

---

Analyse der Korrektur von  
Imperfektionsresonanzen an der  
Beschleunigeranlage ELSA

---

Bachelorarbeit in Physik  
von  
Jan Felix Schmidt

angefertigt am  
Physikalisches Institut der Universität Bonn

vorgelegt der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

August 2010

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn, den

Unterschrift

1. Gutachter: PD Dr. Wolfgang Hillert
2. Gutachter: Prof. Dr. Hartmut Schmieden

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Spinbewegung in Kreisbeschleunigern . . . . .	3
2.2	Depolarisierende Resonanzen . . . . .	5
2.3	Harmonischen-Korrektur . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Computergestützte Analyse der Feldverteilung</b>	<b>9</b>
3.1	Aufgaben des Programms . . . . .	9
3.2	Berechnung der Feldverteilung . . . . .	9
3.3	Fitmethoden . . . . .	11
3.4	Fehlerabschätzung und Vergleich der Fitmethoden . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Ergebnisse aus Messungen der Harmonischen-Korrektur</b>	<b>16</b>
4.1	Feldverteilung der Korrektoren und Quadrupole . . . . .	16
4.2	Analyse von $\gamma a = 4$ und $\gamma a = 5$ . . . . .	18
4.3	Analyse von $\gamma a = 3$ . . . . .	19
4.4	Analyse von $\gamma a = 6$ . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>23</b>
<b>A</b>	<b>Normierung der diskreten Fouriertransformation</b>	<b>25</b>
<b>B</b>	<b>Plots zur Fehlerabschätzung der Fitmethoden</b>	<b>26</b>
<b>C</b>	<b>Anleitung zur Benutzung von harmplot.m</b>	<b>28</b>
<b>D</b>	<b>Quellcode</b>	<b>30</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>36</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>37</b>



# 1 Einleitung

An der Beschleunigeranlage ELSA (**E**lektronen-**S**tretcher-**A**nlage) am Physikalischen Institut der Universität Bonn werden Elektronen für Experimente der Mittelenergiephysik auf bis zu 3,2 GeV beschleunigt. Abbildung 1.1 gibt einen Überblick über die dreistufige Anlage. Der Linearbeschleuniger LINAC 2 beschleunigt die von zwei Quellen bereitgestellten wahlweise polarisierten oder unpolarisierten Elektronen zum Transfer in das Booster-Synchrotron, welches ihre Energie auf 1,2 GeV erhöht. In der Folge werden die Elektronen in den Stretcherring injiziert und nach einer weiteren Beschleunigungsphase mit der gewünschten Endenergie über mehrere Sekunden zu einem der beiden Experimente extrahiert. Die sich wiederholende Abfolge von Injektion, Beschleunigung und Extraktion wird ELSA-Zyklus genannt. Ein Zyklus dauert etwa fünf Sekunden.

Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs Transregio 16 (SFB/TR-16) wird mit dem Crystal Barrel-Detektor an ELSA die elektromagnetische Anregung von Baryonen untersucht [SFB10, CB10]. Um die Baryonenresonanzen gezielt anregen zu können, wird ein polarisiertes Target mit ebenfalls polarisierten Photonen beschossen, die der Elektronenstrahl von ELSA an einem Bremsstrahlungstarget erzeugt. Da die unter anderem benötigten zirkularpolarisierten Photonen nur aus einem polarisierten Elektronenstrahl gewonnen werden können, ist die Möglichkeit der Beschleunigung polarisierter Elektronen eine zentrale Anforderung an die Beschleunigeranlage ELSA.

