 | |
| ohmscher Widerstand | R_{Sext} | 1,2 | m Ω |
| maximale Verlustleistung | W_{loss} | 0,432 | kW |
| maximaler Gradient | g'_{max} | 190 | T/m ² |
| maximale Stromstärke | I_{max} | 600 | A |

Tabelle 4.5: Parameter der ELSA-Sextupolmagnete.

Für die Chromatizitätskorrektur benötigt man mindestens zwei Familien von Sextupolmagneten, die man in den achromatischen Bogenstücken an Stellen hoher Dispersion positioniert (vgl.

⁵ *PETRA*=**P**ositron-**E**lektron-**T**andem-**R**ing-**A**nlage

⁶ *DESY*=**D**eutsches **E**lektronen-**S**ynchrotron, Forschungszentrum in Hamburg

Gleichung (2.24)): Für die Korrektur in horizontaler Richtung sollte der Ort der Sextupolmagnete eine große horizontale und eine kleine vertikale Betafunktion aufweisen, für die vertikale Korrektur gelten die umgekehrten Bedingungen. Anderenfalls wirken die beiden Sextupolfamilien so aufeinander, dass sich die Sextupolstärken gegenseitig hochtreiben. Grundsätzlich genügt zur Chromatizitätskorrektur für jede Richtung ein Sextupolmagnet. Je mehr Sextupolmagnete (bei Beachtung der Beschleunigersymmetrie) jedoch eingesetzt werden, desto kleiner wird die Stärke eines einzelnen Sextupols und desto größer wird die dynamische Apertur (vgl. Abschnitt 5.2). In Tabelle 4.6 werden die Positionen und die entsprechenden optischen Funktionen (bei den beiden Standardarbeitspunkten aus Tabelle 3.4) dargestellt⁷.

| Sextupole | Position s_0/m | β_x/m | β_z/m | D_x/m |
|-----------|------------------|-------------|-------------|---------|
| SD3 | 11,0890 | 2,75 | 16,78 | 0,75 |
| SF4 | 16,2265 | 15,65 | 2,65 | 2,51 |
| SD10 | 51,1290 | 2,79 | 14,93 | 1,51 |
| SF11 | 56,2665 | 15,53 | 3,04 | 2,52 |
| SD19 | 93,2890 | 2,74 | 16,72 | 0,75 |
| SF19 | 97,3665 | 15,64 | 2,70 | 2,50 |
| SD26 | 133,3285 | 2,78 | 14,92 | 1,51 |
| SF27 | 138,4665 | 15,58 | 3,05 | 2,52 |

Tabelle 4.6: Positionen der ELSA-Sextupolmagnete.

Die übrigen vier Sextupolmagnete teilen für die Resonanzextraktion den Phasenraum in einen stabilen und einen instabilen Bereich auf⁸. Sie sind an dispersionsfreien Stellen in den geraden Stücken der Anlage aufgestellt, um ihren Einfluss auf die Chromatizität zu minimieren.

Auch für die Quadrupol- und Sextupolmagnete ist es im Rahmen einer Energieerhöhung auf 5 GeV notwendig zu wissen, welche Ströme zur Magnetfelderzeugung benötigt werden. Bezüglich der Sättigung stellt sich die Situation unkritischer als bei den Dipolmagneten dar, so dass wir bei den hier betrachteten Energien bis zu 5 GeV von einem durchgehend linearen Zusammenhang zwischen Quadrupolstärke k bzw. Sextupolstärke m und dem Erregerstrom I ausgehen dürfen. In Tabelle 4.7 und Abbildung 4.5 findet man die entsprechenden Daten, wobei die Ströme bis 3,5 GeV aus dem ELSA-Kontrollsystem abgelesen wurden und für höhere Energien linear interpoliert wurden. Grundlage für diese Betrachtungen ist bei den Quadrupolmagneten eine typische Quadrupolstärke von $k_F = 0,63 \text{ m}^{-2}$ zur Erzeugung eines Arbeitspunktes im Bereich von $Q_x = 4,6$ sowie eine typische Sextupolstärke von $m = 3,5 \text{ m}^{-3}$, um die natürliche Chromatizität vollständig zu kompensieren. Die abgelesenen Ströme decken sich mit den aus den Daten der Tabellen 4.4 und 4.5 berechneten theoretischen Werten.

Bei den Quadrupolmagneten muss bei einer Energie von 5 GeV ein Gradient von 10,51 T/m erzeugt werden. Mit der derzeitigen Magnetauslegung wäre dies durch einen Strom von 970 A zu leisten. Die Netzgeräte können jedoch nur einen Strom von 910 A zur Verfügung stellen. Das bedeutet, dass bei 5 GeV eine maximale Quadrupolstärke von $k_{\max} = 0,5997 \text{ m}^{-2}$ erreicht werden kann und im Umkehrschluss kann die gewünschte Quadrupolstärke von $k = 0,63 \text{ m}^{-2}$ nur

⁷Die Benennung der einzelnen Sextupolmagnete richtet sich nach ihrer Position, in welcher FODO-Halbzelle sie sich befinden.

⁸Die Betatronamplitude derjenigen Teilchen, die sich im instabilen Phasenraumgebiet befinden, wird durch das Heranfahren des Arbeitspunktes an den resonanten Arbeitspunkt $Q_{\text{res}} = 4\frac{2}{3}$ durch vier Luftquadrupolmagnete sprunghaft vergrößert, so dass die Teilchen schließlich durch zwei Septummagnete vom umlaufenden Strahl getrennt und in den Extraktionskanal gelenkt werden können.

| E/GeV | Quadrupolmagnete | | Sextupolmagnete | |
|----------------|---------------------|--------------|----------------------|--------------|
| | $g/\text{T m}^{-1}$ | I/A | $g'/\text{T m}^{-2}$ | I/A |
| 1,0 | 2,10 | 191 | 11,67 | 37 |
| 1,5 | 3,15 | 287 | 17,51 | 56 |
| 2,0 | 4,20 | 383 | 23,35 | 75 |
| 2,5 | 5,25 | 479 | 29,19 | 93 |
| 3,0 | 6,30 | 576 | 35,02 | 112 |
| 3,5 | 7,36 | 671 | 40,86 | 131 |
| 4,0 | 8,41 | 770 | 46,70 | 150 |
| 4,5 | 9,46 | 870 | 52,54 | 170 |
| 5,0 | 10,51 | 970 | 58,37 | 190 |

Tabelle 4.7: Gradienten und Ströme der ELSA-Quadrupol- und Sextupolmagnete bei verschiedenen Energien.

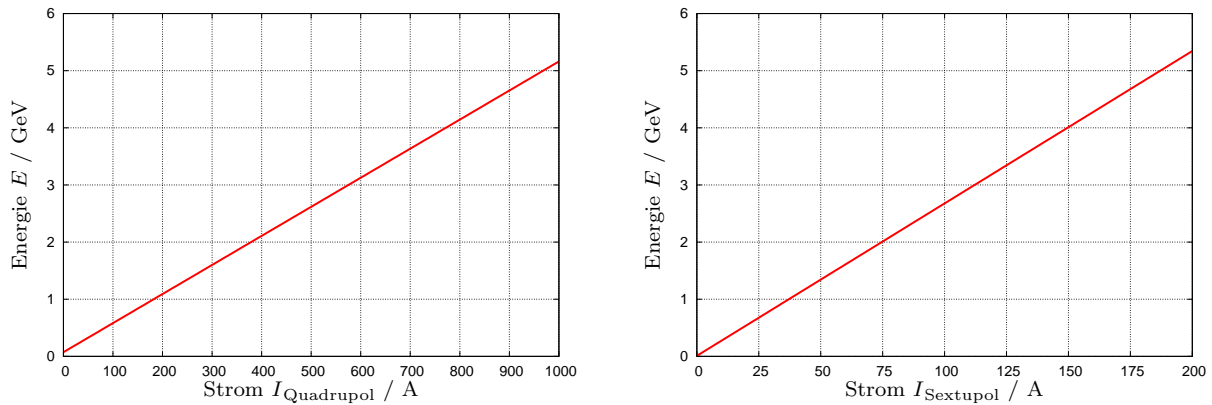


Abbildung 4.5: Energie-Strom-Kurve der Quadrupol- und Sextupolmagnete von ELSA.

bei Energien bis zu 4,75 GeV bereitgestellt werden. Das ist insofern problematisch, als man ohne Veränderung der Quadrupolmagnete und der Netzgeräte die Maschine bei einem niedrigeren Arbeitspunkt fahren müsste, was zu Lasten der Emittanz und der Dispersionsfreiheit in den geraden Sektoren ginge (vgl. Abschnitt 3.3). Abhilfe könnte durch neue Quadrupolmagnete geschaffen werden, die lediglich eine Spulenwicklung mehr besäßen, also $n_{\text{Quad}} = 12$, oder durch eine Modifikation bzw. Neuanschaffung geeigneter Netzgeräte.

Die Rechnungen für die Sextupolmagnete ergeben folgende Ergebnisse: Bei einer Energie von 5 GeV ist ein Gradient von $58,36 \text{ T/m}^2$ notwendig, was einer Stromstärke von 190 A entspricht. Da die Netzgeräte sehr großzügig ausgelegt sind – sie sind in der Lage, einen Strom von 600 A bereitzustellen, was zu einem maximalen Gradienten von knapp 190 T/m^2 und somit bei einer Energie von 5 GeV zu einer maximalen Sextupolstärke von $11,4 \text{ m}^{-3}$ führt – wären im Rahmen einer Energieerhöhung an dieser Stelle keine Änderungen vorzunehmen.

Kapitel 5

Simulationsrechnungen zur Teilchenbewegung

In Kapitel 4 wurden Konsequenzen einer Energieerhöhung für einen Teil der Maschinenhardware, im Speziellen die Magnete besprochen. In dem folgenden Kapitel soll die Strahldynamik bei höheren Energien untersucht werden. Hierzu werden zunächst die energieabhängigen Strahlparameter bei 5 GeV sowie die allgemeine Strahlbreite vorgestellt. Die Vakuumkammer des Stretcherrings ELSA ist jedoch nicht an allen Stellen gleich groß. Es gibt Orte, an denen der Teilchenbewegung weniger Platz zur Verfügung steht. Im zweiten Abschnitt wird diskutiert, ob es bei einer Energieerhöhung an eben diesen Orten zu Problemen kommen kann. Im letzten Teil dieses Kapitels wird die dynamische Apertur, der Bereich stabiler Teilchenbewegungen, der durch die nichtlineare Teilchenoptik bestimmt ist, definiert und über *Tracking*-Rechnungen für ELSA berechnet.

5.1 Strahlparameter und Strahlbreiten bei 5 GeV

5.1.1 Strahleinhüllende

Wir wollen in diesem Abschnitt die Breite des Teilchenstrahls bei 5 GeV untersuchen. Hierzu betrachten wir den Maximalwert der Betatronschwingungen, also die Strahleinhüllende. In die hierfür relevante Gleichung (2.13) fließen verschiedene Variablen ein: Die Werte der Betafunktion β_i (mit $i = x, z$) und der Dispersionsfunktion D_x hängen nur von der Aufstellung der optischen Elemente, also der Dipol- und Quadrupolmagnete, und somit explizit nur vom Ort ab. Da im Rahmen einer Energieerhöhung die bestehende Infrastruktur wie der Tunnel und somit die Magnetoptik aus Kostengründen nicht verändert werden soll, bleiben diese Parameter auch in Zukunft konstant, insofern bei der Wahl des Arbeitspunktes sich nichts ändert, wofür es aber auch keine zwingenden Gründe gibt. Für die vertikale Bewegung nehmen wir weiterhin den maximalen Kopplungsfaktor κ an. Die rein ortsabhängigen Parameter werden in Tabelle 5.1 bei den Standardarbeitspunkten $Q_x = 4,617$ und $Q_z = 4,428$ angegeben.

Auf der anderen Seite nehmen die energieabhängigen Parameter, die Emittanz ε_x und die Impulsabweichung $\frac{\Delta p}{p_0}$, die in Elektronenbeschleunigern wegen der Nähe der Teilchengeschwindigkeit an

| | | | |
|---------------------------------|------------------|---------|---|
| max. horiz. Betafunktion | $\beta_{x,\max}$ | 17,9698 | m |
| max. vert. Betafunktion | $\beta_{z,\max}$ | 19,2004 | m |
| max. horiz. Dispersionsfunktion | D_x | 3,3308 | m |
| Kopplungsfaktor | κ | 10 | % |

Tabelle 5.1: Größtmögliche ortsabhängige Beiträge zur Strahleinhüllenden.

der Lichtgeschwindigkeit c gleich der natürlichen Energiebreite $\frac{\Delta E}{E_0}$ ist, Einfluss auf die Strahlbreite: Die Fläche, die ein Teilchen im $x-x'$ -Phasenraum einnimmt und welche proportional zur Emittanz ist, skaliert quadratisch mit der Energie, die natürliche Energiebreite und somit die Impulsabweichung steigen linear mit dieser [GHJK87]. Tabelle 5.2 stellt die energieabhängigen Parameter für eine Energie von 5 GeV dar.

| | | | |
|--------------------------|------------------------|--------|-------|
| horiz. Emittanz | ε_x | 2139,2 | nmrad |
| vert. Emittanz | ε_z | 213,92 | nmrad |
| natürliche Energiebreite | $\frac{\Delta E}{E_0}$ | 0,1232 | % |

Tabelle 5.2: Energieabhängige Beiträge zur Strahleinhüllenden bei einer Energie von 5 GeV.

Einen guten Schätzwert für die größte Strahlbreite gibt derjenige (virtuelle) Ort an, an dem die optischen Funktionen in jeweils einer transversalen Richtung gleichzeitig ihren Maximalwert annehmen. Nach Gleichung (2.13) ergibt sich dann die maximale Strahlbreite in horizontaler Richtung zu

$$\sigma_x = 7,435 \text{ mm}$$

und in vertikaler Richtung zu

$$\sigma_z = 2,027 \text{ mm} .$$

In Abbildung 5.1 sind die beiden Strahlenveloppen nach Gleichung (2.13) für die transversalen Ebenen wiedergegeben.

