UNIVERSITÄT BONN Physikalisches Institut

Studien zum Einsatz supraleitender Hochfrequenzresonatoren für Energien bis 5 GeV an der Beschleunigeranlage ELSA

> von André Roth

At the Bonn Electron Stretcher Accelerator ELSA an energy upgrade up to 5 GeV is desirable for future nucleon resonance physics experiments. Beam acceleration to 5 GeV can be realized by superconducting cavities providing the necessary electric field strength of 4.56 MV/m. The RF system is discussed generally by means of equivalent circuits and phasor diagrams. In consideration of a fixed coupling factor of 2719 and a maximum cavity detuning of 16 kHz, an internal beam current with up to 50 mA can be accelerated to 5 GeV using two superconducting cavities and the existing klystron power. An appropriate 500 MHz superconducting cavity is given by the geometry of the five-cell JAERI structure whose higher order modes (HOMs) have been calculated from a numerical simulation. The fundamental mode is characterized by a shunt impedance of 688 G Ω and a quality factor of 2.4 $\cdot 10^9$. Since all monopole and a large number of dipole HOMs are well above the stability threshold, beam instabilities have to be expected and studies about HOM damping are essential.

Post address: Nussallee 12 53115 Bonn Germany



BONN-IB-2008-07 Bonn University March 2008

UNIVERSITÄT BONN Physikalisches Institut

Studien zum Einsatz supraleitender Hochfrequenzresonatoren für Energien bis 5 GeV an der Beschleunigeranlage ELSA

von André Roth

Dieser Forschungsbericht wurde als Diplomarbeit von der Mathematisch - Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen.

Angenommen am:11.06.2007Referent:PD Dr. W. HillertKorreferent:Prof. Dr. R. Maier

Zweite Fassung, überarbeitet Februar 2008.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung					
2	2 Die Bonner Beschleunigeranlage ELSA					
3	Parameterraum für ELSA beim Betrieb bis 5 GeV3.1Hohlraumresonatoren als Beschleunigungsstrukturen3.2Phasenfokussierung und Synchrotronschwingung3.3Strahllebensdauer im longitudinalen Phasenraum3.4Überspannungsfaktoren bis 5 GeV3.5Synchrotronstrahlungsverluste bis 5 GeV3.6Die vorhandene ELSA-Hochfrequenzversorgung3.7Leistungsbedarf der Hohlraumresonatoren beim Betrieb bis 5 GeV3.8Erforderliche Feldstärken und Kenndaten supraleitender Hohlraumresonatoren	7 7 9 10 11 12 12 16				
4	Supraleitende Hohlraumresonatoren4.1Ein zylinderförmiger Hohlraumresonator4.2Gütefaktor und Shuntimpedanz eines Hohlraumresonators4.3Der Oberflächenwiderstand eines supraleitenden Hohlraumresonators	19 19 21 23				
5	Die Einkopplung der Hochfrequenz in den Resonator5.1Entwicklung eines Ersatzschaltbildes5.2Der Resonator als gedämpfter, angeregter Schwingkreis5.3Einfluss der Sollphase auf das Hochfrequenzsystem5.4Berechnung der Generatorleistung5.5Verstimmung der Resonanzfrequenz des Resonators5.6Der optimale Koppelfaktor des Resonators5.7Stabilitätsbedingungen unter Strahllast	 25 28 30 31 32 33 34 				
6	Simulationsrechnungen zum Hochfrequenzbetrieb bis 5 GeV6.1Ausgangsdaten und Vorgehensweise für den Nachbeschleunigungsmodus6.2Nachbeschleunigung von 50 mA Strahlstrom auf 5 GeV Endenergie6.3Nachbeschleunigung von 15 mA Strahlstrom auf 5 GeV Endenergie6.4Ausgangsdaten für den Speichermodus6.5Speichermodus von 200 mA Strahlstrom bei 2,3 GeV6.6Variables Kopplerkonzept für verschiedene Betriebsmodi6.7Abweichungen von der idealen Frequenzverstimmung des Resonators6.8Steuerung des Hochfrequenzsystems	35 35 37 39 41 43 44 47 49				
7	 Eine supraleitende Resonatorstruktur für ELSA bis 5 GeV 7.1 Die supraleitende JAERI-Resonatorstruktur	51 53 57 58 58 63 64				

8 Strahlangeregte HOM und Multibunch-Instabilitäten						
	8.1 Strahl-HOM-Wechselwirkung in Resonatoren	67				
	8.2 Multibunch-Instabilitäten	67				
	8.2.1 Anwachsraten für CBM-Instabilitäten und Dämpfungsmechanismen .	68				
	8.2.2 CBM-Instabilitäten beim Einsatz des JAERI-Resonators in ELSA	69				
	8.3 Bekämpfung der CBM-Instabilitäten und Dämpfung der HOM					
9	Zusammenfassung und Ausblick 7					
\mathbf{A}	Differentialgleichung eines elektrischen Schwingkreises 77					
в	Berechnung der Generatorleistung					
С	Konstruktionszeichnungen der Schalen des JAERI-Resonators 7					
D	Simulationsergebnisse der Eigenmoden des JAERI-Resonators	81				
	D.1 Eigenmoden des einzelligen JAERI-Resonators	81				
	D.2 Eigenmoden des fünfzelligen JAERI-Resonators	82				
\mathbf{E}	Beispiel eines Strahlspektrums an ELSA	90				
\mathbf{Li}^{\dagger}	iteraturverzeichnis	93				
Da	Danksagung					

1 Einleitung

Die Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA) des Physikalischen Institutes der Universität Bonn kann seit der Erweiterung der Beschleunigeranlage im Jahre 1987 durch den Stretcherring Elektronen bis zu einer Maximalenergie von 3,5 GeV beschleunigen. Ein aktueller und historischer Überblick bezüglich Entwicklung, Aufbau und Leistungsfähigkeit der gesamten Beschleunigeranlage ELSA und ihrer Experimente findet sich in [16].

Seit 2004 ist ELSA und das Crystal-Barrel-Experiment der Mittelpunkt des DFG-Sonderforschungsbereiches (SFB) Transregion 16: Subnuclear Structure of Matter - Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme [33]. Im experimentellen Programm des SFB wird dabei ein Photonenstrahl, der als Bremsstrahlung der aus ELSA extrahierten Elektronen erzeugt wird, als elektromagnetische Sonde für das Crystal-Barrel-Experiment verwendet. Das Crystal-Barrel-Experiment ermöglicht die Untersuchung von Nukleonresonanzen, die zu einem besseren Verständnis der starken Wechselwirkung führen. Dazu sind sogenannte Doppelpolarisationsexperimente geeignet, die sowohl ein polarisiertes Zielobjekt (Target), das am Institut zur Verfügung gestellt werden kann, als auch einen polarisierten Elektronenstrahl beinhalten. Mit ELSA ist die Beschleunigung polarisierter Elektronen auf Energien bis 3,2 GeV möglich. Bei einer Elektronenenergie von 3,2 GeV lässt sich das Resonanzspektrum des Nukleon bis zu einer Energie von etwa 2,3 GeV untersuchen. In den höher liegenden Energiebereichen bis 3 GeV weiß man jedoch zurzeit noch sehr wenig über die existierenden Resonanzen. Daher besteht ein großes Interesse an der Vermessung dieses Bereiches, was einen Elektronstrahl mit einer Energie von bis zu 5 GeV erfordert. Dies kann nur mit einer Energieerhöhung der Beschleunigeranlage ELSA auf 5 GeV realisiert werden. Ein ebenso wichtiges Resultat einer Energieerhöhung ist ferner die grundsätzlich höhere Linearpolarisation des Photonenstrahles bei Elektronenenergien bis 5 GeV.

Im Rahmen einer möglichen Energieerhöhung eines Teilchenbeschleunigers müssen zu Beginn der Überlegungen zwei Grundkonzepte eines Beschleunigers, die Strahlführung durch magnetische Felder und die Strahlbeschleunigung durch elektrische Felder, erarbeitet werden. Letzteres erfolgt in einer ersten Studie für Energien bis 5 GeV an ELSA mit dieser Arbeit. Außerdem wird eine weitere Studie zur ELSA-Magnetoptik bis 5 GeV erstellt [29].

Mit immer höheren Anforderungen an die Energie und den Strom, die die Teilchenstrahlen für Experimente der Grundlagenforschung besitzen sollen, wird der Einsatz von supraleitenden Hochfrequenzresonatoren in Teilchenbeschleunigern zunehmend attraktiver, wenn nicht sogar unumgänglich. Dafür spricht im Vergleich mit normalleitenden Beschleunigungstrukturen, dass es erstens in supraleitenden Resonatoren zu mehr als vier Größenordnungen geringeren und damit nur äußerst kleinen Leistungsverlusten in den Resonatorwänden kommt und vor allem zweitens, dass die Geometrie dieser Resonatoren so gewählt werden kann, dass deutlich höhere elektrische Feldstärken zur Strahlbeschleunigung aufgebaut werden können.

Wegen dieser beiden Gründe, und da man den grundsätzlichen Aufbau sowie das vorhandene Hochfrequenzsystem und den zugehörigen Hochfrequenzsender der Beschleunigeranlage ELSA beibehalten möchte, ist eine mögliche Energieerhöhung an ELSA nur durch den Einsatz supraleitender Beschleunigungsstrukturen sinnvoll zu erreichen. Nach einer kurzen Vorstellung der Beschleunigeranlage in Kapitel 2 wird dies anhand des Parameterraumes für den ELSA-Betrieb bis 5 GeV in Kapitel 3 dieser Arbeit gezeigt. Anschließend erfolgt in Kapitel 4 eine Einführung in Hohlraumresonatoren unter besonderer Berücksichtigung von supraleitenden Strukturen. Wegen der geringen Verluste in den Resonatorwänden wird das Verhalten eines supraleitenden Resonators nach Einkopplung der Hochfrequenz wesentlich durch die Last des Strahlstromes bestimmt. Daher wird in Kapitel 5 das Hochfrequenz-System eines Beschleunigers - bestehend aus den zentralen Komponenten Generator, Einkopplung und Resonator - behandelt und insbesondere im Hinblick auf die optimale Einkopplung der Hochfrequenz in den Resonator untersucht. Mit diesen Überlegungen können erste Berechnungen des Koppelfaktors sowie davon ausgehend Simulationsrechnungen ausgewählter ELSA-Betriebsmodi und ihrer Steuerung erfolgen, die in Kapitel 6 zusammengefasst sind. Eine passende Resonatorstruktur, die die Anforderungen für eine Energieerhöhung an ELSA erfüllt, ist der supraleitende, sogenannte JAERI-Resonator, der schließlich in Kapitel 7 vorgestellt wird. Dort werden auch die Ergebnisse einer ausführlichen Simulation der Feldverteilungen der Fundamentalmode und der Moden höherer Ordnung dieser fünfzelligen Struktur gezeigt. Damit kann in Kapitel 8 der störenden Einfluss dieser Moden höherer Ordnung auf den Elektronenstrahl in ELSA behandelt werden. Zusammenfassend zeigt sich dabei, dass beim Einsatz des JAERI-Resonators zur Energieerhöhung auf 5 GeV ohne weitere Maßnahmen erhebliche Strahlinstabilitäten an ELSA zu erwarten sind.

Die Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA) ist eine mehrstufige Beschleunigeranlage, die sowohl einen unpolarisierten als auch einen polarisierten Elektronenstrahl mit Energien zwischen 1,2 und 3,5 GeV liefern kann. Hauptnutzer des Beschleunigers sind Mittelenergieexperimente zur Untersuchung der hadronischen Struktur der Materie, wobei aktuell das Crystal-Barrel-Experiment betrieben wird. ELSA kann einen extrahierten Elektronenstrahl mit Stromstärken bis zu etwa 20 nA liefern. Darüber hinaus können derzeit Strahlströme bis etwa 100 mA gespeichert und Experimente mit dem von ELSA erzeugten Synchrotronlicht durchgeführt werden. Ferner kann der Elektronenstrahl zum Detektortest verwendet werden.

Die Bonner Beschleunigeranlage ELSA

 $\mathbf{2}$

Eine Übersicht über die vollständige Beschleunigeranlage gibt Abbildung 2.1. Die polarisierten Elektronen werden in einer 50 kV-Quelle erzeugt und dort auf Energien von 50 keV vorbeschleunigt. Die unpolarisierten Elektronen erzeugt eine thermische Kanone. Im Linearbeschleuniger (LINAC: Linear Accelerator) 2 erfolgt die Beschleunigung der Elektronen auf eine Energie von 26 MeV. Die Paket(Bunch)-Struktur des Elektronenstrahl wird dabei in einem Prebuncher erzeugt. LINAC 1 befindet sich zur Zeit im Auf- bzw. Umbau, um zukünftig einen Einzelbunch-Betrieb¹ der Beschleunigeranlage zu ermöglichen. Von den LINACs kommend werden die Elektronen in das Booster-Synchrotron über mehrere Umläufe eingeschossen und auf der ansteigenden Flanke des mit 50 Hz schwingenden magnetischen Feldes der strahlführenden Dipolmagnete auf 1,2 GeV beschleunigt. Dazu wird das beschleunigende elektrische Feld der 500 MHz-Hochfrequenz in einem Hohlraumresonator verwendet, das gleichzeitig auch den zeitlichen Abstand der Elektronenpakete auf die Schwingungsdauer der Hochfrequenz von 2 ns festlegt. Je nach Betriebsmodus der Beschleunigeranlage wird der Elektronenstrahl über einen oder mehrere Umläufe aus dem Synchrotron extrahiert und in den ELSA-Stretcherring injiziert. Man unterscheidet beim Betrieb des Stretcherrings, in dem die Elektronen wiederum mit einer Hochfrequenz von 500 MHz und in zwei Kupfer-Hohlraumresonatoren beschleunigt werden, die folgenden drei Betriebsmodi:

- Stretchermodus (s. Abbildung 2(a)): Um eine möglichst gute Füllung des Stretcherringes zu erreichen, werden die Elektronen über drei Umläufe aus dem Synchrotron extrahiert und alle 20 ms in den Stretcherring injiziert. Bis zur nächsten Füllung werden sie gleichmäßig aus ELSA in die externe Strahlführung für die dort nachfolgenden Experimente extrahiert. Die Energie der Elektronen bleibt dabei konstant bei 1,2 GeV. Damit wird den Experimenten ein quasi kontinuierlicher Strahl, dessen Struktur aus Elektronenpaketen im Abstand von 2 ns besteht, zur Verfügung gestellt.
- Nachbeschleunigungsmodus (s. Abbildung 2(b)): Zunächst werden mehrere Füllungen des Synchrotrons extrahiert und in den Strechterring injiziert, anschließend folgt die sogenannte Energierampe, d.h. die Energieerhöhung des Strahles von 1,2 GeV auf die gewünschte Endenergie, die maximal 3,5 GeV betragen kann. Dann wird der Strahl aus dem Stretcherring zu den Experimenten extrahiert. Die Dauer der Extraktionsphase kann bis zu einer Minute betragen, je nachdem, wie hoch die externe Stromstärke für die Experimente sein soll. Bevor neue Injektionen aus dem Synchrotron erfolgen, wird der Stretcherring wieder auf die Injektionsenergie von 1,2 GeV eingestellt. Während der Injektions- und Rampphasen kann den Experimenten kein Elektronenstrahl zur Verfügung gestellt werden, so dass diese Zeiten sehr kurz gehalten werden und daher die Rampgeschwindigkeit an ELSA mit bis zu 7,5 GeV/s enorm hoch ist.

¹Ein Einzelbunch- oder Singlebunch-Betrieb bezeichnet den Betrieb des Beschleunigers mit einem einzigen Elektronenpaket, im Gegensatz zu einem Multibunch-Betrieb, bei dem zahlreiche Elektronenpakete hintereinander beschleunigt werden.



Abbildung 2.1: Die Bonner Elektronen Stretcher Anlage ELSA mit ihren wichtigsten Komponenten: Elektronenquellen, LINAC 2 und der sich im Umbau befindliche LINAC 1, das Booster-Synchrotron, der ELSA-Stretcherring sowie die Hadronenphysik- und Synchrotronlicht-Experimente, Stand Juni 2007.

• Speichermodus (s. Abbildung 2(c)): Dieser Betrieb, der auch als Synchrotronlicht- oder Hochstrombetrieb bezeichnet wird, dient den Experimenten, die die in den strahlablenkenden Dipolmagneten des Stretcherrings emittierte Synchrotronstrahlung nutzen. Dazu wird durch mehrere Füllungen ein möglichst hoher Elektronenstrom in den Stretcherring injiziert, der anschließend auf eine gewünschte Energie nachbeschleunigt und mit dem Ziel möglichst langer, stabiler Lebensdauern im Stretcherring gespeichert wird.



Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der drei Betriebsmodi der Beschleunigeranlage ELSA: Zeitlicher Verlauf von Energie und Strahlstrom im Stretcherring sowie des extrahierten Stromes für die Mittelenergieexperimente bzw. der Lichtintensität für die Synchrotronlichtexperimente an ELSA.

3 Parameterraum für ELSA beim Betrieb bis 5 GeV

In Teilchenbeschleunigern wird das in Hohlraumresonatoren schwingende longitudinale elektrische Feld eingekoppelter elektromagnetischer Wellen zur Beschleunigung geladener Teilchen verwendet. Als Ausgangspunkt für die Überlegungen zu einer Erhöhung der ELSA-Energie auf 5 GeV muss zunächst der Parameterraum der Strahlbeschleunigung zusammengestellt werden, der die dafür notwendigen Anforderungen an die Beschleunigungsresonatoren angibt. Es zeigt sich dabei, dass an ELSA eine Energieerhöhung auf 5 GeV nur mit supraleitenden Hohlraumresonatoren sinnvoll zu realisieren ist.

3.1 Hohlraumresonatoren als Beschleunigungsstrukturen

Zur Beschleunigung geladener Teilchen auf hohe Energien können keine Gleichspannungsbeschleuniger verwendet werden, da diese bereits bei Energien von einigen MeV durch Spannungsüberschläge und Kurzschlüsse begrenzt sind. Deshalb verwendet man elektromagnetische Wechselfelder in Hohlraumresonatoren, die kurzzeitig ausreichend hohe und stabile elektrische Feldstärken $\vec{E}(\vec{r},t)$ besitzen. Treten bei einem Ringbeschleuniger die geladenen Teilchen zum richtigen Zeitpunkt in einen solchen Hohlraumresonator ein und durchlaufen ihn, so wirkt auf sie ein elektrisches Feld $\vec{E}_{\text{Res}}(\vec{r},t)$ und sie gewinnen pro Umlauf die Energie ΔE :

$$\Delta E = q \int \vec{E}_{\text{Res}} \left(\vec{r}, t \right) \ d\vec{r} = q \ U_{\text{acc}} \ . \tag{3.1}$$

 ΔE entspricht dann dem Energiegewinn, den ein Teilchen der Ladung q beim Durchlaufen des Resonators und der zugehörigen Beschleunigungsspannung $U_{\rm acc}$ erfährt.

Im Beschleunigerbetrieb werden die elektromagnetischen Wellen hoher Frequenz und Leistung, die sogenannte Hochfrequenz, zunächst in einem Generator erzeugt, über Hohlleiter zur Beschleunigungsstruktur transportiert und dort in den Hohlraumresonator eingekoppelt. Nach Einkopplung der elektromagnetischen Wellen, deren Frequenz der Resonanzfrequenz der Grundmode des Resonators entspricht, können diese im Resonatorhohlraum Eigenschwingungen anregen, wobei die longitudinalen und transversalen elektromagnetischen Feldverläufe durch die Geometrie des Resonators festgelegt sind (vgl. Abschnitt 4.1). Es gibt sowohl einzellige als auch mehrzellige Resonatoren; bei letzteren tritt eine Kopplung zwischen den einzelnen Zellen auf (vgl. Abschnitt 7.2). Abbildung 3.4 zeigt exemplarisch die sich bei ELSA im Betrieb befindlichen Strukturen, zwei fünfzellige Kupfer-Resonatoren, die sogenannten PETRA-Resonatoren [12], die mit einer Hochfrequenz von 500 MHz versorgt werden.

3.2 Phasenfokussierung und Synchrotronschwingung

Entscheidend für einen stabilen Betrieb eines Ringbeschleunigers wie ELSA ist das Konzept der Phasenfokussierung. Die Teilchen, die in einem Beschleuniger umlaufen, sind in kompakten Paketen, den Bunchen, gebündelt, stoßen sich aber wegen ihrer gleichen Ladung gegenseitig ab. Um diese Abstoßung und das mögliche Auseinanderlaufen der Teilchen während der Beschleunigung zu kompensieren, ist eine longitudinale Fokussierung der Teilchen notwendig. Für den ELSA-Betrieb kann man sich auf die Betrachtung von ultrarelativistischen Elektronen, die alle die gleiche Umlaufgeschwindigkeit, also annähernd Lichtgeschwindigkeit besitzen, beschränken. Die umlaufenden Elektronen besitzen für einen stabilen Beschleunigerbetrieb eine Sollphase $\varphi_{\rm S}$ bezüglich der kosinusförmigen Resonatorspannung $U_{\rm Res}$ im Hohlraumresonator, so dass sie die beschleunigende Spannung $U_{\rm acc}$ durchlaufen:

$$U_{\rm acc} = U_{\rm Res} \cdot \cos \varphi_{\rm S} = U_{\rm Res} \cdot \frac{1}{q} , \qquad (3.2)$$

wobei mit q der sogenannte Überspannungsfaktor bezeichnet wird². Das Sollteilchen mit Sollimpuls p hat beim Passieren des Hohlraumresonators gerade die Sollphase $\varphi_{\rm S}$ bezüglich $U_{\rm Res}$. Besitzen Elektronen einen geringeren Impuls als das Sollteilchen, so werden sie den Beschleunigerring nicht auf der Sollbahn durchlaufen, sondern aufgrund der stärkeren Ablenkung in den Dipolmagneten des Ringes eine kürzere Umlaufbahn zurücklegen. Daher treten diese Elektronen früher wieder in den Hohlraumresonator ein, durchlaufen ein größeres $U_{\rm acc}$ als das Sollteilchen und können ihre negative Impulsabweichung bezüglich des Sollteilchens ausgleichen. Ebenso kommen Elektronen mit positiver Impulsabweichung später im Resonator an und erfahren eine geringere Spannung. Entscheidend dabei ist, dass die Sollphase auf der abfallenden Flanke der kosinusförmigen Resonatorspannung liegt, denn sonst würde der Teilchenbunch longitudinal sukzessive auseinanderlaufen³. Abbildung 3.1 veranschaulicht diesen Vorgang der Phasenfokussierung. Insgesamt kommt es dadurch zu einer periodischen longitudinalen Teilchenbewegung



Abbildung 3.1: Das Prinzip der Phasenfokussierung bei Ringbeschleunigern für ultrarelativistische Elektronen. $\frac{\Delta p}{p}$ bezeichnet die relative Impulsabweichung, U die Resonatorspannung, die in Abhängigkeit der Phase - hier mit Ψ bezeichnet - angegeben wird, und $U_{\rm S}$ die Beschleunigungsspannung zur Sollphase $\Psi_{\rm S}$. Für $\frac{\Delta p}{p} \neq 0$ weichen die Teilchen wegen ihrer unterschiedlichen Bahnkurven von der Sollphase ab. Die Abbildung ist [41] entnommen.

um die Sollphase, die als Synchrotronschwingung bezeichnet wird.

Die dadurch auftretenden Energie- bzw. Phasenschwingungen sind für kleine Amplituden harmonisch und stabil im Potentialtopf der Hochfrequenzspannung. Bei großen Amplituden wird jedoch der stabile Bereich, der auch als Separatrix des Phasenraumes bezeichnet wird, verlassen und es kommt zum unerwünschten Teilchenverlust, da die Teilchen in den nichtlinearen Bereich des Potentials der Resonatorspannung gelangen [41].

Im transversalen Phasenraum ist die Lebensdauer des Teilchenstrahls durch die endliche Ausdehnung der Vakuumkammer des Beschleunigers begrenzt. Eine solche Grenze für die Lebensdauer ist im longitudinalen Phasenraum durch die Separatrix und die damit verbundene maximal erlaubte Energieabweichung $\Delta E_{\rm max}$ vom Sollteilchen gegeben. Man spricht dann von der maximalen Energieakzeptanz $\frac{\Delta E_{\rm max}}{E}$ des Beschleunigers der Strahlenergie E.

²Die Sollphase $\varphi_{\rm S}$ wird bereits in diesem Kapitel bezüglich des Scheitelpunkts der Resonatorspannung $U_{\rm Res}$ angegeben, da dies vor allem im Hinblick auf Kapitel 5 die durchgängige Schreibweise in der Literatur ist. Wird $\varphi_{\rm S}$ jedoch auf den Nulldurchgang der Spannung bezogen, dann muss statt des Kosinus der Sinus der Sollphase zur Berechnung der Beschleunigungsspannung $U_{\rm acc}$ verwendet werden.

³Dies gilt so nur für ultrarelativistiche Elektronen. Im Gegensatz dazu müssen nicht-relativistische Protonen eine Sollphase auf der ansteigenden Flanke der Resonatorspannung besitzen.

3.3 Strahllebensdauer im longitudinalen Phasenraum

Je nach Betriebsmodus gibt es während des ELSA-Betriebes unterschiedliche Anforderungen an die Lebensdauer des Elektronenstrahls: Im Speichermodus ist man an einer möglichst langen Lebensdauer von wenigstens 100 Minuten interessiert. Im Nachbeschleunigungsmodus, bei dem nach der Energierampe nur wenige Sekunden zum Experiment extrahiert und anschließend neu in den ELSA-Stretcherring injiziert wird, reicht eine Lebensdauer von einer Minute aus. Im Folgenden soll gezeigt werden, wie man die Lebensdauer für ultrarelativistische Elektronen berechnet.

Wie bereits gesagt, führt eine große Energieakzeptanz $\frac{\Delta E_{\text{max}}}{E}$ eines Beschleunigers zu langen Lebensdauern. Der Beschleuniger stellt in der Form seiner Energieakzeptanz, die durch die Hochfrequenzeigenschaften des Ringes bestimmt wird, einen Bereich zur Verfügung, in dem die Elektronen ungefährdet Synchrotronschwingungen vollziehen können. Ferner ist es wichtig, dass der Strahl von sich aus eine möglichst geringe natürliche Energiebreite $\frac{\sigma_E}{E}$ besitzt. Diese wird wesentlich von den magnetoptischen Eigenschaften des Ringes bestimmt. Zur Berechnung beider Parameter finden sich Ausdrücke in [14] und [15]. Zusammenfassend definiert man den k-Parameter

$$k = \left(\frac{\Delta E_{\max}}{\sigma_{\rm E}}\right)^2 \,, \tag{3.3}$$

der sich nach [15] wie folgt

$$k = 0,009805 \cdot \frac{J_{\rm S} \cdot \gamma}{\alpha_{\rm C} \cdot h} \cdot F(q)$$
(3.4)

mit den Größen

- $\alpha_{\rm C}$, der Momentum-Compaction-Faktor, der vom Magnetdesign des Ringes abhängt und ein Maß für die Umlauflänge eines vom Sollimpuls abweichenden Teilchens ist,
- $\gamma = \frac{E}{511 \text{ keV}}$, die Strahlenergie *E* in Einheiten der Ruhemasse des Elektrons,
- $h = \frac{f_{\text{HF}}}{f_{\text{U}}}$, die Harmonischenzahl, die das Verhältnis der Hochfrequenz f_{HF} zur Umlauffrequenz f_{U} der Elektronen darstellt und die maximale Anzahl der Bunche im Ringbeschleuniger angibt,
- $J_{\rm S} = 2 + D$, wobei *D* von der Magnetstruktur des Ringes abhängt. Wenn alle Dipolmagnete den gleichen Ablenkradius *R* besitzen, gilt nach [15] mit dem Ringumfang *L*:

$$D = \frac{\alpha_C \cdot L}{2\pi R} , \qquad (3.5)$$

• $F(q) = 2\left(\sqrt{q^2 - 1} - \arccos \frac{1}{q}\right)$, die Energie-Apertur-Funktion mit dem Überspannungsfaktor q,

ergibt. Mit Hilfe des k-Parameters und über

$$\tau = \tau_{\rm S} \cdot \frac{e^{k/2}}{k} \tag{3.6}$$

kann man schließlich die Lebensdauer τ berechnen. Eine Lebensdauer von einer Minute bedeutet dann, dass nach einer Minute der gespeicherte Strahl im Ringbeschleuniger nur noch einen Elektronenanteil von 1/e im Vergleich zum Beginn der Speicherung besitzt. Die Lebensdauer hängt von $\tau_{\rm S}$ ab, der Dämpfungszeit der Energieschwingungen, die durch die natürliche Emission von Synchrotronlicht (vgl. Abschnitt 3.5) gedämpft werden. $\tau_{\rm S}$ ist gerade diejenige Zeit, die ein Elektron benötigt, um seine ganze Energie in Form von Synchrotronlicht abzugeben, und lässt sich in Abhängigkeit der Strahlenergie E und der Synchrotronstrahlungsverluste ΔW gemäß

$$\tau_{\rm S} = \frac{2T_{\rm U} \cdot E}{\Delta W \cdot J_{\rm S}} \tag{3.7}$$

berechnen [15], wobei $T_{\rm U}$ die Umlaufzeit des Elektrons im Ring ist. Dabei wird ΔW mittels Gleichung (3.8), auf die in Abschnitt 3.5 eingegangen wird, berechnet. Mit den Gleichungen (3.4), (3.6) und (3.7) lässt sich dann die Lebensdauer als Funktion der Strahlenergie und des Überspannungsfaktors berechnen.

3.4 Überspannungsfaktoren bis 5 GeV

Abbildung 3.2 zeigt die erforderliche Höhe des Überspannungsfaktors q in Abhängigkeit der Strahlenergie E um Lebensdauern von einer, zehn und einhundert Minuten am ELSA-Stretcherring zu garantieren. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen aus Abschnitt 3.3 durch-



Abbildung 3.2: Benötigte Überspannungsfaktoren q bei Lebensdauern von 1 (Nachbeschleunigungsmodus), 10 und 100 Minuten (Speichermodus) am ELSA-Stretcherring bei Energien bis 5 GeV.

geführt. Tabelle 3.1 fasst die festen Kenndaten von ELSA, die für die Berechnungen verwendet wurden, zusammen. Der Momentum-Compaction-Faktor kann auch, je nachdem welche Magnetoptik an ELSA eingestellt wird, von 6,5 % nach unten abweichen. Dies ist jedoch unproblematisch, da ein kleineres $\alpha_{\rm C}$ zu größeren Lebensdauern führt.

Ringumfang L	$164,3952 {\rm m}$
Ablenkradius R	10,8790 m
Hochfrequenz $f_{\rm HF}$	499,67 MHz
Umlauffrequenz $f_{\rm U}$	1,8236 MHz
Umlaufzeit $T_{\rm U}$	548,4 ns
Harmonischenzahl h	274
Momentum-Compaction-Faktor $\alpha_{\rm C}$	6,5 %

 Tabelle 3.1:
 Kenndaten des ELSA-Stretcherrings.

Entscheidend für die Anforderungen an die Hohlraumresonatoren ist der benötigte Überspannungsfaktor bei 5 GeV im Nachbeschleunigungsmodus: Mit einem Überspannungsfaktor von

q = 2,69

kann eine ausreichende Lebensdauer von einer Minute erreicht werden. Weiterhin sei bemerkt, dass bei einem Speichermodus in ELSA Lebensdauern von etwa einhundert Minuten benötigt werden und somit höhere Überspannungsfaktoren eingestellt werden müssen, was Abbildung 3.2 ebenso deutlich macht.

3.5 Synchrotronstrahlungsverluste bis 5 GeV

Nach den Gesetzen der Elektrodynamik strahlt jede beschleunigte Ladung elektromagnetische Wellen ab. Diese Energieverluste spielen vor allem bei Elektronen hinreichend hoher Energien in Ringbeschleunigern eine wichtige Rolle. Zum einen können mit dem abgestrahlten Licht Experimente durchgeführt werden, zum anderen müssen diese Energieverluste durch die Beschleunigung der Elektronen in Hohlraumresonatoren ausgeglichen werden. Der Energieverlust ΔW relativistischer Elektronen, die senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung in den Dipolmagneten des Beschleunigers abgelenkt werden, lässt sich pro Umlauf wie folgt berechnen [41]:

$$\Delta W/\text{keV} = 88,5 \cdot \frac{E^4/\text{GeV}^4}{R/\text{m}} \,. \tag{3.8}$$

Unter Berücksichtigung des Ablenkradius R von 10,879 m im ELSA-Stretcherring zeigt Abbildung 3.3 den deutlichen Anstieg der Verluste mit zunehmender Strahlenergie E. Bei einer Energie von 5 GeV kommt es an ELSA pro Umlauf zu Synchrotronstrahlungsverlusten von

$$\Delta W = 5,08$$
 MeV.

Möchte man die maximale Strahlenergie des ELSA-Stretcherrings auf 5 GeV erhöhen, so müssen diese Energieverluste von 5,08 MeV durch die Strahlbeschleunigung in den Resonatoren ausgeglichen werden. Daher müssen zukünftige Resonatorstrukturen dem Strahl eine Beschleunigungsspannung von

$$U_{\rm acc} = 5,08 \,\,{\rm MV}$$

pro Resonatordurchlauf zur Verfügung stellen können. Im Vergleich zur aktuell höchsten Energie bei ELSA von 3,5 GeV, bei der man Verluste von nur 1,23 MeV zu kompensieren hat, sind dies um mehr als einen Faktor vier höhere Anforderungen an die elektrischen Feldstärken, die in den Hohlraumresonatoren aufgebaut werden müssen.



Abbildung 3.3: Energieverluste ΔW pro Umlauf durch Synchrotronstrahlung im ELSA-Stretcherring in Abhängigkeit der Strahlenergie E.

3.6 Die vorhandene ELSA-Hochfrequenzversorgung

Im ELSA-Stretcherring werden zwei normalleitende 500 MHz-Kupfer-Hohlraumresonatoren des Typs PETRA [12] (s. Abbildung 3.4) betrieben und von einem 300 kW-Klystron (s. Abbildung 3.5) mit Hochfrequenz versorgt. Dazu werden über ein Rechteckhohlleitersystem die elektromagnetischen Wellen transportiert und mit einem sogenannten magischen T auf die Einkopplungen der beiden Resonatoren verteilt. Im Dauerbetrieb kann das 500 MHz-Klystron eine Hochfrequenzleistung von 250 kW problemlos liefern. Da die gesamte Hochfrequenzversorgungseinrichtung - insbesondere das Klystron - im Falle einer Energieerhöhung an ELSA bestehen bleiben soll, damit in diesem Bereich keine zusätzlichen Investitionskosten erforderlich sind, muss bei den folgenden Leistungsbetrachtungen die Obergrenze einer zur Verfügung stehenden Gesamtleistung $P_{\rm ges}$ von etwa 250 kW beachtet werden.

3.7 Leistungsbedarf der Hohlraumresonatoren beim Betrieb bis 5 GeV

Bei der Versorgung der Hohlraumresonatoren mit Hochfrequenz unterscheidet man zwischen der Leistung P_{Strahl} , die bei der Beschleunigung des Elektronenstrahles des Stromes I_{Strahl} durch die Beschleunigungsspannung U_{acc} an diesen übertragen wird, und der Resonatorleistung P_{Res} , die zum Aufbau der Resonatorspannung U_{Res} in den Resonatorwänden in Wärme verloren geht. P_{Strahl} wird über

$$P_{\text{Strahl}} = U_{\text{acc}} \cdot I_{\text{Strahl}} \tag{3.9}$$

berechnet. Zur Berechnung von P_{Res} muss das Resonatormaterial und die Feldverteilung innerhalb des Resonators berücksichtigt werden (vgl. Abschnitt 4.2). Dies geschieht über die Einführung der sogenannten Shuntimpedanz R_{S} eines Hohlraumresonators. Sie ist das entschei-



Abbildung 3.4: Die beiden Kupfer-Resonatoren des Typs PETRA im ELSA-Stretcherring mit der Hochfrequenzzuleitung über Rechteckhohlleiter; zwischen den Resonatoren das sogenannte magische T, welches die Hochfrequenz nach rechts und links zur Einkopplung in die Resonatoren verteilt.



Abbildung 3.5: 300 kW-Klystron mit abgehendem rechteckigem Hohlleiter zum Transport der 500 MHz-Hochfrequenz zu den PETRA-Resonatoren im ELSA-Stretcherring.

dende Maß dafür, wie effektiv unter möglichst geringen ohmschen Verlusten in den Resonatorwänden die Leistung der Hochfrequenz in den Aufbau der Resonatorspannung U_{Res} umgesetzt

wird. $R_{\rm S}$ ergibt sich daher wie folgt⁴:

$$R_{\rm S} = \frac{U_{\rm Res}^2}{2 \cdot P_{\rm Res}} \,. \tag{3.10}$$

Damit lässt sich die Gesamtleistung P_{ges} , die das Klystron zur Versorgung der Hohlraumresonatoren zur Verfügung stellen muss, aus der Summe der beiden Einzelleistungen berechnen:

$$P_{\text{ges}} = P_{\text{Strahl}} + P_{\text{Res}} = U_{\text{acc}} \cdot I_{\text{Strahl}} + \frac{U_{\text{Res}}^2}{2 \cdot R_{\text{S}}}.$$
(3.11)

Mit $R_{\rm S}$ lassen sich supraleitende und normalleitende Resonatorstrukturen hinsichtlich ihrer Leistungsverluste vergleichen. Bei supraleitenden Strukturen liegt $R_{\rm S}$ in der Größenordnung von mindestens 100 G Ω , im Gegensatz zu normalleitende Resonatoren mit einem typischen Wert von z.B. 14 M Ω , wie ihn jeweils etwa die beiden PETRA-Resonatoren an ELSA besitzen. Dieser Unterschied ergibt sich durch den deutlich geringeren Oberflächenwiderstand (vgl. Abschnitt 4.3) und die damit verbundene höhere Leitfähigkeit in den Wänden supraleitender Resonatoren.

Bei der Abschätzung des Leistungsbedarfs der Hohlraumresonatoren für eine Energieerhöhung von ELSA auf 5 GeV betrachten wir sowohl einen Nachbeschleunigungsmodus auf 5 GeV mit Strahlströmen von 15 mA und 50 mA, als auch ein Speichermodus von 200 mA Strahlstrom bei 2,3 GeV und gehen von zwei eingebauten Beschleunigungsstrukturen aus. Bei einer Strahlenergie von 5 GeV wird der in Abschnitt 3.4 berechnete Überspannungsfaktor von q = 2,69 sowie die Beschleunigungsspannung von $U_{\rm acc} = 5,08$ MV aus Abschnitt 3.5 verwendet. Der Speichermodus bei 2,3 GeV benötigt wegen der geringeren Synchrotronstrahlungsverluste nur eine Beschleunigungsspannung von 0,23 MV. Da aber Lebensdauern von 100 Minuten erreicht werden sollen, muss nach den Rechnungen in Abschnitt 3.4 ein Überspannungsfaktor q von mindestens 4,75 gegeben sein. Mit diesen Ausgangsdaten und mit der wie folgt modifizierten Gleichung (3.11)

$$P_{\text{ges}} = P_{\text{Strahl}} + P_{\text{Res}} = U_{\text{acc}} \cdot I_{\text{Strahl}} + 2 \cdot \frac{\left(\frac{U_{\text{acc}} \cdot q}{2}\right)^2}{2 \cdot R_{\text{S}}}, \qquad (3.12)$$

die nun zwei Beschleunigungsstrukturen berücksichtigt, wurde der gesamte Leistungsbedarf $P_{\rm ges}$ zweier normal- bzw. supraleitender Hohlraumresonatoren, deren Shuntimpedanzen mit 14 M Ω bzw. 100 G Ω angesetzt wurden, für eine Energieerhöhung an ELSA bis auf 5 GeV berechnet. Abbildung 3.6 zeigt für den Nachbeschleunigungsmodus die Entwicklung von $P_{\rm ges}$ in Abhängigkeit der Energie⁵ und Tabelle 3.2 fasst die jeweiligen Maximalwerte für $P_{\rm ges}$ für den Nachbeschleunigungs- und den Speichermodus zusammen.

Zunächst ist aus Abbildung 3.6 und Tabelle 3.2 festzuhalten, dass bei normalleitenden Beschleunigungsstrukturen bei 5 GeV die gesamte benötigte Leistung durch die in den Resonatorwänden verbrauchte Leistung P_{Res} dominiert wird und diese in Bereiche von über 3 MW ansteigt⁶. Dagegen treten bei supraleitenden Strukturen Resonatorverluste von deutlich weniger als ein kW auf und die erforderliche Gesamtleistung von 255 bzw. 77 kW dient fast vollständig zur Beschleunigung des Strahles. Entscheidend ist, dass beim gewünschten Einsatz von zwei Beschleunigungsstrukturen und bei der Beibehaltung der bestehenden Hochfrequenzversorgung

⁴Da U_{Res} eine Wechselspannung ist, werden hier die Effektiv
werte verwendet, so dass in Gleichung (3.10) im Nenner der Faktor 2 zu berücksichtigen ist.

⁵Die für die Berechnung benötigten Überspannungsfaktoren q und Beschleunigungsspannungen $U_{\rm acc}$ wurden mit Hilfe der Ausführungen und Gleichungen in den Abschnitten 3.4 und 3.5 gewonnen.

⁶In der Praxis sind solche enormen Hochfrequenz-Leistungen im MW-Bereich für nur zwei betriebene Kupfer-Resonatoren viel zu groß.



Abbildung 3.6: ELSA-Nachbeschleunigungsmodus von 15 mA bzw. 50 mA Strahlstrom: Theoretischer Leistungsbedarf P_{ges} für normal- und supraleitende Hohlraumresonatoren in Abhängigkeit der Energie E beim Betrieb von zwei Beschleunigungsstrukturen.

durch das ELSA-Klystron, das 250 kW problemlos zur Verfügung stellt, eine Energieerhöhung auf 5 GeV mit supraleitenden Strukturen realisierbar ist. Ohne andere beschleunigerphysikalische Aspekte zu betrachten, ist dann eine Beschleunigung eines Strahlstromes von bis zu 50 mA auf eine Endenergie von 5 GeV mit ELSA möglich.

Es ist zwar auch eine Energieerhöhung mit normalleitenden Strukturen denkbar, wenn deutlich leistungsfähigere Hochfrequenzsender mit einer Gesamtleistung im MW-Bereich installiert und mehr als zwei Beschleunigungsstrukturen eingebaut würden, da sich dann durch die Aufteilung der Beschleunigungsspannung auf weitere Resonatoren die gesamte Verlustleistung reduzieren ließe. Fraglich ist diese Überlegung zunächst - neben zusätzlichen Investitionskosten vor allem im Hinblick auf den kaum vorhandenen freien Platz (s. Abbildung 2.1) zum Einbau weiterer Strukturen in den ELSA-Ring. Ferner kommen als Vorteil der supraleitenden Beschleunigungstechnologie wegen des viel geringeren Leistungsbedarfes niedrigere Betriebskosten für den Stromverbrauch der Hochfrequenzversorgung im Vergleich zu normalleitenden Strukturen hinzu. Es ist jedoch die Kühlung der Resonatoren zur Erzeugung der Supraleitung bei tiefen Temperaturen durch den Aufbau und den Betrieb einer Gasverflüssigungsanlage für das erforderliche Flüssighelium (vgl. Abschnitt 4.3) zu berücksichtigen.

$E/{\rm GeV}$	$\Delta W/{ m MeV}$	$I_{\rm Strahl}/{\rm mA}$	q	Modus	$P_{\rm Res}/{\rm kW}$	$P_{\rm Strahl}/{\rm kW}$	$P_{\rm ges}/{\rm kW}$
5	5,08	15	2,69	sl, Nach	0,5	76,2	76,7
5	$5,\!08$	50	2,69	sl, Nach	$0,\!5$	254,0	254,5
2,3	0,23	200	4,75	sl, Speich	0,003	46,0	46,0
5	5,08	15	2,69	nl, Nach	3351,6	76,2	3427,8
5	$5,\!08$	50	2,69	nl, Nach	$3351,\!6$	254,0	$3605,\!6$
2,3	0,23	200	4,75	nl, Speich	21,3	46,0	67,3

Tabelle 3.2: Leistungsbetrachtungen für den Betrieb von zwei supraleitenden (sl) bzw. zwei normalleitenden (nl) Beschleunigungstrukturen im Nachbeschleunigungsmodus (Nach) auf 5 GeV und für einen Speichermodus (Speich) bei 2,3 GeV für verschiedene Strahlströmen I_{Strahl} an ELSA.

3.8 Erforderliche Feldstärken und Kenndaten supraleitender Hohlraumresonatoren

Betrachtet man die elektrische Feldstärke E_{Res} , die für eine Energie von 5 GeV und die dafür notwendige maximale Resonatorspannung von

$$U_{\text{Res}} = q \cdot U_{\text{acc}} = 2,69 \cdot 5,08 \text{ MV} = 13,67 \text{ MV}$$

erforderlich ist, so ergibt sich der entscheidende Grund, weshalb eine Energieerhöhung an ELSA nur mit supraleitenden Beschleunigungsstrukturen sinnvoll zu realisieren ist. Zur Berechnung von E_{Res} benötigen wir die Länge l einer einzelnen Resonatorzelle, die sich für ultrarelativistische Elektronen als die halbe Wellenlänge der Hochfrequenz ergibt:

$$l = \frac{1}{2}\lambda_{\rm HF} = \frac{1}{2}\frac{c}{f_{\rm HF}} , \qquad (3.13)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Mit einer Hochfrequenz von 499,67 MHz entsprechend des ELSA-Hochfrequenzsystems erhält man eine Zellenlänge von 30 cm. Um E_{Res} nicht zu groß werden zu lassen, geht man von der gesamten Länge der bestehenden Beschleunigungsstrecke in ELSA, also von fünf Zellen für jeden der beiden Resonatoren aus, so dass sich die folgende elektrische Feldstärke für die Resonatoren ergibt:

$$E_{\rm Res} = \frac{13,67 \text{ MV}}{2 \cdot 1,5 \text{ m}} = 4,56 \text{ MV/m}$$
 (3.14)

Solche hohen Feldstärken sind mit normalleitenden Resonatoren nicht zu erzielen. Daraus folgt - wieder unter der Vorraussetzung, dass die Länge der bestehenden Beschleunigungsstrecke nicht durch den Einbau weiterer Resonatoren in den ELSA-Strechterring erhöht werden soll - dass an ELSA eine Energieerhöhung auf 5 GeV nur mit supraleitenden Resonatoren, die diese Feldstärke aufrecht halten können, sinnvoll umzusetzen ist.

Abschließend sind in Tabelle 3.3 die Anforderungen, die wir an die supraleitenden Resonatoren stellen, anhand der bis hierhin erarbeiteten Parameter zur Strahlbeschleunigung zusammengefasst.

ELSA-Höchstenergie E	$5 \mathrm{GeV}$
Synchrotronstrahlungsverluste ΔW	$5,08 {\rm ~MeV}$
Überspannungsfaktor q für $\tau=1$ min	2,69
Resonator spannung $U_{\rm Res}$	$13,67 { m MV}$
Anzahl der Resonatoren	2
Resonatorspannung pro Resonator	$6,84 \ \mathrm{MV}$
Hochfrequenz $f_{\rm HF}$	499,67 MHz
Anzahl der Zellen pro Resonator	5
Gesamtlänge eines Resonators ${\cal L}$	$1,5 \mathrm{m}$
Feldstärke E_{Res}	$4,\!56~\mathrm{MV/m}$
Shuntimpedan z $R_{\rm S}$	$> 100 \ \mathrm{G}\Omega$
Gesamtleistung $P_{\rm ges}$	254,5 kW
Leistung pro Resonatoreinkopplung	$127,3 \mathrm{kW}$

Tabelle 3.3: Zusammenfassung der bisherigen Anforderungen an supraleitende Hohlraumresonatoren für Strahlenergien von 5 GeV an ELSA.

4 Supraleitende Hohlraumresonatoren

Die elektromagnetische Feldverteilung der Resonatoreigenmoden innerhalb eines supraleitenden Hohlraumresonators unterscheidet sich grundsätzlich nicht von der Feldverteilung innerhalb eines normalleitenden Resonators gleicher Geometrie. Zunächst soll exemplarisch für die Analyse eines Resonators und dessen Feldverteilung ein herkömmlicher Zylinderresonator als einführendes Beispiel behandelt werden. Supraleitende Hohlraumresonatoren unterscheiden sich von normalleitenden Strukturen jedoch wesentlich in ihrem viel geringeren Oberflächenwiderstand und besitzen deshalb deutlich höhere Güten und Shuntimpedanzen. Weiterhin kann deren Geometrie im Gegensatz zur Geometrie normalleitender Resonatoren so gewählt werden, dass mit supraleitenden Resonatoren deutlich größere Feldstärken zu erzielen sind.

4.1 Ein zylinderförmiger Hohlraumresonator

Als einfaches Beispiel soll zunächst ein einzelliger Zylinderresonator analysiert werden. Dabei wird auf eine mathematisch detaillierte Behandlung verzichtet und nur das wesentliche Vorgehen dargestellt. Wir orientieren uns an den Ausführungen von [41], [23] und [30], in denen ausführlicher die Analyse von Hohlraumresonatoren beschrieben ist und aus denen die Formeln dieses Abschnitts entnommen sind.

Vernachlässigt man die Strahlrohröffnungen, so können für das Innere des Zylinderresonators die Maxwell-Gleichungen bzw. die daraus abgeleitete Wellengleichung in Zylinderkoordinaten für die Wellenausbreitung der orts- und zeitabhängigen, elektrischen und magnetischen Felder, \vec{E} (\vec{r}, t) und \vec{H} (\vec{r}, t), analytisch gelöst werden. Dabei spaltet man die Felder in longitudinale und transversale Komponenten auf, da man aus den longitudinalen Anteilen die transversalen Felder berechnen kann. Deshalb werden nur noch die longitudinalen elektrischen und magnetischen Felder, \vec{E}_z und \vec{H}_z betrachtet. Außerdem gehen wir für einen idealen Leiter von den folgenden Randbedingungen auf der Manteloberfläche des Zylinders aus: Zum einen verschwinden alle parallelen *E*-Feld-Komponenten unmittelbar auf der Manteloberfläche (Bedingung 1), zum anderen gibt es dort keine senkrechten *H*-Feld-Komponenten (Bedingung 2).

Wegen der Randbedingungen und da \vec{E}_z und \vec{H}_z voneinander unabhängig sind, unterscheidet man zwei verschiedene Lösungsklassen: Transversal-magnetische (TM) und transversalelektrische (TE) Feldmoden. TM-Moden besitzen kein longitudinales *H*-Feld und Randbedingung 1 ist erfüllt, wohingegen TE-Moden kein longitudinales *E*-Feld haben und Bedingung 2 gilt. Die eigentliche Lösung der Wellengleichung stellt sich als Eigenwertproblem dar, dessen Lösungen aus einem Spektrum unendlich vieler Resonatoreigenmoden mit diskreten Eigenfrequenzen und unterschiedlichen magnetischen und elektrischen Feldverteilungen bestehen und im Resonator unter der Ausbildung von stehenden Wellen auftreten⁷. Mit den Besselfunktionen J_m *m*-ter Ordnung, unter Berücksichtung der Randbedingungen und der Zeitabhängigkeit $e^{i\omega t}$ lassen sich die vollständigen Lösungen für die longitudinalen Felder eines Zylinderresonators der Länge *l* und des Innenradius *a* in Zylinderkoordinaten *r*, φ und *z* angeben:

• TE_{mnp}-Moden mit $E_z = 0$:

$$H_{z}(r,\varphi,z,t) = H_{0} J_{m}\left(\frac{j_{mn}'}{a}r\right) \cos\left(m\varphi\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) e^{i\omega t}, \qquad (4.1)$$

• TM_{mnp} -Moden mit $H_z = 0$:

$$E_{z}(r,\varphi,z,t) = E_{0} J_{m}\left(\frac{j_{mn}}{a}r\right) \cos\left(m\varphi\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right) e^{i\omega t}.$$
(4.2)

⁷Es gibt auch sogenannte Wanderwellenstrukturen; supraleitende Resonatorstrukturen arbeiten jedoch ausschließlich als Stehwellenstrukturen [32].

Dabei sind $j_{mn}^{(\prime)}$ die *n*-ten Nullstellen von J_m bzw. von J'_m , der Ableitung von J_m nach $r. \omega$ bezeichnet die Eigenfrequenz der jeweiligen Mode. Mit den ganzzahligen Indizes m, n, p kann die Feldgeometrie der Mode beschrieben werden: m gibt die Anzahl der Wellenlängen an, über die die Mode über einen Vollkreis in φ -Richtung variiert, n die Anzahl der Halbwellen in radialer, also in r-Richtung und p die Anzahl der longitudinalen Nulldurchgänge, also in z-Richtung.

Die TM-Mode mit der niedrigsten Eigenfrequenz ist die TM_{010} -Mode, welche als Fundamentalmode bezeichnet wird. Als Mode mit transversal-magnetischer Feldverteilung besitzt sie longitudinale, das heißt zur Resonatorachse parallel verlaufende elektrische Felder, die auf der Achse maximal sind und auf dem Resonatormantel verschwinden. Das Magnetfeld ist auf der Resonatorachse Null und erreicht seinen Maximalwert auf dem Resonatormantel. Damit eignet sich diese Mode optimal zur Strahlbeschleunigung. Elektromagnetische Wellen, deren Frequenz mit der Eigenfrequenz der Fundamentalmode übereinstimmt, können diese nach der Einkopplung resonant anregen und das longitudinale elektrische Feld aufbauen, das der Teilchenstrahl zur Beschleunigung durchlaufen soll. Die TM₀₁₀-Fundamentalmode besitzt wegen p = 0 ein konstantes Feld entlang der Resonatorachse, ist wegen m = 0 unabhängig von φ und somit rotationssymetrisch um die Resonatorachse und durchläuft mit n = 1 eine Halbwelle der Besselfunktion für das elektrische Feld in radialer Richtung. Durch die Zeitabhängigkeit des Faktors $e^{i\omega t}$ wirkt das longitudinale E-Feld abwechselnd beschleunigend und bremsend. Deswegen ist es erforderlich, den Eintritt der Teilchen in den Resonator und die Richtung der Amplitude des E-Feldes zeitlich richtig zu synchronisieren sowie die Länge des Resonators entsprechend seiner Resonanzfrequenz zu wählen (s. Gleichung (3.13)), um eine optimale Strahlbeschleunigung zu gewährleisten.

Alle weiteren Moden höherer Frequenz werden für die Strahlbeschleunigung nicht benötigt, müssen aber ausführlich betrachtet werden, da sie vom Teilchenstrahl selbst angeregt werden, auf diesen zurückwirken und dadurch zu Strahlinstabilitäten (vgl. Abschnitt 7.2 und Kapitel 8) führen können.

Abschließend soll die Berechnung der Frequenzen der Resonatormoden behandelt werden: Mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit c und über

$$\omega_{mnp} = c \cdot \sqrt{\frac{j_{mn}^{(\prime)2}}{a^2} + \frac{p^2 \pi^2}{l^2}}$$
(4.3)

lässt sich das Spektrum der Eigenfrequenzen der TM- und TE-Moden des Zylinderresonators direkt aus dessen Abmessungen berechnen, wobei für TM-Moden die *n*-ten Nullstellen j_{mn} der Besselfunktionen J_m bzw. für TE-Moden die *n*-ten Nullstellen j'_{mn} der Ableitung von J_m nach r, also von J'_m , verwendet werden müssen. Man erkennt, dass für p = 0 die Berechnung von ω_{mnp} unabhängig von der Resonatorlänge l ist.

Ferner stellt der erste Term unter der Wurzel in Gleichung (4.3) die sogenannte Grenzfrequenz oder Cut-Off-Frequenz

$$\omega_{\rm c}^{mn} = c \cdot \frac{j_{\rm mn}^{(\prime)}}{a} \tag{4.4}$$

dar. ω_c^{mn} ist eine für Hohlleiter charakteristische Größe, unterhalb derer sich innerhalb des Hohlleiters keine Welle ausbreiten kann, sondern die Wellenamplituden exponentiell gedämpft abklingen. Daher ist es Resonatormoden mit Frequenzen kleiner als ω_c^{mn} auch nicht möglich, sich in den Strahlrohren, die sich an eine Resonatorstruktur anschließen, auszubreiten.

Alle hier vorgestellten Überlegungen sind auf Resonatorstrukturen komplexerer Geometrie übertragbar, wobei zur Bestimmung der Resonatoreigenmoden, -frequenzen und Feldverteilungen und zur dann nötigen numerischen Simulation Computerprogramme verwendet werden. In Kapitel 7 wird eine solche Simulation, dort für einen mehrzelligen supraleitenden Resonator, der für ELSA bei Energien von bis zu 5 GeV geeignet ist, dargestellt.

4.2 Gütefaktor und Shuntimpedanz eines Hohlraumresonators

Wichtige Kenngrößen von Beschleunigungsstrukturen sind ihre Güte Q_0 und die in Abschnitt 3.7 bereits eingeführte Shuntimpedanz R_S^8 . Das Ersatzschaltbild zur Beschreibung einer Mode eines Hohlraumresonators ist ein paralleler, gedämpfter elektrischer Schwingkreis aus Induktivität L, ohmschen Widerstand R und Kapazität C, wie er in Abbildung 4.1 gezeigt ist.



Abbildung 4.1: Ein paralleler *LRC*-Schwingkreis als Ersatzschaltbild für die Mode eines Hohlraumresonators.

Die Kreisgüte

$$Q_0 = \frac{2\pi \cdot W_{\text{stor}}}{T \cdot P_{\text{Res}}} \tag{4.5}$$

eines solchen Schwingkreises der Resonanzfrequenz ω_0 kann auch auf einen Hohlraumresonator als der Quotient aus gespeicherter Energie W_{stor} und Verlustleistung P_{Res} je Schwingungsdauer $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ übertragen werden [13]. Q_0 wird dann der Gütefaktor des Hohlraumresonators genannt und gibt 2π -mal die Anzahl der Schwingungsperioden an, innerhalb derer die gespeicherte Energie im Resonator verbraucht ist. Daher ist Q_0 ein Maß für die Fähigkeit des Resonators, Energie zu speichern. P_{Res} wird im Oberflächenwiderstand R_{Surf} der Wände des Hohlraumresonators verbraucht und ist ein Maß für die Dämpfung des Schwingkreises. P_{Res} lässt sich durch das Oberflächenintegral der magnetischen Feldstärke $\vec{H}(\vec{r}, t)$ der Resonatormode berechnen [23]:

$$P_{\text{Res}} = \frac{1}{2} R_{\text{Surf}} \int_{S} \vec{H}^2(\vec{r}, t) \ dS \ . \tag{4.6}$$

Die Integration läuft über die innere Resonatoroberfläche S, auf welcher der Oberflächenwiderstand R_{Surf} als konstant angenommen wird.

Sowohl über die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r},t)$ als auch über die magnetische Feldstärke $\vec{H}(\vec{r},t)$ der zugehörigen Resonatormode kann die gespeicherte Energie W_{stor} im Resonator berechnet werden [23]:

$$W_{\text{stor}} = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V \vec{H}^2(\vec{r}, t) \ dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_V \vec{E}^2(\vec{r}, t) \ dV \ . \tag{4.7}$$

Die Integrale werden dabei jeweils über das gesamte Volumen V des Resonantors berechnet; μ_0 ist die magnetische und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante. Setzt man die Gleichungen (4.7) und (4.6) in Gleichung (4.5) ein, so kann man Q_0 direkt aus der Kreisfrequenz ω_0 und der

⁸Werden Q_0 und R_S für eine Beschleunigungsstruktur angegeben, so beziehen sich diese Werte immer auf die Felder der fundamentalen Resonatormode. Ferner besitzen aber auch alle Moden höherer Ordnung eigene Werte für Q_0 und R_S . In Kapitel 7 und 8 werden diese Werte zur Beurteilung des störenden Einflusses solcher Moden herangezogen.

magnetischen Feldverteilung der zugehörigen Mode berechnen, wenn R_{Surf} (s. Abschnitt 4.3) bekannt ist:

$$Q_{0} = \frac{\omega_{0}\mu_{0}}{\frac{V}{R_{\text{Surf}}}} \int_{S} \vec{H}^{2}(\vec{r},t) \, dS} = \frac{G}{R_{\text{Surf}}} \,, \qquad (4.8)$$

mit
$$G = \frac{\omega_0 \mu_0 \int\limits_V \vec{H}^2(\vec{r},t) \, dV}{\int\limits_S \vec{H}^2(\vec{r},t) \, dS},$$
 (4.9)

wobei mit G der sogenannte Geometrie-Faktor eingeführt wurde. Bezeichnet man die lineare Ausdehnung eines Hohlraumresonators mit a, so skaliert das Volumenintegral mit a^3 , das Oberflächenintegral mit a^2 und die Kreisfrequenz mit 1/a. Daher ist G nicht von der Größe des Resonators, sondern nur von dessen Form abhängig. Außerdem werden die Materialeigenschaften vollständig durch den Oberflächenwiderstand R_{Surf} beschrieben, so dass sich der Geometrie-Faktor gut dazu eignet, Hohlraumresonatoren unterschiedlicher Form zu vergleichen.

Die Shuntimpedanz $R_{\rm S}$ eines Hohlraumresonators wurde bereits in Gleichung (3.10) definiert:

$$R_{\rm S} = \frac{U_{\rm Res}^2}{2 \cdot P_{\rm Res}} \,. \tag{4.10}$$

Die Wechselspannung U_{Res} kann jetzt für die fundamentale Resonatormode, die mit der Resonanzfrequenz ω schwingt, über deren longitudinales elektrisches Feld $E_z(z)$, das der Strahl über die Resonatorlänge L auf der Resonatorachse durchläuft, berechnet werden:

$$U_{\text{Res}} = \int_{0}^{L} E_{z}(z) \ e^{i\omega\frac{z}{c}} dz .$$

$$(4.11)$$

Mit Gleichung (4.6) ergibt sich $R_{\rm S}$ zu:

$$R_{\rm S} = \frac{\left| \int_{0}^{L} E_{\rm z}(z) \ e^{i\omega \frac{z}{c}} \ dz \right|^{2}}{R_{\rm Surf} \ \int_{S} \vec{H^{2}}(\vec{r},t) \ dS} , \qquad (4.12)$$

so dass die Shuntimpedanz direkt aus der elektromagnetischen Feldverteilung und dem zugehörigen R_{Surf} der Fundamentalmode bestimmt werden kann.

Durch die Verwendung supraleitender Materialien ergeben sich sehr kleine Oberflächenwiderstände (vgl. Abschnitt 4.3), so dass sich automatisch Shuntimpedanzen von mehr als 100 G Ω und Gütefaktoren in der Größenordnung von 10⁹ erreichen lassen. Daher kann die Geometrie supraleitender Resonatoren im Gegensatz zu normalleitenden dahingehend optimiert werden, dass auch sehr große Feldstärken im Bereich von mehreren MV/m stabil aufgebaut werden können.

Schließlich sei auf den wichtigen, sogenannten R-über-Q-Wert hingewiesen: Um materialunabhängig Resonatorstrukturen und deren Geometrie bewerten zu können, dividiert man ausgehend von den Gleichungen (4.10) und (4.5) $R_{\rm S}$ durch Q_0 und erhält:

$$\frac{R}{Q} = \frac{U_{\text{Res}}^2}{2\omega_0 W_{\text{stor}}} \,. \tag{4.13}$$

Der $\frac{R}{Q}$ -Wert⁹ ist wie der Geometriefaktor unabhängig von R_{Surf} und nur von der Form und nicht von der Größe des Resonators abhängig. Mit dem $\frac{R}{Q}$ -Wert kann man materialunabhängig die Moden höherer Ordnung eines Resonators und deren Einfluss auf den Strahl beurteilen.

4.3 Der Oberflächenwiderstand eines supraleitenden Hohlraumresonators

Unterhalb einer kritischen Temperatur $T_{\rm C}$ und unterhalb eines kritischen Magnetfeldes gehen einige Festkörper in den sogenannten supraleitenden Zustand über, der wesentlich durch das plötzliche Verschwinden des Gleichstromwiderstandes charakterisiert ist. Man kann den widerstandslosen Stromtransport durch die sogenannte Bardeen-Cooper-Schiefer (BCS)-Theorie [9] beschreiben: Zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin und Impuls bilden ein sogenanntes Cooper-Paar. Als Bosonen besetzen alle Cooper-Paare einen einzigen Quantenzustand, der von den übrigen Ein-Elektronen-Zuständen der ungepaarten Elektronen durch eine Energielücke getrennt ist. Die Cooper-Paare unterliegen dann nicht mehr einer Wechselwirkung und Streuung mit dem Kristallgitter, erfahren also keinen Widerstand und können somit als Träger des widerstandslosen Stromes durch den Festkörper aufgefasst werden. Dabei nimmt die Dichte der Cooper-Paare unterhalb von $T_{\rm C}$ mit sinkender Temperatur stetig zu. Eine ausführliche Einführung in die Supraleitung gibt [9].

Anders ist dies bei Supraleitern in Hochfrequenz-Feldern, wie es bei einem supraleitenden Hohlraumresonator der Fall ist. Da mit wachsender Frequenz der Beitrag der ungepaarten Elektronen zum Strom gegenüber den Cooper-Paaren zunimmt [9], tritt bei Wechselfeldern mit ausreichend hoher Frequenz ein ohmscher Widerstand auch im supraleitenden Zustand auf. Die Temperaturund Frequenzabhängigkeiten sowohl der Skintiefe des Skineffektes [18], durch den hochfrequente, in das Resonatormaterial induzierte Ströme schon im normalleitenden Zustand auf eine dünne Oberflächenschicht begrenzt werden, als auch der Eindringtiefe von elektromagnetischen Feldern in Supraleitern machen das Hochfrequenzverhalten eines Supraleiters sehr komplex [9]. Die BCS-Theorie liefert für eine Temperatur $T < T_C/2$ den folgenden Ausdruck zur Berechnung des Oberflächenwiderstandes [26]:

$$R_{\rm BCS} = A \frac{f^2}{T} \exp\left(-\frac{1,76k_{\rm B}T_{\rm C}}{k_{\rm B}T}\right) . \tag{4.14}$$

 $1,76k_{\rm B}T_{\rm C}$ ist dabei die Energielücke zwischen dem Zustand der Cooper-Paare und den ungepaarten Elektronen, A ein Koeffizient, der von der Eindringtiefe und anderen Materialeigenschaften abhängt, f die Frequenz des Wechselfeldes und $k_{\rm B}$ die Boltzmann-Konstante.