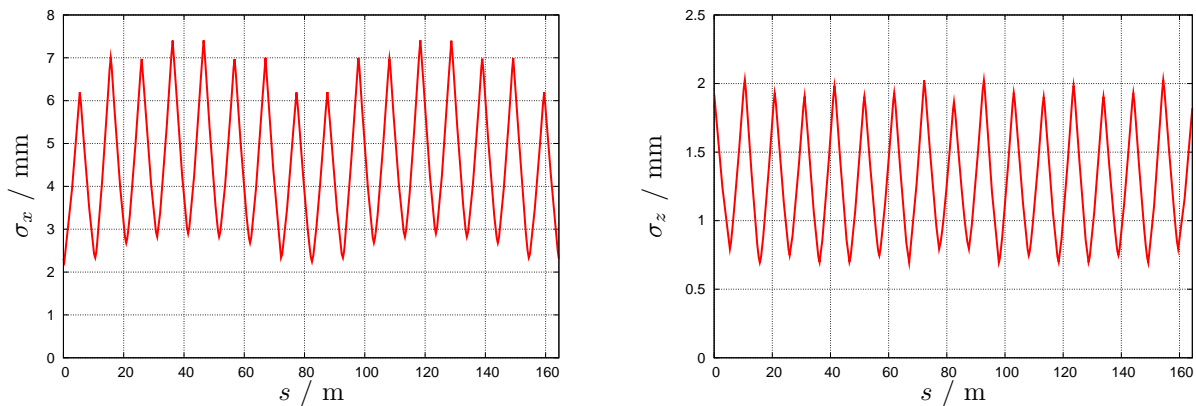


Abbildung 5.1: Die Strahleinhüllenden in horizontaler (links) und vertikaler Richtung (rechts) bei 5 GeV.

Man erkennt deutlich, wie die Dispersionsfunktion (Abbildung 3.5) die horizontale Strahlenveloppe moduliert. Der Verlauf der vertikalen Strahleinhüllenden wird ausschließlich durch die vertikale Betafunktion bestimmt.

5.1.2 Strahllebensdauer

Speichert man einen Teilchenstrahl in einem Beschleuniger, so nimmt der Strahlstrom mit der Zeit kontinuierlich ab. Sieht man von plötzlichen Strahlverlusten ab, so ist die Strahlverlustrate proportional zum noch vorhandenen Strahlstrom, so dass ein exponentieller Abfall zu erwarten ist. Die Strahllebensdauer wird durch verschiedene Effekte limitiert. Hierzu zählen elastische und inelastische Streuung der Teilchen an den Kernen und Elektronen der Restgasatome, Bremsstrahlung, Resonanzen, Strahl-Strahl-Wechselwirkungen und der Touschek-Effekt ebenso wie größere Energieverluste, die Elektronen durch Synchrotronstrahlung erleiden [Hof03].

Wir wollen uns an dieser Stelle mit der natürlichen Lebensdauer beschäftigen, die durch die physikalischen Aperturbegrenzungen, also die Vakuumkammer, bestimmt wird. Die im Stretcherring ELSA benutzte, quasi-elliptische Vakuumkammer hat eine Ausdehnung von 100 mm in der horizontalen und 44 mm in der vertikalen Richtung. Die Lebensdauer-Zeitkonstante τ_x auf der Basis der Betrachtung von horizontalen Betatronschwingungen ergibt sich zu

$$\tau = \tau_x \cdot \frac{e^{\frac{\xi}{2}}}{\xi} \quad \text{mit} \quad \xi = \left(\frac{x_{\max}}{\sigma_x} \right)^2, \quad (5.1)$$

wobei τ_x die Dämpfungszeit der Betatronschwingung und x_{\max} die halbe maximale physikalische Apertur ist [Hil07]. Als „Goldene Regel“ für hohe Lebensdauern (i.e. als Größenordnung 100 h für typische Dämpfungszeiten einiger Millisekunden) gilt, dass die Vakuumkammer mindestens 6,5-mal so breit wie die Maximalamplitude der Strahleinhüllenden sein soll.

Bei einer Energie von 5 GeV beträgt die horizontale Dämpfungszeit des Stretcherrings ELSA

$$\tau_x = 1,268 \text{ ms} .$$

Mit einer halben Vakuumkammerbreite von $x_{\max} = 50 \text{ mm}$ und der Strahlbreite aus Gleichung (2.13) berechnet sich so die natürliche Lebensdauer zu

$$\tau = 51,6 \text{ h} .$$

Das derzeit an ELSA laufende Experiment Crystal Barrel benötigt Extraktionsströme über einen Zeitraum von mehreren Sekunden bis zu einer Minute. Sollten sich die Anforderungen zukünftiger Experimente diesbezüglich nicht ändern, so sind bei einer Energieerhöhung auf 5 GeV im Hinblick auf die natürliche Lebensdauer, die durch die Vakuumkammerapertur begrenzt wird, und somit hinsichtlich der Gesamtlebensdauer bei einem optimalen Strahlbetrieb und einer Vermeidung optischer Resonanzen keine relevanten Störungen zu erwarten.

5.1.3 Strahlbreite an den Engstellen des Stretcherrings ELSA

Im Stretcherring ELSA gibt es Stellen, an denen die Vakuumkammer wegen des Einsatzes einiger notwendiger Betriebs Elemente von ihrer Standardgröße abweicht und kleinere Ausdehnungen aufweist. Dies ist der Fall bei den Injektionskickern und den Tune-Jump-Quadrupolen. Auch die Injektionssepta und das Extraktionsseptum MSE23 schränken die physikalische Apertur zusätzlich ein. In diesem Abschnitt wird die Strahlbreite an den Stellen der eben genannten Elemente berechnet und mit der zur Verfügung stehenden Apertur verglichen. Im Anschluss werden die Konsequenzen für eine Energieerhöhung diskutiert.

Die Halbachsen der ellipsenförmigen Beschleunigervakuumkammer sind derzeit 50 mm breit und 22 mm¹ hoch. Um eine genügend hohe Strahllebensdauer zu erhalten, sollte in jeder der beiden transversalen Richtungen die physikalische Apertur mindestens 6,5-mal so breit wie der Strahl sein. Sicherheitshalber ist aber eine Vakuumkammerbreite von 10σ gewünscht. In Tabelle 5.3 wird die Entwicklung der Strahlbreiten σ_i sowie der statischen Aperturen $6,5\sigma_i$ und der gewünschten Aperturen $10\sigma_i$ hin zu hohen Energien beschrieben. Vereinfachend wird die Strahlbreite wiederum an jenem virtuellen Ort im Beschleuniger bestimmt, an dem die Beta- bzw. die Dispersionsfunktion gleichzeitig ihren Maximalwert erreichen.

| Energie E/GeV | statische Apertur | | gewünschte Apertur | | Vergleich | |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| | $6,5\sigma_x/\text{mm}$ | $6,5\sigma_z/\text{mm}$ | $10\sigma_x/\text{mm}$ | $10\sigma_z/\text{mm}$ | $\frac{50\text{ mm}}{\sigma_x}$ | $\frac{22\text{ mm}}{\sigma_z}$ |
| 3,5 | 33,83 | 9,22 | 52,05 | 14,19 | 9,61 | 15,50 |
| 4,0 | 38,66 | 10,54 | 59,48 | 16,22 | 8,41 | 13,57 |
| 4,5 | 43,50 | 11,86 | 66,92 | 18,24 | 7,47 | 12,06 |
| 5,0 | 48,32 | 13,17 | 74,35 | 20,27 | 6,73 | 10,86 |

Tabelle 5.3: Statische und gewünschte Aperturen des Stretcherrings ELSA bei hohen Energien. In den letzten beiden Spalten wird die Größe der Vakuumkammer mit der Strahlbreite verglichen.

Bei einer Energie von 5 GeV ist eine gewünschte Apertur von $10\sigma_x$ in horizontaler Richtung wegen der Limitierung durch die Vakuumkammer nicht erreichbar. Sollte der Polschuhabstand der Dipolmagnete im Rahmen einer Energieerhöhung verkleinert werden, so wird auch in vertikaler Richtung die gewünschte Apertur die Vakuumkammerwände überschreiten. Weniger problematisch sieht die Situation für die statische Apertur $6,5\sigma_i$ aus: In vertikaler Richtung sind hier keine Schwierigkeiten zu erwarten; in horizontaler Richtung beträgt der Unterschied zwischen statischer Apertur und physikalischer Apertur knapp 1,7 mm, so dass auf eine sorgfältige Korrektur des *Closed Orbit* zu achten ist.

Wir betrachten nun die Strahlbreite an denjenigen Stellen, an denen die physikalische Apertur aufgrund verschiedener Betriebselemente reduziert ist. Wir bestimmen die Werte der Beta- und der Dispersionsfunktion am Elementstandort s bei den Standardarbeitspunkten aus Tabelle 3.4, berechnen auf diese Weise die statische Apertur $6,5\sigma_x$ bei einer Energie von 5 GeV und vergleichen diese mit den tatsächlich zur Verfügung stehenden Aperturen A_x und A_z . Die Ergebnisse werden in Tabelle 5.4 vorgestellt.

Stellen wir die $6,5\sigma_i$ -Strahlbreiten an den Injektionskickern IJK2, IJK3 und IJK29 sowie an den beiden Tune-Jump-Quadrupolen TJQD16 und TJQD32 der physikalischen Apertur gegenüber, so sind keine Probleme für den breiteren Strahl bei einer Energie von 5 GeV zu erwarten. Dies ist auch der Fall beim magnetischen Injektionsseptum MSI31. Kritischer hingegen sieht es beim Injektionsseptum MSI30 aus: Hier nähert sich die $6,5\sigma_x$ -Strahlbreite der physikalischen Apertur bis auf 1 mm. Auch hier sind also erhöhte Anforderungen an die Korrektur der Gleichgewichtsbahn zu stellen. Ähnlich sieht es beim festen Extraktionsseptum MSE23 aus: An dieser Stelle übersteigt die $6,5\sigma_x$ -Strahlbreite sogar den zur Verfügung stehenden Raum um über 30 %, so dass über eine Neukonstruktion dieses Septums nachzudenken sein wird.

¹Sollte es im Rahmen einer Energieerhöhung zu einer Verkleinerung des Polschuhabstands der Dipolmagnete kommen, so wie es in Abschnitt 4.2.1 vorgeschlagen wird, wird die vertikale Halbachse der Vakuumkammer auf mindestens 21 mm verkleinert werden müssen.

| | s/m | β_x/m | β_z/m | D_x/m | A_x/mm | A_z/mm | $6,5 \sigma_x/mm$ | $6,5 \sigma_z/mm$ |
|--------|---------|-------------|-------------|---------|----------|----------|-------------------|-------------------|
| MSI30 | 153,435 | 3,360 | 14,376 | 0,942 | 20 | 22 | 18,99 | 11,40 |
| MSI31 | 158,703 | 14,181 | 4,117 | -0,038 | 40 | 22 | 35,80 | 6,10 |
| IJK2 | 6,282 | 14,070 | 4,145 | -0,037 | 48 | 15 | 35,66 | 6,11 |
| IJK3 | 14,841 | 14,026 | 3,192 | 2,363 | 48 | 15 | 40,32 | 5,37 |
| IJK29 | 148,411 | 13,965 | 3,100 | 2,379 | 48 | 15 | 40,31 | 5,29 |
| TJQD16 | 81,797 | 2,962 | 13,762 | -0,029 | 23 | 23 | 16,36 | 11,15 |
| TJQD32 | 163,998 | 2,954 | 13,738 | -0,029 | 23 | 23 | 16,34 | 11,14 |
| MSE23 | 114,219 | 3,310 | 13,169 | 1,626 | 16,5 | 22 | 21,65 | 10,91 |

Tabelle 5.4: $6,5 \sigma_i$ -Strahlbreiten im Vergleich zu der zur Verfügung stehenden physikalischen Apertur A_i an Engstellen des Stretcherrings ELSA bei einer Energie von 5 GeV.

5.2 Dynamische Apertur

Die Apertur eines Beschleunigers, also der Bereich, in dem eine Teilchenbewegung stabil verläuft, wird nicht nur durch die Vakuumkammer begrenzt, sondern auch durch den Beitrag diverser Nichtlinearitäten. Diese Limitierung der Teilchenbewegung wird als *dynamische Apertur* bezeichnet. Die dynamische Apertur des Stretcherrings ELSA soll Thema dieses Abschnittes sein. Im ersten Teil wird die dynamische Apertur definiert und es werden die grundsätzlichen Schwierigkeiten einer solchen Definition vorgestellt. In einem zweiten Schritt werden die Rahmenbedingungen besprochen, unter denen die numerischen Simulationsrechnungen zur dynamischen Apertur durchgeführt werden. Hierzu zählen auch die Auswirkungen verschiedener Fehlerquellen in einem Beschleuniger auf die Teilchenbewegung. Auf dieser Basis werden zuletzt die Ergebnisse der Simulationsrechnungen zur dynamischen Apertur von ELSA präsentiert und die Konsequenzen für eine Energieerhöhung auf 5 GeV besprochen.

5.2.1 Definition

Die Teilchenbewegung in einem Beschleuniger lässt sich genau dann durch das Konzept der linearen Strahloptik beschreiben und bleibt determiniert, wenn der magnetoptische Aufbau ausschließlich aus idealen Dipol- und Quadrupolmagneten sowie Driftstrecken besteht. In diesem Fall erwartet man eine sehr große dynamische Apertur für die transversale Betatronbewegung. In der Realität gibt es jedoch zahlreiche Quellen von Nichtlinearitäten, denen ein Teilchen in einem Beschleuniger ausgesetzt ist:

- Zur Korrektur der Chromatizität sind Sextupolmagnete notwendig. Wegen der Form des Magnetfeldes eines Sextupolmagneten (vgl. Gleichung (4.10)) erzeugen sie eine Kraft, die quadratisch mit der Strahlablage wächst. Die Betatronschwingungen sind daher nicht mehr mit dem Konzept eines harmonischen Oszillators beschreibbar: Die Teilchenbewegung kann auf diese Weise chaotisch und somit instabil werden.
- Es ist nicht möglich, Dipol- und Quadrupolmagnete perfekt herzustellen. Sie beinhalten stets Feldfehler sowie höhere Multipolanteile. Auch Randfelder sind nicht zu vermeiden.
- Bei der Positionierung der verschiedenen Magnete sind Aufstellungsfehler, also unbeabsichtigte Verschiebungen und Drehungen der einzelnen Elemente, nicht zu verhindern.