Supraleitende Hohlraumresonatoren werden aus möglichst reinem Niob hergestellt, da Niob eine akzeptable kritische Temperatur von 9,2 K und gute mechanische Herstellungseigenschaften besitzt. Wenn der Resonator mit Flüssighelium auf Temperaturen unterhalb von $T_{\rm C}$ abgekühlt wird, geht er in den supraleitenden Zustand über. Der Oberflächenwiderstand für Niob lässt sich dann nach [23] näherungsweise mit

$$R_{\rm BCS} / \Omega = 8,889 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{f^2}{T} \exp\left(-\frac{17,112}{T}\right)$$
(4.15)

berechnen, wobei die Frequenz f in GHz und die Temperatur T in Kelvin einzusetzen sind sowie die Materialeigenschaften von Niob berücksichtigt wurden. Abbildung 4.2 zeigt für Temperaturen von 2 K, 3 K, 4,22 K und 9 K die Abhängigkeit des Oberflächenwiderstandes von der Frequenz des Hochfrequenzfeldes, wie sie mit Gleichung (4.15) berechnet wurde.

⁹Auf den Index 0 bei Q_0 wird überlicherweise in der $\frac{R}{Q}$ -Darstellung verzichtet.



Abbildung 4.2: Der Oberflächenwiderstand R_{BCS} eines supraleitenden Hohlraumresonators in Abhängigkeit der Frequenz des Hochfrequenzfeldes für Temperaturen von 2 K, 3 K, 4,22 K (Flüssighelium unter Normaldruck) und 9 K.

Um möglichst hohe Güten und Shuntimpedanzen zu erzielen, ist es nach Abschnitt 4.2 entscheidend, den Oberflächenwiderstand möglichst gering zu halten. Daher muss man bei Frequenzen oberhalb von 750 MHz die Resonatoren auf unter 4 K abkühlen. Dies ist dann nicht mehr mit Flüssighelium unter Normaldruck möglich. Bei der ELSA-Betriebsfrequenz von 500 MHz reicht aber Flüssighelium unter Normaldruck mit einer Siedetemperatur von 4,22 K aus. Der theoretisch berechnete Oberflächenwiderstand R_{BCS} stellt eine untere Grenze für die Berechnung des Gütefaktors und der Shuntimpedanz des Resonators dar. Dazu kommt in der Praxis immer ein temperaturunabhängiger Restwiderstand R_0 , der von den Verunreinigungen der Oberfläche abhängt:

$$R_{\rm Surf} = R_{\rm BCS} + R_0 .$$
 (4.16)

Bei einer gut präparierten Niob-Oberfläche können Restwiderstände von 10 bis 20 n Ω erreicht werden [23]. Grundsätzlich sind wegen des möglichen Zusammenbruchs der Supraleitung durch normalleitende Verunreingungen natürlich möglichst reines Niob und eine saubere Oberfläche bei der Herstellung anzustreben. Für die Betriebsfrequenz von 500 MHz und einer Flüssig-Helium-Kühlung mit einer Temperatur von 4,22 K ergibt sich dann ein Oberflächenwiderstand von

$$R_{\rm Surf} = 116,29 \ {\rm n}\Omega.$$

Dabei wurde ein großzügig abgeschätzter Restwiderstand von 25 n Ω berücksichtigt.

5 Die Einkopplung der Hochfrequenz in den Resonator

Die hochfrequenten elektromagnetischen Wellen, die ein Generator¹⁰ erzeugt, gelangen über eine Einkopplung in den Hohlraumresonator. Dort wird die Resonatorspannung, die der Strahl zur Beschleunigung durchläuft, unter Leistungsverlusten in den Resonatorwänden aufgebaut. Dabei ist die Anpassung des Systems Resonator-Strahlstrom an den Generator entsprechend eines bestimmten Koppelfaktors entscheidend, um Reflexionen an der Einkopplung zu vermeiden und um eine möglichst effiziente Nutzung der Hochfrequenzleistung zu gewährleisten. Nachfolgend wird zunächst anhand von Ersatzschaltbildern und Zeigerdiagrammen das gesamte System aus Generator, Einkopplung¹¹, Resonator und Strahl beschrieben und daraus abgeleitet, wie man einen optimalen Koppelfaktor und die zusätzlich erforderliche Frequenzverstimmung des Resonators bestimmen kann. Außerdem werden die benötigte Generatorleistung berechnet sowie notwendige Stabilitätsbedingungen unter Strahllast vorgestellt.¹²

5.1 Entwicklung eines Ersatzschaltbildes

Die in diesem und den nächsten Abschnitten dargestellten Überlegungen und Abbildungen orientieren sich wesentlich an den Ausarbeitungen von [23] und [32]. Das im Folgenden zu behandelnde Gesamtsystem ist stark vereinfacht in Abbildung 5.1 dargestellt. Damit die Leistung, die



Abbildung 5.1: Schematische Darstellung des Hochfrequenzsystems: Generator, der die Leistung $P_{\rm G}$ zur Verfügung stellt, Zirkulator mit Lastwiderstand und Einkopplung in einen einzelligen Resonator.

an der Resonatoreinkopplung reflektiert wird, nicht zum Generator zurückgelangen und diesen zerstören kann, sorgt ein sogenannter Zirkulator dafür, dass die reflektierte Leistung über einen Lastwiderstand abgeführt wird. Weiterhin gehen wir bis zur Einkopplung von einem optimal aufeinander angepassten und damit reflexionsfreien System aus, das heißt, dass der Innenwiderstand des Generators, der Wellenwiderstand aller Hochfrequenzleitungen¹³ und der Lastwiderstand des

¹⁰In diesem Kapitel wird allgemein von einem Generator als Hochfrequenzsender gesprochen. Bei ELSA ist damit das in Abschnitt 3.6 beschriebene Klystron gemeint.

¹¹Auf die unterschiedlichen Möglichkeiten der Einkopplung, wie beispielsweise elektrische oder magnetische Einkopplung und die verschiedenen Typen wie Schleifen- oder Stiftkopplung, soll hier nicht eingegangen werden.

¹²Grundsätzlich sind dabei alle in diesem Kapitel dargestellten Ausführungen sowohl auf normal- als auch auf supraleitende Resonatoren und deren Hochfrequenz-System übertragbar. Im Unterschied zu normalleitenden Beschleunigungsstrukturen wird jedoch klar werden, dass das Verhalten der supraleitenden Resonatoren wegen ihrer geringen Wandverluste entscheidend durch den sie durchquerenden Strahl dominiert wird.

¹³Beim 500 MHz-Hochfrequenzsystem von ELSA erfolgt der Transport der Hochfrequenz über Rechteckhohlleiter, die in den Abbildungen 3.4 und 3.5 dargestellt sind.

Zirkulators den gleichen Wert besitzen, den wir die Generatorimpedanz Z_0 nennen. Das Ziel ist, die an der Einkopplung reflektierten elektromagnetischen Wellen zu minimieren, indem die Impedanz des Resonators, der zusätzlich durch die Last des den Resonator durchquerenden Strahles belastet wird, über die Einstellung der Kopplung an die Generatorimpedanz angepasst wird. Für das weitere Vorgehen kennzeichnen wir die hier auftretenden Wechselströme und -spannungen durch eine Tilde:

$$\tilde{X} = X \cdot e^{i(\omega t + \varphi_0)} . \tag{5.1}$$

Die Größe \tilde{X} und deren Amplitude X und Phase φ_0 können dann in Zeigerdiagrammen mit entsprechenden Zeigern in der komplexen Ebene dargestellt werden. Die Zeiger rotieren dabei mit der Frequenz ω entgegen des Uhrzeigersinns um den Koordinatenursprung.

Insgesamt werden der Hochfrequenzgenerator sowie der Zirkulator und die Hochfrequenzleitungen durch eine ideale Stromquelle $\tilde{I}'_{\rm G}$ und die Impedanz Z_0 dargestellt. Das schematische Gesamtsystem aus Abbildung 5.1 kann durch das in Abbildung 5.2 gezeigte Ersatzschaltbild, in dem noch nicht der zu beschleunigende Strahl berücksichtigt ist, beschrieben werden. Die



Abbildung 5.2: Ersatzschaltbild eines Resonators, der über einen Koppler mit Hochfrequenz versorgt wird.

Einkopplung wird durch einen Transformator, dessen Primär- und Sekundärseiten entsprechend des Wicklungsverhältnisses 1:k aneinander gekoppelt sind, repräsentiert. Über den Parameter k ist es daher möglich, die Impedanz des Resonators an die Impedanz des Generatorsystems anzupassen¹⁴. Die Ersatzimpedanz des Resonators ergibt sich aus der Impedanz eines parallelen Schwingkreises, der - wie in Abschnitt 4.2 beschrieben - aus einer Induktivität L, dem ohmschen Widerstand R_S , also durch die in Gleichung (4.10) eingeführte Shuntimpedanz, und der Kapazität C aufgebaut ist. Im Resonanzfall, wenn die Frequenz der anregenden Hochfrequenz des Generators mit der Eigenfrequenz des Resonators übereinstimmt, ist die Impedanz des Resonators reell und kann als Shuntimpedanz bezeichnet werden. Aus "Sicht" des Resonators wird durch die Einkopplung der Strom $\tilde{I'}_{\rm G}$ herunter und die Impedanz Z_0 des Generatorsystems herauf transformiert. Daher können neue Variablen, die das Transformationsverhalten der Kopplung enthalten, eingeführt werden:

$$\tilde{I}_{\rm G} = \frac{I'_{\rm G}}{k}$$
 und
 $Z_{\rm G} = k^2 \cdot Z_0$.

¹⁴In der Praxis geschieht dies über die Eindringtiefe und Ausrichtung des Kopplers im Hohlraum des Resonators.

Das zugehörige neue Ersatzschaltbild ist in Abbildung 5.3 dargestellt. In diesem ist $I_{\rm G}$ der Strom, der unter Berücksichtigung der entsprechenden Einkopplung auf der Seite des Hohlraumresonators fließt¹⁵. Mit dem Verhältnis aus $R_{\rm S}$ und $Z_{\rm G}$ definieren wir den dimensionslosen



Abbildung 5.3: Ersatzschaltbild aus "Sicht" des Resonators: In I_G und Z_G sind die Transformationseigenschaften der Einkopplung in Bezug auf I_G und Z_0 enthalten.

Koppelfaktor β

$$\beta := \frac{R_{\rm S}}{Z_{\rm G}} \tag{5.2}$$

und können die belastete Shuntimpedan
z $R_{\rm L}$ einführen:

$$R_{\rm L} = \left(\frac{1}{Z_{\rm G}} + \frac{1}{R_{\rm S}}\right)^{-1} = \frac{R_{\rm S}}{1+\beta} .$$
 (5.3)

Der Teilchenstrahl, der den Resonator durchquert, setzt sich aus einer Kette von longitudinal gaußförmig ausgedehnten Bunchen zusammen, die im Multi-Bunch-Betrieb des Ringbeschleunigers im zeitlichen Abstand $t = 1/f_{\rm HF}$ in den Resonator eintreten, wobei $f_{\rm HF}$ die Hochfrequenz ist. Der Strahl wirkt dann wie eine Hochfrequenzquelle, deren Fourier-Komponente $\tilde{I}_{\rm B}$ die fundamentale Beschleunigungsmode des Resonators anregt¹⁶. Nach [23] hat $\tilde{I}_{\rm B}$ dann die Amplitude

$$I_{\rm B} = 2 \cdot I_{\rm Strahl} , \qquad (5.4)$$

wobei I_{Strahl} der zeitlich gemittelte Strahlstrom des Beschleunigers ist. Im Ersatzschaltbild wird daher eine weitere Stromquelle \tilde{I}_{B} , die den Strahlstrom repräsentiert, hinzugefügt. Außerdem führen wird die Resonatorspannung \tilde{U}_{Res} ein, die sich im nächsten Abschnitt nach dem Superpositionsprinzip aus der vom Strahl induzierten Spannung und der Spannung, die vom Generator im Resonator aufgebaut wird, ergeben wird. Das neue, in Abbildung 5.4 gezeigte Ersatzschaltbild dient als Grundlage der weiteren Überlegungen. Ferner wird die Kreisfrequenz des Generators, die Hochfrequenz, mit ω_{HF} bezeichnet, um sie von der Eigenfrequenz $\omega_{\text{R}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ des Resonators zu unterscheiden.

Schließlich soll aus $I_{\rm G}$, β und $R_{\rm S}$ ein Ausdruck hergeleitet werden, der die Leistung $P_{\rm G}$ angibt,

¹⁵Im weiteren wird dieser Strom $\tilde{I}_{\rm G}$ vereinfacht als Generatorstrom bezeichnet, er ist jedoch nicht mit dem eigentlichen Strom $\tilde{I'}_{\rm G}$ des Generators zu verwechseln.

¹⁶In guter Näherung wurde dabei die Kette aus Bunchen als periodische Sequenz von δ -Fuktionen behandelt [32]. Ferner wird die Anregung höherer Moden des Resonator durch den Teilchenstrahl nicht betrachtet.



Abbildung 5.4: Ersatzschaltbild, welches nun alle Komponenten, Generator, Resonator und Strahlstrom des Hochfrequenzsystem umfasst. Mit Einführung der belasteten Shuntimpedanz $R_{\rm L}$ wird der Koppelfaktor β berücksichtigt.

die der Generator zur Verfügung stellen muss, um einen Generatorstrom $I_{\rm G}$ im Resonator fließen zu lassen. Die in den Resonatorwänden verbrauchte Leistung $P_{\rm Res} = \frac{1}{2}R_{\rm S}|\tilde{I}_{\rm Res}|^2$ lässt sich über den Resonatorstrom $\tilde{I}_{\rm Res}$, der sich aus Abbildung 5.3 als $\frac{\tilde{I}_{\rm G}}{1+\beta}$ ergibt, bestimmen. Aus [13] erhält man den folgenden Ausdruck für die im Resonator umgesetzte Wirkleistung: $P_{\rm Res} = \frac{4\beta}{(1+\beta)^2}P_{\rm G}$. Damit lässt sich $P_{\rm Res}$ eleminieren und $P_{\rm G}$ berechnen:

$$P_{\rm G} = \frac{R_{\rm S}}{8\beta} |\tilde{I}_{\rm G}|^2 \,. \tag{5.5}$$

5.2 Der Resonator als gedämpfter, angeregter Schwingkreis

Der Resonator kann wegen der Verluste in seinen Wänden als gedämpfter Schwingkreis beschrieben werden. Dieser elektrische Schwingkreis wird durch den Generatorstrom \tilde{I}_{G} und den induzierten Strahlstrom \tilde{I}_{B} , der \tilde{I}_{G} entgegen wirkt, angeregt, so dass mit den Bezeichnungen für die entsprechenden Komponenten aus Abbildung 5.4 die Strombilanz

$$\tilde{I}_{\rm L} + \tilde{I}_{\rm R} + \tilde{I}_{\rm C} = \tilde{I}_{\rm G} - \tilde{I}_{\rm B} \tag{5.6}$$

aufgestellt werden kann. Daraus wird in Anhang A die zugehörige Differentialgleichung abgeleitet:

$$\frac{d^2}{dt^2}\tilde{U}_{\text{Res}} + \frac{\omega_{\text{R}}}{Q_{\text{L}}}\frac{d}{dt}\tilde{U}_{\text{Res}} + \omega_{\text{R}}^2\tilde{U}_{\text{Res}} = \frac{\omega_{\text{R}}R_{\text{L}}}{Q_{\text{L}}}\frac{d}{dt}\left(\tilde{I}_{\text{G}} - \tilde{I}_{\text{B}}\right) , \qquad (5.7)$$

wobei die belastete Güte $Q_{\rm L} = Q_0 / (1 + \beta)$ eingeführt wurde. Gleichung (5.7) wird in Anhang A durch Einsetzen der komplexen Ausdrücke für $\tilde{U}_{\rm Res}$, $\tilde{I}_{\rm G}$ und $\tilde{I}_{\rm B}$ aus Abbildung 5.4 wie folgt vereinfacht:

$$U_{\rm Res}\left(1+iQ_{\rm L}\left(\frac{\omega_{\rm HF}}{\omega_{\rm R}}-\frac{\omega_{\rm R}}{\omega_{\rm HF}}\right)\right) = R_{\rm L}\left(I_{\rm G}-I_{\rm B}\right) \,. \tag{5.8}$$

Mit der Definition des sogenannten Tuningwinkels ψ durch

$$\tan \psi := -Q_{\rm L} \left(\frac{\omega_{\rm HF}}{\omega_{\rm R}} - \frac{\omega_{\rm R}}{\omega_{\rm HF}} \right) , \qquad (5.9)$$

welcher beschreibt, wie die Eigenfrequenz $\omega_{\rm R}$ des Resonators von der Hochfrequenz $\omega_{\rm HF}$ abweicht, schreibt sich die Lösung der Gleichung (5.7) als

$$\tilde{U}_{\text{Res}} = R_{\text{L}} \frac{I_{\text{G}} - I_{\text{B}}}{(1 - i\tan\psi)}$$
(5.10)

oder als

$$\tilde{U}_{\text{Res}} = R_{\text{L}}I_{\text{G}}\cos\psi e^{i\psi} - R_{\text{L}}I_{\text{B}}\cos\psi e^{i\psi} = \tilde{U}_{\text{G}} + \tilde{U}_{\text{B}} , \qquad (5.11)$$

wobei mit

$$\tilde{U}_{\rm G} = R_{\rm L} I_{\rm G} \cos \psi \, e^{i\psi}
\tilde{U}_{\rm B} = -R_{\rm L} I_{\rm B} \cos \psi \, e^{i\psi}$$
(5.12)

die vom Generator aufgebaute Spannung $U_{\rm G}$ sowie die strahlinduzierte Spannung $U_{\rm B}$ eingeführt wurden. Insgesamt setzt sich also die Resonatorspannung aus den Spannungen, die der Strahl induziert bzw. der Generator im Resonator erzeugt, zusammen.

Im Resonanzfall, d.h. wenn $\omega_{\rm HF} = \omega_{\rm R}$ gilt und damit tan ψ Null ist, und indem wir $R_{\rm L}$ wieder durch $R_{\rm S}/(1+\beta)$ ersetzen, ergibt sich aus Gleichung (5.11):

$$\tilde{U}_{\text{Res}} = \frac{R_{\text{S}}I_{\text{G}}}{1+\beta} - \frac{R_{\text{S}}I_{\text{B}}}{1+\beta} = \tilde{U}_{\text{GR}} + \tilde{U}_{\text{BR}} ,$$
(5.13)

wobei hier die Spannungen \tilde{U}_{GR} und \tilde{U}_{BR} von Generator und Strahlstrom für den Resonanzfall mit dem Index R eingeführt wurden:

$$\tilde{U}_{\rm GR} = \frac{R_{\rm S}I_{\rm G}}{1+\beta} , \qquad (5.14)$$

$$\tilde{U}_{\rm BR} = -\frac{R_{\rm S}I_{\rm B}}{1+\beta} \,. \tag{5.15}$$

Wie für den Resonanzfall zu erwarten, besitzen die Spannungen nur reale und keine imaginären Anteile. Diese Situation des Gesamtsystems Generator, Resonantor und Strahlstrom ist in Abbildung 5.5 durch ein Zeigerdiagramm dargestellt. Dabei wurde die reale Achse durch den Strahlstromzeiger I_B definiert. In Abbildung 5.5 erkennt man, dass die Resonatorspannung U_{Res} und



Abbildung 5.5: Zeigerdiagramm des gesamten Hochfrequenzsystems im Resonanzfall, $\omega_{\rm HF} = \omega_{\rm R}$, bei einer Sollphase von $\varphi_{\rm S} = 0$; der Zeiger zu $\tilde{I}_{\rm B}$ definiert die reelle Achse.

der Strahlstrom $I_{\rm B}$ phasengleich sind, und damit der Strahl die maximale Spannung durchläuft. Mit anderen Worten, die Sollphase $\varphi_{\rm S}$ bezüglich des Scheitelpunktes von $\tilde{U}_{\rm Res}$ ist Null und somit $\tilde{U}_{\rm Res}$ gleich $U_{\rm acc}$ (vgl. Gleichung (3.2)). Dadurch ist aber die erforderliche Phasenfokussierung, die in Abschnitt 3.2 beschrieben wurde, nicht gegeben. Im folgenden Abschnitt wird sich zeigen, dass mit Einführung eines $\varphi_S \neq 0$ eine Verstimmung der Resonanzfrequenz des Resonators notwendig sein wird.

Abschließend ersetzen wir $I_{\rm G}$ in Gleichung (5.14) mit Hilfe von Gleichung (5.5) und erhalten für den Betrag der Generatorspannung $U_{\rm GR}$ im Resonanzfall den folgenden Ausdruck:

$$U_{\rm GR} = \frac{\sqrt{8\beta P_{\rm G} R_{\rm S}}}{1+\beta} \,. \tag{5.16}$$

Dieser Ausdruck wird in Abschnitt 5.4 hilfreich sein, um eine Formel zu Berechnung der Generatorleistung $P_{\rm G}$ abzuleiten.

5.3 Einfluss der Sollphase auf das Hochfrequenzsystem

Wir führen eine von Null verschiedene Sollphase $\varphi_{\rm S}$ ein, um die Phasenfokussierung im Ringbeschleuniger zu gewährleisten. Dadurch ist der Zeiger $\tilde{U}_{\rm Res}$ nicht mehr parallel zur reellen Achse. Die Projektion von $\tilde{U}_{\rm Res}$ auf die Achse des Strahlstroms gibt die eigentliche Beschleunigungsspanung $\tilde{U}_{\rm acc}$ an, die die Teilchen beim Durchgang durch den Resonator durchlaufen. Diese neue Situation im Hochfrequenzsystem kann nur durch die Einführung des Winkels Θ als Phase des Generatorstrom $\tilde{I}_{\rm G}$ bezüglich der reellen Achse realisiert werden, wie dies das ensprechende Zeigerdiagramm in Abbildung 5.6 zeigt. Der Zeiger $\tilde{U}_{\rm Res}$ eilt dem Generatorstrom $\tilde{I}_{\rm G}$ vorraus, so



Abbildung 5.6: Zeigerdiagramm des gesamten Hochfrequenzsystems im Resonanzfall, $\omega_{\rm HF} = \omega_{\rm R}$, unter Berücksichtigung der von Null verschiedenen Sollphase $\varphi_{\rm S} > 0$, was die Einführung der Phase $\Theta > 0$ des Generatorstroms $\tilde{I}_{\rm G}$ gegen den Uhrzeigersinn bezüglich der reellen Achse erforderlich macht. Ein solches Hochfrequenzsystem führt zu Reflexionen an der Einkopplung.

dass die Impedanz des Resonators von der Generatorseite aus betrachtet zusätzliche induktive Anteile aufweist. Damit besitzt der gesamte Schwingkreis keine ausschließlich reelle Impedanz mehr und es kommt zu Reflexionen an der Einkopplung in den Resonator.

Um dies zu vermeiden, kann man eine zusätzliche Kapazität einführen, indem der Generatorstrom \tilde{I}_{G} gegen die Generatorspannung \tilde{U}_{G} gegen den Uhrzeigersinn um den Tuningwinkel - ψ
(wobei $-\psi > 0$)¹⁷ um den Koordinatenursprung gedreht wird und somit die Eigenfrequenz des Resonators $\omega_{\rm R}$ nicht mehr der Generatorfrequenz $\omega_{\rm HF}$ entspricht. Dieses sogenannte kapazitive Verstimmen der Resonanzfrequenz des Resonators geschieht durch die von außen gesteuerte Veränderung seiner Geometrie durch ein Tuningsystem, welches in Abschnitt 6.8 näher beschrieben wird. Ziel der Frequenzverstimmung ist es, die Phasengleichheit von $\tilde{I}_{\rm G}$ und $\tilde{U}_{\rm Res}$ wieder herzustellen. Das Zeigerdiagramm in Abbildung 5.7 beschreibt das ganze Hochfrequenzsystem unter Berücksichtigung einer Frequenzverstimmung des Resonators und macht deutlich, dass die Phasengleichheit dann erreicht ist, wenn die Bedingung

$$\Theta = \varphi_{\rm S} \tag{5.17}$$

erfüllt ist, d.h., wenn $\tilde{I}_{\rm G}$ ausreichend um $-\psi > 0$ gegen den Uhrzeigersinn gegen $\tilde{U}_{\rm G}$ gedreht wurde. Damit erscheint für die Generatorseite der strahlbelastete Resonator wieder als reelle



Abbildung 5.7: Zeigerdiagramm des gesamten Hochfrequenzsystem mit $\varphi_{\rm S} > 0$ und eingeführtem Tuningwinkel $\psi < 0$ zur Verstimmung der Resonatoreigenfrequenz, um Reflexionen an der Einkopplung zu vermeiden. Ziel ist das Einstellen der Situation: $\Theta = \varphi_{\rm S}$.

Impedanz, d.h. als rein ohmscher Widerstand.

Weiterhin erkennt man in Abbildung 5.7, wie sich durch die Multiplikation von \tilde{U}_{GR} bzw. \tilde{U}_{BR} mit $\cos \psi$ die Spannungen \tilde{U}_{G} bzw. \tilde{U}_{B} ergeben.

5.4 Berechnung der Generatorleistung

Aus dem Zeigerdiagramm in Abbildung 5.7 können wir nun einen Ausdruck für die benötigte Gesamtleistung $P_{\rm G}$, die der Generator zur Verfügung stellen muss, ableiten. Im Wesentlichen orientiert sich dieser Abschnitt an den Ausarbeitung in [42]. Zunächst betrachten wir den reellen (acc) und den imaginären (im) Anteil der Resonatorspannung $U_{\rm Res}$:

$$U_{\rm acc} = U_{\rm Res} \cdot \cos \varphi_{\rm S} = P_{U_{\rm G}}^{\rm r} - P_{U_{\rm B}}^{\rm r} , \qquad (5.18)$$

$$U_{\rm im} = U_{\rm Res} \cdot \sin \varphi_{\rm S} = P_{U_{\rm G}}^{\rm i} - P_{U_{\rm B}}^{\rm i} . \qquad (5.19)$$

¹⁷Dies gilt, weil ψ in der folgenden Abbildung 5.7 im Uhrzeigersinn abgetragen wird, wir also von $\psi < 0$ ausgehen.

Diese Ausdrücke ergeben sich aus den Differenzen der Projektionen P der Spannungszeiger $U_{\rm G}$ und $\tilde{U}_{\rm B}$ auf die reelle (r) und die imaginäre (i) Achse des Zeigerdiagramms. Die Projektionen lassen sich dann wie folgt berechnen:

$$\begin{split} P_{U_G}^{\mathbf{r}} &= U_{\mathrm{GR}} \cdot \cos \psi \cdot \cos \left(\Theta + \psi \right) \\ P_{U_B}^{\mathbf{r}} &= U_{\mathrm{BR}} \cdot \cos \psi \cdot \cos \psi \\ P_{U_G}^{\mathbf{i}} &= U_{\mathrm{GR}} \cdot \cos \psi \cdot \sin \left(\Theta + \psi \right) \\ P_{U_B}^{\mathbf{i}} &= U_{\mathrm{BR}} \cdot \cos \psi \cdot \sin \psi \;. \end{split}$$

Damit erhält man insgesamt den reelen Anteil $U_{\rm acc}$ und den imaginäre Anteil $U_{\rm im}$ der Resonatorspannung:

$$U_{\rm acc} = U_{\rm Res} \cdot \cos\varphi_{\rm S} = U_{\rm GR} \cdot \cos\psi \cdot \cos\left(\Theta + \psi\right) - U_{\rm BR} \cdot \cos^2\psi , \qquad (5.20)$$

$$U_{\rm im} = U_{\rm Res} \cdot \sin \varphi_{\rm S} = U_{\rm GR} \cdot \cos \psi \cdot \sin \left(\Theta + \psi\right) - U_{\rm BR} \cdot \cos \psi \sin \psi . \tag{5.21}$$

Im Anhang B wird gezeigt, wie mit diesen Gleichungen, durch Einsetzen der Gleichungen (5.4), (5.15) und (5.16) und durch Auflösung nach $P_{\rm G}$ der folgende Ausdruck zur Berechnung der benötigten Generatorleistung abgeleitet werden kann:

$$P_{\rm G} = \frac{U_{\rm Res}^2}{2R_{\rm S}} \frac{(1+\beta)^2}{4\beta} \left[\left(1 + \frac{2I_{\rm Strahl}R_{\rm S}}{(1+\beta)U_{\rm Res}} \cos\varphi_{\rm S} \right)^2 + \left(\tan\psi + \frac{2I_{\rm Strahl}R_{\rm S}}{(1+\beta)U_{\rm Res}} \sin\varphi_{\rm S} \right)^2 \right] .$$
(5.22)

Damit lässt sich $P_{\rm G}$ direkt als Funktion der Resonatorspannung $U_{\rm Res}$, des Strahlstroms $I_{\rm Strahl}$ des Beschleunigers, der Kopplung β , der Sollphase $\varphi_{\rm S}$ sowie des Tuningwinkels ψ berechnen. Wenn der Resonator durch die Parameter Kopplung β und Tuningwinkel ψ bzw. Frequenzverstimmung $\delta\omega$ ideal an das Hochfrequenzsystem angepasst ist, so reicht gerade eine Generatorleistung $P_{\rm G}$ aus, die den Leistungsbedarf $P_{\rm Res}$ zum Aufbau der Resonatorspannung und die eigentliche Strahlleistung $P_{\rm Strahl}$ deckt. Wenn es andererseits keine optimale Anpassung gibt, erhöht sich die benötigte Generatorleistung

$$P_{\rm G} = P_{\rm Strahl} + P_{\rm Res} + P_{\rm refl} , \qquad (5.23)$$

um die reflektierte Leistung P_{refl} , da es zu Reflexionen an der Einkopplung in den Resonator kommt. In den beiden folgenden Abschnitten werden nun Bedingungen für diese optimale Anpassung bestimmt, unter denen der Resonatorschwingkreis für die Generatorseite des Hochfrequenzsystems als ausschließlich reelle Impedanz auftritt.

5.5 Verstimmung der Resonanzfrequenz des Resonators

Um die notwendige Frequenzverstimmung $\delta \omega = \omega_{\rm R} - \omega_{\rm HF}$ zu berechnen, wird zunächst eine Taylorentwicklung der Gleichung (5.9) um das feste $\omega_{\rm HF}$ für kleine $\delta \omega$ durchgeführt. Dann kann man tan ψ als Funktion von $\omega_{\rm R}$ wie folgt schreiben:

$$\tan\psi\left(\omega_{\rm R}\right) \approx 2\frac{Q_{\rm L}}{\omega_{\rm HF}}\left(\omega_{\rm R} - \omega_{\rm HF}\right) = 2\frac{Q_{\rm L}}{\omega_{\rm HF}}\delta\omega \ . \tag{5.24}$$

Man erhält die optimale Frequenzverstimmung, indem man Gleichung (5.22) bezüglich $\delta \omega$ ableitet und die Minimalbedingung bestimmt:

$$\frac{dP_{\rm G}}{d\left(\delta\omega\right)} \stackrel{!}{=} 0 \ . \tag{5.25}$$

Als Lösung ergibt sich:

$$\delta\omega = -\omega_{\rm HF} \frac{I_{\rm Strahl} R_{\rm S}}{U_{\rm Res} Q_0} \sin\varphi_{\rm S} .$$
(5.26)

Damit ist $\delta\omega$ sowie nach Gleichung (5.24) auch der Tuningwinkel ψ negativ und ψ wird im Zeigerdiagramm in Richtung des Uhrzeigersinn abgetragen, wie es Abbildung 5.7 zeigt. Die erforderliche Einstellung und Regelung der Resonanzfrequenz $\omega_{\rm R}$ des Resonators in Abhängigkeit von $I_{\rm Strahl}$, $U_{\rm Res}$ bzw. $\varphi_{\rm S}$ wird in Kapitel 6 näher beschrieben.

Setzt man über Gleichung (5.24) die optimale Verstimmung des Resonators aus Gleichung (5.26) in Gleichung (5.22) ein, so erhalten wir den nachfolgenden Ausdruck für die Generatorleistung $P_{\rm G}$ unter der Voraussetzung des optimalen Frequenztunings:

$$P_{\rm G} = \frac{U_{\rm Res}^2}{2R_{\rm S}} \frac{\left(1+\beta\right)^2}{4\beta} \left(1 + \frac{2I_{\rm Strahl}R_{\rm S}}{\left(1+\beta\right)U_{\rm Res}}\cos\varphi_{\rm S}\right)^2 \,. \tag{5.27}$$

5.6 Der optimale Koppelfaktor des Resonators

Ausgehend von Gleichung (5.27) kann der optimale Koppelfaktor bestimmt werden, bei welchem die reflektierte Leistung Null und somit die Generatorleistung $P_{\rm G}$, die zur Verfügung gestellt werden muss, minimal ist. Dazu leiten wir Gleichung (5.27) nach β ab und bestimmen über die Bedingung für das Minimum von $P_{\rm G}$

$$\frac{dP_{\rm G}}{d\beta} \stackrel{!}{=} 0 \tag{5.28}$$

den gesuchten Wert für den optimalen Koppelfaktor¹⁸:

$$\beta_{\rm opt} = 1 + \frac{2I_{\rm Strahl}R_{\rm S}}{U_{\rm Res}}\cos\varphi_{\rm S} \ . \tag{5.29}$$

Wenn man die Ausdrücke (3.2), (3.9) und (4.10) verwendet, so kann Gleichung (5.29) auch durch die Strahlleistung P_{Strahl} und die Resonatorleistung P_{Res} ausgedrückt werden:

$$\beta_{\rm opt} = 1 + \frac{P_{\rm Strahl}}{P_{\rm Res}} \,. \tag{5.30}$$

Da bei supraleitenden Resonatoren $P_{\text{Strahl}} \gg P_{\text{Res}}$ gilt, sind im Gegensatz zu normalleitenden Strukturen die Koppelfaktoren supraleitender Resonatoren deutlich größer.

Die Einkopplung ist während eines bestimmten Betriebsmodus des Beschleunigers nicht veränderbar und wird dazu mit Gleichung (5.29) für bestimmte Betriebsbedingungen und zugehörige Werte für I_{Strahl} , U_{Res} bzw. φ_{S} optimal festgelegt. Für dieses β_{opt} ist der Resonator optimal an das Generatorsystem angepasst. Man wählt gewöhnlich diese optimale Anpassung bei maximalem Strahlstrom und maximaler Strahlenergie. Unter den Bedingungen aus Gleichung (5.26) und (5.29) lässt sich auch die erforderliche Generatorleistung aus Gleichung (5.22) bestimmen:

$$P_{\rm G} = \frac{U_{\rm Res}^2}{2R_{\rm S}} \beta_{\rm opt} .$$
(5.31)

Ersetzt man β_{opt} durch Gleichung (5.30), so erhält man gerade die bekannte Gleichung für die Gesamtleistung:

$$P_{\rm ges} = P_{\rm Res} + P_{\rm Strahl} . \tag{5.32}$$

Damit tritt also keine reflektierte Leistung auf und die Generatorleistung wird vollständig zum Aufbau der Resonatorspannung und zur Strahlbeschleunigung verwendet.

¹⁸In Gleichung (5.29) ergibt sich für einen Resonator ohne Strahllast erwartungsgemäß $\beta_{\text{opt}} = 1$. Nach Gleichung (5.2) ist dann die reflexionsfreie Anpassung zwischen Generator und Resonator durch $k^2 Z_0 = R_{\text{S}}$ gegeben.

5.7 Stabilitätsbedingungen unter Strahllast

Zunächst soll nochmals die in Abschnitt 3.2 bereits beschriebene Stabilitätsbedingung der Phasenfokussierung für Elektronen im Ringbeschleuniger aufgegriffen werden: Die Sollphase φ_S muss auf der abfallenden Flanke der kosinusförmigen Resonatorspannung U_{Res} liegen, damit die Elektronen im Bunch longitudinale Schwingungen um φ_S ausführen und auf diese fokussiert werden. Formal kann diese Bedingung durch die folgende Forderung ausgedrückt werden:

$$\frac{d}{dt} \left(U_{\text{Res}}(t) \Big|_{t(\varphi_{\text{S}})} \right) < 0 .$$
(5.33)

Zusätzlich erzeugt die Verstimmung des Resonators um $\delta \omega = \omega_{\rm R} - \omega_{\rm HF} < 0$ die sogenannte Robinson-Dämpfung [31]. Dadurch erfährt die Synchrotronschwingung eine zusätzlichen Bedämpfung, denn die Elektronen, die vom Sollteilchen abweichen, verlieren als Folge der frequenzabhängigen Impedanz $Z(\omega)$ des Resonator unterschiedlich viel Energie. Falls der Resonator kapazitiv verstimmt wurde, wenn also

$$\omega_{\rm R} < \omega_{\rm HF} \tag{5.34}$$

gilt, dann erfahren die Elektronen, die mit zu hoher Energie in den Resonator eintreten, aufgrund der größeren reellen Resonatorimpedanz einen höheren Energieverlust im Vergleich zum Sollteilchen. Der Energieverlust ist hingegen bei Elektronen mit zu geringer Energie im Vergleich zum Sollteilchen kleiner. Liegt jedoch der Fall $\omega_{\rm R} > \omega_{\rm HF}$ vor, so kommt es zur Entdämpfung der Synchrotronschwingungen und man spricht von Robinson-Instabilitäten.

Die beiden bis jetzt beschriebenen Bedingungen sind während des Betriebes problemlos zu erfüllen. Schwierig ist es jedoch, wenn wie bei supraleitenden Resonatoren $P_{\text{Strahl}} \gg P_{\text{Res}}$ gilt, die Strahlstabilität zu gewährleisten. In diesem Fall wird die Phase der strahlinduzierten Spannung durch die Phase der Teilchenpakete beherrscht und kann so nicht zur Stabilität beitragen [23]. Deshalb muss der Einfluss der Generatorspannung auf die Resonatorspannung ausreichend hoch sein, denn erstere kann eine rücktreibende Kraft zur Phasenfokussierung zur Verfügung stellen. [23] zeigt, wie aus diesen Überlegungen die folgende dritte Bedingung zur Strahlstabilität folgt:

$$\frac{P_{\text{Strahl}}}{P_{\text{Res}}} - 1 \le \beta_{\text{opt}} , \qquad (5.35)$$

wobei β_{opt} der fest eingestellte optimale Koppelfaktor ist. Diese Bedingung ist jedoch nicht automatisch erfüllt. Daher muss P_{Res} stets ausreichend groß sein, so dass bei allen Variationen der Resonatorspannung und des Überspannungsfaktors, die direkt in die Höhe von P_{Res} eingehen, Bedingung (5.35) erfüllt wird.

6 Simulationsrechnungen zum Hochfrequenzbetrieb bis 5 GeV

Basierend auf den Ausarbeitungen in Kapitel 5 wurden für ELSA unterschiedliche Betriebmodi beim Eisatz von zwei supraleitenden Resonatoren simuliert. Sowohl die Nachbeschleunigung von 15 und 50 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV als auch ein Speichermodus von 200 mA Strahlstrom bei 2,3 GeV werden nachfolgend vorgestellt. Außerdem werden das Konzept einer variablen Einkopplung für unterschiedliche Betriebsmodi und dessen Vor- und Nachteile sowie die Folgen einer nicht optimal verstimmenten Eigenfrequenz des Resonators behandelt. Schließlich werden ein erster schematischer Aufbau und die Steuerung des Hochfrequenzsystems dargestellt.

6.1 Ausgangsdaten und Vorgehensweise für den Nachbeschleunigungsmodus

In Tabelle 6.1 sind die Kenngrößen, auf denen die folgenden Berechnungen und Simulationen basieren, zusammengestellt. Dabei gehen wir von zwei identischen Resonatorstrukturen aus, die zur Strahlbeschleunigung eingesetzt werden. Indem wir sowohl die Resonatorspannung U_{Res}^1 als auch die Beschleunigungsspannung U_{acc}^1 jeweils pro Resonator für die Rechnungen einführen, beziehen sich alle Ergebnisse jeweils auf einen Resonator. Es werden nachfolgend, wie in allen

Höchstenergie E	$5 \mathrm{GeV}$
Strahlstrom I_{Strahl}	50 mA
Synchrotronstrahlungsverluste ΔW	$5,08 {\rm ~MeV}$
Überspannungsfaktor q für $\tau=1$ min	2,69
Resonators pannung $U_{\rm Res}$	$13{,}67~\mathrm{MV}$
Anzahl der Resonatoren	2
Resonator spannung pro Resonator $U_{\rm Res}^1$	6,84 MV
Beschleunigungsspannung pro Resonator $U_{\rm acc}^1$	$2,54 \ \mathrm{MV}$
Hochfrequenz $f_{\rm HF}$	499,67 MHz

Tabelle 6.1: Kenndaten zur Simulation des Nachbeschleunigungsmodus bei einer Maximal-energie von 5 GeV an ELSA.

weiteren Simulationen dieses Kapitels, die folgenden Werte für die Shuntimpedanz $R_{\rm S}$ und die Güte Q_0 der Fundamentalmode eines supraleitenden Resonators verwendet¹⁹:

$$R_{\rm S} = 5 \cdot 10^{11} \,\Omega \quad \text{und}$$

$$Q_0 = 2 \cdot 10^9$$

Bei der Simulation einer für ELSA geeigneten supraleitenden Resonatorstruktur in Kapitel 7 werden sich geringfügig größere Werte ergeben; die hier aufgeführten Werte stellen daher eine untere Grenze für $R_{\rm S}$ und Q_0 dar.

Zunächst wird bei der Maximalenergie von 5 GeV der feste und optimale Koppelfaktor β_{opt} mit

¹⁹Das hier gezeigte Vorgehen und die Simulationsrechnungen lassen sich genauso auch mit normalleitenden Resonatorstrukturen durchführen. Ob normal- oder supraleitende Resonatoren zur Strahlbeschleunigung eingesetzt werden, wird dabei durch die entsprechenden Werte für Q_0 und R_S berücksichtigt.

den Werten aus Tabelle 6.1 und Gleichung (5.29) berechnet:

$$\beta_{\rm opt} = 1 + \frac{2I_{\rm Strahl}R_{\rm S}}{U_{\rm Res}^1} \cos\varphi_{\rm S} , \qquad (6.1)$$

was für den Resonator einen optimalen Koppelfaktor von

$$\beta_{\rm opt} = 2719$$

ergibt. Wird dieser Koppelfaktor für die Einkopplung in den Resonator fest eingestellt, so tritt genau dann keine reflektierte Leistung an der Einkopplung auf, wenn 50 mA Strahlstrom bei einer Energie von 5 GeV in ELSA gespeichert sind. Mit diesem Koppelfaktor erhält man dann eine belastete Güte $Q_{\rm L}$ des Resonators von

$$Q_{\rm L} = \frac{Q_0}{1 + \beta_{\rm opt}} = 7.4 \cdot 10^5 .$$
(6.2)

Im Folgenden werden nun diejenigen einstellbaren Parameter und Größen zusammengestellt, die für das Hochfrequenzsystem und die Beschleunigung während eines Zyklus von Bedeutung sind und später für die Simulationen vorgegeben bzw. berechnet werden:

- 1. Zunächst die Parameter, die von außen steuerbar sein sollten: Die Amplitude der Resonatorspannung U_{Res}^1 pro Resonator bzw. der Überspannungsfaktor q (Sollphase φ_{S}) und die über ein Tunersystem regelbare Verstimmung der Resonanzfrequenz des Resonators $\delta f = \delta \omega / 2\pi$, deren optimaler Wert mit Gleichung (5.26) berechnet wird.
- 2. Die Mindesthöhe von U_{Res}^1 ergibt sich mit Gleichung (3.2) aus der benötigten Beschleunigungsspannung U_{acc}^1 pro Resonator, die aus Gleichung (3.8) aus den Synchrotronstrahlungsverlusten pro Umlauf in Abhängigkeit der Strahlenergie E folgt, und dem Überspannungsfaktor q.
- 3. Zum einen muss q dabei einen in Abhängigkeit der Energie E bestimmten Mindestwert besitzen, um eine gewünschte Lebensdauer τ des Strahles zu gewährleisten. Für den Nachbeschleunigungsmodus in ELSA ist eine Lebensdauer von einer Minute erforderlich. Die Mindestwerte für q und die für die Berechnungen benötigten Gleichungen werden den Abschnitten 3.3 und 3.4 entnommen. Abbildung 3.2 zeigt dort die erforderlichen Überspannungsfaktoren in Abhängigkeit der Energie.
- 4. Zum anderen sind diese q-Werte als Mindestwerte meist nur bei maximaler Energie ausschlaggebend. Denn zuvor - bei kleinerem E - wird die Höhe von q durch die Stabilitätsbedingungen für den Betrieb des Resonators unter Strahllast bestimmt. Es ist dann Bedingung (5.35) in Abhängigkeit des Strahlstroms und der Energie durch ein entsprechend hohes q zu erfüllen. Dieses q liegt in der Regel über dem unter Punkt 3 beschriebenen Mindestwert, so dass eine ausreichend lange Lebensdauer automatisch garantiert ist.
- 5. Grundsätzlich sollte q nicht höher als erforderlich gewählt werden, so dass die Resonatorleistung P_{Res} und damit die Abdampfraten des zur Kühlung des Resonators verwendeten Flüssighelium nicht unnötig erhöht werden.
- 6. Mit Gleichung (5.22) erhält man die für den Betrieb erforderliche Klystronleistung $P_{\rm G}$.
- 7. Mit Hilfe der Gleichungen (3.9) und (3.10) werden Strahlleistung P_{Strahl} und Resonatorleistung P_{Res} berechnet.

Injektionsgeschwindigkeit	$50 \mathrm{~mA/s}$	
Rampgeschwindigkeit	$4 { m GeV/s}$	
${\it Extraktionsgeschwindigkeit}$	5 mA/s	

 Tabelle 6.2:
 Geschwindigkeiten zur Definition des Nachbeschleunigungszyklus und dessen

 Phasen.
 Phasen.

- 8. Mit $P_{\text{refl}} = P_{\text{G}} P_{\text{Strahl}} P_{\text{Res}}$ ergibt sich schließlich die reflektierte Leistung.
- 9. Da $U_{\rm acc}^1$ bzw. $U_{\rm Res}^1$ in die Rechnungen verwendet werden, werden alle Größen nur für einen Resonator berechnet; durch Verdopplung erhält man die Werte für das vollständige System aus zwei Resonatoren.

Bei den Simulationsrechnungen wird während der Injektion vom Booster-Synchrotron in den ELSA-Stretcherring bei einer Strahlenergie E von 1,2 GeV der Strahlstrom I_{Strahl} im Stretcherring von 0 auf 50 mA kontinuierlich erhöht, bei der Extraktion vom Stretcherring zum Experiment bei einer Energie von 5 GeV von 50 auf 0 mA kontinuierlich reduziert. Dazwischen liegt die sogenannte schnelle Ramphase, in der die Energie von 1,2 auf 5 GeV erhöht wird. Ausgehend von den verschiedenen Werten für E und I_{Strahl} lassen sich nun mit den Beschreibungen unter den Punkten 2 bis 4 die nötigen Werte von U_{Res}^1 und q berechnen. Außerdem wird die optimale Frequenzverstimmung δf nach Punkt 1 in Abhängigkeit von I_{Strahl} und den weiteren Parametern bestimmt. Schließlich lassen sich die Leistungen aus den Punkten 6 bis 8 angeben. Um die zeitliche Entwicklung der unterschiedlichen Größen betrachten zu können, werden Geschwindigkeiten für die Strahlinjektion in den Stretcherring, die Rampphase auf 5 GeV und die Strahlextraktion zum Experiment eingeführt. Tabelle 6.2 zeigt die verwendeten Geschwindigkeiten, wobei diese Werte nur zur ersten Orientierung dienen sollen und auf Grundlage des bekannten ELSA-Betriebes bis 3,5 GeV gewonnen wurden²⁰. Hier wird bereits deutlich, dass wegen der hohen Rampgeschwindigkeiten an ELSA die Steuerung des Hochfrequenzsystem entsprechend schnell arbeiten muss.

6.2 Nachbeschleunigung von 50 mA Strahlstrom auf 5 GeV Endenergie

In Abbildung 6.1 ist die zeitliche Entwicklung der Simulationsergebnisse von Generatorleistung $P_{\rm G}$, Strahlleistung $P_{\rm Strahl}$, Resonatorleistung $P_{\rm Res}$ und reflektierter Leistung $P_{\rm refl}$ jeweils pro Resonator dargestellt. Zusätzlich ist der Strahlstrom $I_{\rm Strahl}$ aufgetragen, dessen Anstieg zu Anfang die Injektionsphase markiert, bevor die Rampe auf 5 GeV, die durch den steilen Anstieg der erforderlichen Gesamtleistung charakterisiert ist, beginnt. Anschließend folgt die gleichmäßige langsame Strahlextraktion der 50 mA Strahlstrom zum Experiment.

Diese erste Simulation zeigt deutlich die für supraleitende Resonatoren typische Dominanz von P_{Strahl} gegenüber P_{Res} , welche um mehr als einen Faktor 1000 kleiner ist²¹. Daher ist die Generatorleistung P_{G} bis zum Anfang der Extraktionsphase ungefähr mit P_{Strahl} identisch. Dies ändert sich mit abnehmendem Strahlstrom, da jetzt ein erkennbarer Anteil von P_{G} an der

 $^{^{20}}$ Zu ergänzen ist, dass im wirklichen Betrieb vor der Rampphase eine kurze Dämpfungszeit abgewartet und nach der Energierampe zunächst die Extraktionsphase vorbereitet wird, sowie nach der Extraktion die Energie wieder auf 1,2 GeV reduziert wird und eine Vorbereitungsphase der neuen Injektion folgt, bevor der gesamte Nachbeschleunigungszyklus wiederholt wird. Diese zusätzlichen Phasen werden hier und bei allen weiteren Simulationen der Übersicht halber und weil sie keine wesentliche Bedeutung für die Simulationen haben, in den Betrachtungen nicht mit berücksichtigt.

²¹Letztere ist in Abbildung 6.1 in W und nicht, wie die anderen Leistungen, in kW aufgetragen.



Abbildung 6.1: Zeitliche Entwicklung der Simulationsergebnisse für einen Nachbeschleunigungszyklus von 50 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV: Strahlstrom I_{Strahl} in mA, Generatorleistung P_{G} in kW, Strahlleistung P_{Strahl} in kW, Resonatorleistung P_{Res} in W und reflektierte Leistung P_{refl} in kW, alle Werte jeweils für einen Resonator.

Resonatoreinkopplung reflektiert wird. Dies ist eine Folge des unter diesen Bedingungen nicht mehr optimalen Koppelfaktors, der für den maximalen Strom von 50 mA und die maximale Energie von 5 GeV optimiert wurde und nur bei diesen Bedingungen ein verschwindendes $P_{\rm refl}$ gewährleistet. $P_{\rm refl}$ pro Resonator wird mit einem Wert von

$$P_{\rm refl} = 31.8 \, \rm kW$$

maximal, wenn bei 5 GeV der Elektronenstrahl vollständig extrahiert wurde, denn mit sinkendem I_{Strahl} entfernt sich das System zunehmenden von den optimalen Bedingungen. P_{G} erreicht sein Maximum von

$$P_{\rm G} = 127,2 \ \rm kW$$

pro Resonator, wenn 50 mA bei 5 GeV in ELSA gespeichert sind. Insgesamt muss das Klystron also für diesen Betriebsmodus eine Leistung von 254,4 kW im Dauerbetrieb zur Verfügung stellen. Nach Abschnitt 3.6 ist dies mit dem vorhandenen Klystron an ELSA annähernd möglich. Ferner ist die Höhe der Resonatorleistung entscheiden, da diese Leistungsverluste in den Resonatorwänden durch Flüssighelium, welches durch eine entsprechend ausgelegte Gasverflüssigungsanlage bereit gestellt wird, weggekühlt werden müssen. Pro Resonator erhält man bei 5 GeV unter Berücksichtigung einer Shuntimpedanz von $5 \cdot 10^{11} \Omega$:

$$P_{\text{Res}} = 46.8 \text{ W}.$$



Abbildung 6.2: Zeitliche Entwicklung der Simulationsergebnisse für einen Nachbeschleunigungszyklus von 50 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV: Resonatorspannung U_{Res}^1 pro Resonator in MV und Überspannungsfaktor q.

Desweiteren sind die Resonatorspannung U_{Res}^1 pro Resonator und der Überspannungsfaktor q, der durch die Veränderung der Sollphase φ_{S} und über die Höhe von U_{Res}^1 eingestellt werden kann, in Abbildung 6.2 in ihrer zeitlichen Entwicklung gezeigt. Deutlich ist die erforderliche Erhöhung von U_{Res}^1 während der Rampphase von 0,39 MV auf 6,84 MV zu erkennen. Außerdem wird die notwendige Veränderung des wegen der Stabilitätsbedingung (5.35) zu Beginn sehr hohen und dann während der Rampe schnell sinkenden Überspannungsfaktors q klar²²: q wird von anfänglich 46,69 auf 2,69 für die Extraktion bei 5 GeV reduziert. Ein q von 2,69 garantiert dann bei 5 GeV die angestrebte Lebensdauer des Strahles von 1 min. Wichtig ist bei den Veränderungen von U_{Res}^1 und q, dass diese durch eine ensprechende Regelung des Hochfrequenzsystems innerhalb der an ELSA extrem kurzen Rampphase von hier 0,95 s präzise und aufeinander abgestimmt gesteuert werden.

Dies gilt ebenfalls für die in Abbildung 6.3 dargestellte zeitliche Entwicklung der optimalen Frequenzverstimmung, die über das Tuningsystem des Resonators eingestellt wird. Da die Verstimmung negativ ist, ist die Resonanzfrequenz des Resonators immer kleiner als die Hochfrequenz, so dass Stabilitätsbedingung (5.34) erfüllt ist. Das Tuningsystem muß eine maximale Verstimmung der Resonanzfrequenz sowohl während der Injektions- als auch in der Rampphase um jeweils etwa 16 kHz/s ermöglichen.

6.3 Nachbeschleunigung von 15 mA Strahlstrom auf 5 GeV Endenergie

Bei der Simulation eines Nachbeschleunigungsmodus von 15 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV gehen wir von der in Abschnitt 6.2 bestimmten, fest eingestellten Kopplung von $\beta = 2719$ aus. Die Vorgehensweise und die Berechnungen folgen ebenfalls den Beschreibungen

²²Grundsätzlich wäre hier und in allen weiteren Simulationen zu Anfang der Injektionsphase auch ein q kleiner als 46,49 bei 50 mA möglich: Bei $I_{\text{Strahl}} = 10$ mA genügt beispielsweise bereits ein q = 21, um die Stabilitätsbedingung (5.35) zu erfüllen. Die dadurch folgende Reduzierung der Resonatorleistung ist aber im Vergleich zu den Leistungsverlusten im Resonator bei 5 GeV so gering und daher nicht ausschlaggebend, dass man auf eine Variation von q während der Injektion verzichten kann. In der Rampphase ist dies nicht mehr möglich.



Abbildung 6.3: Zeitliche Entwicklung der optimalen Resonanzfrequenzverstimmung des Resonators in kHz für einen Nachbeschleunigungszyklus von 50 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV.

aus Abschnitt 6.2. Als Ergebnisse zeigen die Abbildungen 6.4, 6.5 und 6.6 jeweils wieder die zeitliche Entwicklung der Leistungen und des Strahlstromes, der Resonatorspannung und des Überspannungsfaktors sowie der erforderlichen Frequenzverstimmung. Durch die Reduzierung des Strahlstromes kommt es dabei auch zu einer erheblichen Reduzierung der Injektions- und Extraktionsdauern im Vergleich zu einem Betrieb bei 50 mA, wenn man die Geschwindigkeiten aus Tabelle 6.2 beibehält.

Abbildung 6.4 macht klar, dass sich die Situation im Vergleich zur Nachbeschleunigung von 50 mA verändert hat: Da die Kopplung für 50 mA optimal ist, tritt bereits während der Rampphase reflektierte Leistung von bis zu 15,6 kW pro Resonator auf. $P_{\rm refl}$ erhöht sich dann im Zuge der Strahlextraktion auf 31,8 kW pro Resonator, den Wert, den man auch für die Simulation aus Abschnitt 6.2 erhält. Weiterhin ist die Strahlleistung $P_{\rm Strahl}$ wegen des geringeren Strahlstromes im Vergleich zu Abbildung 6.1 entsprechend reduziert. Die erforderliche Generatorleistung ist maximal, wenn 15 mA Strahlstrom bei einer Energie von 5 GeV gespeichert sind, wofür 53,7 kW pro Resonator benötigt werden. Damit ergibt sich eine Gesamtleistung für beide Resonatoren von zusammen $P_{\rm G} = 107,4$ kW. Da die Leistungsverluste in den Resonatorwänden nur von der Energie und nicht vom Strahlstrom und der Berechnung der optimalen Kopplung abhängen, bleiben sie wesentlich - bis auf kleine Abweichungen durch unterschiedliche Überspannungsfaktoren - identisch zu Abschnitt 6.2. Daher erhält man als maximalen Wert wieder $P_{\rm Res} = 46,8$ W pro Resonator.

Abbildung 6.5 verdeutlicht, dass die Entwicklung der Resonatorspannung und des Uberspannungsfaktor identisch verläuft wie bei der Nachbeschleunigung von 50 mA in Abbildung 6.2. Allerdings kann während der Strahlinjektion und der Rampphase der Überspannungsfaktor - beginnend bei 25,57 - kleiner als bei der Nachbeschleunigung von 50 mA gewählt werden, um die Stabilitätsbedingung (5.35) zu erfüllen, da eine geringere Strahllast zu handhaben ist.

Abbildung 6.6 zeigt, dass durch die Reduzierung des Strahlstromes auf 15 mA die maximale Verstimmung der Resonanzfrequenz des Resonators zwar nicht so deutlich wie bei der Beschleunigung von 50 mA ausfällt, aber während der Injektion in den Stretcherring ein $\delta f_{\rm Inj}$ um -8,68 kHz innerhalb von nur $t_{\rm Inj} = 0.3$ s möglich sein und daher die folgende Geschwindigkeit für die Frequenzverstimmung gewährleistet werden muss: $\delta f_{\rm Inj}/t_{\rm Inj} = 28,93$ kHz/s.



Abbildung 6.4: Zeitliche Entwicklung der Simulationsergebnisse für einen Nachbeschleunigungszyklus von 15 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV: Strahlstrom I_{Strahl} in mA, Generatorleistung P_{G} in kW, Strahlleistung P_{Strahl} in kW, Resonatorleistung P_{Res} in W und reflektierte Leistung P_{refl} in kW, alle Werte jeweils für einen Resonator.

Andere Szenarien eines Nachbeschleunigungsmodus sollen nicht betrachtet werden, da solche Simulationen mit anderen Strömen und Energien kleiner als 5 GeV keine wesentlich neuen Erkenntnisse ergeben.

6.4 Ausgangsdaten für den Speichermodus

Der Speichermodus ist wesentlich vom Nachbeschleunigungsmodus an ELSA zu unterscheiden: Durch die deutliche Erhöhung des Strahlstromes und die damit verbundene Erhöhung der Strahllast kann ein solcher Betrieb nur bei geringeren Energien als 5 GeV realisiert werden. Ferner sind bei einem solchen Betrieb deutlich höhere Strahllebensdauern τ notwendig, da der Strahl möglichst lange zum Betrieb von Synchrotronlichexperimenten im Stretcherring gespeichert werden soll. Die erforderlichen Überspannungsfaktoren für ein τ von 100 Minuten ergeben sich aus den Abschnitten 3.3 und 3.4 sowie aus Abbildung 3.2. Exemplarisch wird hier der Speichermodus bei einer Strahlenergie von 2,3 GeV vorgestellt, wobei zunächst die in Abschnitt 6.1 bestimmte Kopplung für den Nachbeschleunigungsmodus auf 5 GeV zugrunde gelegt wird. Wir gehen also nicht von einer variablen Kopplung aus, die zwischen unterschiedlichen Betriebsmodi verändert werden kann. In Tabelle 6.3 sind die Ausgangsdaten zur Simulation des Speichermodus bei 2,3 GeV aufgeführt.

Die Vorgehensweise und die Berechnungen folgen im Wesentlichen wieder den Beschreibungen aus Abschnitt 6.1. Die Injektions- und Rampgeschwindigkeiten sind ebenfalls von dort



Abbildung 6.5: Zeitliche Entwicklung der Simulationsergebnisse für einen Nachbeschleunigungszyklus von 15 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV: Resonatorspannung U_{Res}^1 pro Resonator in MV und Überspannungsfaktor q.



Abbildung 6.6: Zeitliche Entwicklung der optimalen Resonanzfrequenzverstimmung des Resonators in kHz für einen Nachbeschleunigungszyklus von 15 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV.

übernommen worden. Ein Speichermodus beginnt mit der Injektionsphase, die bei einem gewünschten Strahlstrom von 200 mA und konstanter Extraktionsgeschwindigkeit aus dem Synchrotron 4 s dauert. Anschließend wird in der Rampphase die Energie auf die gewählte Endenergie, hier 2,3 GeV, erhöht und es folgt der möglichst lange Speicherringbetrieb²³.

 $^{^{23}}$ Dabei bedeutet ein τ von 100 min, dass nach 100 min - ohne andere Lebensdauer begrenzende Aspekte zu berücksichtigen - noch 1/e der Elektronen gespeichert sind.

ELSA-Energie E	$2,3~{\rm GeV}$
Strahlstrom I_{Strahl}	200 mA
Synchrotronstrahlungsverluste ΔW	$0,228 {\rm ~MeV}$
Überspannungsfaktor für $\tau=100~{\rm min}$	4,75
Koppelfaktor β	2719

Tabelle 6.3: Kenndaten zur Simulation eines Speichermodus an ESLA bei 2,3 GeV.

6.5 Speichermodus von 200 mA Strahlstrom bei 2,3 GeV

Zunächst sollen die wichtigsten Ergebnisse der simulierten Leistungsbetrachtung zusammengefasst werden, wobei die zeitliche Entwicklung der benötigten Leistungen hier keine neuen Erkenntnisse bringt und auf eine graphische Darstellung verzichtet wird. Bei einer Speicherung von 200 mA Strahlstrom bei 2,3 GeV beträgt die maximal benötigte Generatorleistung $P_{\rm G}$ pro Resonator 22,8 kW. Die in den Resonatorwänden verbrauchte Leistung hat einen Maximalwert bei 2,3 GeV von $P_{\rm Res} = 8,4$ W und wird über die ganze Dauer des Speicherbetriebes verbraucht. Die reflektierte Leistung liegt bei weniger als 1 kW. Die Strahlleistung $P_{\rm Strahl}$ steigt entsprechend der Strahlinjektion in den Stretcherring an und ist wegen der geringen Reflexionen nahezu identisch mit $P_{\rm G}$. Während der Rampe von 1,2 auf 2,3 GeV steigen $P_{\rm G}$ und $P_{\rm Strahl}$ deutlich, bis auf den oben genannten Maximalwert an.

Abbildung 6.7 zeigt die zeitliche Entwicklung der Resonatorspannung pro Resonator und des Überspannungsfaktors. Innerhalb der Rampphase von 0,28 s muß U_{Res}^1 von 0,79 auf 2,90 MV stei-



Abbildung 6.7: Zeitliche Entwicklung der Simulationsergebnisse für einen Speichermodus von 200 mA bei einer Energie von 2,3 GeV: Resonatorspannung U_{Res}^1 pro Resonator in MV und Überspannungsfaktor q.

gen und der Überspannungsfaktor muss von 93,4 auf 25,5 reduziert werden. Diese hohen q-Werte sind erforderlich, um Bedingung (5.35) zu erfüllen, da hier aufgrund des hohen Strahlstromes eine sehr hohe Strahllast zu handhaben ist; eine Lebensdauer von 100 Minuten allein ist dahingegen - wie dies auch Abbildung 3.2 zeigt - bereits mit deutlich kleineren Überspannungsfaktoren zu erreichen.

In Abbildung 6.8 ist die zeitliche Entwicklung der notwendigen Frequenzverstimmung des Resonators dargestellt. Im Vergleich zum Nachbeschleunigungsmodus von 50 mA Strahlstrom



Abbildung 6.8: Zeitliche Entwicklung der optimalen Resonanzfrequenzverstimmung des Resonators δf in kHz für einen Speichermodus von 200 mA Strahlstrom bei einer Energie von 2,3 GeV.

muss beim Speichermodus eine doppelt so große maximale Verstimmung der Resonanzfrequenz während der Injektionsphase um -31,71 kHz/4 s realisiert werden. Dies ist nach Gleichung (5.26) zum einen eine Folge des größeren Strahlstromes, zum anderen wird die erforderliche Verstimmung durch das größere U_{Res} aufgrund des bereits beschriebenen großen q wieder reduziert.

Würde man für den Speichermodus einen eigens optimierten Koppelfaktor nach Gleichung (6.1) bestimmen, so ist dieser im wesentlichen wegen der geringeren erforderlichen Beschleunigungsspannung für die Maximalenergie des Speichermodus größer als der für den Nachbeschleunigungsmodus in Abschnitt 6.1 berechnete Koppelfaktor. Damit lässt sich Stabilitätsbedingung (5.35) schon mit kleineren Überspannungsfaktoren erfüllen, was zusätzlich auch die Reduzierung von P_{Res} und der Flüssighelium-Verdampfsraten zur Folge hat. Ausführlicher wird die Thematik einer variablen Kopplung für verschiedene Betriebsmodi im nachfolgenden Abschnitt diskutiert.