- Weitere Nichtlinearitäten sind Magnete mit höheren Multipolen ($n > 3$), Raumladungen und Elektronenwolken (typisch für hohe Intensitäten). Sie spielen jedoch bei ELSA keine große Rolle und werden im Rahmen dieser Arbeit nicht näher betrachtet.

Die aufgezählten Nichtlinearitäten sind verantwortlich für die Verstimmung von Amplitude und Impuls und folglich auch für die Verringerung der Phasenraumfläche, die für die stabile Bewegung eines Strahls verfügbar ist. Letztlich sind sie so auch ein Grund dafür, dass die Strahllebensdauer reduziert wird.

In der gegenwärtigen Fachliteratur ist die dynamische Apertur nicht eindeutig definiert. Beispiele für solche Definitionen findet man in den Veröffentlichungen von [FGS97], [Kou99], [SRN⁺02] und [Boc03]. Ihnen ist gemein, dass die Anfangskoordinaten einer Teilchenbahn, die den Grenzfall zwischen stabiler und ungebundener Bewegung darstellen, als dynamische Apertur bezeichnet werden. Unterschiede gibt es in der Anzahl der betrachteten Umläufe sowie in der Abgrenzung zwischen stabilen und instabilen Trajektorien². Für eine sinnvolle Definition ist insbesondere zwischen Leptonen- und Hadronenmaschinen zu differenzieren: Wegen der Dämpfung durch die Synchrotronstrahlung genügt es bei Elektronenbeschleunigern, die Teilchentrajektorien über eine Dämpfungszeit τ_x zu verfolgen. Dies entspricht einigen 100 bis 1000 Umläufen, bei ELSA sind es ca. 2300 Umläufe. Beim Design eines idealen Beschleunigers ist darauf zu achten, dass die dynamische Apertur größer ist als die physikalische Apertur³. Ist diese Bedingung an einer festen (longitudinalen) Position s_0 erfüllt, so ist die Bahn eines Teilchens, das transversal an einer beliebigen Stelle in der Vakuumkammer bei s_0 sitzt, grundsätzlich stabil.

Für unsere Belange soll die dynamische Apertur wie folgt definiert werden: Die dynamische Apertur ist diejenige größte zusammenhängende Fläche im Phasenraum, deren Grenze durch alle maximalen Phasenraumamplituden eines einzelnen Teilchens gebildet wird, bei denen sich ein Teilchen bei einer vorgegebenen Zahl von Umläufen im Beschleuniger auf einer stabilen Trajektorie bewegt und somit kein chaotisches Verhalten zeigt. *Inseln* stabiler Teilchenbewegungen, also nicht miteinander verbundene Flächenstücke, werden nicht mitgezählt.

Darüber hinaus können dynamische Aperturen auch bzgl. der Arbeitspunkte $Q_{x,z}$ oder der Impulsabweichungen $\frac{\Delta p}{p_0}$ definiert werden. Dies ist jedoch nur für das Design eines noch zu errichtenden Beschleunigers von Bedeutung und soll uns hier nicht weiter interessieren.

Für einen ungestörten Beschleunigerbetrieb ist es erforderlich, dass die dynamische Apertur möglichst groß ist. Auch für Teilchen, die sich mit einer Impulsabweichung $\frac{\Delta p}{p_0}$ im Beschleuniger bewegen, muss diese Bedingung erfüllt sein: aufgrund der Wechselwirkung der Teilchen mit anderen Teilchen des Strahls oder Restgasmolekülen erfahren sie plötzliche Energieänderungen. Die Folge davon sind Synchrotronoszillationen, die an Punkten mit nichtverschwindender Dispersion zusätzlich zur Amplitude der Betatronoszillation zu transversalen Versetzungen führen. Im Allgemeinen ist die dynamische Apertur von Teilchen mit Impulsabweichung kleiner als diejenige von Teilchen mit Sollimpuls.

Die dynamische Apertur wird durch nichtlineare Elemente im magnetoptischen Aufbau eines Beschleunigers eingegrenzt. Entspricht das Ergebnis nicht den Designwünschen, so kann man sie

²Ist eine Bahn für die Initialkoordinaten (x_0/y_0) stabil und für (x_0/y_1) mit $y_1 > y_0$ instabil, folgt daraus nicht zwingend, dass auch die Bewegung des Teilchens, das seine Bahn bei (x_0/y_2) mit $y_2 > y_1$ beginnt, einen chaotischen Verhalten aufzeigen muss (im größten Teil der Fälle wird die Bahn des Teilchens aber instabil).

³Unter der *physikalischen Apertur* versteht man die Beschränkung der Teilchenbewegung durch die Vakuumkammer.

vergrößern, indem man mit einer größeren Anzahl an Chromatizitätssextupolmagneten arbeitet: Je mehr Sextupolmagnete vorhanden sind, desto geringer wird die Stärke eines einzelnen als Beitrag zur Chromatizitätskorrektur und desto geringer ist der Einfluss auf die Verkleinerung der dynamischen Apertur. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Periodizität der Beschleunigeroptik erhalten bleibt: Symmetriebrechung ist nämlich einer der Hauptgründe für die Reduzierung der dynamischen Apertur [For98].

Die rechnerische Bestimmung der dynamischen Apertur ist nicht trivial, da die Bewegungsgleichungen nicht-linear und somit nicht mit analytischen Methoden integrierbar sind. Hier sind Konzepte der Störungstheorie anzuwenden, was im Allgemeinen aber sehr aufwendig und wenig praktikabel ist. Daher wird die dynamische Apertur in der Regel durch numerische Simulationen bestimmt: Ein geeignetes Programm simuliert den Verlauf einer Teilchenbewegung bei gegebenen Anfangskoordinaten über eine vorgegebene Anzahl von Umläufen. Das Ziel ist es zu überprüfen, ob die Teilchenbewegung innerhalb der Umlaufzahl stabil bleibt oder ein chaotisches Verhalten annimmt. Diese Trackingprogramme arbeiten zwar exakt, ein Nachteil ist jedoch, dass sich der theoretische Einblick in die nichtlineare Bewegung vollends verschließt. Darüber hinaus können die Simulationen je nach gewünschter Umlaufzahl, der Anzahl der zu berechnenden Beschleunigerelemente und nicht zuletzt aufgrund der zur Verfügung stehenden Rechnerleistung sehr zeitintensiv sein.

5.2.2 Rahmenbedingungen zur Simulation der dynamischen Apertur

Die Größe der simulierten dynamischen Apertur hängt entscheidend von den Rahmenbedingungen ab, unter denen man eine Simulation durchführt; jene sollen hier vorgestellt werden.

Für das Teilchenttracking ist es sinnvoll, den sechsdimensionalen Phasenraum auf den (x, z) -Ortsraum zu reduzieren: Wollte man in den Anfangskoordinaten auch diverse Winkelablagen berücksichtigen, so würde dies ein hohes Maß an Rechenzeit erfordern. Diese Vereinfachung wird folgendermaßen gerechtfertigt: Einerseits wählt man die maximale Impulsabweichung, so dass maximale chromatische Störungen berücksichtigt werden. Zur Sicherheit werden Impulsabweichungen von $\pm 2\sigma_E$ simuliert, um beispielsweise Stößen mit Restgasmolekülen der niemals perfekt evakuierten Vakuumkammer Rechnung zu tragen. Andererseits werden die Winkelablagen beim Tracking irrelevant, falls man den Startpunkt so wählt, dass auch die Strahl-einhüllende keine Winkelablage aufweist und die Teilchengeschwindigkeit somit parallel zur Sollbahn ist. Hierzu legt man die Startposition in die Mitte eines horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten, wo die horizontale Betafunktion ihren maximalen Wert annimmt. Dies ist bei ELSA beispielsweise am Quadrupolmagneten QF8 der Fall.

Aufgrund der Strahlungsdämpfung hat die Vorgeschichte der Elektronen einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Teilchenbewegung, so dass es im Vergleich zu Protonen genügt, Simulationen über eine sehr viel kleinere Anzahl von Umläufen zu betrachten. Ein nicht zu unterschätzender Faktor bei dieser Überlegung ist auch die sinnvolle Ausnutzung der Rechnerleistung⁴: Verschiedene Simulationsdurchläufe haben gezeigt, dass eine Verringerung der Umlaufzahl auf 1000 bei ELSA keine nennenswerte Vergrößerung der dynamischen Apertur im Vergleich zu 2300 Umläufen mit sich bringt. 1000 Umläufe in ELSA entsprechen etwa zwei Fünftel der horizontalen Strahlungsdämpfungszeit bei einer Energie von 5 GeV.

⁴In jüngster Vergangenheit wurden Studien zur dynamischen Apertur für den Betrieb des LHC (**L**arge **H**adron **C**ollider) am CERN durchgeführt. Allein die Berücksichtigung der Aufstellungsfehler hatte einen Umfang von 600000 Simulationsläufen zu je 10 Stunden, was im Rahmen einer Diplomarbeit nicht zu realisieren ist [Her].

Um die impulsabhängige Arbeitspunktverschiebung aufgrund negativer Chromatizität zu unterdrücken, muss die Chromatizität durch Sextupolmagnete an dispersiven Stellen des Beschleunigers zu nicht-negativen Werten hin korrigiert werden. Das Simulationsprogramm stellt die Sextupolstärken entsprechend ein. Außerdem werden die Stärken der Quadrupolmagnete typischen Arbeitspunkten $Q_{x,z}$ der Maschine entsprechend angepasst.

Die Spannung der Hochfrequenzresonatoren wird bei den Tracking-Rechnungen auf Null gesetzt, die stochastische Abstrahlung von Synchrotronlicht wird nicht weiter berücksichtigt.

Tabelle 5.5 fasst die Rahmenbedingungen für die Tracking-Studien zusammen.

| | | |
|---|----------------------|--------------|
| Zahl der Umläufe | | 1000 |
| Werte der optischen Funktionen am Startpunkt QF8 | β_x | 17,757 m |
| | β_z | 2,278 m |
| Wert der horiz. Dispersionsfunktion am Startpunkt QF8 | D_x | 3,331 m |
| | | |
| Arbeitspunkte | Q_x | 4,617 |
| | Q_z | 4,428 |
| korrigierte Chromatizitäten | $\xi_{x,z}$ | 0 |
| Impulsabweichungen | $\frac{\Delta p}{p}$ | $\pm 0,25\%$ |

Tabelle 5.5: Rahmenbedingungen für die Tracking-Studien.

5.2.3 Auswirkungen verschiedener Fehlerquellen

Bei den bisherigen Überlegungen wurde nur der Fall einer idealen Maschine betrachtet. In erster Linie sind es die zur Chromatizitätskorrektur benötigten Sextupolfelder, die die dynamische Apertur begrenzen. Für eine realistische Simulation müssen darüber hinaus aber weitere Fehlerquellen berücksichtigt werden, die Störungen der Magneto-optik und somit Resonanzen verursachen und auf diese Weise zu einer weiteren Verkleinerung der dynamischen Apertur beitragen.

Aufstellungsfehler

Aufstellungsfehler zeigen sich in Form von Verschiebungen und Drehungen von Magneten. Im Rahmen dieser Arbeit bedeuten die einzelnen Variablen:

- Translationen
 - Δx für eine horizontale Verschiebung
 - Δz für eine vertikale Verschiebung
 - Δs für eine longitudinale Verschiebung
- Rotationen
 - $\Delta\phi$ für eine Drehung um die x -Achse⁵
 - $\Delta\theta$ für eine Drehung um die z -Achse

⁵Ein positiver Winkel bewirkt eine größere x -Koordinate beim Austritt aus dem Magneten als beim Eintritt.

- $\Delta\psi$ für eine Drehung um die s -Achse

Verschiebungen und Drehungen der einzelnen Magnete sind der Grund für unerwünschte, zusätzliche Winkelablagen oder bewirken eine lineare Kopplung der beiden transversalen Ebenen, die beispielsweise durch den Einsatz von Skew-Quadrupolen⁶ korrigiert werden kann. Aufstellungsfehler sind im Allgemeinen zufällig verteilt, konstante Summanden können jedoch hinzukommen, wenn ganze Magnetgruppen auf Trägern aufgestellt sind. Auch (dynamische) Einflüsse von außerhalb⁷ können Aufstellungsfehler bewirken.

Die in den Simulationsrechnungen verwendeten Aufstellungsfehler wurden [Gen95] entnommen. Da hier sehr große Werte⁸ angesetzt werden, auch um die Unsicherheit der Bestimmung der mechanischen und der magnetischen Mittelpunkte der Elemente zu simulieren, darf man konservative Tracking-Ergebnisse erwarten. Einen Überblick geben die Tabellen 5.6 und 5.7. Um der statistischen Natur der Aufstellungsfehler Rechnung zu tragen, wurden zufällig generierte Fehler als GAUSS-Verteilungen in 3σ -Umgebungen um den in den beiden Tabellen dargestellten *Root Mean Square* (RMS)-Wert simuliert.

| Magnete | $\Delta x/\mu\text{m}$ | $\Delta z/\mu\text{m}$ | $\Delta s/\mu\text{m}$ |
|------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Dipole | 1000 | 1000 | 500 |
| Quadrupole | 200 | 200 | 3000 |
| Sextupole | 500 | 500 | 3000 |

Tabelle 5.6: RMS-Werte der zufälligen Verschiebungsfehler für die Tracking-Studien.

| Magnete | $\Delta\phi/\mu\text{rad}$ | $\Delta\theta/\mu\text{rad}$ | $\Delta\psi/\mu\text{rad}$ |
|------------|----------------------------|------------------------------|----------------------------|
| Dipole | 2000 | 2000 | 500 |
| Quadrupole | 300 | 300 | 300 |
| Sextupole | 1000 | 1000 | 500 |

Tabelle 5.7: RMS-Werte der zufälligen Drehungsfehler für die Tracking-Studien.

Magnetfeldfehler

Man unterscheidet zwischen systematischen und zufälligen Magnetfeldfehlern, die auch als höhere Multipolkomponenten bei den verwendeten Magneten auftreten können. Systematische Feldfehler ergeben sich aus den Begrenzungen der Form der Polschuhe und sind somit in allen Magneten gleichermaßen vorhanden. Zufällige Feldfehler entstehen durch nicht beeinflussbare Variationen bei der individuellen Fertigung der Magnete. Während systematische Fehler durch das Magnetdesign bekannt sind, sind dies zufällige Fehler nicht. Multipolfehler in den Magneten

⁶Skew-Quadrupole sind Quadrupolmagnete, deren transversalen Achsen im Vergleich zu gewöhnlich verwendeten Quadrupolmagneten um 45° gedreht sind.