6.6 Variables Kopplerkonzept für verschiedene Betriebsmodi

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit den Koppelfaktor β nicht einmalig für einen bestimmten Betriebsmodus, wie dies bis jetzt für einen Nachbeschleunigungsmodus von 50 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV mit Gleichung (6.1) geschehen ist, festzulegen, sondern eine variable Einkopplung am Beschleunigungsresonator zu installieren²⁴. Die Kopplung kann dann für einen Nachbeschleunigungs- oder einen Speichermodus unterschiedlich, dafür aber optimal eingestellt werden. Wie im vorherigen Abschnitt kurz angedeutet, kann dies vorteilhaft sein, was hier am Beispiel einer eigenen Kopplung für den Speichermodus von 200 mA bei 2,3 GeV gezeigt werden soll.

Mit den Kenndaten für den Speichermodus aus Tabelle 6.3 erhält man ein U_{Res}^1 von 0,541 MV pro Resonator, so dass sich mit Gleichung (6.1) für den neuen Koppelfaktor ergibt:

$$\beta = 77878$$

Die zeitliche Entwicklung der einzelnen Größen ist ähnlich zur Simulation des Speichermodus aus Abschnitt 6.5 und wird daher nicht mehr dargestellt. Tabelle 6.4 stellt die wichtigsten Parameter gegenüber, die sich bei den Simulationen mit der Nachbeschleunigungs- sowie der neuen eigenen Speichermodus-Kopplung ergeben.

Parameter	NachbeschlKoppl.	eigene SpeichermodKoppl.	Bemerkung
β	2719	77878	
$P_{\rm Res}$	8,4 W	0,3 W	bei 2,3 GeV
q	93,4 - 25,5	17,5 - 4,75	$t_{\rm Ra} = 0,28 \ {\rm s}$
$U_{\rm Res}^1$	0,79 - 2,9 MV	0,15 - 0,54 MV	$t_{\rm Ra}{=}~0{,}28~{\rm s}$
$\delta f_{ m Inj}$	-31,71 kHz	-168,99 kHz	Injektion: 4 s
$\delta f_{\mathrm{Ra}}/t_{\mathrm{Ra}}$	82,54 kHz/s	443,21 kHz/s	$t_{\rm Ra} = 0,28 \ {\rm s}$

Tabelle 6.4: Simulationsergebnisse für einen Speichermodus von 200 mA Strahlstrom bei einer Energie von 2,3 GeV: Vergleich ausgewählter Parameter pro Resonator während der Injektionsund Rampphase für eine eigene Speichermodus- und Nachbeschleunigungs-Kopplung.

Zum einen reduziert sich bei der eigenen Speichermodus-Kopplung die in den Resonatorwänden während des Speichermodus verbrauchte Leistung P_{Res} um den Faktor 28 pro Resonator, so dass dementsprechend auch die Flüssighelium-Verdampfungsraten sinken. Dies ist durch das niedrigere U_{Res} bzw. die niedrigeren q-Werte, um Stabilitätsbedingung (5.35) zu erfüllen, bedingt. Andererseits erhöhen diese kleineren q-Werte gleichzeitig über Gleichung (5.26) im Vergleich zur Nachbeschleunigungs-Kopplung auch die maximal erforderliche Frequenzverstimmung δf_{Inj} während der Injektion sowie die Geschwindigkeit $\delta f_{\text{Ra}}/t_{\text{Ra}}$ der nötigen Frequenzverstimmung während der Rampe um mehr als das Fünffache.

Im Weiteren sollen nun Speichermodusbetriebe von 200 mA Strahlstrom bei Energien von 2,9 und 3,5 GeV der Diskussion hinzugefügt werden. Die Speicherung von 200 mA bei 3,5 GeV stellt mit einer erforderlichen Generatorleistung von 244 kW nahezu die Obergrenze bezüglich des Hochfrequenzsenders - bedingt durch die Leistungsbeschränkung des Klystrons auf 250 kW - für mögliche Speicherringbetriebe an ELSA dar²⁵. Den Berechnungen wird wieder eine Lebensdauer von 100 Minuten zugrunde gelegt. Dabei werden jeweils eigene optimale Koppelfaktoren für diese Betriebsmodi berechnet und die Parameter maximale Resonatorleistung pro Resonator P_{Res} ,

²⁴Beispielsweise besitzen die supraleitenden Resonatoren für den Large Hadronen Collider am CERN eine variable Einkopplung [19].

²⁵Beschleunigerphysikalisch ergeben sich weitere Schwierigkeiten bei der Realisierung des Speichermodus mit bis zu 200 mA: u. a. Strahlinstabilitäten (vgl. Kapitel 8), die mit steigendem Strahlstrom zunehmen.

46

maximal notwendige Frequenzverstimmung während der Injektionsphase δf_{Inj} und Geschwindigkeit der erforderlichen Frequenzverstimmung während der Rampe $\delta f_{\text{Ra}}/t_{\text{Ra}}$ betrachtet. Zum Vergleich sind in Tabelle 6.5 die Ergebnisse zusammengefasst und für P_{Res} in Abbildung 6.9 dargestellt.

Parameter	alte NachbeschlKoppl.	eigene SpeichermodKoppl.	
2,3 GeV			
β	2719	77878	
$P_{\rm Cav}$	8,4 W	0,3 W	
$\delta f_{ m Inj}$	-31,7 kHz	-169,0 kHz	
$\delta f_{ m Ra}/t_{ m Ra}$	$82.5 \ \rm kHz/s$	442,2 kHz/s	
$2.9 \mathrm{GeV}$			
β	2719	39981	
P_{Cav}	21,2 W	1,4 W	
$\delta f_{ m Inj}$	-31,7 kHz	-121,3 kHz	
$\delta f_{ m Ra}/t_{ m Ra}$	$61,9 \mathrm{~kHz/s}$	235,1 kHz/s	
$3,5 \mathrm{GeV}$			
β	2719	23178	
$P_{\rm Cav}$	45,1 W	5,26 W	
$\delta f_{ m Inj}$	-31,7 kHz	-92,5 kHz	
$\delta f_{ m Ra}/t_{ m Ra}$	48,7 kHz/s	141,4 kHz/s	

Tabelle 6.5: Simulationsergebnisse für Speichermodi von 200 mA Strahlstrom bei Energien von 2,3 GeV, 2,9 GeV und 3,5 GeV zum Vergleich einer eigenen Speichermodus-Kopplung mit der Nachbeschleunigungs-Kopplung.

Deutlich erkennt man, dass zur Reduzierung der Heliumverluste vor allem bei höherenergetischen Speicherbetrieben die Installation einer variablen Kopplung sinnvoll sein kann. Ohne eine eigens für den Speichermodus optimierte Kopplung liegt P_{Res} bei 3,5 GeV mit 45,1 kW bereits nahe bei der maximalen Verlustleistung von 46,8 W im Nachbeschleunigunsmodus auf 5 GeV. Jedoch würden gleichzeitig, bei einer eigenen Speichermodus-Kopplung die Anforderungen an das Tuningsystem zur Frequenzverstimmung des Resonators steigen: Zum einen muss das System Verstimmungsweiten im Bereich von wenigen 100 kHz (Beispiel 200 mA, 2,3 GeV: 169 kHz) während der Injektionsphase ermöglichen. Zum anderen müssen während der Rampphase, deren Dauer sich aus der Rampgeschwindigkeit von 4 GeV/s ergibt, Verstimmungsgeschwindigkeiten von mehreren 100 kHz/s (Beispiel: 200 mA, 2,3 GeV: 442 kHz/s) realisierbar sein. Klar ist aber, dass unter Verwendung einer festen Nachbeschleunigungskopplung ein Frequenztuning bei 2,3 GeV mit einer Weite von etwa -32 kHz und einer Geschwindigkeit von etwa 83 kHz/s unter Inkaufnahme erhöhter Heliumverluste grundsätzlich einfacher zu realisieren ist, als eine Betriebsmodi variable und im Aufbau und Betrieb aufwendige Einkopplung in einen supraleitenden Resonator.



Abbildung 6.9: Speichermodi von 200 mA Strahlstrom bei unterschiedlichen Energien: Maximale Resonatorleistung P_{Res} pro Resonator in W für eigene Speichermodus-Kopplungen und die Nachbeschleunigungs-Kopplung.

6.7 Abweichungen von der idealen Frequenzverstimmung des Resonators

Die ideale Verstimmung der Eigenfrequenz des Resonators, wie sie nach Gleichung (5.26) berechnet wurde, wird sich während des Betriebes innerhalb der schnellen Injektions- und Rampphasen nicht immer optimal einstellen lassen. Außerdem kann sich die Eigenfrequenz des Resonators durch äußere Einflüsse auf die Geometrie des Resonators verändern. Die eigentliche Resonanzfrequenz $f_{\rm R}$ ergibt sich dann aus der optimalen negativen Frequenzverstimmung δf , der Hochfrequenz $f_{\rm HF}$ und $\delta f^{\rm Stör}$, womit der Einfluss äußerer Störungen bzw. mögliche Abweichungen von δf durch das nicht optimal arbeitende Verstimmungssystem des Resonators berücksichtigt werden:

$$f_{\rm R} = \delta f + f_{\rm HF} \pm \delta f^{\rm Stör} . \tag{6.3}$$

Bei normalleitenden Strukturen wird die Geometrie der Struktur und damit die Resonanzfrequenz auch durch die Umgebungstemperatur des Resonators und deren Schwankungen bestimmt. Da sich jedoch der Resonator im Flüssighelium-Bad befindet und die Temperatur des Heliums nahezu konstant ist, treten diese Probleme bei supraleitenden Resonatoren nicht auf. Im Wesentlichen sind die drei folgenden Beeinflussungen der Resonatorgeometrie, die zu einem $\delta f^{\text{Stör}}$ führen können, zu beachten:

 Durch die hohen elektromagnetischen Felder im Inneren des Resonators wird dieser deformiert; man spricht vom sogenannten Lorentz-Force-Detuning bei supraleitenden Resonatoren. Die resultierende Verstimmung der Resonanzfrequenz ist nach [23] durch einige Hz pro (MV/m)² gegeben. Nach Tabelle 3.3 ist für ELSA bei 5 GeV mit zwei fünfzelligen supraleitenden Resonatoren eine Beschleunigungsfeldstärke von 4,56 MV/m erforderlich, was unter der Annahme einer Verstimmung von 3,5 Hz/(MV/m)² zu einer zusätzlichen ungewünschten Verstimmung von etwa 73 Hz führt.

- Desweiteren verursachen Druckschwankungen im Flüssighelium-Bad Verformungen der Resonatorgeometrie, die zu Verstimmungen der Resonanzfrequenz führen können.
- Ferner kommt es durch äußere Vibrationen, die durch die umliegenden Geräte wie beispielsweise Vakuumpumpen verursacht werden, und durch das Anregen der mechanischen Eigenresonanzen des Resonators zu zusätzlichen ungewünschten Verstimmungen der Struktur.

Ausgehend von Gleichung (5.22) kann man, wenn in Gleichung (5.24) $\delta f^{\text{Stör}}$ berücksichtigt wird, die neue Generatorleistung $P_{\text{G}}^{\text{mit Stör}}$, die aufgrund der Störung zur Verfügung gestellt werden muss, aus dem ursprünglichen P_{G} berechnen:

$$P_{\rm G}^{\rm mit\ Stör} = P_{\rm G} + \frac{U_{\rm Res}^2}{2R_{\rm S}} \frac{1}{\beta} \left(\frac{Q_0}{f_{\rm HF}} \cdot \delta f^{\rm Stör}\right)^2 \,. \tag{6.4}$$

Diese zusätzliche Leistung ist sowohl für die Beschleunigung des Strahles als auch zum Aufbau der Resonatorspannung nicht erforderlich. Die Differenz $P_{\rm G}^{\rm mit~Stör} - P_{\rm G}$ wird an der Einkopplung zusätzlich zum herkömmlichen $P_{\rm refl}$ reflektiert. Grundsätzlich ergibt sich aus Gleichung (6.4), dass es wegen der hohen Güten Q_0 bei supraleitenden Resonatoren bereits bei einer kleinen, fehlerhaften Frequenzverstimmung zu einer beträchtlichen Erhöhung des erforderlichen $P_{\rm G}$ kommen kann.

Es sollen als Beispiele drei Fälle für solche Abweichungen $\delta f^{\text{Stör}}$ unter bestimmten Betriebsbedingungen während des Nachbeschleunigungsmodus an ELSA diskutiert werden. Tabelle 6.6 fasst die Betriebsbedingungen und die Auswirkungen der fehlerhaften Verstimmung um $\delta f^{\text{Stör}}$ auf die erforderliche Generatorleistung pro Resonator, die mit Gleichung (6.4) berechnet wurde, zusammen.

	Betriebsbedingungen	β	$\delta f^{\mathrm{Stör}}$ / Hz	$P_{\rm G}^{\rm mit~St\"{o}r}$ / kW	$P_{\rm G}$ / kW
1	50 mA, 5 GeV (Abschn. 6.2)	2719	200	138,2	127,2
2	50 mA, 1,2 GeV (Abschn. 6.2)	2719	7000	45,2	0,4
3	15 mA, 1,2 GeV (Abschn. 6.3)	2719	8700	20,9	0,1

Tabelle 6.6: Zusammenstellung ausgewählter Beispiele für eine zusätzliche fehlerhafte Verstimmung der Resonanzfrequenz des Resonators um $\delta f^{\text{Stör}}$ während des Nachbeschleunigungsmodus und mit entsprechendem Koppelfaktor β . Angegeben sind die erforderliche neue Generatorleistung $P_{\text{G}}^{\text{mit Stör}}$ pro Resonator und zum Vergleich die Generatorleistung P_{G} , wenn die Störung nicht auftritt.

Beispiel 1 zeigt, dass eine um 200 Hz falsche Eigenfrequenz im Vergleich zur optimal verstimmten Frequenz bei den maximalen Betriebsbedingungen einer Speicherung von 50 mA Strahlstrom bei 5 GeV insgesamt bereits eine um 22 kW höhere Generatorleistung erfordert, was die maximale Klystronleistung von 250 kW deutlich übersteigt.

Die Beispiel 2 und 3 verdeutlichen, dass während der Injektion des Strahles in den Stretcherring durchaus große Abweichungen im Kiloherzbereich zu handhaben sind, solange man sehr große reflektierte Leistungen - für Beispiel 2 sind dies etwa 45 kW - in Kauf nimmt. Bei Beispiel 3 wird durch die fehlerhafte Verstimmung von 8700 Hz gerade die optimale Verstimmung für 15 mA Strahlstrom bei 1,2 GeV von etwa 8,7 kHz (vgl. Abbildung 6.6) vollständig aufgehoben.

Die wenigen Bespiele zeigen, dass weitere Simulationen von nicht optimalen Einstellungen der Frequenzverstimmung hilfreich sind, um die Anforderungen an Präzision und Schnelligkeit der Steuerung des Hochfrequenz- und Tuningsystems für den Betrieb supraleitenden Resonatoren an ELSA zu konkretisieren.

6.8 Steuerung des Hochfrequenzsystems

Die Simulationen unterschiedlicher ELSA-Betriebsmodi in den vorhergehenden Abschnitten haben bereits gezeigt, dass das gesamte Hochfrequenzsystem der Beschleunigungsresonatoren möglichst schnell und präzise gesteuert werden muss. Typischerweise übernimmt dies ein sogenanntes elektrisches Low-Level Radiofrequency (LLRF) System. Schematisch zeigt Abbildung 6.10 eine vereinfachte Übersicht, die zur ersten Anschauung und Einführung dient.



Abbildung 6.10: Schematischer Aufbau einer Low-Level-Steuerung eines Hochfrequenzsystems supraleitender Beschleunigungsresonatoren an ELSA. Neben den Bestandteilen des LLRF-Systems sind außerdem folgende Komponenten aufgeführt: Generator und Zirkulator, Doppelrichtkoppler und Resonator mit Tuningsystem zum Einstellen der Frequenzverstimmung δf .

Für eine weitergehende Untersuchung und zukünftige Entwicklung einer solchen Steuerung wird auf entsprechende Literatur [5], [34] verwiesen. Weiterhin kann sich an Ausarbeitungen und Entwicklungen bereits bestehender Systeme [20], [25] orientiert werden.

Grundsätzlich werden mit diesen Systemen die Hochfrequenzparameter durch Regelkreise über den Vergleich von Soll- und Istwerten und die Beobachtung messbarer Regelgrößen eingestellt und stabilisiert. Ferner wird die optimale, zeitliche Entwicklung der Sollwerte durch zeitabhängige Funktionen entsprechend der gewünschten Strahlenergie und des Strahlstroms sowie der Geschwindigkeiten für Injektion, Energierampe und Extraktion innerhalb eines bestimmten Betriebsmodus des Beschleunigers vorgegeben. Einige Aspekte und Komponenten, die die Funktionsweise eines solchen Systems für supraleitende Resonatoren an ELSA näher erläutern, sollen abschließend aufgeführt werden:

- Die Steuerung des LLRF-System stellt möglichst alle variablen Größen automatisch ein und überwacht die Mess- und Regelgrößen des Hochfrequenzsystems. Das Kontrollsystem der Beschleunigeranlage hat Zugriff auf alle Parameter des LLRF-Systems.
- Die Hochfrequenz $f_{\rm HF}$ wird während des Beschleunigerbetriebes nicht verändert und von einem Signalgenerator dem Leistungsgenerator vorgegeben.
- Zu den variablen Parametern gehören die Generatorleistung $P_{\rm G}$, die Frequenzverstim-

mung δf der Eigenfrequenz des Resonators und die Phase $\varphi_{\rm HF}$ der ELSA-Hochfrequenz relativ zur Hochfrequenz des Booster-Synchrotrons, welche den Einschusszeitpunkt der Elektronen in den Stretcherring festlegt. Über $\varphi_{\rm HF}$ kann die Sollphase der Elektronen bezüglich $U_{\rm Res}$ unmittelbar nach der Injektion für den Stretchering eingestellt werden.

- Der Überspannungsfaktor q und die Resonatorspannung U_{Res} müssen während der Energierampe deutlich verändert werden (vgl. die Abbildungen 6.2, 6.5 und 6.7).
- Während der Energierampe orientiert sich die zeitliche Steuerung der Parameter an der zeitabhängigen Erhöhung des Magnetfeldes der strahlführenden Dipolmagnete des ELSA-Stretcherringes. Deren zeitliches Verhalten geben damit die Rampgeschwindigkeit aus Tabelle 6.2 vor.
- Das Frequenzverstimmungssystem für die Eigenfrequenz des Resonators besteht aus einem mechanischen System mit einem sogenannten Stepping Motor (Schrittmotor), der die Resonatorgeometrie durch Stauchen und Strecken der Struktur entlang der Strahlachse im Bereich der elastischen Deformation verändert. Mit diesen Systemen ist eine Verstimmung zwischen 50 und 1000 kHz realisierbar [23]. Zusätzlich sind sehr schnelle und präzise piezoelektrische Tuner erforderlich.
- Das LLRF-System benötigt unmittelbar messbare Parameter, die als Regelgrößen zur Einstellung variabler Parameter, wie beispielsweise δf , verwendet werden. Dazu dient zum einen die Messung der reflektierten Leistung P_{refl} über einen Doppelrichtkoppler vor der Einkopplung der Hochfrequenz in den Resonator, zum anderen wird der Phasenunterschied zwischen der Resonatorspannung U_{Res} und der vorlaufenden Spannung U_{vor} bestimmt. Dies geschieht über einen Phasendetektor (PD), der an sich bereits Bestandteil des LLRF-Systems ist und der eine zur Phasendifferenz der beiden zugeführten Signale proportionale Gleichspannung liefert. U_{Res} wird dabei im Resonator über sogenannte Pick-Up-Elektroden (PU) und U_{vor} über einen Richtkoppler vor der Hochfrequenzeinkopplung gewonnen. Das Spannungssignal wird nun z. B. verwendet, um das Tunersystem zu steuern und ein optimales δf einzustellen.
- In Abhängigkeit von anderen Parametern (Temperatur und Vakuumdruck des Resonators) müssen Sicherheitssysteme vorhanden sein, die unmittelbar eine weitere Einkopplung von Hochfrequenz in den Resonator verhindern, wenn ein Zusammenbruch des supraleitenden Zustandes des Resonators zu erwarten ist²⁶.

²⁶Dies wird auch als Quench des Resonators bezeichnet. Ein Quench ist zu verhindern, da plötzlich, wegen der dann auftretenden hohen ohmschen Verluste in den Resonatorwänden das Flüssighelium unter enormer Druckentwicklung verdampft.

7 Eine supraleitende Resonatorstruktur für ELSA bis 5 GeV

Die sogenannte JAERI-Resonatorstruktur erfüllt die Anforderungen, die für eine Energieerhöhung an ELSA bis hierhin erarbeitet wurden. Der fünfzellige, supraleitende 500 MHz-Resonator wird nachfolgend vorgestellt und wurde hinsichtlich seiner Resonatoreigenmoden am Rechner simuliert. Dazu wird zuerst ein kurzer Überblick in die Theorie von mehrzelligen Beschleunigungsstrukturen und Moden höherer Ordnungen gegeben. Die erwarteten Werte für Güte und Shuntimpedanz der fundamentalen Beschleunigungsmode konnten bestätigt werden. Außerdem werden das Auftreten und die Bedeutung der Moden höherer Ordnung untersucht.

7.1 Die supraleitende JAERI-Resonatorstruktur

Ausgehend von den in Tabelle 3.3 zusammengefassten Anforderungen an supraleitende Beschleunigungsstrukturen für eine Energieerhöhung des ELSA-Stretcherrings auf 5 GeV bestünde grundsätzlich die Möglichkeit, die Geometrie einer solchen Struktur eigenhändig zu entwerfen. Im Rahmen dieser Arbeit ist dies nicht möglich, so dass auf bereits bestehende Resonatoren zurückgegriffen wird. Daher wurde auf dem weltweiten Markt für supraleitende Beschleunigungsstrukturen vor allem bezüglich der Kriterien Mehrzelligkeit, erreichbare Resonatorfeldstärke und 500 MHz-Betriebsfrequenz nach einer geeigneten Struktur gesucht. Dabei stößt man auf zwei aktuelle Forschungsprojekte an supraleitenden Resonatoren, die jedoch beide für die Anforderungen von ELSA nicht geeignet sind: Erstens, solche Resonatoren, die u.a. an der Cornell-Universität für Elektronenbeschleuniger mit hohen Strahlströmen entwickelt wurden [6], [22] und die durch ihre Strahlrohrausbuchtungen die störenden Moden höherer Ordnung weitestgehend dämpfen, es sich dabei allerdings um einzellige Resonatoren handelt. Zweitens, die sogenannten Tesla-Resonatoren [4], die in zukünftigen Linearbeschleuniger-Projekten im Bereich bis 1 TeV und beim künftigen Freien Elektronen Laser (FEL) am DESY in Hamburg - jedoch mit einer Hochfrequenz von 1,3 GHz - eingesetzt werden. Die einzige supraleitende, mehrzellige 500 MHz-Struktur, die zu den formulierten Anforderungen passt, ist eine fünfzellige Struktur, die zur Elektronenbeschleunigung mit einem Linearbeschleuniger für FEL-Experimente am Japan Atomic Energy Research Institute (JAERI)²⁷ von der Firma ACCEL Instruments GmbH [1] im Jahr 1995 gefertigt wurde. Laut den Herstellerangaben besitzt dieser Niob-Resonator, der im Weiteren als JAERI-Resonator bezeichnet wird, bei einer elektrische Feldstärke von

 $E_{\rm Res} > 5 \ {\rm MV/m}$

noch einen Gütefaktor von

$$Q_0 = 2 \cdot 10^9.$$

Dies bedeutet, dass dieser Resonator die Anforderungen an die Resonatorfeldstärke für ELSA bei 5 GeV von etwa 4,6 MV/m (vgl. Tabelle 3.3) erfüllt und wenigstens bis zu dieser elektrischen Feldstärke im supraleitenden Zustand verbleibt. Abbildung 7.1 zeigt das vollständige Resonatormodul, in dessen Inneren sich der JAERI-Resonator befindet. Der Querschnitt in Abbildung 7.2 gibt einen ersten Einblick in das Innere eines solchen Moduls²⁸. Entscheidend für einen möglichen Einsatz an ELSA ist, dass der JAERI-Resonator an ELSA in einem Ringbeschleuniger betrieben werden wird und als Folge der noch zu untersuchenden zahlreichen Moden höherer Ordnung Strahlinstabilitäten zu erwarten sind.

²⁷Japan Atomic Energy Research Institute, Headquarters: 2-2-2, Uchisaiwai-cho, Chiyoda-ku, Tokyo, 100-0011.

 $^{^{28}}$ Die Abbildung zeigt dabei nicht den Längsschnitt durch das JAERI-Modul; bei dem abgebildeten Modul und dem Resonator handelt sich um einen $\beta = \frac{v}{c} = 0.75$ - Resonator, dessen Entwicklung auf dem JAERI-Design basiert und der für das Forschungszentrum Jülich gefertigt wurde.



Abbildung 7.1: JAERI-Beschleunigungsmodul [1]: Zu sehen sind im Vordergrund die Zuführung der 500 MHz-Hochfrequenz über den Rechteckhohlleiter und auf dem Modulkopf die Zuleitungen für die Flüssigheliumversorgung und die Diagnose- und Überwachungssysteme (Temperatur, Druck, Tunersystem, Koppelschleifen, usw.). Ferner sind Anschlüsse für die Pumpen des Resonator- und des Kryostatvakuums vorhanden. Rechts und links endet das Modul mit den Flanschen der Strahlrohre.



Abbildung 7.2: Ein typisches supraleitendes Beschleunigungsmodul [2], in dessen Inneren sich der fünfzellige supraleitende Resonator im Flüssigheliumtank befindet.

Die JAERI-Struktur wird aus einzelnen, rotationsymmetrischen Schalen aufgebaut. Eine Zelle der Struktur ist dabei jeweils aus zwei Schalen zusammengesetzt. Man unterscheidet die Normalschalen (N) und die Außenschalen (A). Die beiden Außenschalen bilden jeweils den Abschluss der Struktur zu den Strahlrohren hin, so dass sich mit den dazwischenliegenden Normalschalen entsprechend des Schemas AN-NN-NN-NA die vollständige fünfzellige Struktur ergibt. Die Konstruktionszeichnungen der Normal- und Außenschalen sind in Anhang C abgebildet. Der vollständige JAERI-Resonator besitzt nach diesen Konstruktionszeichnungen die folgenden Abmessungen:

- Länge der Außenschale (in Strahlachsenrichtung): 145 mm,
- Durchmesser kleiner Querschnitt der Außenschale (d.h. zu den Strahlrohren hin): 202 mm,
- Länge der Normalschale (Strahlachsenrichtung): 150 mm,
- Durchmesser kleiner Querschnitt der Normalschale: 170 mm,
- Durchmesser großer Querschnitt von Normal- und Außenschale: 532,5 mm,
- Gesamtlänge der Struktur ohne Strahlrohre: 1490 mm.

Entsprechend der Zeichnungen wird der JAERI-Resonator zu Simulationsrechnungen am Rechner konstruiert, so dass sich die in Abbildung 7.3 dargestellte Struktur ergibt. Die longitudinale Resonatorachse definiert dabei die z-Achse, transversal dazu liegen die x- und y- Koordinatenrichtungen. Der Koordinatenursprung ist in den Symmetriepunkt der Struktur, in das Zentrum der dritten Zelle gelegt. Die Resonatorstruktur wurde an ihren Enden, d.h. bei $z = \pm 745$ mm um 200 mm lange und 202 mm breite Strahlrohre ergänzt. Deutlich erkennt man aus den Konstruktionszeichungen und in Abbildung 7.3 die typisch elliptische Geometrie, die erst die hohen Feldstärken supraleitender Resonatoren ermöglicht.

Bis jetzt wurde in Abschnitt 4.1 in der Theorie nur auf einen einzelligen Resonator eingegangen. Deshalb soll, bevor Simulationen der Resonatormoden der JAERI-Struktur durchgeführt werden, kurz die Theorie mehrzelliger Beschleunigungsstrukturen und insbesondere die Bestimmung der $\frac{R}{Q}$ -Werte für die Moden höherer Ordnung dargestellt werden.

7.2 Mehrzellige Hohlraumresonatoren und Moden höherer Ordnung

Mehrzellige Beschleunigungsresonatoren können als ein System gleicher, über Irisblenden gekoppelter einzelliger Resonatoren beschrieben werden [23]. Dadurch spaltet bei einer N-zelligen Struktur jede Mode der Einzelzelle in insgesamt N Moden mit Resonanzfrequenzen f_n , mit n = 1, ..., N, auf. Die Frequenzen dieser N Resonatormoden befinden sich dabei innerhalb von sogenannten Passbändern, die den möglichen Frequenzbereich der Resonatormoden einschränken. Die N Moden eines Passbandes unterscheiden sich in ihren Resonanzfrequenzen f_n und in ihrer Phasenverschiebung zwischen zwei benachbarten Zellen. Man spricht dann vom Phasenvorschub φ_n , der sich aus der Resonanzbedingung für die stehenden Wellen innerhalb der Struktur angeben lässt:

$$\varphi_n = n \cdot \frac{\pi}{N} \quad \text{mit } n = 1, ..., N.$$
 (7.1)

Wird die Frequenz f_n der einzelnen Moden gegen φ_n aufgetragen, so erhält man ein Dispersionsdiagramm, das auch als Brillouin-Diagramm der Resonatorstruktur bezeichnet wird und in dem sich eine typische Bandstruktur ergibt. Weitere Erläuterungen zu solchen Diagrammen finden sich beispielsweise in [14]. In bestimmten Frequenzbereichen, die man als die schon angesprochenen Passbänder bezeichnet und welche durch die Stoppbänder voneinander getrennt sind, ist



Abbildung 7.3: Der nach den Zeichnungen (s. Anhang C) konstruierte fünfzellige JAERI-Resonator, wie er den Simulationsrechnungen zugrunde liegt und mit dem Computerprogramm CST Microwave Studio^(R) (vergl. Abschnitt 7.3) erstellt wurde.

dabei eine Wellenausbreitung innerhalb der Struktur möglich. In Abbildung 7.5 ist exemplarisch das erste Passband der JAERI-Struktur mit den zugehörigen fünf simulierten Moden dargestellt. So wie man bei einzelligen Resonatoren die Eigenmoden über den Index m entsprechend ihrer unterschiedlichen azimutalen Feldverteilungen unterschieden kann, so können die Passbänder wie folgt klassifiziert werden:

- Monopol-Passbänder umfassen Monopol-Moden, die nach Abschnitt 4.1 durch m = 0 gekennzeichnet sind und somit in der xy-Ebene, also transversal um die Resonatorachse, rotationssymmetrisch sind. Diese Monopol-Passbänder besitzen stets rein transversal magnetische (TM) oder rein transversal elektrische (TE) Moden. Die TM-Monopol-Moden sind die einzigen Moden, die auf der Resonatorachse ein longitudinales elektrisches Feld besitzen [23].
- Dipol-Passbänder umfassen die nicht mehr rotationssymmetrischen Dipol-Moden, deren zugehörigen Felder mit m = 1 über den azimutalen Vollkreis um eine Wellenlänge variieren. Außerdem treten ab den Dipol-Passbändern im Unterschied zu den reinen Dipol-Moden eines einzelligen Resonators keine reinen TM- oder TE-Passbänder auf. Damit besitzen alle Dipol-Moden sowohl TM- also auch TE-Anteile. Man spricht bei diesen gemischten Moden dann auch von sogenannten Hybrid-Moden [38].
- Passbänder höherer Ordnung (Quadrupol, Sextupol, Oktupol, Dekapol, usw.) mit $m\geq 2$ schließen sich dementsprechend an.

Abbildung 7.4 zeigt in der xy-Querschnittsebene der JAERI-Resonatorstruktur Beispiele für Monopol-, Dipol- und Quadropol-Moden des JAERI-Resonators. Jede der fünf Moden eines



(a) Monopol-Mode (TM)



(d) Quadrupol-Mode, 1. Polarisationsmöglichkeit

(e) Quadrupol-Mode, 2. Polarisationsmöglichkeit

Abbildung 7.4: Darstellung des elektrischen Feldes in der xy-Querschnittsebene transversal zur Resonatorachse in der Mitte einer beliebigen Zelle des JAERI-Resonator zur Charakterisierung von Monopol-, Dipol- und Quadropol-Moden und deren Polarisationsmöglichkeiten, wobei die Dipol- und Quadrupol-Moden TE-artig sind. Die Abbildungen wurden mit CST Microwave Studio[®] (vergl. Abschnitt 7.3) erstellt.

Dipol- oder Quadrupol- Passbandes besitzt zwei mögliche Polarisationsrichtungen, so dass Dipol-, Quadrupol- und alle weiteren Moden höherer Ordnung stets in die doppelte Anzahl aufspalten. Die Feldverteilungen der beiden Dipol-Moden sind dann in der xy-Ebene um 90°, bei Quadrupol-Moden um 45° gegeneinander verdreht. Die Moden unterscheiden sich im Rahmen der möglichen Simulationsgenauigkeit in ihren Resonanzfrequenzen und den zugehörigen $\frac{R}{Q}$ -Werten nicht. Die TM₀₁₀-Monopol-Mode eines einzelligen Resonators (vgl. Abschnitt 4.1) findet sich entsprechend Gleichung (7.1) N-fach aufgespalten im ersten Monopol-Passband einer N-zelligen Resonatorstruktur wieder. Bei derjenigen Mode, bei welcher der Phasenvorschub zwischen benachbarten Zellen gerade π beträgt, durchlaufen die ultrarelativistischen Elektronen beim Durchtritt durch den Resonator stets in jeder Zelle ein longitudinales, beschleunigendes elektrisches Feld. Mit anderen Worten, bei dieser Mode ist gerade die Phasengeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle gleich der Geschwindigkeit der Elektronen: $v_{\text{phase}} = c$. Dadurch überträgt diese Mode die höchst mögliche Energie auf den Elektronenstrahl. Diese sogenannte π -Mode ist damit die Fundamentalmode der Resonatorstruktur zur Strahlbeschleunigung. Alle anderen Moden sind Moden höherer Ordnung, die nachfolgend als Higher-Order-Modes (HOM) bezeichnet werden.

Da sich der Elektronenstrahl wegen seiner Zeitstruktur wie eine zusätzliche Hochfrequenzstromquelle beim Durchtritt durch die Resonatorstruktur verhält, können die Elektronenbunche im Resonator HOM anregen. Klingen diese strahlinduzierten HOM nicht schnell genug wieder ab, so können sie auf nachfolgende Elektronenbunche einwirken. Je nachdem, welche HOM angeregt wurden, verursacht diese Strahl-Resonator-Wechselwirkung longitudinale oder transversale Strahlinstabilitäten, auf die in Kapitel 8 eingegangen wird. Um zu untersuchen, welche Auswirkungen die HOM besitzen, werden als charakteristische Größen die Shuntimpedanz $R_{\rm S}$ oder der materialunabhängige $\frac{R}{Q}$ -Wert herangezogen. Diese Parameter können nicht nur wie in Abschnitt 4.2 für die Fundamentalmode berechnet, sondern auch für alle HOM im Hinblick auf ihre longitudinale als auch transversale Wirkung auf den Teilchenstrahl bestimmt werden.

Elektronen, die den Resonator auf dessen Achse durchlaufen, können ausschließlich TM-Monopol-Moden anregen, da diese die einzigen Moden sind, die ein longitudinales *E*-Feld auf der Resonatorachse besitzen. Daher verwendet man die longitudinale Shuntimpedanz $R_{\parallel,n}$ auf der Resonatorachse zur Beurteilung von Monopol-Moden: $R_{\parallel,n}$ ist für die Fundamentalmode identisch mit $R_{\rm S}$ aus Abschnitt 4.2 und lässt sich ebenso für jede Mode *n* der Eigenkreisfrequenz ω_n für den radialen Abstand r = 0 von der Achse sowie entlang der *z*-Koordinaten mit Hilfe von Gleichung (4.12) bestimmen:

$$R_{\parallel,n} = \frac{\left| \int_{0}^{L} E_{z,n} \left(r = 0, z \right) e^{i\omega_{n} \frac{z}{c}} dz \right|^{2}}{R_{\text{Surf}} \int_{S} \vec{H_{n}}^{2} \left(\vec{r}, t \right) dS} .$$
(7.2)

Wird nun Mode n im Resonator angeregt, so beschreibt $R_{\parallel,n}$ in welchem Maß diese Mode eine longitudinale Impulsänderung des folgenden Teilchenstrahls bewirken kann.

Da die Elektronen im Ringbeschleuniger aber auch transversale Schwingungen, die sogenannten Betatronschwingungen²⁹, um die Sollbahn ausführen, werden sie den Resonator nicht ausschließlich auf dessen Achse durchlaufen. Diese Elektronen mit Achsenablage können Dipol- und Quadrupolmoden und andere HOM im Resonator anregen. Wegen ihres stark ablenkenden Feldes ist es besonders wichtig, Dipol-Moden zu betrachten [23]. Um deren tranversal ablenkende Wirkung auf den Strahl beurteilen zu können, wird die transversale Shuntimpedanz $R_{\perp,n}$ eingeführt. Bei deren Bestimmung wird auf die longitudinale Shuntimpedanz aus Gleichung (7.2) zurückgriffen: Nach [27] ist in einem Abstand $r = 1/k_n = c/\omega_n$ von der Resonatorachse für Dipolmoden der Wellenzahl k_n die transversale Shuntimpedanz gleich der longitudinalen Shuntimpedanz³⁰. Wie

²⁹Diese ergeben sich als Lösungen der sogenannten Hillschen Differentialgleichung, der grundlegenden Bewegungsgleichung, die das Verhalten von Teilchen beim Durchlaufen der linearen Magnetstruktur eines Beschleunigers beschreibt. Ausführlicher wird dies z.B. in [41] behandelt.

³⁰Dies lässt sich mit Hilfe des sogenannten Panofsky-Wenzel-Theorems (PWT) zeigen. Das PWT sagt aus, dass sich ein zeitlich ändernder Querimpuls auf eine Ladung nur dann ergibt, wenn die Energieänderung, die eine

in [11] und [35] gezeigt, multipliziert man mit k_n , damit die transversalen Shuntimpedanzen pro Achsenablage angegeben werden können:

$$R_{\perp,n} = k_n \cdot R_{\perp,n} (r = 1/k_n) = k_n \cdot R_{\parallel,n} (r = 1/k_n) .$$
(7.3)

Man wählt zur Bestimmung von $R_{\parallel,n}(r = 1/k_n)$ im radialen Abstand r von der Resonatorachse den azimutalen Ort, an dem ein Maximum des longitudinalen elektrischen Feldes vorliegt. $R_{\perp,n}$ besitzt die Einheit Ω/m , im Gegensatz zu $R_{\parallel,n}$, welches in Ω angegeben wird.

Meist verwendet man die vom Resonatormaterial unabhängigen $\frac{R}{Q}$ -Werte zur Beurteilung der HOM, die sich mit Gleichung (4.13) unter Berücksichtigung der gespeicherten Energie $W_{\text{stor},n}$ für jede Mode n ergeben und die im Weiteren mit $\frac{R_{\parallel}}{Q}$ bzw. $\frac{R_{\perp}}{Q}$ bezeichnet werden.

7.3 Simulation des JAERI-Resonators mit CST-Microwave Studio[®]

Mit dem Computerprogramm CST Microwave Studio[®] (MWS) der Computer Simulation Technology (CST) GmbH [10] lassen sich Hohlraumresonatoren und andere Strukturen hinsichtlich ihrer elektromagnetischen Feldverteilungen im Hochfrequenzbereich simulieren und analysieren. Das Programm löst numerisch das sich aus den Maxwell-Gleichungen ergebende Eigenwert-Problem der elektromagnetischen Felder (vgl. Abschnitt 4.1) für eine Resonatorgeometrie, die dem Programm vorgegeben werden kann. Dazu diskretisiert MWS das Problem und führt ein Gitternetz ein, das die Geometrie möglichst genau erfasst. Für jeden der Gitterpunkte werden die zugehörigen Maxwell-Gleichungen gelöst und die ortsabhängigen, elektrischen und magnetischen Feldstärke- und Stromdichtewerte bestimmt. Das Lösen erfolgt durch den sogenannten Eigenmoden-Solver in mehreren Iterationsschritten, bis ein zuvor festgelegter numerischer Genauigkeitsgrad, der hier als MWS-Genauigkeit bezeichnet wird, erreicht ist³¹. Dies bedeutet, dass nach Eingabe der Geometrie des Hohlraumresonators MWS mit dem Eigenmoden-Solver die Frequenzen und die zugehörigen elekrischen und magnetischen Feldverteilungen der Resonatormoden bestimmt werden. Da nun die Felder auf dem ganzen Gitter bekannt sind, können in der sogenannten Post-Processing-Stufe weitere Kenndaten der Moden wie der $\frac{R}{O}$ -Wert oder die materialabhängigen Parameter Güte und Shuntimpedanz bestimmt werden.

Wie in Abbildung 7.3 dargestellt, wurde der JAERI-Resonator mit MWS konstruiert. Der Konstruktionsraum von MWS besteht für diesen Zweck vollständig aus perfekt leitendem Material, in das die Resonatorstruktur als perfekte Vakuumstruktur hineingeschnitten wird und somit von einer perfekt leitenden Box umgeben ist. Sollen aber die materialabhängige Kenndaten der Struktur wie Q_0 und R_S von MWS berechnet werden, so muss dem Programm die Leitfähigkeit des Resonatormaterials, die der Resonator während des Betriebes besitzt, mitgeteilt werden. Außerdem benötigt der Eigenmoden-Solver Angaben zu den Randbedingungen an den Wänden der perfekt leitenden Box in allen drei Raumrichtungen. Die nachfolgend gezeigten Simulationen wurden alle mit magnetischen Randbedingungen berechnet, d.h. an den Wänden der Box verschwinden die bezüglich der Wände tangentialen magnetischen und senkrechten elektrischen Felder.

Ladung beim Durchtreten eines Resonators erfährt, von der Achsenablage abhängt [17]. Man kann dann zeigen, dass für $k \cdot r = 1$ die transversale Impulsänderung des Teilchens, das den Resonator achsenparallel durchfliegt, genauso groß ist wie die longitudinale Impulsänderung [27]. Wieder sind ausschließlich die TM-artigen Feldanteile der Moden ausschlaggebend, da nur diese longitudinale elektrische Felder besitzen, die eine Energieänderung bewirken können [17].

³¹Bei allen vorgestellten Simulationsrechnungen wurde der JDM-Solver von MWS verwendet, der die sogenannte Jacobi-Davidson-Methode als Rechenalgorithmus verwendet.

7.4 Simulationsergebnisse der Eigenmoden des JAERI-Resonators

Zunächst sollen exemplarisch die fünf Monopol-Moden des ersten Passbandes und insbesondere die π -Mode als fundamentale Beschleunigungsmode des JAERI-Resonators vorgestellt werden, bevor im zweiten Unterabschnitt die Ergebnisse zu allen weiteren HOM besprochen werden.

7.4.1 Erstes Monopol-Passband und Fundamentalmode

Die Simulationsergebnisse für die elektrischen Felder der fünf Moden des ersten Monopol-Passbandes des JAERI-Resonators zeigt Abbildung 7.6. Die elektrischen Felder dieser TM-Moden besitzen erwartungsgemäß, bis auf die Zellenübergängen, nur longitudinale Komponenten. Zusätzlich ist die Entwicklung des longitudinalen elektrischen Feldes entlang der Resonatorachse in Abbildung 7.7 dargestellt. Anhand der Feldverläufe werden die Moden entsprechend ihrer Phasenvorschübe mit $\frac{1}{5}\pi$ bis π bezeichnet.

Grundsätzlich werden die magnetischen und elektrischen Feldstärken von MWS auf eine im Resonator gespeicherte Energie von 1 J normiert berechnet. In Tabelle 7.1 sind die Resonanzfrequenzen f_n der Moden und die longitudinalen $\frac{R}{Q}$ -Werte zusammengestellt, wie sie MWS aus den magnetischen und elektrischen Feldverteilungen der simulierten Moden mit den Gleichungen (4.7), (4.11) und (4.13) bestimmt³². Bei diesen Berechnungen kürzt sich die Normierung der Feldstärken gerade heraus. Um ultrarelativistische Elektronen zu berücksichtigen, gibt man MWS die Teilchengeschwindigkeit durch den Lorentzfaktor $\beta = \frac{v}{c} = 1$ vor. $\beta = 1$ wird bei allen hier aufgeführten Simulationen gewählt, so dass MWS die von den Elektronen durchlaufene Resonatorspannung phasenrichtig bestimmt. Desweiteren benötigt MWS für die Integration über das elektrische Feld nach Gleichung (7.2) bzw. (7.3) den Abstand r von der Resonatorachse und die Integrationsgrenzen auf der Resonatorachse in z-Richtung. Um r festzulegen, gibt man die zugehörigen x- und y-Koordinaten an, bei denen das Feld maximal ist; die Integration umfasst bei allen vorgestellten Simulationen den Resonator und die Strahlrohre, so dass sie von -945 mm bis +945 mm läuft. Zur Beurteilung der Ergebnisse für die Resonanzfrequenzen der Moden kann man von einem Simulationsfehler von etwa 1 MHz ausgehen. Darauf lassen frühere Simulationen mit Microwave Studio und Vergleiche mit Messungen an Resonatoren schließen [30]. Abbildung 7.5 zeigt schließlich einen Ausschnitt aus dem zugehörigen Brillouin-Diagramm mit dem ersten Monopol-Passband der JAERI-Resonatorstruktur.

³²MWS berücksichtigt bei der Bestimmung der Shuntimpedanzen allerdings nicht den Faktor 2 im Nenner, der zur richtigen Berechnung nach Gleichung (4.13) notwendig ist, so dass alle von MWS bestimmten Werte zu halbieren sind. Bei allen hier aufgeführten Ergebnissen wurde diese Korrektur bereits vollzogen.

n	Frequenz f_n / MHz	$\frac{R_{\parallel}}{Q}/\Omega$	Mode
1	491,83	0,015	$\frac{1}{5} \pi$
2	494,10	0,003	$\frac{2}{5}\pi$
3	496,94	0,901	$\frac{3}{5}\pi$
4	499,30	0,026	$\frac{4}{5}\pi$
5	500,41	286,829	π

Tabelle 7.1: Simulationsergebnisse zum ersten Monopol-Passband des JAERI-Resonators: Resonanzfrequenzen f_n und longitudinale $\frac{R}{Q}$ -Werte der Resonatormoden. Die π -Mode stellt mit dem größten $\frac{R}{Q}$ -Wert die Fundamentalmode des JAERI-Resonators zur Strahlbeschleunigung dar.



Abbildung 7.5: Simulationsergebnisse zum ersten Passband der JAERI-Struktur: Ausschnitt aus dem zugehörigen Brillouin-Diagramm, in dem die Resonanzfrequenzen f_n in MHz gegen den zugehörigen Phasenvorschub φ_n in Einheiten von π für die ersten fünf Monopol-Moden aufgetragen wurden. Dabei sind die fünf Moden-Punkte miteinander verbunden worden, um eine typischen Dispersionskurve eines Brillouin-Diagramms anzudeuten.



Abbildung 7.6: Perspektivische Darstellung des elektrischen Feldes der fühl Monopol-Moden des ersten Passbandes der JAERI-Struktur. Die Richtung der Pfeile gibt die Richtung des Feldes an. Die Stärke des Feldes wird farblich symbolisiert: Sie nimmt von grün über gelb zu rot hin zu. Die Abbildungen wurden mit CST Microwave Studio^(R) erstellt.



Abbildung 7.7: Das longitudinale elektrische Feld auf der Resonatorachse für die fünf Monopol-Moden des ersten Passbandes der JAERI-Struktur in Abhängigkeit der z-Koordinate, die von -945 mm bis 945 mm läuft. Bei 0 mm, ± 300 mm und ± 600 mm liegen jeweils die Zentren der fünf Einzelzellen; bei ± 745 mm beginnen die 200 mm langen Strahlrohre. Die Abszisse gibt die elektrische Feldstärke normiert auf eine im Resonator gespeicherte Energie von 1 J an. Die π -Mode ist als fundamentale Mode zur Strahlbeschleunigung klar zu erkennen. Die Abbildungen wurden mit CST Microwave Studio[®] erstellt.

Um die Fundamentalmode zu charakterisieren, werden R_{\parallel} und Q_0 mit MWS berechnet. Dazu ist nach Abschnitt 4.2 die Kenntnis des Oberflächenwiderstands R_{Surf} des supraleitenden Resonators erforderlich. Wir übernehmen den mit den Gleichungen (4.15) und (4.16) in Abschnitt 4.3 berechneten Wert für R_{Surf} von 116,29 n Ω . Diesem Wert liegt ein sehr großzügig abgeschätzer Restwiderstand von 25 n Ω zugrunde, der Verunreinigungen der Niob-Oberfläche berücksichtigt. 116,29 n Ω ist somit als obere Grenze für den Oberflächenwiderstand des JAERI-Resonators bei Einkopplung einer elektromagnetischen Welle einer Frequenz von 500 MHz anzusehen.

MWS benötigt zur Berechnung von $R_{\rm S}$ und Q_0 die zugehörige Leitfähigkeit σ , die das verwendete Meterial, aus dem der Resonator gefertigt wurde, während des Betriebes besitzt. σ kann über den Skin-Effekt [18] aus $R_{\rm Surf}$ berechnet werden. Die elektromagnetischen Felder der Frequenz ω dringen unter exponentiellem Abklingen ihrer Amplitude in die Resonatorwände ein, induzieren dort innerhalb der Skin-Tiefe δ alternierende Ströme und führen zu ohmschen Verlusten. Aus [32] werden die folgenden Zusammenhänge entnommen:

$$R_{\text{Surf}} = \frac{1}{\delta\sigma}$$
 und (7.4)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \delta}} , \qquad (7.5)$$

wobei μ_0 die magnetische Feldkonstante bezeichnet. Daraus ergibt sich für die Berechnung von σ :

$$\sigma = \frac{\mu_0 \pi f}{R_{\text{Surf}}^2} \,, \tag{7.6}$$

womit die Leitfähigkeit für jede Resonatormode n und deren Resonanzfrequenz f_n berechnet werden kann. Wichtig ist, dass R_{Surf} über Gleichung (4.15) selbst ebenfalls eine Frequenzabhängigkeit aufweist und demnach für jede Mode einzeln berechnet werden muss. Damit erhält man für die Fundamentalmode eine Leitfähigkeit von

$$\sigma = 1,46 \cdot 10^{17} \, \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}.$$

Mit dieser Leitfähigkeit bestimmt MWS^{33} über die Gleichungen (4.8) und (7.2) und mit den elektromagnetischen Feldern der Fundamentalmode die folgenden Werte für Güte und Shuntimpedanz des JAERI-Resonators:

$$R_{\rm S} = 6.88 \cdot 10^{11} \,\Omega \,,$$

 $Q_0 = 2.40 \cdot 10^9 \,.$

Damit wird das vom Hersteller angegebene Q_0 von $2 \cdot 10^9$ durch die Simulation bestätigt. Durch eine optimale Präparation der Niob-Oberfläche können mittlerweile Restwiderstände von etwa 10 n Ω erzielt werden [24], so dass sich R_{Surf} weiter reduzieren lässt. Damit könnte man ein R_{Surf} von 104,4 n Ω erreichen und es wäre ein R_{S} von 7,66 \cdot 10¹¹ Ω möglich. Mit diesem Wert als obere Grenze lässt sich auch für die Leistungsverluste P_{Res} in den Resonatorwänden über

$$P_{\text{Res}} = 30,5 \text{ W}$$
 (pro Resonator, mit $U_{\text{Res}}^1 = \frac{13,67 \text{ MV}}{2}$ bei 5 GeV).

Gleichung (3.10) eine untere Grenze angeben:

³³Intern berechnet MWS mit Hilfe von Gleichung (7.6) für jede Mode wieder das zugehörige R_{Surf} ; eine direkte Eingabe von R_{Surf} ist bei MWS nicht möglich.

7.4.2 Moden höherer Ordnung (HOM)

Bis zu einer Frequenz von 1747 MHz wurden mit MWS 365 Eigenmoden des JAERI-Resonators bestimmt. In Anhang D.2 sind die Modennummer n, die Resonanzfrequenzen f_n , die zugrunde liegende MWS-Genauigkeit und die Zuordnung der Moden zu einem Passband zu finden. Die Zuordnung zu einem Passband erfolgte dabei mit Hilfe einer Simulation des einzelligen JAERI-Resonators. Dieser Einzeller wurde in MWS aus den zwei Normalschalen (vgl. Abbildung C.1) konstruiert und mit dem Eigenmoden-Solver bis zu einer Frequenz von 1804 MHz simuliert, so dass sich insgesamt 84 Eigenmoden ergaben. Die Resonanzfrequenzen und die Modenindentifikation dieses JAERI-Einzellers befinden sich in Anhang D.1. Es konnten dabei bis zu 14-polige Moden indentifiziert werden. Wie zu erwarten, treten bis auf die Monopol-Moden alle Moden in zwei Polarisationsrichtungen auf, die sich in ihren Resonanzfrequenzen nur geringfügig unterscheiden. Nach den Überlegungen zu mehrzelligen Resonatoren in Abschnitt 7.2 spaltet jede Mode des Einzellers in fünf Moden beim JAERI-Fünfzeller auf. Damit und mit den Feldverteilungen, wie sie MWS als Simulationsergebnisse am Rechner zeigt, wurden die Zuordnungen der Moden des JAERI-Resonators in Anhang D.2 vorgenommen.

Bis zum einschließlich dritten Monopol-Passband treten alle Moden erwartungsgemäß auf und eine klare Zuordnung zu den Moden des Einzellers ist einfach möglich. Danach liegen die Frequenzen der Moden immer näher beieinander, so dass sich die Moden der unterschiedlichen Bänder überlagern und vermischen. MWS liefert auch nicht immer alle, theoretisch zu erwartenden HOM, so dass teilweise weniger als fünf bzw. zehn Moden einem Passband zugeordnet sind. Ferner liegen bereits bei der Simulation des Einzellers einige Moden sehr dicht beieinander (z.B. die 5., 6., 7. und 8. Monopol-Mode sowie die 4. und 5. Quadrupol-Mode), so dass nach Aufspaltung der Moden beim Fünfzeller keine eindeutige Zuordnung möglich war. Vor allem bei höheren Frequenzen gab MWS bei einigen wenigen Moden zwar die Resonanzfrequenzen aus, konnte aber aufgrund zu geringer Feldstärken keine gesicherten Feldverteilungen bestimmen (siehe Mode 52, 53, 194, 195, 197, 198, 312, 313, 329 und 330). Außerdem treten bei höheren Frequenzen einige Dipol-Moden auf, bei denen die 2. Polarisation der Mode fehlt (siehe Mode 294, 298 und 314). Schließlich wurden einige Moden zwar klar als Monopol- oder Dipolmoden identifiziert, es konnte jedoch bezüglich der Simulation des Einzellers keine sichere Zuordnung zu einem Passband vorgenommen werden (siehe Mode 210, 211, 221, 223, 243, 244 und 255). Die Simulationen der Moden oberhalb von 1600 MHz wurden mit einer geringeren Vorgabe bezüglich der zu erreichenden MWS-Genauigkeiten durchgeführt, um die Berechnungszeiten nicht zu groß werden zu lassen.

Um die Monopol- und Dipol-Moden des JAERI-Resonators zu beurteilen, wurden für alle diese HOM deren $\frac{R}{Q}$ -Werte mit MWS ermittelt. Im Anhang D.2 sind diese von MWS gelieferten Ergebnisse tabellarisch zusammengefasst. Dazu wurden für alle Monopol-Moden mit Hilfe von Gleichung (7.2) das longitudinale $\frac{R_{\parallel}}{Q}$ auf der Resonatorachse und für alle Dipol-Moden der Kreisfrequenz ω_n mit Hilfe von Gleichung (7.3) das transversale $\frac{R_{\perp}(r=1/k_n)}{Q}$ im Abstand $r = 1/k_n = c/\omega_n$ von der Resonatorachse bestimmt. Da TE-Monopol-Moden keine longitudinalen elektrischen Felder besitzen, sind die longitudinalen $\frac{R}{Q}$ -Werte dieser Moden (siehe Mode 45-49, 180, 186, 192 und 193) Null, so dass diese im Folgenden auch nicht weiter behandelt werden. Weiterhin zeigen die Ergebnisse, dass die beiden Polarisationen einer Dipol-Mode wie erwartet jeweils die gleichen $\frac{R}{Q}$ -Werte besitzen.

Die Ergebnisse aus Anhang D.2 für $\frac{R_{\parallel}}{Q}$ sind in Abbildung 7.8 für die TM-Monopol-Moden von 491 MHz bis 1750 MHz in halblogarithmischer Darstellung aufgetragen. Für alle Dipol-Moden zwischen 491 MHz bis 1750 MHz wurden die Ergebnisse für $\frac{R_{\perp}(r=1/k_n)}{Q}$ aus Anhang D.2 zunächst mit der zugehörigen Wellenzahl k_n multipliziert, um die Werte in Einheiten von Ω/m zu erhalten.



Abbildung 7.8: Longitudinale R/Q-Werte in halblogarithmischer Darstellung für die TM-Monopol-Moden des JAERI-Resonators zwischen 491 und 1750 MHz. Mit FM ist der longitudinale R/Q-Wert von 287 der Fundamentalmode bei 500 MHz markiert.

Die Ergebnisse³⁴ für $\frac{R_{\perp}}{Q}$ zeigt Abbildung 7.9. Desweiteren wurden für alle betrachteten Monopolund Dipol-Moden die Gütefaktoren Q_0 mit MWS über Gleichung (4.8) bestimmt. Dazu wurden für jede Mode die zugehörige, frequenzabhängige Leitfähigkeit mit Gleichung (7.6) und der Oberflächenwiderstand R_{Surf} , der wiederum über Gleichung (4.15) eine Frequenzabhängigkeit aufweist und einen Restwiderstand von 25 n Ω beinhaltet, berechnet. Die Ergebnisse für Q_0 werden wiederum in Anhang D.2 aufgeführt. Man kann zwar eine leichte Tendenz zur Abnahme der Güten bei höheren Frequenzen feststellen, Q_0 sinkt jedoch nicht unter einen Wert von $4 \cdot 10^8$. Schließlich werden die longitudinalen bzw. transversalen Shuntimpedanzen der Monopol- bzw. Dipol-Moden berechnet, indem die $\frac{R}{Q}$ -Werte aus den Abbildungen 7.8 und 7.9 mit den zugehörigen Güten aus Anhang D.2 multipliziert werden. Die Ergebnisse zeigt Abbildung 7.10. Die äußerst zahlreichen HOM des JAERI-Resonators besitzen fast durchgehend ausgesprochen hohe Shuntimpedanzen. Daher werden sie den Elektronenstrahl deutlich störend beeinflussen und zu Strahlinstabilitäten führen können, was ausführlich im folgenden Kapitel 8 behandelt wird. Die erhebliche Anzahl der HOM des JAERI-Resonators lässt sich zum einen als Folge seiner Mehrzelligkeit erklären, zum anderen ist dies darauf zurückzuführen, dass die Entwicklung der Geometrie der Resonatorstruktur nicht im Hinblick auf die Dämpfung der HOM stattgefunden hat.

7.5 Zukünftige Untersuchungen des JAERI-Resonators

Für weitergehende Untersuchungen des JAERI-Resonators soll abschließend auf die folgenden Punkte hingewiesen werden:

³⁴Aus Übersichtsgründen wurden $\frac{R_{\perp}(r=1/k_n)}{Q}$ -Werte aus Anhang D.2 kleiner als 0,001 nicht berücksichtigt.



Abbildung 7.9: Transversale R/Q-Werte in halblogarithmischer Darstellung für alle Dipol-Moden des JAERI-Resonators zwischen 491 und 1750 MHz.

- Die elektromagnetischen Wellen derjenigen HOM mit Eigenfrequenzen oberhalb der Cut-Off-Frequenzen (vgl. Abschnitt 4.1) der Strahlrohre des JAERI-Resonators klingen in den Rohren nicht mehr exponentiell ab. Mit Gleichung (4.4) und den Nullstellen der Besselfunktionen [38] werden die beiden niedrigsten Cut-Off-Frequenzen der JAERI-Strahlrohre mit Radius a = 0,101 m berechnet: Für TE-Dipol-Moden ergibt sich ein f_c von 0,870 GHz und für TM-Monopol Moden ein f_c von 1,136 GHz. Daher treten in den Strahlrohren jeweils vier TE-Dipol-Moden mit Eigenfrequenzen von etwa 0,891 GHz und 1,021 GHz (s. in Anhang D.2 die dort als Strahlrohrmode bezeichneten Moden 38-41 und 68-71) und zwei TM-Monopol-Moden (Moden 135 und 136) mit etwa 1,254 GHz auf. Gleichsam kann man in den MWS-Feldverteilungen beobachten, dass die Monopol- und Dipol-HOM mit Eigenfrequenzen oberhalb dieser f_c auch Feldanteile in den Strahlrohren besitzen. Innerhalb dieser Arbeit wurde jedoch die Bedeutung der Strahlrohre für die Felder der HOM und für deren Dämpfung durch HOM-Koppler (vgl. Abschnitt 8.3) nicht untersucht.
- In der Schlussphase der Arbeit wurde eine Simulation des Resonators mit elektrischen Randbedingungen durchgeführt. Ein erster Vergleich ergab hinsichtlich der Passband-Struktur der Resonatormoden keine wesentlichen Unterschiede zu den hier dargestellten Simulationen mit magnetischen Randbedingungen. Die Ergebnisse für die Fundamentalmode entsprechen den in Abschnitt 7.4.1 vorgestellten und die Shuntimpedanzen der ersten Monopol- und Dipol-Passbänder übersteigen nicht die in Anhang D.2 zusammengestellten Werte. Trotzdem ist ein ausführlicher Vergleich der Eigenmoden des Resonators insbesondere oberhalb der Cut-Off-Frequenzen der Strahlrohre bei Simulationen mit unterschiedlichen Randbedingungen sinnvoll.
- Im Hinblick auf andere HOM-Untersuchungen an supraleitenden Resonatoren [38] und nach den hier vorgestellten Ergebnissen für die Dipol-HOM sollten auch die Quadrupol-



Abbildung 7.10: Longitudinale bzw. transversale Shuntimpedanzen (in M Ω bzw. $\frac{M\Omega}{m}$) der Monopol- bzw. Dipol-Moden des JAERI-Resonators im Frequenzbereich zwischen 491 und 1750 MHz. Die Fundamentalmode ist mit FM gekennzeichnet.

Moden des JAERI-Resonators, die die Elektronen mit Achsenablage ebenfalls transversal ablenken können, auf Moden mit hohen $\frac{R}{O}$ -Werten untersucht werden.

- Eine beispielsweise aus Kupfer gefertigte Struktur, die die gleichen Maße wie der JAERI-Resonator besitzt, könnte herangezogen werden, um mit Hilfe von Störkörpermessungen [27] die hier simulierten Ergebnisse experimentell zu untermauern.
- Wegen der zahlreichen HOM mit äußerst hohen Shuntimpedanzen sollte grundsätzlich über eine zwar aufwendige, aber sehr sinnvolle Optimierung bzw. Neuentwicklung einer Geometrie für einen supraleitenden, mehrzelligen 500 MHz-Resonator nachgedacht werden. Zum Einstieg in solche Resonatordesign-Studien eignet sich die Einführung von [7]. Weiterhin ist dazu das Vorgehen zur Entwicklung HOM-freier einzelliger Resonatoren [8] hilfreich.
8 Strahlangeregte HOM und Multibunch-Instabilitäten

Die HOM des JAERI-Resonators können durch den Elektronenstrahl, der den Resonator durchquert, angeregt werden. Die elektromagnetischen Felder der HOM wirken destabilisierend auf den Strahl und können letztlich zu dessen Verlust führen. Ferner verursachen die angeregten HOM zusätzliche Leistungsverluste in den Resonatorwänden. Anhand der sogenannten Multibunch-Instabilitäten soll gezeigt werden, was für Auswirkungen die Verwendung der supraleitenden JAERI-Resonatoren im ELSA-Strechterring bereits bei niedrigen Strahlströmen hat. Dabei wird deutlich, dass ein stabiler Strahlbetrieb an ELSA unter Einsatz der JAERI-Resonatoren ohne weitere Maßnahmen, wie die Bedämpfung der HOM und strahlstabilisierende Feedback-Systeme, nicht möglich sein wird.

8.1 Strahl-HOM-Wechselwirkung in Resonatoren

Grundsätzlich können Ladungen, die einen Hohlraumresonator oder eine andere Struktur eines Beschleunigers, die plötzliche Querschnittsänderungen aufweist, durchqueren, elektromagnetische Felder, die sogenannten Wakefelder, anregen. Zur Theorie von Wakefeldern und den damit verbundenen Strahlinstabilitäten insbesondere an ELSA sei hier auf [3] verwiesen. Im Folgenden soll speziell die Wechselwirkung einer Kette von Elektronenbunchen, also eines typischen Multibunch-Betriebes an ELSA, mit den HOM des JAERI-Resonators betrachtet werden. Werden HOM in einem Resonator durch die ihn durchquerenden Ladungen angeregt, so klingen die Felder der HOM exponentiell mit einer charakteristischen Zeitkonstante ab. Da bei supraleitenden Resonatoren die Wandverluste so gering sind, sind die elektromagnetischen Schwingungen im Resonator im Gegensatz zu normalleitenden Resonatoren viel weniger stark gedämpft, so dass die angeregten HOM in supraleitenden Strukturen deutlich länger bestehen bleiben. Nach Abschnitt 4.2 wird dies durch den hohen Gütefaktor des supraleitenden Resonators erfasst. Die Abklingzeit $T_{\rm ab}$ einer Resonatormode lässt sich für jede HOM aus ihrer belasteten Güte $Q_{\rm L}$ und der Kreisfrequenz ω der Mode berechnen [23]: $T_{ab} = \frac{2Q_L}{\omega}$. Der zeitliche Abstand zweier aufeinanderfolgender Bunche beträgt wegen der Hochfrequenz von 500 MHz bei ELSA 2 ns. Die Felder der angeregten HOM sind also lange nicht wieder abgeklungen, wenn weitere Bunche den Resonator durchqueren, so dass die HOM störend, d.h. ablenkend bzw. abbremsend auf die nachfolgenden Bunche zurückwirken, wobei alle folgenden Bunche ihrerseits auch wieder HOM des Resonators neu anregen können. Da es damit unter den Bunchen zu einer Kopplung kommt, spricht man auch von sogenannten Coupled-Bunch- oder Multibunch-Instabilitäten.