⁷Ein Beispiel hierfür ist das Erdbeben, das am 13. April 1992 mit einer Stärke von 5,9 auf der Richterskala das Rheinland erschütterte: Es führte zu einer signifikanten Verschiebung der Quadrupolmagnete [Kei00].

⁸Mit modernen Laser-Tracking-Systemen kann man im Vergleich zu den in den Tabellen 5.6 und 5.7 angegebenen Aufstellungsfehlern eine sehr viel höhere Genauigkeit (ca. 100 μm) bei der Positionierung einzelner Elemente erzielen.

regen Resonanzen höherer Ordnung an und verringern auf diese Art die dynamische Apertur. Je nach Herstellungsverfahren können diese Multipolfehler systematischer Natur sein und in allen Magneten einer Sorte vorliegen oder aber auch zufällige Abweichungen für jeden einzelnen Magneten sein.

In Tabelle 5.8 sind die Magnetfeldfehler aufgelistet, die in den Tracking-Studien Verwendung finden. Es handelt sich hierbei um zufällige Fehler sowohl des Hauptmagnetfelds als auch bei den Dipolmagneten um einen höheren Multipolfehler. Als Basis für diese Zusammenstellung dienen die Diplomarbeiten von K. Krauss [Kra86] und M. Zimmer [Zim86] aus dem Jahr 1986 sowie die Dissertation von J. Keil aus dem Jahr 2000 [Kei00]. Auch hier wird – wie bei den Aufstellungsfehlern – wieder mit GAUSS-Verteilungen mit 3σ -Umgebungen um einen RMS-Wert gearbeitet.

| Fehlerart | Radius/mm | $\frac{\Delta B}{B}$ | $\frac{\Delta k}{k}$ |
|---------------------|-----------|----------------------|----------------------|
| Dipolfeldfehler | 50 | $7 \cdot 10^{-4}$ | $9 \cdot 10^{-4}$ |
| Quadrupolfeldfehler | 50 | – | $3 \cdot 10^{-3}$ |

Tabelle 5.8: RMS-Werte der zufälligen relativen Magnetfeldfehler für die Tracking-Studien. Für die Dipolmagnete wurde ein Quadrupolanteil von $k_D = -7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-2}$ angenommen.

Umfangreiche Aperturstudien mit einer guten Statistik erfordern, verschiedene Verteilungen der Aufstellungs- und Magnetfeldfehler durchzurechnen. Die minimale Apertur, die man dann erhält, ist die absolute dynamische Apertur. Aufgrund der beschränkten verfügbaren Rechnerleistung muss auf solche umfangreichen Studien hier verzichtet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden auf Basis der vorstehend aufgeführten Maschinenfehler in zehn Durchläufen zufällige Fehler simuliert. Die kleinste dynamische Apertur mit diesen Fehlern wird dokumentiert. Die hier dargestellten Ergebnisse sind ein guter Indikator dafür, wie groß die dynamische Apertur wirklich ist.

5.2.4 Das Simulationsprogramm MAD-X und der Tracking Code PTC

Die Trackingrechnungen zur Bestimmung der dynamischen Apertur wurden mit dem Simulationsprogramm MAD-X (**M**ethodical **A**ccelerator **D**esign) durchgeführt [Sch07]. Dieses Programm ist in der Lage, Parameter der Teilchen- und Maschinenoptik zu berechnen, Maschinenelemente auf gewünschte Eigenschaften hin einzustellen, Maschinenfehler zu simulieren und zu korrigieren sowie die Teilchendynamik sowohl in Kreis- als auch in Linearbeschleunigern zu simulieren. MAD-X stellt das Trackingmodul THINTRACK zur Verfügung, das die Trackingrechnungen auf der Basis des Matrixformalismus (vgl. Abschnitt 2.5) Element für Element durchführt. Um die Symplektizität der Koordinatentransformationen zu gewährleisten, müssen alle dicken Elemente, deren Länge nicht vernachlässigbar ist, mithilfe des MAKETHIN-Kommandos in mehrere schmalere Abschnitte aufgeteilt werden. Bei kleineren Maschinen führt dies jedoch zu einer signifikanten Änderung der Parameter der Maschinenoptik. Dieses Problem kann durch ein Programm gelöst werden, das einen symplektischen Integrator enthält. Der Kickcode PTC (**P**olymorphic **T**racking **C**ode) von Étienne Forest eignet sich ideal, dicke Elemente symplektisch bis zu einer vom Nutzer angegebenen beliebigen Genauigkeit zu beschreiben [FSM02]. Da

zum Zeitpunkt der Durchführung der Simulationsrechnungen das Interface zwischen den Programmen MAD-X und PTC fehlerbehaftet war, wurde vom Autor des PTC eigens für diese Arbeit eine visualisierte, auf die Bedürfnisse des Stretchrings ELSA zugeschnittene Version des Programms zur Verfügung gestellt [Her, For].

Zur Bestimmung der dynamischen Apertur wird wie folgt vorgegangen: Bei fester horizontaler Anfangsablage x wird diejenige maximale vertikale Ablage z gesucht, bei der die Bewegung eines Teilchen nach 1000 Umläufen vom Trackingprogramm noch als stabil ausgegeben wird. Es wird sichergestellt, dass die Bewegung der Teilchen mit $z < z_{\max}$ bei gegebener x -Koordinate ebenfalls nach 1000 Umläufen stabil bleibt. Der Betrag der x -Koordinate wird sukzessive erhöht, bis die z -Koordinate den Wert Null annimmt.

5.2.5 Ergebnisse der Studien zur dynamischen Apertur

Nach dem gegenwärtigen Kenntnisstand des Autors dieser Arbeit wurden an ELSA bisher keine Untersuchungen zur dynamischen Apertur durchgeführt. Die Betrachtungen beginnen daher mit den Ergebnissen der Berechnungen für einen idealen magnetoptischen Aufbau der Maschine. In weiteren Simulationen wird das Verhalten der dynamischen Apertur unter dem Einfluss verschiedener Fehlerquellen untersucht. Zuletzt werden zur Optimierung der dynamischen Apertur vier zusätzliche Sextupolmagnete eingeführt und deren Wirkung erörtert.

Dynamische Apertur einer idealen Maschine

Im Allgemeinen bildet die dynamische Apertur einer fehlerfreien Maschine die obere Grenze für die Apertur mit Maschinenfehlern oder weiteren eingebauten Maschinenelementen. Es ist daher wichtig, die dynamische Apertur zunächst für eine Maschine ohne Aufstellungs- oder Magnetfeldfehler zu maximieren. Dies erfordert eine Optimierung der Magnetoptik genauso wie des Systems zur Chromatizitätskorrektur und des Arbeitspunktes. Letzt genannte Optimierung ist durch die Standardarbeitspunkte bereits vorgegeben, da nur an dieser Stelle das *Missing Magnet*-Konzept greift und ein Minimum der Strahlbreite vorliegt [Dre84]. Wegen der Existenz zahlreicher anderer Maschinenkomponenten ist auch die Positionierung der Sextupolmagnete fest vorgegeben, will man die Periodizität des Beschleunigers nicht aufheben. Nicht zuletzt gibt die Bedingung zur Kostenminimierung beim Projekt der Energieerhöhung vor, dass neue Dipolmagnete denselben Radius und dieselbe Länge haben müssen wie die derzeitigen. Daher ist die maximale dynamische Apertur von ELSA dadurch vorgegeben, dass neben idealen und fehlerfrei aufgestellten Magneten auch neue Vakuumkammern (vgl. nächster Abschnitt) installiert werden. Um Platz für die Extraktionssepta MSE20 und MSE21 zu schaffen, die den umlaufenden Strahl dem PHOENICS-Experiment zuführten, wurde der Sextupolmagnet SF19 asymmetrisch zum Sextupolmagneten SF4 vor und nicht hinter den Quadrupolmagneten QF20 aufgestellt. Da das Experiment und die Septa bereits deinstalliert sind, sollte im Rahmen einer Energieerhöhung diese Fehlstellung korrigiert werden. Vergleichende Studien haben aber gezeigt, dass die Fehlstellung nur eine minimale Auswirkung auf die dynamische Apertur im Promille-Bereich hat. Die neue Position des Sextupolmagneten, der entsprechend der ELSA-Halbzelle dann den Namen SF20 trägt, ist aus Tabelle 5.9 zu ersehen. Abbildung 5.2 zeigt, dass die dynamische Apertur für eine fehlerfreie Maschine sehr gut den Designzielen entspricht: Sie ist durchgehend größer als die physikalische Apertur.

| | Position s_0/m | β_x/m | β_z/m | D_x/m |
|------------------------------------|------------------|-------------|-------------|---------|
| Sextupolmagnet SF19 (<i>alt</i>) | 97,3665 | 15,64 | 2,70 | 2,50 |
| Sextupolmagnet SF20 (<i>neu</i>) | 98,4265 | 15,64 | 2,66 | 2,51 |

Tabelle 5.9: Symmetrisierung der Position des Sextupolmagneten SF19. Da er sich dann in der nächsten FODO-Halbzelle befindet, erhält er dementsprechend die Bezeichnung SF20.

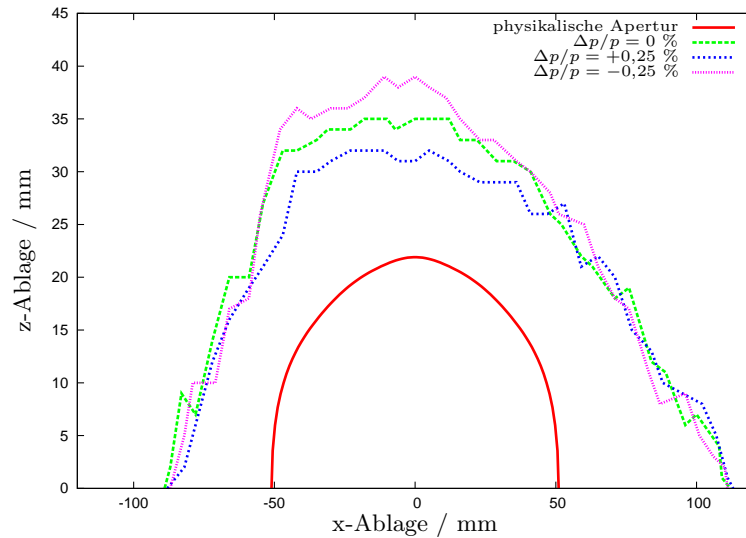


Abbildung 5.2: Dynamische Apertur des idealen Zustands von ELSA.

Dynamische Apertur unter dem Einfluss des magnetisierten Vakuumkammerlots

In Abbildung 5.3 ist die dynamische Apertur für eine ideale Maschine, aber unter Berücksichtigung der derzeit installierten Vakuumkammern dargestellt: Sie wird in der horizontalen Richtung stark eingeschränkt. In diese Simulation fließt die Vermutung ein, dass das Feld der Dipolmagnete das nickelhaltige Lot magnetisiert hat, mit dem die Stabilisierungsrippen auf die Vakuumkammern aufgeschweißt worden sind. Der Nachweis dieser Vermutung fußt auf einem Vergleich der theoretisch erwarteten Chromatizität mit der gemessenen Chromatizität vor und nach der Installation der bearbeiteten Vakuumkammern [Gen99, Kei00]. Diesem Sachverhalt wird in den Simulationen durch eine Sextupolkomponente der Größe $m_{\text{Dipol}} = -0,08 \text{ m}^{-3}$ in den Dipolmagneten Rechnung getragen.

Der Vergleich der dynamischen Apertur einer fehlerfreien Maschine mit einer, die durch das magnetisierte Vakuumkammerlot beeinflusst wird, dargestellt in Abbildung 5.3, zeugt von der Abhängigkeit der dynamischen Apertur von der Sextupolstärke: Das magnetisierte Lot an den Vakuumkammern in den Dipolmagnete erzeugt eine zusätzliche Sextupolkomponente. Dies hat zur Folge, dass die natürliche Chromatizität von $\xi_{x,\text{nat}} = -5,3$ auf $\xi_{x,\text{nat}}^l = -11,6$ zunimmt. Daher müssen derzeit höhere Sextupolstärken zur Chromatizitätskorrektur aufgebracht werden, als dies im idealen Fall notwendig wäre. Diese sowie die Sextupolkomponenten, die vom Vakuumkammerlot herrühren, führen neben den nicht berücksichtigten weiteren Maschinenfehlern zu der eingeschränkten dynamischen Apertur von ELSA. Ein Austausch der Vakuumkammern würde dieses Problem beheben. In den folgenden Simulationsrechnungen werden neue, ideale Vakuumkammern vorausgesetzt.

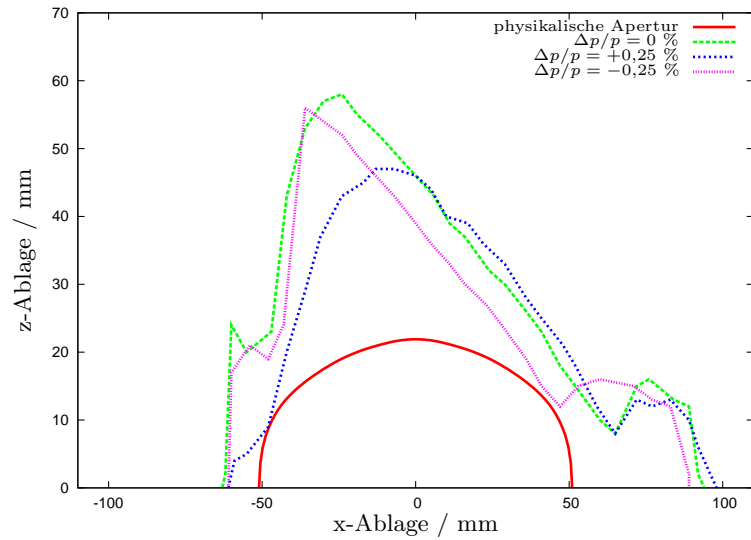


Abbildung 5.3: Dynamische Apertur von ELSA unter dem Einfluss des magnetisierten Vakuumkammerlots.