8.2 Multibunch-Instabilitäten

Ausgehend von einer Einführung in Multibunch-Instabilitäten nach [40] betrachten wir eine Kette von h äquidistanten Elektronenbunchen im Ringbeschleuniger, die entsprechend der Hochfrequenz $f_{\rm HF}$ mit einem zeitlichen Abstand von $1/f_{\rm HF}$ einen Hohlraumresonator durchqueren. Die Elektronen führen longitudinal um die Sollphase Synchrotronschwingungen der Frequenz $f_{\rm S}$ und transversal um die Sollbahn Betatronschwingungen³⁵ aus. Das zugehörige Frequenzspektrum des Strahles³⁶ umfasst nicht nur Vielfache der Hochfrequenz, $\mu f_{\rm HF}$, sondern auch weitere charakteristische Linien: Diese ergeben sich zum einen aus den Intensitätsunterschieden zwischen den Bunchen und der inhomogener Füllung des Beschleunigers, so dass auch die Umlauffrequenz $f_{\rm U}$ der Bunche und deren Vielfache $n f_{\rm U}$, die Umlaufharmonischen, im Frequenzspektrum auftreten,

 $^{^{35}}$ Dabei teilt man die transversalen Schwingung in horizontale Anteile, d.h. mit Amplituden in x-Richtung, und vertikale Anteile, d.h. mit Amplituden in y-Richtung, auf, die mit den Indizes x und y im Weiteren gekennzeichet werden.

 $^{^{36}\}mathrm{Als}$ Beispiel zeigt Anhang E ein an ELSA aufgenommenes Strahlspektrum.

zum anderen aus den zusammenhängenden, d.h. kohärenten longitudinalen Synchrotron- bzw. transversalen Betatronschwingungen der Elektronen. Daher erscheinen auch die Frequenzenlinien der Synchrotronschwingung, $f_{\rm S}$, und der Betatronschwingung, $f_{{\rm B},x}$ bzw. $f_{{\rm B},y}$, im Frequenzspektrum des Strahles als entsprechende Seitenbänder. Das vollständige Spektrum des Strahls setzt sich daher aus den folgenden Beiträgen zusammen:

longitudinal
$$f_{\mu nm}^{\pm} = \mu f_{\rm HF} \pm (n f_{\rm U} \pm m f_{\rm S})$$
 (8.1)

bzw. transversal $f_{\mu nm}^{\pm} = \mu f_{\rm HF} \pm (n f_{\rm U} \pm m f_{{\rm B}, x \, {\rm bzw.} \, y})$, (8.2)

mit $-\infty < \mu < \infty$ und μ, n, m ganzzahlig sowie n = 0, 1, 2, 3, ..., h - 1.

Diese Anregungslinien im Strahlspektrum, die man auch als Coupled-Bunch-Moden (CBM) des Strahles bezeichnet, können an die HOM des Resonators ankoppeln, indem ein Energieaustausch zwischen der angeregten HOM und der Strahlschwingung geschieht [40]. Dadurch kommt es zu longitudinalen und transversalen Multibunch-Instabilitäten, die nachfolgend CBM-Instabilitäten genannt werden.

8.2.1 Anwachsraten für CBM-Instabilitäten und Dämpfungsmechanismen

Um das Aufkommen von CBM-Instabilitäten an ELSA bei bestimmten Strahlströmen I_{Strahl} und Energien E auf Grund der HOM des JAERI-Resonators zu erfassen, folgen wir den Untersuchungen an anderen Kreisbeschleunigern [21], [36], [39], [43] und betrachten die Anwachsraten $\frac{1}{\tau}$ dieser longitudinalen und transversalen CBM-Instabilitäten. Im ungünstigsten Fall trifft eine Linie $f_{\mu nm}^{\pm}$ des Frequenzspektrums des Strahles gerade die Frequenz f_{HOM} einer HOM des Resonators. Dann berechnen sich für longitudinale CBM-Instabilitäten die Anwachsraten nach [40] mit den longitudinalen Shuntimpedanzen R_{\parallel} der HOM für einen Elektronenbeschleuniger wie folgt:

$$\frac{1}{\tau_{\parallel}} = \frac{\alpha_{\rm C}}{2Q_{\rm S} \cdot E/e} \cdot I_{\rm Strahl} \cdot f_{\rm HOM} \cdot R_{\parallel} , \qquad (8.3)$$

wobei $\alpha_{\rm C}$ den Momentum-Compaction-Faktor des Beschleunigers (vgl. Abschnitt 3.3) bezeichnet und $Q_{\rm S}$ der sogenannte Synchrotron-Arbeitspunkt des Beschleunigers ist, der sich aus der energieabhängigen Frequenz der Synchrotronschwingung $f_{\rm S}$ und der Umlauffrequenz $f_{\rm U}$ der Elektronen im Ring mit

$$Q_{\rm S} = \frac{f_{\rm S}}{f_{\rm U}} \tag{8.4}$$

angeben lässt. Die Berechnung von $f_{\rm S}$ wird beispielsweise in [14] gezeigt. Damit und unter der Verwendung der Energieverluste durch Synchrotronstrahlung ΔW , die mit Gleichung (3.8) für jede Energie E berechnet werden können, sowie des Überspannungsfaktors q kann für ultrarelativistische Elektronen $f_{\rm S}$ über

$$f_{\rm S} = \sqrt{\frac{\alpha_{\rm C} \cdot h \cdot f_{\rm U}^2}{2\pi E/e}} \cdot \Delta W \sqrt{q^2 - 1}$$
(8.5)

bestimmt werden.

Für die transversalen Instabilitäten liefert [40] mit den zugehörigen transversalen Shuntimpedanzen R_{\perp} der HOM:

$$\frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{\beta_{x,y}}{2E/e} \cdot I_{\text{Strahl}} \cdot f_{\text{U}} \cdot R_{\perp} .$$
(8.6)

Dabei ist $\beta_{x,y}$ der Wert der horizontalen (β_x) bzw. vertikalen (β_y), optischen β -Funktion des Beschleunigers³⁷ am Ort desjenigen Hohlraumresonators, in dem die HOM angeregt werden.

Der einzige Mechanismus im Kreisbeschleuniger, der die anwachsenden Instabilitäten des Elektronenstrahles dämpfen kann, ist die natürliche Strahlungsdämpfung durch die Emission von Synchrotronlicht. Dadurch werden sowohl die Synchrotron- als auch die Betatronschwingung gedämpft. Das Maß der Dämpfung wird für die Synchrotronschwingung durch die longitudinale Dämpfungszeit $\tau_{\rm S}$ (vgl. Abschnitt 3.3) und für die Betatronschwingung durch die transversale Dämpfungszeit $\tau_{x,y}$ beschrieben. Solange diese natürliche Dämpfungszeit $\tau_{{\rm S},x,y}$ kleiner ist als die oben eingeführte Wachstumszeit $\tau_{\parallel,\perp}$ der Instabilität, solange überwiegt die Dämpfung der Elektronenschwingung und Instabilitäten treten nicht auf. Mit den in [15] hergeleiteten Ausdrücken lassen sich die Dämpfungsraten in Abhängigkeit der Strahlenergie E und der Synchrotronstrahlungsverluste ΔW berechnen:

$$\frac{1}{\tau_{\rm S}} = \frac{f_{\rm U} \cdot \Delta W}{2E} \cdot (2+D) \quad , \tag{8.7}$$

$$\frac{1}{\tau_x} = \frac{f_{\rm U} \cdot \Delta W}{2E} \cdot (1 - D) \tag{8.8}$$

und
$$\frac{1}{\tau_y} = \frac{f_{\rm U} \cdot \Delta W}{2E}$$
. (8.9)

Dabei ist D der in Gleichung (3.5) bereits eingeführte D-Parameter, der von der Magnetstruktur des Beschleunigers abhängt. Da ΔW nach Gleichung (3.8) eine E^4 -Abhängigkeit aufweist, steigen die Dämpfungsraten insgesamt mit E^3 an, d.h. grundsätzlich ist bei höheren Energien wegen der stärkeren natürlichen Strahlungsdämpfung die Situation hinsichtlich möglicher Strahlinstabilitäten weniger kritisch als bei niedrigeren.

Insgesamt kann mit der nachfolgenden Bedingung eine Schwelle für den Strahlstrom oder die Shuntimpedanzen der HOM angegeben werden, ab welcher longitudinale bzw. transversale CBM-Instabilitäten im Beschleuniger auftreten:

$$\frac{1}{\tau_{\rm S,x,y}} = \frac{1}{\tau_{\parallel,\perp}} \,. \tag{8.10}$$

8.2.2 CBM-Instabilitäten beim Einsatz des JAERI-Resonators in ELSA

Um die Auswirkungen der Monopol- und Dipol-HOM des supraleitenden JAERI-Resonators auf die Stabilität und die Qualität des Elektronenstrahles im ELSA-Stretcherring darzustellen, werden für einem Strahlstrom I_{Strahl} und eine Energie E longitudinale und transversale Impedanzschwellen berechnet. Liegen die R_{\parallel} - und R_{\perp} -Werte der HOM des JAERI-Resonators über diesen Schwellen, so können im ELSA-Stretcherring longitudinale und tranversale Instabilitäten auftreten. Dazu werden die Gleichungen (8.3) und (8.6) in Gleichung (8.10) eingesetzt, so dass sich zur Berechnung der Schwellen die folgenden Gleichungen ergeben:

$$R_{\parallel} = 0.5 \cdot \frac{2E/e \cdot Q_{\rm S}}{\tau_{\rm S} \cdot \alpha_{\rm C}} \cdot \frac{1}{I_{\rm Strahl}} \cdot \frac{1}{f} , \qquad (8.11)$$

$$R_{\perp} = 0.5 \cdot \frac{2E/e}{\tau_{x,y} \cdot \beta_{x,y} \cdot f_{\mathrm{U}}} \cdot \frac{1}{I_{\mathrm{Strahl}}} \,. \tag{8.12}$$

³⁷Die optischen β -Funktionen sind von der Strahlfokussierung abhängig und ein Maß für den lokalen Strahlquerschnitt am Ort z der Sollbahn des Beschleunigers.

Dabei wurde jeweils mit dem Faktor 0,5 der Betrieb von zwei JAERI-Resonatoren berücksichtigt. Die Brüche $\frac{2E/eQ_S}{\tau_S \alpha_C}$ bzw. $\frac{2E/e}{\tau_{x,y} \beta_{x,y} f_U}$ können als ein energieabhängiges Maß für die Empfindlichkeit des Beschleunigers bezüglich des Auftretens von CBM-Instabilitäten interpretiert werden. Wie zu erwarten, zeigen die Gleichungen (8.11) und (8.12) auch die typische Abhängigkeit von I_{Strahl} : Mit zunehmendem Strom müssen die Impedanzen der HOM kleiner werden, wenn Instabilitäten vermieden werden sollen.

Mit denen in Tabelle 8.1 zusammengetragenen Werten und unter Berücksichtigung der ELSA-Kenndaten aus Tabelle 3.1 werden die Impedanzschwellen bei einem Strahlstrom von 15 mA und bei Energien von 1,2 GeV und 5 GeV bestimmt. Die Werte der β -Funktion sind ener-

E / GeV	ΔW / MeV	q	$f_{\rm S}$ / kHz /	$\tau_{\rm S}$ / ms	$\tau_x \ / \ { m ms}$	τ_y / ms
1,2	0,02	$25,\!6$	58,2	36,2	92,5	78,0
5,0	5,08	2,7	154,7	$0,\!5$	1,3	1,1

Tabelle 8.1: Zusammenstellung der energie
abhängigen Werte zur Berechnung der Impedanzschwellen: Synchrotronfrequen
z $f_{\rm S}$ und Dämpfungszeiten τ der natürlichen Strahlungsdämpfung. Der Überspannungsfaktor q ergibt sich aus Abschnitt 3.4 und Abbildung 6.5.

gieunabhängig und in Tabelle 8.2 zusammengestellt, wobei von den aktuellen Standorten der PETRA-Resonatoren ausgegangen wird, da an diese Positionen ebenfalls die beiden JAERI-Resonatoren in den Ring eingebaut werden sollen. Das Produkt $\tau \cdot \beta$ besitzt für $\beta_y = 10,60$ m und für die τ_y -Werte sowohl bei 1,2 GeV als auch bei 5 GeV jeweils etwas größere Werte als bei den entsprechenden Werten für die *x*-Richtung. Daher werden diese ungünstigeren Werte zur Berechnung der transversalen Impedanzschwelle verwendet.

Resonator	z-Standort im Ring	β_x / m	β_y / m
PETRA 1	79,78	7,65	6,86
PETRA 2	83,98	4,39	10,60

Tabelle 8.2: Werte der horizontalen und vertikalen β -Funktion am Ort der beiden PETRA-Resonatoren im ELSA-Stretcherring nach [28].

Damit ergeben sich für einen Strahlstrom von 15 mA die folgenden Impedanzschwellen:

• longitudinal, 1,2 GeV:

$$R_{\parallel}(f) = 1.09 \ \mathrm{M}\Omega \cdot \frac{1}{f/\mathrm{MHz}}$$
, (8.13)

• longitudinal, 5 GeV:

$$R_{\parallel}(f) = 871,79 \ \mathrm{M}\Omega \cdot \frac{1}{f/\mathrm{MHz}}$$
, (8.14)

• transversal, 1,2 GeV:

$$R_{\perp} = 0.05 \ \frac{\mathrm{M}\Omega}{\mathrm{m}} \ , \tag{8.15}$$

• transversal, 5 GeV:

$$R_{\perp} = 15,63 \ \frac{\mathrm{M}\Omega}{\mathrm{m}} \ .$$
 (8.16)

Die Abbildungen 8.1 und 8.2 zeigen diese Schwellen der longitudinalen und transversalen Shuntimpedanzen zusammen mit den Impedanzen der Monopol- und Dipol-HOM des JAERI-Resonators, die aus Abbildung 7.10 entnommen wurden.



Abbildung 8.1: Schwellenimpedanzen (in $M\Omega$) an ELSA für longitudinale CBM-Instabilitäten bei Energien von 1,2 GeV und 5 GeV bei einem Strahlstrom von 15 mA sowie die longitudinalen Shuntimpedanzen der Monopol-HOM des JAERI-Resonators in halblogarithmischer Darstellung. Mit FM ist die Fundamentalmode gekennzeichnet.

Die Abbildungen machen deutlich, dass im Wesentlichen alle Monopol- und Dipol-HOM des JAERI-Resonators oberhalb der berechneten Impedanzschwellen liegen. Die Anwachszeiten der longitudinalen Instabilitäten liegen bei 5 GeV im Nanosekunden-Bereich, sie sind also selbst bei 5 GeV noch um etwa fünf Größenordnungen kleiner als die Dämpfungszeiten der Synchrotronschwingung. Die transversalen Instabilitäten besitzen bei 5 GeV Wachstumszeiten von einigen 100 μ s, wohingegen die Dämpfungszeiten der Betatronschwingungen etwa vier Größenordnungen größer sind. Die Situation bei der ELSA-Injektionsenergie von 1,2 GeV ist nochmals etwa bis zu drei Größenordnungen kritischer. Insgesamt reduziert die Strahlungsdämpfung also in keiner Weise ausreichend die auftretenden Instabilitäten in ELSA, vielmehr werden die CBM-Instabilitäten das Verhalten des Elektronenstrahles bereits bei geringen Strahlströmen dominieren. Daher wird beim Einsatz der supraleitenden JAERI-Resonatoren in ELSA kein stabiler Strahlbetrieb möglich sein, wenn nicht zusätzliche Maßnahmen ergriffen werden.



Abbildung 8.2: Schwellenimpedanzen (in $\frac{M\Omega}{m}$) an ELSA für transversale CBM-Instabilitäten bei Energien von 1,2 GeV und 5 GeV bei einem Strahlstrom von 15 mA sowie die transversalen Shuntimpedanzen der Dipol-HOM des JAERI-Resonators in halblogarithmischer Darstellung.

8.3 Bekämpfung der CBM-Instabilitäten und Dämpfung der HOM

Bei normalleitenden Resonatoren gibt es grundsätzlich die Möglichkeit durch eine Veränderung der Kühlwassertemperatur des Resonators und durch Stempel, die in den Hohlraumresonator hineingefahren werden können, die Frequenzen der HOM so zu verstimmen, dass während des Betriebes keine Frequenzlinie des Strahlspektrums im Bereich einer HOM hoher Shuntimpedanz liegt und somit eine signifikante Anregung der HOM verhindert wird [40]. Bei supraleitenden Resonatoren jedoch kommen nur das Dämpfen der Shuntimpedanzen der HOM und aktive Feedbackverfahren zur Strahlstabilisierung in Frage.

Durch den Einbau von sogenannten HOM-Kopplern³⁸ wird den Feldern der angeregten HOM deren Hochfrequenz-Leistung entzogen. Die HOM-Koppler wirken als Leistungsabsorber und führen diese an externe Lasten ab. Daher sind die reduzierten, belasteten Güten Q_L ausschlaggebend, die sich aus den Q_0 der betreffenden HOM entsprechend des Koppelfaktors β der HOM-Koppler ergeben:

$$Q_{\rm L} = \frac{Q_0}{1+\beta} \,. \tag{8.17}$$

³⁸Ausführlich wird beispielsweise in [23] auf die unterschiedlichen Typen von HOM-Kopplern und deren Einsatz und die Entwicklung für supraleitende Resonatoren eingegangen. Ferner sind in diesem Zusammenhang die Forschungsergebnisse [8] für einzellige Resonatoren hilfreich, die durch neue Geometrieentwicklungen HOM-frei bzw. deren HOM stark gedämpft sind.

Mit den $\frac{R}{Q}$ -Werten der HOM ergeben sich nicht mehr die hohen Shuntimpedanzen der ungedämpften HOM, sondern die verringerten, belasteten Shuntimpedanzen $R_{\rm L}$ mit

$$R_{\rm L} = \frac{R}{Q} \cdot Q_{\rm L} . \tag{8.18}$$

Ausgehend von den Abbildungen 8.1 und 8.2 können HOM-Koppler mit ausreichend hohen Koppelfaktoren für den JAERI-Resonator entwickelt werden. Allerdings ist eine solche Entwicklung und Konstruktion besonders für supraleitende Resonatoren sehr aufwendig und komplex. Dabei muss man sicher stellen, dass die HOM-Koppler zwar den HOM ausreichend Leistung entziehen, gleichzeitg diese aber nicht an die Fundamentalmode des Resonators koppeln. Desweiteren besitzt der JAERI-Resonator eine ausgesprochen hohe Anzahl an gefährlichen Monopolund Dipol-HOM, deren Anordnung zudem im Frequenzspektrum zu höheren Frequenzen hin unübersichtlicher wird, so dass es schwierig sein wird, durch HOM-Koppler alle relevanten HOM zu bedämpfen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine weitere Bearbeitung der HOM-Koppler-Thematik und deren Entwicklung für den JAERI-Resonator nicht vorgenommen.

Neben den Strahlinstabilitäten verursachen die strahlangeregten HOM zusätzliche ohmsche Verluste in den Wänden der supraleitenden Resonatoren. Diese sind zum einen wegen der höheren Abdampfraten für die Auslegung des Flüssighelium-Systems und der Gasverflüssigungsanlage von Bedeutung, zum anderen ist die Dämpfung der HOM im supraleitenden Resonator an sich notwendig, denn sonst würden im Heliumtank des Resonators erhebliche Mengen an Flüssighelium verdampfen, was den spontanen Zusammenbruch der Supraleitung, das Quenchen des Resonators zur Folge hat. Die Berechung [23] der zusätzlichen Leistungsverluste

$$P_{\text{Res}}^{zu} = \frac{1}{2} \cdot R_{\text{S}} \cdot I_{\text{Strahl}}^2 \frac{1}{(1+\beta)^2} , \qquad (8.19)$$

die durch das Anregen einer HOM mit der unbelasteten Shuntimpedanz $R_{\rm S}$ durch den Strahlstrom $I_{\rm Strahl}$ verursacht werden, zeigt, dass wegen der hohen $R_{\rm S}$ unakzeptable Verluste auftreten würden, wenn die Mode nicht über einen HOM-Koppler ausreichend bedämpft wird. Die Dämpfung muss in Gleichung (8.19) wieder durch ein ensprechend hohes β berücksichtigt werden. Um $P_{\rm Res}^{zu}$ auf unter 1 W zu reduzieren, müssen die Koppelfaktoren teils Werte in der Größenordnung von bis zu 10⁵ besitzen.

Schließlich können Feedback-Systeme, die aktiv dämpfend auf die Strahlbewegung einwirken, als Maßnahme zur Bekämpfung der Strahlinstabilitäten in Frage kommen. Diese Systeme umfassen enorm schnell arbeitende Longitudinal- und Transversalkicker³⁹. Bei der Vielzahl an Bunchen in ELSA und wegen der zu realisierenden enorm kurzen Pulszeit sind solche Verfahren ebenfalls äußerst aufwendig [40].

³⁹Kicker sind sehr schnell gepulste Magnete, die während der Pulsdauer den Teilchenstrahl ablenken.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Die Studien dieser Arbeit haben gezeigt, dass an der Beschleunigeranlage ELSA eine Energieerhöhung auf 5 GeV durch den Einsatz supraleitender Hochfrequenzresonatoren im ELSA-Stretcherring realisiert werden kann. Allerdings wird als Folge der störenden Wirkung der Moden höherer Ordnung (HOM) der supraleitenden Resonatoren ein ELSA-Betrieb mit einem stabilen Elektronenstrahl ohne Weiteres nicht möglich sein, da erhebliche Strahlinstabilitäten zu erwarten sind.

Zunächst wurden die Anforderung an Hochfrequenzresonatoren zur Strahlbeschleunigung an ELSA bei Energien bis 5 GeV zusammengestellt: Bei 5 GeV muss von den Resonatoren eine Resonatorspannung von 13,67 MV zur Verfügung gestellt werden. Damit ergibt sich beim Einsatz von zwei fünfzelligen 500 MHz-Resonatoren eine elektrische Feldstärke von 4,56 MV/m, die in den Resonatoren stabil aufgebaut werden muss. Solche Feldstärken lassen sich nur mit supraleitenden Strukturen erzielen.

Wegen der geringen Leistungsverluste in den Wänden supraleitender Resonatoren kann die bestehende ELSA-Hochfrequenzversorgung, die im Dauerbetrieb 250 kW Leistung liefern kann, in der jetzigen Form bestehen bleiben. Eine Nachbeschleunigung von 50 mA Strahlstrom auf eine Endenergie von 5 GeV kann dann durch den Einsatz supraleitender Resonatoren realisiert werden. Desweiteren ist der Speichermodus mit einem maximalen Strahlstrom von 200 mA bei einer Strahlenergie von 3,5 GeV an ELSA möglich.

Die supraleitenden Resonatoren werden aus Niob gefertigt und gehen ab einer kritischen Temperatur von 9,2 K in den supraleitenden Zustand über. Durch Kühlung mit Flüssighelium bei 4,2 K unter Normaldruck ist ein Oberflächenwiderstand des Resonators bis zu 104 n Ω erzielbar, so dass die erforderlichen Resonatorgüten im Bereich von $2 \cdot 10^9$ und Shuntimpedanzen im Bereich von $7 \cdot 10^{11} \Omega$ möglich sind.

Das gesamte Hochfrequenzsystem der Beschleunigungsresonatoren wurde anhand von Ersatzschaltbildern und Zeigerdiagrammen betrachtet. Damit konnten für den Einsatz zweier supraleitender Resonatoren der optimale Koppelfaktor zu 2719 und die maximal notwendige Verstimmung der Resonanzfrequenz der Resonatoren zu 16 kHz berechnet werden. Ausgehend von diesen Überlegungen wurden Simulationsrechnungen für den Nachbeschleunigungs- und den Speichermodus an ELSA durchgeführt. Vor- und Nachteile der Installation einer variablen Einkopplung für unterschiedliche Betriebsmodi wurden diskutiert, sowie die Grundlagen und das Schema der Steuerung eines Hochfrequenzsystems während des Beschleunigerbetriebes gezeigt.

Mit dem fünfzelligen, supraleitenden JAERI-Resonator wurde eine für ELSA geeignete 500 MHz-Beschleunigungsstruktur vorgestellt. Die Simulation der Fundamentalmode des JAERI-Resonators ergab einen $\frac{R}{Q}$ -Wert von 286,8 Ω ; bei einer gut präperierten Oberfläche des Resonators ist damit eine maximale Güte von etwa 2,7 \cdot 10⁹ und eine Shuntimpedanz von maximal 7,7 \cdot 10¹¹ Ω für die Fundamentalmode möglich. Bei einer Energie von 5 GeV an ELSA beträgt die Verlustleistung in den Wänden eines Resonators dann minimal 30,5 W. Die HOM des Resonators wurden bis zu einer Frequenz von 1750 MHz simuliert und hinsichtlich ihrer Feldverteilungen charakterisiert. Für alle Monopol-Moden wurden die longitudinalen, für alle Dipol-Moden die transversalen Shuntimpedanzen bestimmt, so dass eine Beurteilung dieser Moden hinsichtlich ihrer Wechselwirkung mit dem Elektronenstrahl erfolgen konnte.

Abschließend wurden Energie und Strom abhängige Impedanzschwellen berechnet, oberhalb derer longitudinale und transversale Multibuch-Instabilitäten für den Elektronenstrahl in ELSA zu erwarten sind. Da die Shuntimpedanzen fast aller Monopol- und Dipol-Moden des JAERI-Resonators mehrere Größenordnungen über diesen Schwellen liegen, können weitestgehend alle Monopol- und Dipol-Moden zu Strahlinstabilitäten an ELSA führen. Mit der vorliegenden Arbeit ergeben sich für eine Energieerhöhung der Beschleunigeranlage ELSA auf 5 GeV im Hinblick auf die Strahlbeschleunigung folgende Themenbereiche, die zukünftig zu untersuchen sind: Die Wechselwirkung des Elektronenstrahles mit den HOM des JAERI-Resonators muss deutlich reduziert werden. Dazu ist sowohl eine Optimierung der Resonatorgeometrie und als auch die Entwicklung wirksamer HOM-Koppler zur Dämpfung der HOM unumgänglich. Zur aktiven Dämpfung von Multibunch-Instabilitäten ist weiterhin die Entwicklung von Feedback-Systemen erforderlich. Ferner sind die Überlegungen zum Hochfrequenzsystem und dessen Steuerung fortzusetzen, zum einen bezüglich einer variablen Einkopplung, zum anderen ist die technische Realisierung des Tuning- und des LLRF-Systems notwendig. Schließlich muss die Auslegung einer Gasverflüssigungsanlage, die die Versorgung des Resonatormoduls mit Flüssighelium sicherstellt, erarbeitet werden.

A Differentialgleichung eines elektrischen Schwingkreises

Ausgehend von der Strombilanzgleichung (5.6) in Abschnitt 5.2 und nach Einsetzen der unterschiedlichen Ströme

$$\tilde{I}_{\rm L} = \frac{1}{L} \int \tilde{U}_{\rm Res} dt$$
$$\tilde{I}_{\rm R} = \frac{\tilde{U}_{\rm Res}}{R_{\rm L}}$$
$$\tilde{I}_{\rm C} = C \frac{d}{dt} \tilde{U}_{\rm Res}$$

ergibt sich

$$\frac{1}{L} \int \tilde{U}_{\text{Res}} dt + \frac{\tilde{U}_{\text{Res}}}{R_{\text{L}}} + C \frac{d}{dt} \tilde{U}_{\text{Res}} = \tilde{I}_{\text{G}} - \tilde{I}_{\text{B}} .$$
(A.1)

Durch zeitliches Ableiten erhält man folgende Differentialgleichung:

$$\frac{1}{L}\tilde{U}_{\text{Res}} + \frac{1}{R_{\text{L}}}\frac{d}{dt}\tilde{U}_{\text{Res}} + C\frac{d^2}{dt^2}\tilde{U}_{\text{Res}} = \frac{d}{dt}\left(\tilde{I}_{\text{G}} - \tilde{I}_{\text{B}}\right) . \tag{A.2}$$

Division durch C und Einsetzen von $\omega_{\rm R}^2 = 1/LC$ und $Q_{\rm L} = \omega_{\rm R} R_{\rm L} C$ liefert:

$$\frac{d^2}{dt^2}\tilde{U}_{\rm Res} + \frac{\omega_{\rm R}}{Q_{\rm L}}\frac{d}{dt}\tilde{U}_{\rm Res} + \omega_{\rm R}^2\tilde{U}_{\rm Res} = \frac{\omega_{\rm R}R_{\rm L}}{Q_{\rm L}}\frac{d}{dt}\left(\tilde{I}_{\rm G} - \tilde{I}_{\rm B}\right) . \tag{A.3}$$

Nach Einsetzen der komplexen Ausdrücke

$$\begin{split} \tilde{U}_{\mathrm{Res}} &= U_{\mathrm{Res}} e^{i\omega_{\mathrm{HF}}t} \ , \\ \tilde{I}_{\mathrm{G}} &= I_{\mathrm{G}} e^{i\omega_{\mathrm{HF}}t} \ , \\ \tilde{I}_{\mathrm{B}} &= U_{\mathrm{B}} e^{i\omega_{\mathrm{HF}}t} \end{split}$$

führen wir die zeitlichen Ableitungen in Gleichung (A.3) aus und erhalten nach Division durch $e^{i\omega_{\rm HF}t}$ und Ausklammern von $U_{\rm Res}$:

$$U_{\rm Res}\left(-\omega_{\rm HF}^2 + \frac{i\omega_{\rm HF}^2\omega_{\rm R}^2}{Q_{\rm L}} + \omega_{\rm R}^2\right) \left/ \left(\frac{i\omega_{\rm HF}^2\omega_{\rm R}^2}{Q_{\rm L}}\right) = R_{\rm L}\left(I_{\rm G} - I_{\rm B}\right) , \qquad (A.4)$$

sowie schließlich nach Ausführen der Division die gesuchte Gleichung (5.8) aus Abschnitt 5.2:

$$U_{\rm Res}\left(1+iQ_{\rm L}\left(\frac{\omega_{\rm HF}}{\omega_{\rm R}}-\frac{\omega_{\rm R}}{\omega_{\rm HF}}\right)\right) = R_{\rm L}\left(I_{\rm G}-I_{\rm B}\right) . \tag{A.5}$$

B Berechnung der Generatorleistung

Im folgenden soll Gleichung (5.22) aus Abschnitt 5.4 hergeleitet werden. Dazu wird von den Gleichungen (5.20) und (5.21) ausgegangen:

$$U_{\rm acc} = U_{\rm Res} \cdot \cos \varphi_{\rm S} = U_{\rm GR} \cdot \cos \psi \cdot \cos (\Theta + \psi) - U_{\rm BR} \cdot \cos^2 \psi$$
$$U_{\rm im} = U_{\rm Res} \cdot \sin \varphi_{\rm S} = U_{\rm GR} \cdot \cos \psi \cdot \sin (\Theta + \psi) - U_{\rm BR} \cdot \cos \psi \sin \psi$$

In beiden Gleichungen werden zunächst die U_{BR} -Terme auf die linke Seite des Gleichheitszeichen gebracht. Dann werden die Gleichungen einzeln quadriert, addiert und vereinfacht, so dass sich ergibt:

$$\left(U_{\rm Res}\cos\varphi_{\rm S} + U_{\rm BR}\cos^2\psi\right)^2 + \left(U_{\rm Res}\sin\varphi_{\rm S} + U_{\rm BR}\cos\psi\sin\psi\right)^2 = U_{\rm GR}^2\cos^2\psi.$$
(B.1)

Unter Verwendung von Gleichung (5.16) für U_{GR}^2 wird in Gleichung (B.1) die Generatorleistung P_{G} eingeführt:

$$P_{\rm G} \frac{8\beta R_{\rm S}}{\left(1+\beta\right)^2} \cos^2 \psi = \left(U_{\rm Res} \cos \varphi_{\rm S} + U_{\rm BR} \cos^2 \psi\right)^2 + \left(U_{\rm Res} \sin \varphi_{\rm S} + U_{\rm BR} \cos \psi \sin \psi\right)^2 . \quad (B.2)$$

Auflösen der binomischen Ausdrücke, Ausklammern von U_{Res}^2 und weiteres Vereinfachen liefert:

$$P_{\rm G} = \frac{\left(1+\beta\right)^2}{8\beta R_{\rm S}} U_{\rm Res}^2 \left[\frac{1}{\cos^2\psi} + \frac{U_{\rm BR}^2}{U_{\rm Res}^2} + 2\frac{U_{\rm BR}}{U_{\rm Res}} \left(\cos\varphi_{\rm S} + \sin\varphi_{\rm S}\tan\psi\right)\right] \,. \tag{B.3}$$

Führt man $1 = \cos^2 \varphi_{\rm S} + \sin^2 \varphi_{\rm S}$ als Vorfaktor zu $\frac{U_{\rm BR}^2}{U_{\rm Res}^2}$ ein und ersetzt $\frac{1}{\cos^2 \psi} = 1 + \tan^2 \psi$, so können wieder zwei binomische Ausdrücke gebildet werden:

$$P_{\rm G} = \frac{U_{\rm Res}^2}{2R_{\rm S}} \frac{(1+\beta)^2}{4\beta} \left[\left(1 + \frac{U_{\rm BR}}{U_{\rm Res}} \cos\varphi_{\rm S} \right)^2 + \left(\tan\psi + \frac{U_{\rm BR}}{U_{\rm Res}} \sin\varphi_{\rm S} \right)^2 \right] \,. \tag{B.4}$$

Die Gleichungen (5.4) und (5.15) werden verwendet, um $U_{\rm BR}$ zu ersetzen und den Strahlstrom $I_{\rm Strahl}$ des Beschleunigers einzuführen. Schließlich ergibt sich dadurch die gesuchte Gleichung (5.22) aus Abschnitt 5.4:

$$P_{\rm G} = \frac{U_{\rm Res}^2}{2R_{\rm S}} \frac{(1+\beta)^2}{4\beta} \left[\left(1 + \frac{2I_{\rm Strahl}R_{\rm S}}{(1+\beta)U_{\rm Res}} \cos\varphi_{\rm S} \right)^2 + \left(\tan\psi + \frac{2I_{\rm Strahl}R_{\rm S}}{(1+\beta)U_{\rm Res}} \sin\varphi_{\rm S} \right)^2 \right] . \quad (B.5)$$



C Konstruktionszeichnungen der Schalen des JAERI-Resonators

Abbildung C.1: Technische Zeichnung zur Konstruktion der Normalschalen des JAERI-Resonators [37].