Dynamische Apertur mit Aufstellungsfehlern

Als erste Fehlerquelle werden zufällige Aufstellungsfehler eingeführt. Mit den Angaben aus den Tabellen 5.6 und 5.7 wird die dynamische Apertur für den Stretcherring ELSA berechnet und das Ergebnis in Abbildung 5.4 visualisiert.

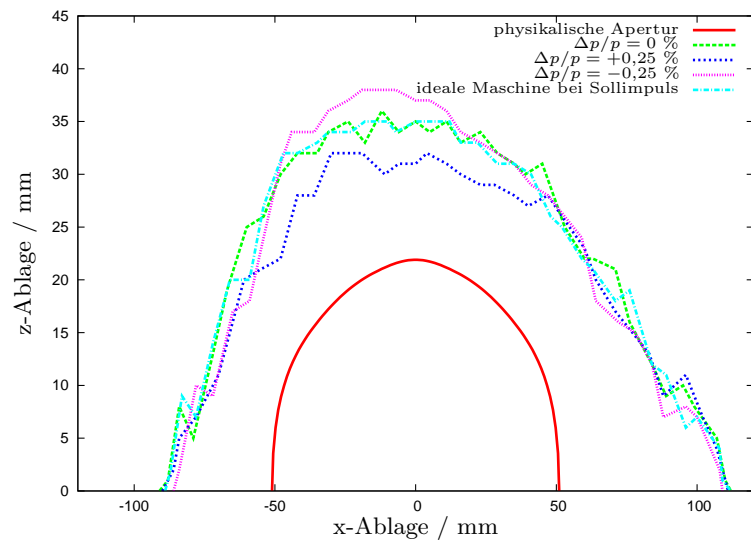


Abbildung 5.4: Dynamische Apertur von ELSA mit Elementversetzungen.

Es ist festzustellen, dass sogar bei den relativ groß angenommenen Aufstellungsfehlern die dynamische Apertur der Maschine im Vergleich zu einem idealen Beschleunigeraufbau in ihren transversalen Ausdehnungen um nur 2 %, bei der umschlossenen Fläche um 1 % abnimmt. Die Aufstellungsfehler für sich genommen haben also einen nur geringfügigen negativen Effekt auf die dynamische Apertur.

Dynamische Apertur mit Magnetfeldfehlern

Die zweite Fehlerquelle bei der Analyse der dynamischen Apertur von ELSA sind Magnetfeldfehler sowohl des Hauptfeldes als auch höherer Multipolkomponenten, wie sie Tabelle 5.8 entnommen werden können. Die graphische Veranschaulichung ist in Abbildung 5.5 zu finden.

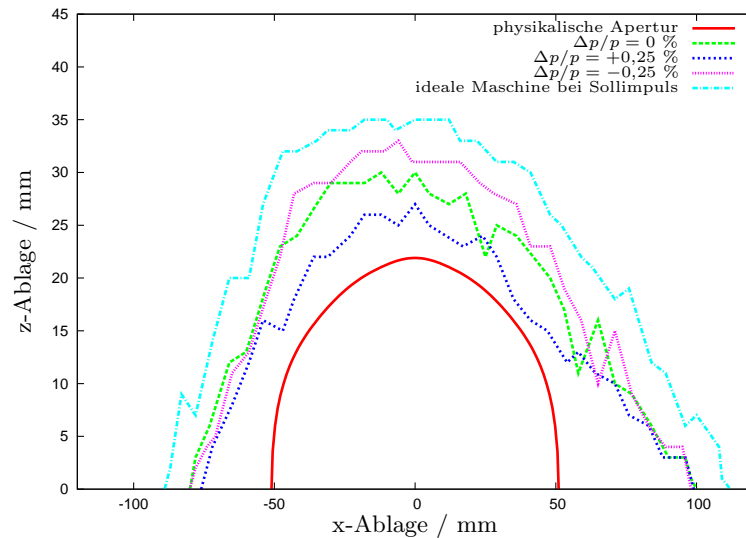


Abbildung 5.5: Dynamische Apertur von ELSA mit Magnetfeldfehlern.

Man erkennt, dass die dynamische Apertur von ELSA sehr empfindlich auf Magnetfeldfehler reagiert: Im Vergleich zum Idealzustand des Beschleunigers nehmen die Ausdehnungen der umschlossenen Fläche in der transversalen Ebene um 10 bis 15 %, der Flächeninhalt um knapp 30 % ab. Es ist anzumerken, dass es sich bei den verwendeten Magnetfeldfehlern um Werte handelt, wie sie den derzeitigen Dipol- und Quadrupolmagneten an ELSA zugewiesen werden, und dass keine höheren Multipolkomponenten als Quadrupole berücksichtigt wurden. Sie geben aber eine grobe Richtung für die Entwicklung der dynamischen Apertur an und lassen darauf schließen, dass bei der Fertigung der Magnete ein besonderes Augenmerk auf die Vermeidung von Feldfehlern zu legen ist.

Dynamische Apertur mit verschiedenen Fehlern

Im realen Beschleunigerbetrieb wirken auf den Teilchenstrahl Aufstellungs- und Magnetfeldfehler simultan, weswegen wir hier auch eine entsprechende Simulation durchführen möchten. Das Resultat ist aus Abbildung 5.6 zu ersehen.

Die Abnahme der dynamischen Apertur in der Summe aller Fehler bewegt sich in einem akzeptablen Bereich. Für Teilchen mit Sollimpuls liegt sie außerhalb der physikalischen Apertur, für Impulsabweichungen von $\pm 0,25$ % verläuft sie teilweise innerhalb und wird insbesondere in der vertikalen Richtung stark eingeschränkt, was auf das Zusammenwirken der Magnetfeldfehler mit den Aufstellungsfehlern zurückzuführen ist. Dies sollte jedoch während des Beschleunigerbetriebs kein Problem darstellen, da die dynamische Apertur bei 5 GeV in der horizontalen Richtung immer noch 7-mal und in der vertikalen 27-mal so groß ist wie die jeweilige Strahlbreite. Insgesamt wird die dynamische Apertur in beiden transversalen Richtungen um 20 bis 25 % und in der umschlossenen Fläche um ca. 45 % im Vergleich zur fehlerfreien Maschine reduziert.

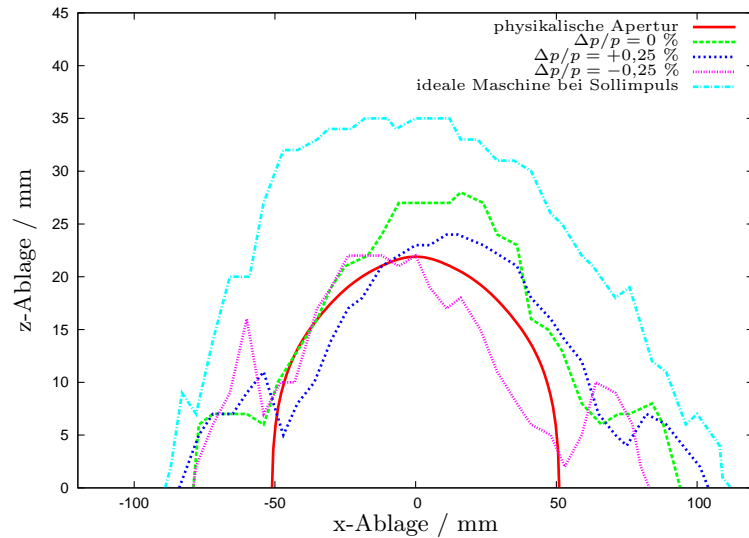


Abbildung 5.6: Dynamische Apertur von ELSA mit Magnetfeld- und Aufstellungsfehlern.

Es bleibt zu bemerken, dass mit modernen Methoden heutzutage Verschiebungsfehler auf weniger als 100 μm beschränkt werden können und bei der Magnetherstellung relative Multipolkomponenten im Bereich von weniger als 10^{-3} erreichbar sind. Wenn im Rahmen einer Energieerhöhung Magnetprototypen vorliegen, sollten diese noch einmal vermessen, auf Feldfehler und höhere Multipolkomponenten untersucht und die hier vorliegenden Studien mit den realen Daten wiederholt werden.

Dynamische Apertur bei positiven Chromatizitätswerten

Die bisherigen Studien haben sich darauf beschränkt, die dynamische Apertur für die Fälle zu betrachten, in denen die negative Chromatizität durch die Sextupolmagnete auf den Wert Null korrigiert wurde. Im realen Beschleunigerbetrieb wird jedoch die Chromatizität typischerweise zu kleinen positiven Werten hin korrigiert, um der Head-Tail-Instabilität entgegenzuwirken [Wie95]. Dieses Verfahren zieht jedoch nach sich, dass die Arbeitspunktbreite im Teilchenstrahl ansteigt. Teilchenstrahlen, in denen sich Teilchen mit großen Impulsabweichungen befinden, nehmen eine größere Fläche in der Arbeitspunktebene ein und können daher in den Bereich strahlzerstörender Betatronresonanzen kommen. Als Konsequenz nimmt die dynamische Apertur signifikant ab, wenn die Chromatizität zu groß ist.

Wir untersuchen die Abhängigkeit der horizontalen Apertur von der eingestellten horizontalen Chromatizität für Teilchen mit Sollimpuls sowie für Teilchen mit einer Impulsabweichung von $\frac{\Delta p}{p_0} = \pm 0,25\%$. Wir bauen in unsere Simulationen wieder Magnetfeld- und Aufstellungsfehler für den Stretcherring ein und stellen unsere Ergebnisse in Abbildung 5.7 dar. Sie belegt, dass Teilchen mit einer Impulsabweichung von $\frac{\Delta p}{p_0} = +0,25\%$ bzw. $\frac{\Delta p}{p_0} = -0,25\%$ keiner stabilen Teilchenbewegung bei einer Chromatizität oberhalb von $\xi_x \approx 30$ bzw. $\xi_x \approx 13$ unterliegen. Dies lässt sich zum einen auf das Kreuzen des drittelzahligen, resonanten Arbeitspunktes $Q_x = 4\frac{2}{3}$, zum anderen auf das Durchfahren des halbzahligen, resonanten Arbeitspunktes $Q_x = 4,5$ zurückführen.

Am Stretcherring ELSA wird eine kleine, positive horizontale Chromatizität von typischerweise

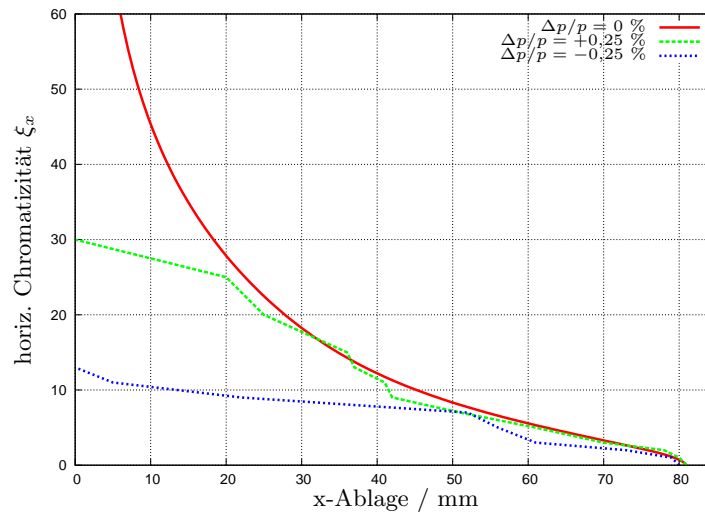


Abbildung 5.7: Abhängigkeit der horizontalen dynamischen Apertur von der eingestellten horizontalen Chromatizität.

$\xi_x = +3$ eingestellt. Der Abbildung 5.7 kann entnommen werden, dass die horizontale dynamische Apertur hierdurch nicht in einem solchen Maße reduziert wird, dass eine starke Einschränkung der Stabilität der Teilchenbewegung zu erwarten wäre: Die dynamische Apertur wird in der horizontalen Richtung um knapp 8 % eingeschränkt und bleibt außerhalb der physikalischen Apertur.

Dynamische Apertur einer idealen Maschine mit 12 Chromatizitätssextupolen

Da in den bisherigen Simulationen die dynamische Apertur bei der Kombination aller Fehlerarten bei Teilchen mit Impulsabweichung kleiner wird als die physikalische Apertur, soll in einer weiteren Studie der Einfluss einer höheren Zahl von Sextupolmagneten untersucht werden. Aufgrund der benötigten Elemente für das an ELSA genutzte Extraktionsverfahren kann man nur eine weitere Familie zusätzlich zu den acht bestehenden Chromatizitätssextupolen installieren, ohne die Superperiodizität des Beschleunigers zu zerstören. Die Sextupolmagnete werden jeweils direkt am folgenden horizontal defokussierenden Quadrupolmagneten hinter den schon bestehenden acht Sextupolpaaren positioniert. Die genauen Orte samt Werte der optischen Funktionen sind in Tabelle 5.10 zusammengetragen. Bei der Positionierung der vier neuen Sextupolmagnete wurde darauf geachtet, die Symmetrie des Stretcherrings nicht zu beeinträchtigen.

| Sextupolmagnet | Position s_0/m | β_x/m | β_z/m | D_x/m |
|----------------|------------------|-------------|-------------|---------|
| SD5 | 21,3640 | 2,76 | 15,45 | 1,27 |
| SD12 | 61,4040 | 2,77 | 15,49 | 1,27 |
| SD21 | 103,5640 | 2,77 | 15,51 | 1,27 |
| SD28 | 143,6040 | 2,77 | 15,49 | 1,27 |

Tabelle 5.10: Positionen sowie Werte der Beta- und Dispersionsfunktionen der vier zusätzlichen Sextupole zur Chromatizitätskorrektur.

Auch hier werden die Tracking-Rechnungen für Teilchen mit Sollimpuls und einer Impuls-

abweichung von $\frac{\Delta p}{p} = \pm 0,25 \%$ durchgeführt und die Ergebnisse für eine ideale Maschine in Abbildung 5.8 präsentiert.

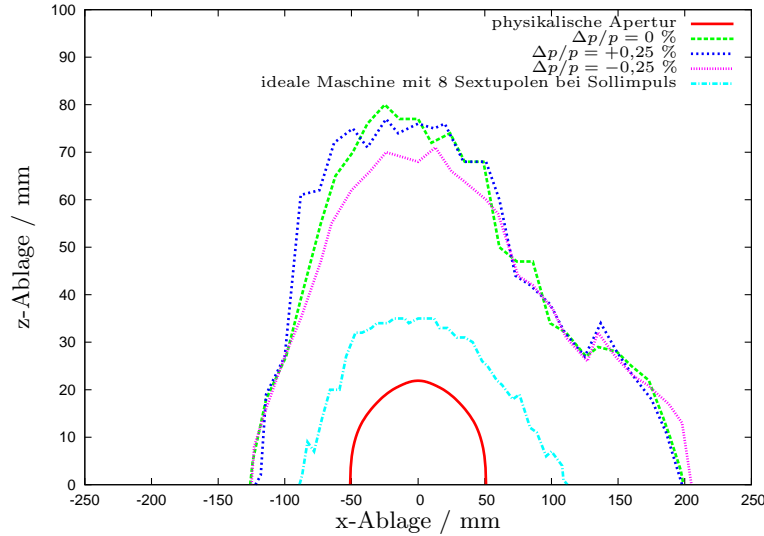


Abbildung 5.8: Dynamische Apertur von ELSA mit zwölf Sextupolmagneten bei einer idealen Maschine.

Vergleicht man die beiden Abbildungen 5.2 und 5.8, so erkennt man deutlich die Abhängigkeit der Größe der dynamischen Apertur von der Anzahl der installierten Sextupolmagnete: Verwendet man eine höhere Anzahl an Sextupolfamilien und bleibt hierbei die Periodizität des Beschleunigers erhalten, so wird die dynamische Apertur in beiden transversalen Richtungen breiter. Der Grund hierfür ist, dass der Beitrag und somit die Stärke m eines einzelnen Sextupolmagneten zur Chromatizitätskorrektur um so kleiner wird, je mehr Sextupolmagnete im Beschleuniger eingebaut sind. Dies macht auch Tabelle 5.11 deutlich: In ihr sind die notwendigen Sextupolstärken $m_{F,D}$ eingetragen, um die Chromatizitätswerte $\xi_{x,z} = 0$ zu erreichen.

| | 8 Sextupolmagnete | 12 Sextupolmagnete |
|--------------|-------------------|--------------------|
| ξ_x | -5,307 | -5,307 |
| ξ_z | -5,519 | -5,519 |
| m_F/m^{-3} | 1,818 | 1,813 |
| m_D/m^{-3} | -4,182 | -1,970 |

Tabelle 5.11: Sextupolstärken zur Chromatizitätskorrektur bei einem Einsatz von acht bzw. zwölf Sextupolmagneten.

Mit den vier zusätzlichen Sextupolmagneten wird aus Gleichung (3.9):

$$\begin{aligned}\xi_x &= \xi_{x,\text{nat}} + 3,5806 \cdot m_F + 0,6072 \cdot m_D, \\ \xi_z &= \xi_{z,\text{nat}} + 0,6566 \cdot m_F + 3,3998 \cdot m_D.\end{aligned}\quad (5.2)$$

Stellt man die beiden Gleichungen (3.9) und (5.2) gegenüber, so ergibt sich, dass zur Korrektur der Chromatizität zumindest bei den D-Sextupolen eine merklich geringere Stärke benötigt wird, was sich bei der Größe der dynamischen Apertur deutlich auswirkt.

Neben den vier zusätzlichen Sextupolmagneten in der Nähe der horizontal defokussierenden Quadrupolmagnete wäre es vom zur Verfügung stehenden Platz her möglich, zwei weitere Sextupolmagnete symmetrisch zueinander in der Nähe von fokussierenden Quadrupolmagneten aufzustellen. Auch hierfür wurde die dynamische Apertur numerisch berechnet. Wie zu erwarten war, wird sie deutlich um ca. 70 %, reduziert, da hier eine Symmetriebrechung stattfindet. Daher wird dieser Weg nicht weiter verfolgt.

Dynamische Apertur mit 12 Chromatizitätssextupolen und verschiedenen Fehlern

Zum Schluss dieses Kapitels wird noch die Auswirkung von Aufstellungs- und Magnetfeldfehlern auf den Stretcherring ELSA mit den vier zusätzlichen Sextupolmagneten studiert. Die Ergebnisse werden in Abbildung 5.9 dargestellt.

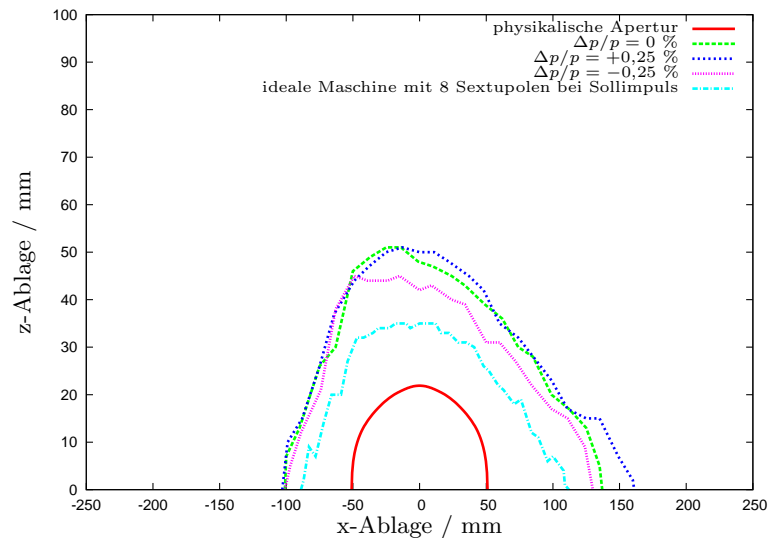


Abbildung 5.9: Dynamische Apertur von ELSA mit zwölf Sextupolmagneten und Aufstellungs- und Magnetfeldfehlern.

Der Vergleich mit der idealen Maschine in Abbildung 5.8 zeigt, dass die dynamische Apertur prozentual etwa in der selben Größenordnung abnimmt, wie es der Fall bei der Beschleunigeranlage mit acht Chromatizitätssextupolmagneten gewesen ist. Trotzdem ist sie größer als die dynamische Apertur des fehlerfreien Stretcherrings mit acht Sextupolmagneten.

Die Installation von vier weiteren Sextupolmagneten in der Nähe von horizontal defokussierenden Quadrupolmagneten vergrößert also die dynamische Apertur deutlich und sie bleibt selbst mit Magnet- und Aufstellungsfehlern größer als die ideale dynamische Apertur mit nur acht Sextupolmagneten und größer als die physikalische Apertur. Sollten Budgeterwägungen nicht entgegenstehen, ist die Anschaffung und Nutzung vier weiterer Sextupolmagnete zur Chromatizitätskorrektur als sinnvoll zu erachten.

Zur Auswertung der Studien wurden in diesem Kapitel die Ausdehnungen $a_{x,z}$ der durch die dynamische Apertur begrenzten Fläche in den beiden transversalen Richtungen betrachtet und mit den Breiten $\sigma_{x,z}$ der Strahlellipse bei 5 GeV verglichen. Für die Angaben in Tabelle 5.12 gilt die Beziehung $r_{x,z} = \frac{a_{x,z}}{\sigma_{x,z}}$. Da die von der dynamischen Apertur umschlossene Fläche keine triviale geometrische Grundfigur (z.B. Rechteck, Ellipse o.ä.) ist, wird darüber hinaus diese

Fläche A_{DA} ins Verhältnis zur ellipsenförmigen Strahlfläche A_{Strahl} gesetzt und der Streckfaktor $r_{area} = \frac{A_{DA}}{A_{Strahl}}$ berechnet.

| Simulationsbedingungen | $r_{area}(\pm\Delta r_{area})$ | $r_x(\pm\Delta r_x)$ | $r_z(\pm\Delta r_z)$ |
|---|--------------------------------|----------------------|----------------------|
| ideal | 601 | 12,3 | 50,1 |
| mit magnet. Vakuumkammerlot | 607 | 8,5 | 65,9 |
| mit Aufstellungsfehlern | 595 ± 12 | $12,0 \pm 0,2$ | $50,1 \pm 0,5$ |
| mit Magnetfeldfehlern | 430 ± 17 | $10,8 \pm 0,2$ | $43,0 \pm 0,9$ |
| mit Aufstellungs- und Magnetfeldfehlern | 338 ± 10 | $9,7 \pm 0,2$ | $38,7 \pm 0,6$ |
| <i>4 zusätzliche Sextupolmagnete</i> | | | |
| ideal | 1928 | 17,0 | 110,3 |
| mit Aufstellungs- und Magnetfeldfehlern | 1017 ± 41 | $13,6 \pm 0,6$ | $68,7 \pm 1,4$ |

Tabelle 5.12: Auswertung der Studien zur dynamischen Apertur bei Teilchenbewegungen mit Sollimpuls. Bei den Rechnungen mit Aufstellungs- und/oder Magnetfeldfehlern ist zusätzlich der Fehler des jeweiligen Wertes angegeben.

Fehler, zeitabhängige Schwankungen (wie Spannungsrippel) und andere Unzulänglichkeiten einer realen Maschine können niemals exakt in einer Simulation modelliert werden. Eine Folge davon ist, dass die durch Tracking berechnete dynamische Apertur im Regelfall größer ist als die gemessene dynamische Apertur. Beobachtungen an den Beschleunigern TeVatron⁹, HERA¹⁰ und SPS¹¹ haben gezeigt, dass die Übereinstimmung zwischen berechneter und gemessener dynamischer Apertur zwischen 20 und 100 % variiert, was bei der Einordnung der hier vorgestellten Ergebnisse berücksichtigt werden sollte [G⁺01].

⁹TeVatron ist ein Proton-Antiproton-Collider am Fermi National Accelerator Laboratory in Batavia, Illinois/USA.

¹⁰HERA (Hadron-Elektron-Ring-Anlage) ist ein Elektron-Proton-Collider am Forschungszentrum DESY in Hamburg.

¹¹Das SPS (Super Proton Synchrotron) wird dem Large Hadron Collider LHC am CERN bei Genf/Schweiz als Injektor dienen.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen des DFG-Sonderforschungsbereichs Transregio 16 wird überlegt, die Beschleunigeranlage ELSA dahingehend zu erweitern, dass sie Elektronenenergien bis zu 5 GeV zur Verfügung stellen kann. Der Zweck einer Energieerhöhung ist die Untersuchung bisher nicht experimentell nachgewiesener, theoretisch vorhergesagter Nukleonresonanzzustände sowie die Bereitstellung eines Strahls mit einem höheren Linearpolarisationsgrad. Die vorliegende Diplomarbeit hat das Ziel, hierfür einige Aspekte aus dem Bereich der Magnetoptik zu untersuchen sowie notwendige Konsequenzen für die Umsetzung aufzuzeigen.

Die Breite eines Teilchenstrahls hängt neben den energieabhängigen Größen der Emittanz und der Impulsunschärfe von den Werten der Betafunktion und der Dispersionsfunktion ab. Das Konzept zur Bereitstellung von dispersionsfreien Strecken, das *Missing Magnet*-Konzept, ist nur bei bestimmten Werten des Phasenverschiebungs innerhalb einer FODO-Zelle effizient. Es wurde die maximale Strahlbreite im Beschleuniger in Abhängigkeit vom horizontalen Arbeitspunkt Q_x sowie die horizontale Dispersionsfunktion für verschiedene Q_x berechnet. Auf diese Weise konnte nachgewiesen werden, dass für den Beschleunigerbetrieb nur die Einstellung eines Arbeitspunktes im Bereich von $Q_x = 4\frac{2}{3}$ sinnvoll ist.

Eine Analyse der derzeit an ELSA installierten Hauptmagnete brachte das folgende Ergebnis: Mit Berücksichtigung der Sättigung bei hohen Magnetfeldern müsste das Dipolnetzgerät einen Strom zur Verfügung stellen, der um ca. 2000 A über seinem derzeitigen Maximalstrom liegt. Aus Gründen der Betriebsökonomie sollten neue, grundsätzlich baugleiche Dipolmagnete mit einer höheren Windungszahl n und einem reduzierten Polschuhabstand h angeschafft werden. Geeignete Parameterkonstellationen hierzu sind $n = 18$ und $h = 38$ mm sowie $n = 20$ und $h = 42$ mm. Um den für den optimalen Arbeitspunkt erforderlichen Quadrupolgradienten zu erreichen, sind die Quadrupolnetzgeräte dahingehend zu modifizieren, dass sie statt 910 A bis zu 1000 A bereitstellen können. Bei den Sextupolmagneten und den zugehörigen Netzgeräten müssen keine Änderungen vorgenommen werden.

Die Strahlbreite nimmt aufgrund der energieabhängigen Größen zu, was eine Verringerung der Lebensdauer nach sich zieht. Lebensdaueruntersuchungen haben gezeigt, dass die transversalen Ausdehnungen des Teilchenstrahls im Allgemeinen keine Probleme erwarten lassen. Es ist aber auf eine sorgfältige Korrektur der Gleichgewichtsbahn zu achten, da an einigen Stellen im Beschleunigerring die $6,5\sigma_x$ -Strahlbreite bis auf gut 1 mm an die Vakuumkammer heranreicht. Für das Extraktionsseptum MSE23 sind Veränderungen in der Konstruktion vonnöten, da hier

die $6,5\sigma_x$ -Strahlbreite die zur Verfügung stehende Apertur um mehr als 30 % überschreitet. Die Lebensdauer des Teilchenstrahls, die sich aus dem Verhältnis der Amplitude der Betatronschwingungen zur horizontalen Breite der Vakuumkammer ergibt, ist mit 51,6 h im Vergleich zu Extraktionszeiten von 10 bis 60 s ausreichend lang.