Abbildung C.2: Technische Zeichnung zur Konstruktion der Außenschalen des JAERI-Resonators [37].

D Simulationsergebnisse der Eigenmoden des JAERI-Resonators

D.1 Eigenmoden des einzelligen JAERI-Resonators

Mode n	f_n / MHz	Passband
1	$500,\!68$	1. Monopol
2	618,23	1. Dipol
3	618,23	1. Dipol
4	697,71	2. Dipol
5	697,71	2. Dipol
6	862,78	1. Quadrupol
7	863,18	1. Quadrupol
8	907,66	2. Monopol
9	942,01	3. Monopol
10	$958,\!00$	3. Dipol
11	$958,\!01$	3. Dipol
12	959,12	2. Quadrupol
13	$959,\!99$	2. Quadrupol
14	971,29	4. Dipol
15	971,30	4. Dipol
16	1047,45	1. Sextupol
17	1047,47	1. Sextupol
18	1069,55	4. Monopol
19	1149,10	5. Dipol
20	1149,12	5. Dipol
21	1187,27	2. Sextupol
22	1187,28	2. Sextupol
23	1225,61	3. Quadrupol
24	1226,76	1. Oktupol
25	1226,81	3. Quadrupol
26	1227,37	1. Oktupol
27	1275,33	6. Dipol
28	1275,38	6. Dipol
29	1313,70	7. Dipol
30	1313,72	7. Dipol
31	1318,71	4. Quadrupol
32	1319,65	4. Quadrupol
33	1381,49	5. Quadrupol
34	1382,10	5. Quadrupol
35 26	1393,50	5. Monopol
30	1390,78	0. Monopol
- 31 - 20	1399,57	2. Oktupol
38	1400,07	2. Oktupol
	1407.60	1. Dekapol
40	1407,00	7 Monoral
41	1417,02	8 Monopol
42	1427,40	6. Quadrupol
40	1453,00	6 Quadrupol
44	1400,00	3 Sextupol
40	1403,27	3 Sovtupol
40	1468 70	8 Dinol
41	1468 73	8 Dipol
	1400.10	

Mode n	f_n / MHz	Passband
49	1548,26	4. Sextupol
50	1548,27	4. Sextupol
51	1588,40	1. Dodekapol
52	1589,65	1. Dodekapol
53	1593,92	9. Dipol
54	1593,92	9. Dipol
55	1600,57	7. Quadrupol
56	1601,54	10. Dipol
57	1601,64	10. Dipol
58	1602,43	7. Quadrupol
59	1603,88	2. Dekapol
60	1604,04	2. Dekapol
61	1611,11	5. Sextupol
62	1611,25	5. Sextupol
63	1624,79	9. Monopol
64	1674,94	3. Oktupol
65	$1675,\!64$	3. Oktupol
66	1682,28	6. Sextupol
67	1682,48	6. Sextupol
68	1687,71	8. Quadrupol
69	1688,23	8. Quadrupol
70	1690,24	11. Dipol
71	1690,31	11. Dipol
72	1714,60	12. Dipol
73	1714,64	12. Dipol
74	1722,40	4. Oktupol
75	$172\overline{2,50}$	4. Oktupol
76	1770,95	1. 14-Pol
77	1771,06	1. 14-Pol
78	$1773,\!13$	Monopol
79	1783,78	9. Quadrupol
80	1784,41	9. Quadrupol
81	1783,78	5. Oktukol
82	1784,41	5. Oktupol
83	1802,13	2. Dodekapol
84	1802,72	2. Dodekapol

D.2 Eigenmoden des fünfzelligen JAERI-Resonators

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q}$ bzw. $\frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
1	491,83	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Monopol	0,015	2,44
2	494,09	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Monopol	0,003	2,43
3	496,94	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Monopol	0,901	2,41
4	499,30	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Monopol	0,026	2,40
5	500,41	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Monopol	286,829	2,40
6	620,70	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	$0,\!451$	1,36
7	620,70	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	$0,\!451$	1,37
8	628,11	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	0,537	1,44
9	628,11	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	0,537	$1,\!45$
10	640,47	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	8,173	1,56
11	640,48	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	8,173	1,55

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q} \text{ bzw. } \frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
12	656, 86	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	26,615	1,63
13	656, 86	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	26,611	1,63
14	675,01	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	11,087	1,85
15	675,01	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dipol	11,049	1,84
16	699,70	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	0,081	1,33
17	699,71	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	0,081	1,32
18	711,85	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	15,314	1,64
19	711,86	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	15,313	1,63
20	722,60	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	22,651	1,77
21	722,61	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	22,652	1,76
22	729,37	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	7,516	1,85
23	729,38	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	7,515	1,84
24	732,82	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	0,069	1,88
25	732,83	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Dipol	0,069	1,87
26	862,71	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
27	863,34	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
28	864,06	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
29	864,68	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
30	865,81	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
31	866,43	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
32	867,44	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
33	868,11	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
34	$868,\!57$	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
35	869,33	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Quadrupol		
36	$882,\!43$	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Monopol	0,083	1,24
37	888,52	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Monopol	0,094	1,23
38	890,97	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
39	890,97	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
40	890,97	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
41	890,98	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
42	896,47	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Monopol	6,650	1,21
43	903,39	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Monopol	43,546	1,18
44	906,59	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Monopol	53,718	1,17
45	941,58	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Monopol	0	2,09
46	942,19	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Monopol	0	2,11
47	942,92	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Monopol	0	2,11
48	944,02	$1 \cdot 10$ '	3. Monopol	0	2,10
49	944,05	$1 \cdot 10$ '	3. Monopol	U	2,11
50	930,04	$1 \cdot 10$ ' 1 10-7	2. Quadrupol		
51	900,70 050.01	$1 \cdot 10$ '	Z. Quadrupol		
02 E2	908,81 059.01	$1 \cdot 10^{-7}$	Feid ienit		
55	900,01	$1 \cdot 10^{-7}$	2 Dincl	0.055	1.01
54	950,81	$1 \cdot 10^{-7}$	3. DIPOI	0,000	1,01
50	959,07	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Quadrupol		
57	959,75	$1 \cdot 10$ $1 \cdot 10^{-7}$	2. Quadrupol		
58	061.84	$1 \cdot 10$ $1 \cdot 10^{-7}$	2. Quadrupol		
50	062.02	1.10^{-7}	2. Quadrupol		
60	963 39	1.10^{-7}	4 Dinol	0.333	0.95
61	963.40	$1 \cdot 10^{-7}$	4 Dipol	0.333	0.95
62	964.31	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Quadrupol	0,000	0,00
63	966 25	$1 \cdot 10^{-7}$	2 Quadrupol		
00	000,20		2. Quadrupor	1	

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q}$ bzw. $\frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
64	967,38	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Dipol	1,459	0,89
65	967,39	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Dipol	1,458	0,89
66	969,53	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Dipol	13,780	0,87
67	969,54	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Dipol	13,784	0,87
68	1021,46	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
69	1021,47	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
70	1021,62	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
71	1021,62	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
72	1032,07	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Monopol	0,152	1,35
73	1038,21	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Monopol	0,955	1,32
74	1046,47	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
75	1046,47	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
76	1046,70	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
77	1046,70	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
78	1046,87	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Monopol	0,094	1,33
79	1046,93	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
80	1046,94	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
81	1049,37	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
82	1049,37	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
83	1049,39	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
84	1049,39	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Sextupol		
85	1056,22	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Monopol	0,435	1,31
86	1063,66	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Monopol	0,064	1,33
87	1066,11	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,010	1,07
88	1066,13	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,010	1,07
89	1086, 13	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,012	1,19
90	1086, 14	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,012	1,18
91	1113,36	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,002	1,32
92	1113,37	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,002	1,31
93	1138,60	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	1,810	1,51
94	1138,62	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	1,810	1,50
95	1147,55	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,487	$1,\!65$
96	1147,56	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,486	$1,\!65$
97	1167,67	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,006	2,04
98	1167,69	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,006	2,04
99	1168,91	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,135	2,03
100	1168,93	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,135	2,03
101	1171,50	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,784	2,05
102	1171,51	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,784	2,05
103	1176,97	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,373	2,00
104	1176,98	$1 \cdot 10^{-7}$	5. Dipol	0,373	2,00
105	1183,59	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Sextupol		
106	1183,63	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Sextupol		
107	1183,65	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Sextupol		
108	1183,69	$1 \cdot 10$ '	2. Sextupol		
109	1184,22	$1 \cdot 10$ '	2. Sextupol		
110	1184,29	$1 \cdot 10$ '	2. Sextupol		
110	1184,73	$1 \cdot 10$ '	2. Sextupol		
112	1184,80	$1 \cdot 10$ '	2. Sextupol		
113	1185,15	$1 \cdot 10$ '	2. Sextupol		
114	1185,22	$1 \cdot 10$ '	2. Sextupol		
115	1223,91	1 · 10 ·	3. Quadrupol		

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q}$ bzw. $\frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
116	1224,46	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
117	1224,48	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
118	1224,51	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
119	1225,46	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
120	1225,77	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
121	1225,80	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
122	1225,83	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
123	1226,82	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
124	1227,48	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
125	1227,49	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
126	1228,43	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
127	1228,83	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
128	1228,84	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Oktupol		
129	1232,87	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
130	1234,57	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
131	1241,99	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
132	1243,82	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
133	1252,23	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
134	1254,22	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Quadrupol		
135	$1254,\!47$	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
136	1254,60	$1 \cdot 10^{-7}$	Strahlrohrmode		
137	1260,60	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,017	1,07
138	1260,60	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,017	1,07
139	1260,72	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,057	1,09
140	1260,73	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,057	1,09
141	1269,96	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,339	0,82
142	1269,98	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,339	0,82
143	$1270,\!54$	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	$0,\!662$	0,84
144	$1270,\!56$	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	$0,\!662$	0,84
145	1272,26	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,019	0,82
146	1272,29	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Dipol	0,019	0,83
147	1279,06	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	$1 \cdot 10^{-5}$	0,88
148	1279,08	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	$2 \cdot 10^{-5}$	0,88
149	1284,41	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	0,273	0,94
150	1284,43	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	0,273	0,95
151	1306,48	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
152	1314,44	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
153	1315,44	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
154	1320,70	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
155	1321,60	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
156	1325,24	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
157	1336,48	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
158	1337,26	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol	0.000	1.10
159	1338,98	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	0,003	1,16
160	1338,98	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	0,003	1,17
161	1349,33	$1 \cdot 10$ '	4. / 5. Quadrupol		
162	1352,92	$1 \cdot 10$ '	4. / 5. Quadrupol		
103	1353,30	$1 \cdot 10$ '	4. / 5. Quadrupol		
104	1300,35	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
100	1300,45	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
100	13/3,43	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
107	1370,84	1 · 10 ′	4. / 5. Quadrupol		

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q}$ bzw. $\frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
168	$1378,\!95$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
169	1380,77	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	$8 \cdot 10^{-9}$	1,19
170	1380,77	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Dipol	$4 \cdot 10^{-10}$	1,20
171	1382,02	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		,
172	1383,87	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
173	1385.67	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
174	1387.61	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
175	1387.91	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
176	1388,10	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
177	1389.36	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
178	1390,16	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
179	1390.87	$1 \cdot 10^{-7}$	4. / 5. Quadrupol		
180	1393,91	$1 \cdot 10^{-7}$	5. / 6. Monopol	0	1,22
181	1393.97	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		/
182	1394.05	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
183	1394.14	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
184	1394.43	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
185	1394.44	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
186	1395.40	$1 \cdot 10^{-7}$	5. / 6. Monopol	0	1.25
187	1395.84	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		_,
188	1395.92	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
189	1396.01	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
190	1396.13	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
191	1396.14	$1 \cdot 10^{-7}$	2. Oktupol		
192	1397.83	$1 \cdot 10^{-7}$	5. / 6. Monopol	0	1.31
193	1401.26	$1 \cdot 10^{-7}$	5. / 6. Monopol	0	1.35
194	1404.44	$1 \cdot 10^{-7}$	kein Feld)
195	1404,45	$1 \cdot 10^{-7}$	kein Feld		
196	1404,45	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dekapol		
197	1404,47	$1 \cdot 10^{-7}$	kein Feld		
198	1404,48	$1 \cdot 10^{-7}$	kein Feld		
199	1404,48	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dekapol		
200	1404,54	$1 \cdot 10^{-7}$	7. / 8. Monopol	0,351	0,90
201	1404,97	$1 \cdot 10^{-7}$	5. / 6. Monopol	0,849	1,39
202	1407,37	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol	,	,
203	1407,37	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
204	1407,40	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
205	1407,40	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
206	1409,91	$1 \cdot 10^{-7}$	7. / 8. Monopol	1,586	0,85
207	1411,99	$1 \cdot 10^{-7}$	7. / 8. Monopol	11,460	0,82
208	1419,82	$1 \cdot 10^{-7}$	7. / 8. Monopol	10,931	0,81
209	1419,85	$1 \cdot 10^{-7}$	7. / 8. Monopol	8,561	0,81
210	1420,29	$1 \cdot 10^{-7}$	Dipol	0,009	1,25
211	1420,30	$1 \cdot 10^{-7}$	Dipol	0,008	1,26
212	1422,79	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
213	1424,35	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
214	1427,00	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
215	1429,11	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
216	1430,19	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
217	1447,49	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
218	1447,84	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
219	1448,95	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q}$ bzw. $\frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
220	1450,08	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
221	1450,99	$1 \cdot 10^{-7}$	Dipol	0,009	1,28
222	1451,01	$1 \cdot 10^{-7}$	Dipol	0,008	1,29
223	1452,07	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
224	1453,22	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
225	1458,43	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
226	1458,52	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
227	1458,84	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
228	1458,94	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
229	1460,02	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
230	1460,76	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
231	1460,85	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
232	1460,85	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
233	1463,12	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
234	1463,22	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
235	1465, 11	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
236	1465,21	$1 \cdot 10^{-7}$	3. Sextupol		
237	1471,06	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
238	1472,01	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
239	1480,91	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
240	1483,53	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
241	1483,91	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
242	1485,48	$1 \cdot 10^{-7}$	6. Quadrupol		
243	1509,99	$1 \cdot 10^{-7}$	Monopol	0,137	0,38
244	1526,55	$1 \cdot 10^{-7}$	Monopol	3,187	0,46
245	$1533,\!16$	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,191	0,78
246	$1533,\!17$	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,191	1,02
247	$1534,\!29$	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,256	0,78
248	$1534,\!30$	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,256	
249	$1547,\!07$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
250	$1547,\!08$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
251	$1548,\!35$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
252	$1548,\!36$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
253	$1549,\!86$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
254	$1549,\!87$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
255	1550, 59	$1 \cdot 10^{-7}$	Monopol	2,491	0,48
256	1551,08	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,317	0,57
257	$1551,\!10$	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,317	0,73
258	1552,26	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
259	$1552,\!27$	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
260	1552,33	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
261	1552,34	$1 \cdot 10^{-7}$	4. Sextupol		
262	1558,72	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,022	0,55
263	1558,74	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,022	0,71
264	1565,21	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,020	0,55
265	1565,23	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,020	0,70
266	1568,55	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,003	0,55
267	1568,55	$1 \cdot 10^{-7}$	8. Dipol	0,003	0,67
268	1579,76	$1 \cdot 10^{-7}$	Monopol	1,073	0,46
269	1586,16	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
270	1586,16	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
271	1586, 16	$1 \cdot 10^{-1}$	1. Dodekapol		

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q}$ bzw. $\frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
272	1587,74	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
273	1587,77	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
274	1587,78	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
275	1588,79	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
276	1588,79	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
277	1590,29	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
278	1590,31	$1 \cdot 10^{-7}$	1. Dodekapol		
279	1592,00	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	1,238	$0,\!65$
280	1592,01	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	1,239	0,59
281	1592,42	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	0,214	0,59
282	1592,42	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	0,215	$0,\!58$
283	1594,29	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	0,001	0,52
284	1594,30	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	0,001	0,66
285	1595,22	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Quadrupol		
286	1596,25	$1 \cdot 10^{-7}$	7. Quadrupol		
287	1597,11	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	0,019	0,51
288	1597,14	$1 \cdot 10^{-7}$	9. Dipol	0,020	0,67
289	1599,85	$1 \cdot 10^{-7}$	10. Dipol	0,181	0,72
290	1599,85	$1 \cdot 10^{-7}$	10. Dipol	0,183	$0,\!69$
291	1599,92	$1 \cdot 10^{-7}$	10. Dipol	0,326	0,69
292	1599,92	$1 \cdot 10^{-7}$	10. Dipol	0,327	0,72
293	1600,83	$5 \cdot 10^{-5}$	7. Quadrupol		
294	1605, 45	$5 \cdot 10^{-5}$	10. Dipol	0,678	0,96
295	1605, 97	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
296	1605,99	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
297	1606,04	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
298	1606,07	$5 \cdot 10^{-5}$	10. Dipol	$1 \cdot 10^{-6}$	1,21
299	1606, 50	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
300	1606,52	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
301	1607,11	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
302	1607,14	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
303	1607,83	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
304	$1607,\!86$	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
305	1608,50	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
306	$1608,\!53$	$5 \cdot 10^{-5}$	5. Sextupol		
307	$1616,\!48$	$5 \cdot 10^{-5}$	7. Quadrupol		
308	1618, 12	$5 \cdot 10^{-5}$	7. Quadrupol		
309	1619,70	$5 \cdot 10^{-5}$	10. Dipol	0,189	1,31
310	1619,71	$5 \cdot 10^{-5}$	10. Dipol	0,189	1,32
311	$1640,\!57$	$5 \cdot 10^{-5}$	7. Quadrupol		
312	1641,64	$5 \cdot 10^{-5}$	kein Feld		
313	1641,64	$5 \cdot 10^{-5}$	kein Feld		
314	1641,83	$5 \cdot 10^{-5}$	10. Dipol	0,104	1,40
315	$1662,\!55$	$5 \cdot 10^{-5}$	7. Quadrupol		
316	$1663,\!63$	$5 \cdot 10^{-5}$	7. Quadrupol		
317	1667, 21	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
318	1667,50	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
319	1667,86	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
320	1668,17	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
321	1668, 36	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
322	$1671,\!05$	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
323	$1671,\!30$	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		

Mode n	f_n /MHz	MWS-Genauigkeit	Passband	$\frac{R_{\parallel}(r=0)}{Q} \text{ bzw. } \frac{R_{\perp}(r=c/\omega_n)}{Q} / \Omega$	$Q_0 / 10^9$
324	1671,62	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
325	1671,91	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
326	1672,11	$5 \cdot 10^{-5}$	3. Oktupol		
327	1675,62	$5 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
328	$1675,\!69$	$5 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
329	1676,96	$5 \cdot 10^{-5}$	kein Feld		
330	1677,03	$5 \cdot 10^{-5}$	kein Feld		
331	1677,09	$5 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
332	1678,00	$5 \cdot 10^{-5}$	8. Quadrupol		
333	1682,03	$5 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
334	1682, 10	$5 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
335	1685, 25	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	$3 \cdot 10^{-6}$	1,49
336	1685, 25	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	$2 \cdot 10^{-6}$	1,49
337	1685,54	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	0,003	1,48
338	1685,54	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	$2 \cdot 10^{-6}$	1,50
339	1685,93	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	0,011	1,49
340	1685,93	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	0,011	1,50
341	1686,09	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	0,106	1,50
342	1686,09	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	0,001	1,49
343	1686, 25	$5 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	0,011	1,49
344	1686, 25	$2 \cdot 10^{-5}$	11. Dipol	0,001	
345	1688,39	$2 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
346	1688, 45	$2 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
347	1693,76	$2 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
348	$1693,\!83$	$2 \cdot 10^{-5}$	6. Sextupol		
349	$1695,\!42$	$2 \cdot 10^{-5}$	9. Monopol	11,674	0,73
350	$1697,\!39$	$2 \cdot 10^{-5}$	9. Monopol	7,852	0,78
351	1710,31	$2 \cdot 10^{-5}$	12. Dipol	0,003	0,84
352	1710,34	$2 \cdot 10^{-5}$	12. Dipol	0,003	0,83
353	$1715,\!91$	$2 \cdot 10^{-5}$	4. Oktupol		
354	1716,03	$2 \cdot 10^{-5}$	4. Oktupol		
355	$1716,\!14$	$2 \cdot 10^{-5}$	4. Oktupol		
356	$1716,\!89$	$2 \cdot 10^{-5}$	4. Oktupol		
357	$1716,\!99$	$2 \cdot 10^{-5}$	4. Oktupol		
358	1717,09	$2 \cdot 10^{-5}$	4. Oktupol		
359	1722,84	$1 \cdot 10^{-3}$	4. Oktupol		
360	1722,85	$1 \cdot 10^{-3}$	4. Oktupol		
361	$1723,\!56$	$1 \cdot 10^{-3}$	4. Oktupol		
362	$1723,\!57$	$1 \cdot 10^{-3}$	4. Oktupol		
363	1734,50	$1 \cdot 10^{-3}$	12. Dipol	0,011	0,82
364	$1734,\!54$	$1 \cdot 10^{-3}$	12. Dipol	0,011	0,81
365	$1747,\!10$	$1 \cdot 10^{-3}$	9. Quadrupol		

E Beispiel eines Strahlspektrums an ELSA



Abbildung E.1: Strahlspektrum für einen Strahlstrom von etwa 50 mA im Speichermodus bei 2,4 GeV an ELSA. Das Frequenzspektrum wurde mit einem Fourier-Spektrumanalysator aufgenommen und basiert auf dem Summensignal des Strahllagemonitors Nr. 1 des alten ELSA-Monitorsystems. Der Spektrumanalysator gibt die unterschiedlichen Frequenzanteile des Summensignals aus. Daher zeigen sich deutlich im Abstand der ELSA-Umlauffrequenz von ca. 1,82 MHz die Linien der Umlaufharmonischen, die sich symmetrisch um die Grundmode der Hochfrequenz bei etwa 500 MHz gruppieren. Diese Linien weisen auf eine inhomogene Füllung des Stretcherrings hin. Die Abbildung entstand bei den gemeinsamen Untersuchungen an ELSA im Rahmen von [3].

Literatur

- [1] ACCEL: *High Quality Superconducting Accelerator for the JAERI FEL.* www.accel.de, ACCEL Instruments GmbH, Friedrich-Ebert-Straße 1, 51429 Bergisch-Gladbach.
- [2] ACCEL: Superconducting Low Beta Accelerator Module. www.accel.de.
- [3] AQRAWI, A.: Wakefelder, Impedanzen und Strahlinstabilitäten am Elektronenbeschleuniger ELSA. Universität Bonn, Diplomarbeit, Februar 2007.
- [4] AUNE, B., R. BANDELMANN, D. BLOESS, B. BONIN, A. BOSOTTI, M. CHAMPION, C. CRAWFORD, G. DEPPE, B. DWERSTEG, D. A. EDWARDS, H. T. EDWARDS, M. FER-RARIO, M. FOUAIDY, P.-D. GALL, A. GAMP, A. GÖSSEL, J. GRABER, D. HUBERT, M. HÜNING, M. JUILLARD, T. JUNQUERA, H. KAISER, G. KREPS, M. KUCHNIR, R. LAN-GE, M. LEENEN und M. LIEPE: Superconducting TESLA cavities. Phys. Rev. ST Accel. Beams, 3(9):092001, Sep 2000.
- [5] BAUDRENGHIEN, P.: Low-Level RF Systems for Synchrotrons, Part I and II. CERN Accelerator School : Radio Frequency Engineering , 8 - 16 May 2000 , Seeheim, Germany. CERN-2005-003.
- [6] BELOMESTNYKH, S.: Operating Experience with $\beta = 1$ High Current Accelerators. 11th Workshop on RF Superconductivity SRF 2003, Lübeck/Travemünde.
- [7] BELOMESTNYKH, S. und V. SHEMELIN: High-β Cavity Design A Tutorial. 12th International Workshop on RF Superconductivity (SRF2005), Ithaca, NY, Juli 2005.
- [8] BONI, R.: HOM-Free Cavities. INFN-LNF, C.P. 13, 00044 Frascati, Italy.
- [9] BUCKEL, W.: Supraleitung Grundlagen und Anwendungen. 2., verb. u. erw. Aufl. Weinheim: Physik Verlag, 1977.
- [10] CST. Computer Simulation Technology, Gesellschaft f
 ür Computer-Simulationstechnik mbH, Bad Nauheimer Str. 19, 64289 Darmstadt. www.cst.com.
- [11] DOME, G.: *RF Theory Waveguides and Cavities*. CERN Accelerator School and Rutherford Appleton Laboratory: Course on rf engineering for particle accelerators. CERN-92-03-V-1. 1992.
- [12] GERKE, H.: Das Petra Cavity. DESY, Hamburg. DESY PET-77/08. August 1977.
- [13] HILLERT, W.: E106 Hohlraumresonatoren / Cavities: Ergänzende Informationen zur Versuchsdurchführung. Versuchsanleitung für das Fortgeschrittenen Praktikum Physik, Universität Bonn, August 2006.
- [14] HILLERT, W.: Particle Accelerator Physics I. Vertiefungsvorlesung Sommersemester 2004, Universität Bonn, Vorlesungsskript.
- [15] HILLERT, W.: Particle Accelerator Physics II. Vertiefungsvorlesung Wintersemester 2004/2005, Universität Bonn, Vorlesungsskript.
- [16] HILLERT, W.: The Bonn Electron Stretcher Accelerator ELSA: Past and future. The European Physical Journal A, 28:139–148, 2006.

- [17] HÜLSMANN, P.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der transversalen Shuntimpedanz und Güte an störmodenbedämpften Beschleunigerresonatoren für lineare Kollider und Hochstrombeschleuniger in mittleren und hohen Energiebereichen.. Universität Frankfurt am Main, Dissertation, 1992.
- [18] JACKSON, J.: Klassische Elektrodynamik. 2. Auflage. de Gruyter, 1982.
- [19] KINDERMANN, H. und M. STIRBET: The Variable Power Coupler for the LHC Superconducting Cavity. CERN, CH-1211 Geneva 23, Switzerland.
- [20] MARCHAND, P.: RF System for the SLS Booster and Storage Ring. Paul Scherrer Institut, September 1998. SLS-TME-TA-1998-0011.
- [21] MCINTOSH, P. und D. DYKES: Higher Order Mode (HOM) Induced Longitudinal Coupled Bunch (LCB) Instabilities at the SRS. CLRC Daresbury Laboratory, Warrington, WA4 4AD, UK.
- [22] PADAMSEE, H.: Review of Experience with HOM Damped Cavities. European Particel Accelerator Conference, 1998.
- [23] PADAMSEE, H., J. KNOBLAUCH und T. HAYS: RF Superconductivity for Accelerators. John Wiley @ Sons, Inc., 1998.
- [24] PEKELER, M. persönliche Mitteilung.
- [25] PEKELER, M., C. PIEL, A. B., A. BORISOV, S. KOLESOV und H. PIEL: Development of Low Level RF Control Systems for Superconducting Heavy Ion Linear Accelerators, Electron Synchrotrons and Storage Rings. Proceedings of 2005 Particle Accelerator Conference, Konxville, Tennessee.
- [26] PEKELER, M. und P. SCHMÜSER: Supraleitung für Teilchenbeschleuniger. Physik Journal, März 2006.
- [27] PESCHKE, C.: Messungen und Berechnungen zu longitudinalen und transversalen Shuntimpedanzen einer Elektronen-Positronen-Linearbeschleuniger-Struktur.
- [28] PREISNER, O. persönliche Mitteilung.
- [29] PREISNER, O.: Studien zur Magnetoptik am Bonner Elektronenbeschleuniger ELSA bei Energien bis 5 GeV. Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007.
- [30] PUSCH, T.: Lagemessung des extrahierten Strahls am Elektronenbeschleuniger ELSA mittels Hochfrequenzresonatoren. Universität Bonn, Diplomarbeit, 2005.
- [31] ROBINSON, K. W.: Stability of Beam in Radiofrequency System, February 1964. Cambridge Electron Accelerator, Cambridge, Massachussetts, Report No. CEAL-1010.
- [32] SCHMÜSER, P.: Superconductivity in High Energy Particle Accelerators.
- [33] SFB: Sonderforschungsbereich Transregio 16: Subnuclear Structure of Matter Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme. http://sfb-tr16.physik.uni-bonn.de.
- [34] SIMROCK, S.: State of the Art in RF Control. Proceedings of LINAC 2004, Lübeck, Germany.

- [35] SVANDRLIK, M.: HOM Characterisation of the Anka rf Cavities for Coupled Bunch Instability Calculations. Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference, New York.
- [36] SVANDRLIK, M., C. PASOTTI und A. FABRIS: Coupled Bunch Instability Calculations for the Anka Storage Ring. SINCROTRONE TRIESTE, Trieste, Italy.
- [37] VOGEL, H. ACCEL Instruments GmbH, Friedrich-Ebert-Straße 1, 51429 Bergisch-Gladbach.
- [38] WANZENBERG, R.: Monopol, Dipole and Quadrupol Passbands of the TESLA 9-cell Cavity. DESY, Hamburg, Germany. TESLA 2001-33.
- [39] WEIHRETER, E. und F. MARHAUSEN: *HOM Damped Cavity Development at Bessy.* 10th ESLS-RF Meeting, DELTA, Dortmund, 27.-28.September 2006.
- [40] WEIS, T.: Kollektive Effekte intensiver Teilchenstrahlen. Spezialvorlesung Sommersemester 2003, Universität Dortmund, Vorlesungsskript.
- [41] WILLE, K.: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. Teubner Studienbücher: Physik, 1996.
- [42] WILSON, P. B.: Fundamental-Mode rf Design in e⁺e⁻ Storage Ring Factories, March 1993. SLAC-PUB-6062.
- [43] WOLSKI, A. und G. DOBBING: Instability Threshold Calculations for Diamond. Proceedings of EPAC 2000, Vienna, Austria.

Danksagung

Das Entstehen dieser Arbeit wäre ohne die Unterstützung anderer Personen nicht möglich gewesen. Dafür möchte ich allen herzlich danken.

Ich danke Herrn PD Dr. Wolfgang Hillert für die interessante Themenstellung und die Unterstützung in allen Phasen der Arbeit. Bei Fragen war er jederzeit ansprechbar und hilfsbereit. Die unkomplizierte Zusammenarbeit war bei der Erstellung der Arbeit ebenso wie die Diskussion offener Fragen immer hilfreich.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr. R. Maier für die Übernahme des Korreferates.

Für das Überlassen der Konstruktionszeichnungen der JAERI-Resonatorstruktur danke ich der Firma ACCEL Instruments GmbH und den Herren H. Vogel, Dr. M. Pekeler und Dr. P. vom Stein für hilfreiche Diskussionen zu supraleitenden Hochfrequenzresonatoren.

Ich danke Maren Eberhardt, Andreas Balling, Thorsten Pusch und Jürgen Wittschen für das Korrekturlesen der Arbeit.

Oliver Preisner sei für die stets fröhliche Diplomandenzeit und das gemeinsame Arbeiten an der ELSA-Energieerhöhung gedankt.

Allen studentischen Mitgliedern und allen festen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der ELSA-Gruppe danke ich für das sehr angenehme und immer hilfsbereite Arbeitsklima.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie. Besonders meine Eltern haben mich immer, vor allem in schwierigen Zeiten während meines Studiums und dieser Arbeit begleitet und unterstützt.