Neben der Vakuumkammer als bestimmender Größe für die physikalische Apertur gibt es zahlreiche Quellen von Nichtlinearitäten, die die Teilchenbewegung weiter einschränken. Die Studien dieser Arbeit haben hierzu ergeben, dass die dynamische Apertur der idealen Maschine am Ort der größten Strahlbreite größer ist als die physikalische Apertur und somit optimal den Designwünschen entspricht, insofern die Vakuumkammern mit dem magnetisierten Lot für die Stabilitätsrippen entfernt werden. Die Simulation von zufälligen Aufstellungs- und Magnetfeldfehlern hat gezeigt, dass die dynamische Apertur unter deren Einfluss so weit eingeschränkt wird, dass sie innerhalb der Vakuumkammer liegt. Die Einstellung von kleinen positiven Chromatizitätswerten hat eine nur unwesentliche Verkleinerung der dynamischen Apertur zur Folge. Der Einsatz von vier zusätzlichen Sextupolmagneten zur Chromatizitätskorrektur in der Nähe von defokussierenden Quadrupolmagneten führt zu einer ausreichenden Vergrößerung der dynamischen Apertur, die trotz der verschiedenen Fehler größer bleibt als die physikalische Apertur. Sind neue Dipolmagnete verfügbar, sollten sie einer genauen Vermessung hinsichtlich ihrer Magnetfeldfehler unterzogen werden, um mit den realen Fehlerwerten die dynamische Apertur erneut berechnen zu können und so die Notwendigkeit einer Anschaffung weiterer Sextupolmagnete zu überprüfen.

Anhang A

MAD-Eingabedatei für ELSA

Im Folgenden ist die MAD-Eingabedatei für den Stretcherring ELSA dokumentiert.

```
TITLE, s="ELSA - Electron Stretcher Accelerator";

! Spezifikationen der Hauptmagnete

! Dipolmagnete
L2_EFF:=2.86679664;
L2_MET:=2.84000;
WINKEL:=+PI/12;
! Faktor, um den die Bogenlänge die Geradenlänge übertrifft
B_FACT:=PI/24/sin(PI/24);
DIP:SBEND, L:=L2_EFF*B_FACT, ANGLE:=WINKEL, E1:=WINKEL/2, E2:=WINKEL/2,
      K0:=0.090801779, K1:=-7.0E-04;

! Quadrupolmagnete
L4_EFF:=0.4997;           // magnetische Länge
L4_MET:=0.4500;           // physische Länge
QFOK:= 0.630;             // typische Quadrupolstärken
QDEF:= -0.580;
QDF:quadrupole, L:=L4_EFF, K1:=QFOK; // F-Quadrupol
QDD:quadrupole, L:=L4_EFF, K1:=QDEF; // D-Quadrupol

! Sextupolmagnete
L6_EFF:=0.287;           // magnetische Länge
L6_MET:=0.250;           // physische Länge
SFOK:= 3.422;           // typische Sextupolstärken
SDEF:= -3.311;
SXTF:sextupole, L:=L6_EFF, K2:=SFOK; // F-Sextupol
SXTD:sextupole, L:=L6_EFF, K2:=SDEF; // D-Sextupol
SXTEX:sextupole, L:=L6_EFF, K2:=0.0; // Extraktionssextupol

! Hochfrequenzresonatoren

! Cavity-Spannungen fuer Überspannungsfaktor 10:
! E=0.5 GeV: PVOLT=2.517E-3;
! E=1.2 GeV: PVOLT=8.352E-2;
! E=2.3 GeV: PVOLT=1.127;
! E=3.5 GeV: PVOLT=6.044;
! E=5.0 GeV: PVOLT=25.174;
PVOLT:=0.0;
DVOLT:=0.0;

! PETRA-Cavity:
RFC1:RFCAVITY, L:=1.6, VOLT:=PVOLT, SHUNT:=11.25, HAMONITOR:=274, LAG:=0.5;
```

```

! DORIS-Cavity:
RFC2:RFAVITY, L:=0.324, VOLT:=DVOLT, SHUNT:=9.25, HAMONITOR:=274, LAG:=0.5;

! Sonstige Elemente

! Injektionskicker:
KICKER29:HKICKER, L:=0.73;
KICKER2:HKICKER, L:=0.73;
KICKER3:HKICKER, L:=0.73;

! Injektionssepta:
ISEP1:HKICKER, L=0.90;
ISEP2:HKICKER, L=0.60;

! Luftquadrupole:
LQD16:quadrupole, L:=0.45, K1:=0.0;
LQD32:quadrupole, L:=0.45, K1:=0.0;

! Extraktionssepta:
SEPTUM1:RCOLLIMATOR, L:=0.65, XSIZE:=.02; // Vorseptum, fahrbar!
SEPTUM2:RCOLLIMATOR, L:=0.9, XSIZE:=.0165; // Hauptseptum

! Tune-Jump-Quadrupole:
TJQD32:QUADRUPOLE, L=0.5515, K1:=0.0;
TJQD16:QUADRUPOLE, L=0.5515, K1:=0.0;

! Aufstellung der Elemente im Stretcherring

ELSA:SEQUENCE, REFER=CENTRE,l=164.3952;
START:  MARKER,    AT=0.0;
QD1:    QDD,       AT=0.2840;
LQ1:    LQD32,     AT=4.3165;
SX1:    SXTEX,     AT=4.8915;
QF2:    QDF,       AT=5.4215;
IJK2:   KICKER2,   AT=6.2820;
M2:     DIP,       AT=8.5702;
QD3:    QDD,       AT=10.5590;
SD3:    SXTD,     AT=11.0890;
IJK3:   KICKER3,  AT=14.8410;
QF4:    QDF,       AT=15.6965;
SF4:    SXTF,     AT=16.2265;
M4:     DIP,       AT=18.8452;
QD5:    QDD,       AT=20.8340;
! SD5:   SXTD,     AT=21.3640; // neuer Sextupolmagnet für ausreichende dynamische Apertur
M5:     DIP,       AT=23.9827;
QF6:    QDF,       AT=25.9715;
M6:     DIP,       AT=29.1202;
QD7:    QDD,       AT=31.1090;
M7:     DIP,       AT=34.2577;
QF8:    QDF,       AT=36.2465;
M8:     DIP,       AT=39.3952;
QD9:    QDD,       AT=41.3840;
M9:     DIP,       AT=43.3727;
QF10:   QDF,       AT=46.5215;
M10:    DIP,       AT=48.5102;
SD10:   SXTD,     AT=51.1290;
QD11:   QDD,       AT=51.6590;
M11:    DIP,       AT=53.6477;
SF11:   SXTF,     AT=56.2665;
QF12:   QDF,       AT=56.7965;
M12:    DIP,       AT=58.7852;
! SD12:  SXTD,     AT=61.4040; // neuer Sextupolmagnet für ausreichende dynamische Apertur
QD13:   QDD,       AT=61.9340;
M13:    DIP,       AT=63.9227;
QF14:   QDF,       AT=67.0715;
QD15:   QDD,       AT=72.2090;
M15:    DIP,       AT=74.1977;

```

```

QF16:  QDF,      AT=77.3465;
SX16:  SXTEX,   AT=77.8765;
LQ16:  LQD16,   AT=78.4515;
PETRA1: RFC1,   AT=79.7840;
TJQD16: TJQD16, AT=81.7970;
QD17:  QDD,     AT=82.4840;
PETRA2: RFC1,   AT=83.9840;
DORIS: RFC2,   AT=85.7165;
LQ17:  LQD16,   AT=86.5165;
SX17:  SXTEX,   AT=87.0915;
QF18:  QDF,     AT=87.6215;
M18:   DIP,     AT=90.7702;
QD19:  QDD,     AT=92.7590;
SD19:  SXTD,    AT=93.2890;
SF19:  SXTF,    AT=97.3665; // unsymmetrische Position zu SF4
QF20:  QDF,     AT=97.8965;
! SF20: SXTF,    AT=98.4265; // neue, symmetrische Position des Sextupolmagnets SF19
M20:   DIP,     AT=101.0452;
QD21:  QDD,     AT=103.0340;
! SD21: SXTD,    AT=103.5640; // neuer Sextupolmagnet für ausreichende dynamische Apertur
M21:   DIP,     AT=106.1825;
QF22:  QDF,     AT=108.1715;
MSE22: SEPTUM1, AT=108.584+0.325;
M22:   DIP,     AT=111.3205;
QD23:  QDD,     AT=113.3090;
MSE23: SEPTUM2, AT=113.769+0.45;
M23:   DIP,     AT=116.4575;
QF24:  QDF,     AT=118.4465;
M24:   DIP,     AT=121.5955;
QD25:  QDD,     AT=123.5840;
M25:   DIP,     AT=125.5725;
QF26:  QDF,     AT=128.7215;
M26:   DIP,     AT=130.7105;
SD26:  SXTD,    AT=133.3285;
QD27:  QDD,     AT=133.8590;
M27:   DIP,     AT=135.8455;
SF27:  SXTF,    AT=138.4665;
QF28:  QDF,     AT=138.9965;
M28:   DIP,     AT=140.9855;
! SD28: SXTD,    AT=143.6040; // neuer Sextupolmagnet für ausreichende dynamische Apertur
QD29:  QDD,     AT=144.1340;
M29:   DIP,     AT=146.1225;
IJK29: KICKER29, AT=148.4110;
QF30:  QDF,     AT=149.2715;
MSI30: ISEP1,   AT=153.4350;
QD31:  QDD,     AT=154.4090;
M31:   DIP,     AT=156.3975;
MSI31: ISEP2,   AT=158.7030;
QF32:  QDF,     AT=159.5465;
SX32:  SXTEX,   AT=160.0765;
LQ32:  LQD32,   AT=160.6519;
TJQD32: TJQD32, AT=163.9980;
ENDM:  MARKER,  AT=164.3952;
ENDSEQUENCE;

```

```
! Fehler zur Simulation eines gestörten Orbits
```

```
! Aufstellungsfehler für Dipolmagnete
```

```

SELECT, flag=ERROR, CLEAR = true;
select, flag = error, class=DIP;
EALIGN, DX:=tgauss(3.0)*1e-3, DY:=tgauss(3.0)*1e-3, DS:=tgauss(3.0)*5e-4,
        DPHI:=tgauss(3.0)*2e-3, DTHETA:=tgauss(3.0)*2e-3, DPSI:=tgauss(3.0)*5e-4;

```

```
! Aufstellungsfehler für Quadrupolmagnete
```

```

SELECT, flag=ERROR; CLEAR = true;
select, flag = error, pattern="^Q.*";
EALIGN, DX:=tgauss(3.0)*2e-4, DY:=tgauss(3.0)*2e-4, DS:=tgauss(3.0)*3e-3,
        DPHI:=tgauss(3.0)*3e-4, DTHETA:=tgauss(3.0)*3e-4, DPSI:=tgauss(3.0)*3e-4;

```

```

! Aufstellungsfehler für Sextupolmagnete
SELECT, flag=ERROR; CLEAR = true;
select, flag = error, pattern="^S.*";
EALIGN, DX:=tgauss(3.0)*5e-4, DY:=tgauss(3.0)*5e-4, DS:=tgauss(3.0)*3e-3,
      DPHI:=tgauss(3.0)*1e-3, DTHETA:=tgauss(3.0)*1e-3, DPSI:=tgauss(3.0)*5e-4;

! Relative Feldfehler der Dipolmagnete
SELECT, flag=ERROR, clear = true;
SELECT, flag=ERROR, class=DIP;
EFCOMP, radius=0.05, order=0,
      dknr:={tgauss(3.0)*0.0007,tgauss(3.0)*0.0009,0,0,0,0,0,0,0};

! Relative Feldfehler der Quadrupolmagnete
SELECT, flag=ERROR, clear = true;
SELECT, flag=ERROR, class=QUADRUPOLE;
EFCOMP, radius=0.05, order=1,
      dknr:={0,tgauss(3.0)*0.003,0,0,0,0,0,0,0};

! Übersichtstabellen mit Aufstellungs- und Magnetfeldfehlern
SELECT, flag=error, clear=true;
select, flag=error, class=DIP;
ESAVE, file=myerr.dipole;
SELECT, flag=error, clear=true;
select, flag=error, class=QUADRUPOLE;
ESAVE, file=myerr.quadrupole;
SELECT, flag=error, clear=true;
select, flag=error, pattern="^S.*";
ESAVE, file=myerr.sextupole;

! Matching der Quadrupolmagnete zur Arbeitspunkteinstellung
value,QFOK,QDEF;
match,sequence=elsa;
  vary, name=QFOK, step=0.00001;
  vary, name=QDEF, step=0.00001;
  global,sequence=elsa,Q1=4.617;
  global,sequence=elsa,Q2=4.428;
  Lmdif, calls=100, tolerance=1.0e-21;
endmatch;
value, QFOK, QDEF;

! Matching der Sextupolmagnete zur Chromatizitätskorrektur
value,SFOK,SDEF;
match,sequence=elsa;
  vary, name=SFOK, step=0.00001;
  vary, name=SDEF, step=0.00001;
  global,sequence=elsa,DQ1=0.0;
  global,sequence=elsa,DQ2=0.0;
  Lmdif, calls=100, tolerance=1.0e-21;
endmatch;
value, SFOK, SDEF;

```

Anhang B

Formelsammlung

An dieser Stelle sollen diejenigen mathematischen Formeln vorgestellt werden, die im Beschleuniger-Simulationsprogramm MAD-X Verwendung finden, im Fließtext des Hauptteils dieser Arbeit aber nicht erschienen sind [GHJK87]:

Synchrotronintegrale:

$$I_1 = \int_0^{2\pi R} \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (\text{B.1})$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi R} \frac{1}{\rho^2(s)} ds \quad (\text{B.2})$$

$$I_3 = \int_0^{2\pi R} \left| \frac{1}{\rho(s)} \right|^3 ds \quad (\text{B.3})$$

$$I_4 = \int_0^{2\pi R} \left(\frac{1}{\rho^2(s)} + 2k(s) \right) \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (\text{B.4})$$

$$I_5 = \int_0^{2\pi R} \left| \frac{1}{\rho(s)} \right|^3 \mathcal{H}(s) ds \quad (\text{B.5})$$

mit

$$\mathcal{H}(s) = \frac{1}{\beta(s)} \{ D^2(s) + [\beta_x(s) \cdot D'(s) + \alpha_x(s) \cdot D(s)]^2 \} \quad (\text{B.6})$$

Momentum Compaction Factor:

$$\alpha_c = \frac{I_1}{U} \quad (\text{B.7})$$

Dämpfungsparameter:

$$J_x = 1 - \frac{I_4}{I_2} \quad (\text{B.8})$$

$$J_z = 1 \quad (\text{B.9})$$

$$J_s = 2 + \frac{I_4}{I_2} \quad (\text{B.10})$$

Energieverlust durch Synchrotronstrahlung pro Umlauf:

$$U_0 = \frac{2}{3} \frac{r_e}{(mc^2)^3} I_2 \cdot E_0^4 \quad (\text{B.11})$$

Natürliche relative R.M.S. Energiebreite:

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \sqrt{\frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} \frac{I_3}{2I_2 + I_4} \cdot \frac{E_0}{mc^2}} \quad (\text{B.12})$$

Dämpfungszeiten:

$$\tau_x = \frac{3}{r_e c} \frac{U}{I_2 - I_4} \cdot \left(\frac{E_0}{mc^2} \right)^{-3} \quad (\text{B.13})$$

$$\tau_z = \frac{3}{r_e c} \frac{U}{I_2} \cdot \left(\frac{E_0}{mc^2} \right)^{-3} \quad (\text{B.14})$$

$$\tau_s = \frac{3}{r_e c} \frac{U}{2I_2 + I_4} \cdot \left(\frac{E_0}{mc^2} \right)^{-3} \quad (\text{B.15})$$

Natürliche Emittanz:

$$\varepsilon_x = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} \frac{I_5}{I_2 - I_4} \cdot \left(\frac{E_0}{mc^2} \right)^2 \quad (\text{B.16})$$

Literaturverzeichnis

- [A⁺68] ALTHOFF, K.H. u. a.: *The 2.5 GeV Electron Synchrotron of the University of Bonn*. In: *Nuclear Instruments & Methods* 61 (1968), Nr. 1, S. 1–30.
- [A⁺69] ALTHOFF, K.H. u. a.: *Das 2,5 GeV-Elektronen-Synchrotron der Universität Bonn*. In: *Jahrbuch 1969*. Der Ministerpräsident des Landes Nordrhein-Westfalen – Landesamt für Forschung –. Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen, 1969.
- [A⁺82] ALTHOFF, K.H. u. a.: *Vorschlag für den Bau eines Stretcherringes am 2,5 GeV-Elektronensynchrotron der Universität Bonn*. Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1982. – BONN-IR-82-17
- [A⁺87] ALTHOFF, K.H. u. a.: *ELSA – Ein neuer Beschleuniger der Mittlereenergiephysik*. Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1987. – BONN-IR-87-30
- [Aut79] AUTIN, B.: *Dispersion Suppression with Missing magnets in a FODO Structure – Application to the CERN Anti-Proton Accumulator* (Talk). In: *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 26 (1979), S. 3493–3495.
- [Bal] BALLING, A. W.: Dissertation in Vorbereitung, Universität Bonn, Physikalisches Institut.
- [Boc03] BOCCHETTA, C. J.: *Lifetime and Beam Quality*. Vorlesungsmaterial zur CERN Accelerator School in Brunnen/Schweiz, URL, <http://cas.web.cern.ch/cas/BRUNNEN/Bocchetta1.html>, Juli 2003.
- [CS58] COURANT, E. ; SNYDER, H.: *Theory of the Alternating-Gradient Synchrotron*. In: *Annals of Physics* 3 (1958), S. 1–48.
- [CT06] CHAO, A. W. (Hrsg.) ; TIGNER, M. (Hrsg.): *Handbook of Accelerator Physics and Engineering*. World Scientific, 3. Aufl., New Jersey/London/Singapur, 2006.
- [Det90] DETEMPLE, P.: *Aufbau, Test und Betrieb des energiemarkierten Photonstrahls am PHOENICS-Experiment der Bonner Elektron-Stretcher-Anlage ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1990. – BONN-IR-90-44
- [DHK⁺04] DUTZ, H. ; HELBING, K. ; KRIMMER, J. u. a.: *Experimental Check of the Gerasimov-Drell-Hearn Sum Rule for ¹H*. In: *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), Nr. 3.
- [Dre84] DREIST, A.: *Simulationsrechnungen für eine langsame Resonanzextraktion am Stretcherring ELSA*. Diplomarbeit, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1984. – Bonn-IR-84-20

- [Dre89] DREIST, A.: *Das Injektionssystem des Stretcherringes ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1989. – BONN-IR-89-26
- [FGS97] FISCHER, W. ; GIOVANNOZZI, M. ; SCHMIDT, F.: *Dynamic aperture experiment at a synchrotron*. In: *Phys. Rev. E* 55 (1997), Nr. 3, S. 3507–3520.
- [For] FOREST, É.: *persönliche Mitteilung*.
- [For98] FOREST, É.: *Beam Dynamics – A New Attitude and Framework*. Harwood Academic Publishers, Amsterdam, 1998.
- [Fro] FROMMBERGER, F.: *persönliche Mitteilung*.
- [FSM02] FOREST, É. ; SCHMIDT, F. ; MCINTOSH, E.: *Introduction to the polymorphic tracking code: Fibre bundles, polymorphic Taylor types and exact tracking / CERN/KEK. 2002. – Forschungsbericht. – CERN-SL-2002-044-AP, KEK-Report 2002-3*
- [G⁺01] GLASS, H.D. u. a.: *Design Study for a Staged Very Large Hadron Collider / Fermi National Accelerator Laboratory u.a. 2001. – Forschungsbericht. – Fermilab-TM-2149*
- [Gen95] GENTNER, M.: *Der Closed-Orbit der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA: Simulation, Messung und Korrektur*. Diplomarbeit, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1995. – BONN-IB-95-37
- [Gen99] GENTNER, M.: *Präparation von Teilchenstrahlen für Experimente der Hadronenphysik: langsame Extraktion an ELFE@DESY und ELSA, sowie Strahlkühlung an HERA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1999. – BONN-IR-99-01
- [GHJK87] GYGE-HANNEY, P. M. ; JOWETT, J. M. ; KEIL, E.: *BEAMPARAM - A program for computing beam dynamics and performance of e^+e^- storage rings (Description and user's guide)*. CERN, Genf/Schweiz, 1987. – CERN/LEP-TH/88-2
- [Gow01] GOWIN, M.: *Optimierung der laserinduzierten Photoemission zur Erzeugung polarisierter Elektronenstrahlen an der 50 keV-Quelle der Bonner Beschleunigeranlage ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 2001. – BONN-IR-2001-10
- [Her] HERR, W.: *persönliche Mitteilung*.
- [Hil] HILLERT, W.: *persönliche Mitteilung*.
- [Hil07] HILLERT, W.: *Physik der Teilchenbeschleuniger II*. Universität Bonn, Physikalisches Institut, Vorlesungsskript in der Version vom Wintersemester 2006/07.
- [Hil00] HILLERT, W.: *Erzeugung eines Nutzstrahls spinpolarisierter Elektronen an der Beschleunigeranlage ELSA*. Habilitationsschrift, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 2000.
- [Hil06] HILLERT, W.: *The Bonn Electron Stretcher Accelerator ELSA: Past and future*. In: *Eur. Phys. Jour. A* 28 (2006), Nr. 1, S. 139–148.
- [Hin97] HINTERBERGER, F.: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*. Springer-Verlag, Berlin, 1997.

- [Hof01] HOFFMANN, M.: *Beschleunigung polarisierter Elektronen in der Bonner Elektronen-Beschleunigeranlage ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 2001. – BONN-IR-2001-17
- [Hof03] HOFFMANN, M.: Untersuchungen zur Strahllebensdauer bei HERA-e. Oktober 2003. – Beitrag zum Workshop „HERA Performance“ in Salzgau, Mai 2003. – DESY HERA 03-11
- [Hol06] HOLZER, B. J.: *Lattice Design in High-Energy Particle Accelerators*. In: BRANDT, D. (Hrsg.) ; CERN (Veranst.): *CERN Accelerator School – Intermediate accelerator physics*. Genf, 2006, S. 63–72. – CERN-2006-002
- [HS88] HUSMANN, D. ; SCHWILLE, W. J.: *ELSA – die neue Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage*. In: *Physikalische Blätter* 44 (1988), Nr. 2, S. 40–44.
- [Kei00] KEIL, J.: *Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 2000. – BONN-IR-2000-09
- [Kla] KLARNER, F.: Dissertation in Vorbereitung, Universität Bonn, Physikalisches Institut.
- [Kou99] KOUTCHOUK, J.-P.: *The LHC Dynamic Aperture*. In: *Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference, New York, 1999*, S. 372–376.
- [Kra86] KRAUSS, K.: *Experimentelle Bestimmung von Kenndaten der ELSA Dipol Magnete*. Diplomarbeit, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1986. – BONN-IR-86-12
- [LMP01] LÖRING, U. ; METSCH, B. C. ; PETRY, H. R.: *The light-baryon spectrum in a relativistic quark model with instanton-induced quark-forces*. In: *Eur. Phys. Jour. A* (2001), Nr. 10, S. 447–486.
- [Nec93] NECKENIG, M.: *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Verbesserung der Zeitstruktur des extrahierten Elektronenstrahls aus dem Stretcherring ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1993. – BONN-IR-93-16
- [Rae01] RAECKE, K.: *Studien zum Aufbau eines neuen 80 MeV-Injektors und eines neuen Injektionsschemas für das Synchrotron der Bonner Beschleunigeranlage ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 2001. – BONN-IR-2001-09
- [Riv05] RIVKIN, L.: *Electron dynamics with radiation*. In: *CERN Accelerator School – Intermediate accelerator physics course*. Trieste, 2005. – URL, <http://cas.web.cern.ch/cas/Trieste-2005/Trieste-lectures.htm>
- [Rot07] ROTH, A.: *Studien zum Einsatz supraleitender Hochfrequenzresonatoren für Energien bis 5 GeV an der Beschleunigeranlage ELSA*. Diplomarbeit, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 2007.
- [San70] SANDS, M.: *The Physics of Electron Storage Rings – An Introduction*. Stanford Linear Accelerator Center, 1970. – SLAC Report No. 121
- [Sch] SCHMIEDEN, H.: *persönliche Mitteilung*.
- [Sch07] SCHMIDT, F.: *The MAD-X Home Page*. URL, <http://mad.web.cern.ch/mad/>, in der Version von Februar 2007.

- [SFB] SONDERFORSCHUNGSBEREICH/TRANSREGIO 16 der Deutschen Forschungsgemeinschaft, URL, <http://sfb-tr16.physik.uni-bonn.de>, in der Version von Mai 2007.
- [SRN⁺02] STEIER, C. ; ROBIN, D. ; NADOLSKI, L. ; DECKING, W. ; WU, Y. ; LASKAR, J.: *Measuring and optimizing the momentum aperture in a particle accelerator*. In: *Phys. Rev. E* 65 (2002), Nr. 5.
- [Ste99] STEIER, C.: *Polarisierte Elektronen in der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1999
- [Tho] THOMA, U.: *persönliche Mitteilung*.
- [Wie93] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics I – Basic Principles and Linear Beam Dynamics*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [Wie95] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics II – Nonlinear and Higher-Order Beam Dynamics*. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [Wil93] WILHELM, M.: *Elektroproduktion von η -Mesonen am Proton im Bereich der $N(1535)S(11)$ -Resonanz*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1993. – BONN-IR-93-43
- [Wil96] WILLE, K.: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen: eine Einführung*. B.G. Teubner, 2. überarb. und erw. Auflage, Stuttgart, 1996.
- [Wis99] WISSKIRCHEN, J.: *Photoproduktion von ω -Mesonen von der Erzeugungsschwelle bis zu einer Photonenergie von 2.6 GeV mit dem SAPHIR-Detektor*. Dissertation, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1999. – BONN-IR-99-21
- [Zim86] ZIMMER, M.: *Messung der Multipolverteilung der ELSA-Quadrupol- und Sextupolmagnete*. Diplomarbeit, Universität Bonn, Physikalisches Institut, 1986. – BONN-IR-86-05

Danksagung

Zum Gelingen dieser Diplomarbeit hat eine Reihe von Personen ihren Anteil beigetragen – ihnen möchte ich an dieser Stelle danksagen:

- Herrn PD DR. WOLFGANG HILLERT für das interessante Thema und die Betreuung dieser Diplomarbeit. Zu jeder Zeit war er in seiner unkomplizierten Art bereit, aufkommende Fragen zu beantworten und Ergebnisse kritisch zu hinterfragen.
- Herrn PROF. DR. RUDOLF MAIER (FZ Jülich) für die Übernahme des Korreferats.
- Herrn WERNER HERR (CERN, Genf/Schweiz) für seine Bereitschaft, mich in allen Belangen bzgl. der Bedienung des Beschleuniger-Simulationsprogramms MAD-X zu unterstützen, und Herrn ÉTIENNE FOREST (KEK, Tsukuba (Ibaraki)/Japan) für die Bereitstellung und Weiterentwicklung des von ihm erstellten Moduls PTC in einer visualisierten Version. Ohne diese beiden Personen, ihre Ratschläge und zahlreichen Diskussionen wären die in dieser Arbeit gemachten Simulationsrechnungen in dieser Form nicht möglich gewesen.
- Herrn FRANK FROMMBERGER, der mich mit Rat und Tat bei vielen Softwareproblemen – insbesondere zu Beginn meiner Diplomarbeit – zu unterstützen wusste.
- allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe ELSA, vor allem den Diplomanden und Doktoranden, namentlich meinen ehemaligen und derzeitigen Bürokollegen ANDREAS BALLING, MAREN EBERHARDT, THORSTEN PUSCH, JÜRGEN WITTSCHEN sowie speziell meinem „Energieerhöhungs-Mitleidensgenossen“ ANDRÉ ROTH, für die gemeinsam verbrachte Zeit, für die Beantwortung z.T. äußerst trivialer Fragen, für die Hilfe beim Umgang mit dem Textsatzprogramm \LaTeX , für das Korrekturlesen, für viele fruchtbare Diskussionen, Ratschläge, Aufmunterungen und so manchen Spaß.
- ANNA HÖRNIG, ein wirklich besonderer Mensch, der mir gerade in der Endphase dieser Diplomarbeit immer zur Seite stand, mich motivierte und niemals den Glauben an mich verloren hat.
- meiner Familie und vor allem meinen Eltern, ohne deren mannigfache Unterstützung mein Physikstudium nicht möglich gewesen wäre.

Den hier namentlich erwähnten Personen wie den unerwähnten, von denen es sicherlich noch einige gibt, möchte ich mich für das unnachahmlich angenehme Arbeitsklima und die interessanten Tischgespräche bedanken, deren Inhalte nicht immer nur die Physik betrafen...

Vielen Dank!