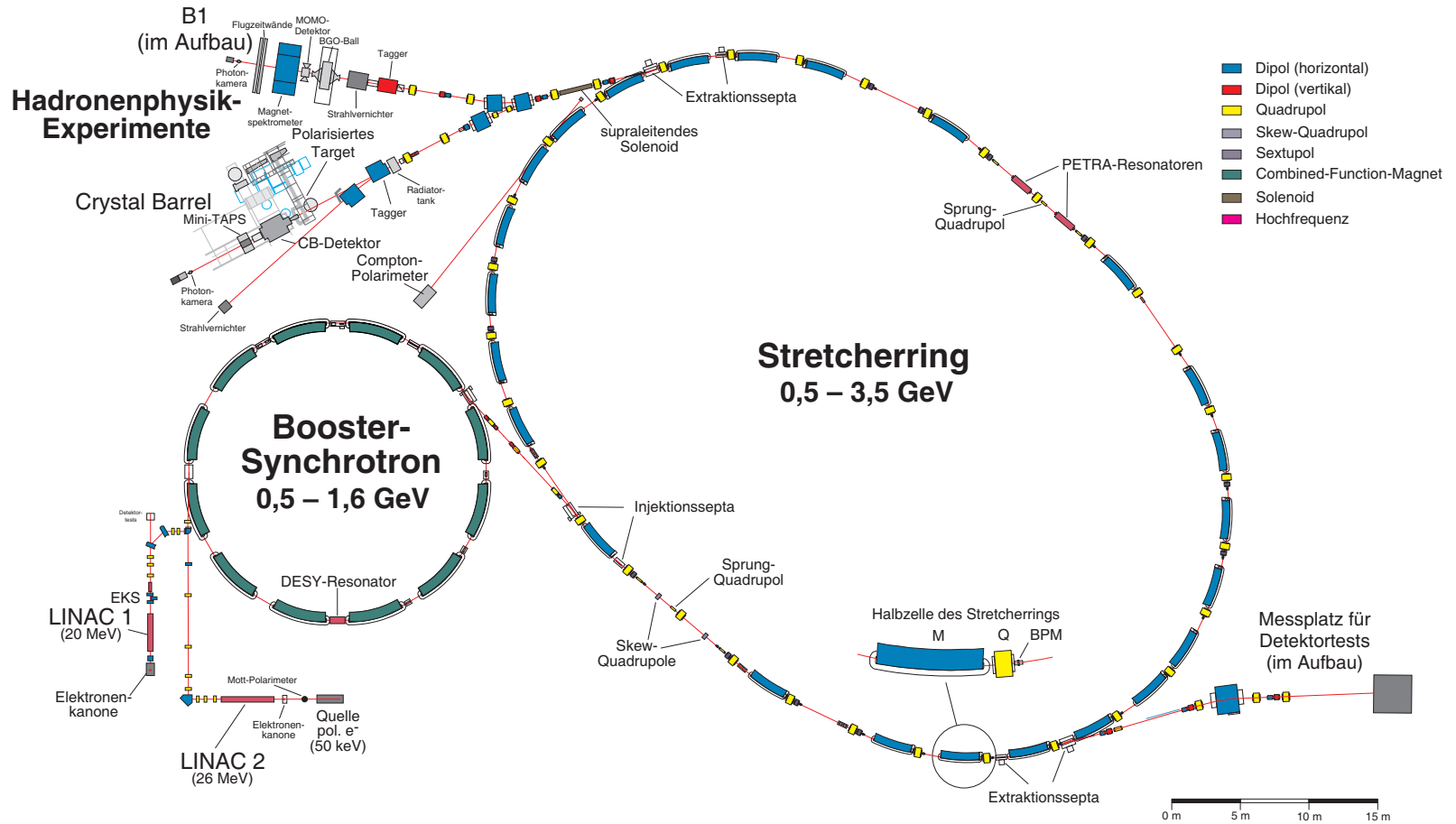
Je höher der Polarisationsgrad des Elektronenstrahls ist, um so effizienter können die Doppel-polarisationsexperimente durchgeführt werden. Die 50 kV-Quelle für polarisierte Elektronen an ELSA stellt einen Strahl mit einer Polarisation von 80 % - 85 % zur Verfügung [Hil06]. Damit dieser hohe Polarisationsgrad während des gesamten Beschleunigungsvorgangs erhalten bleibt, müssen verschiedene depolarisierende Effekte korrigiert werden. Einer dieser Effekte sind die Imperfektionsresonanzen. Sie werden durch die sogenannte Harmonischen-Korrektur ausgeglichen.

Auf dem Weg der Elektronen von der Quelle bis zum Experiment kommt es bei ELSA trotz verschiedener Korrekturen zu Polarisationsverlusten von mindestens 15 %. Es wird vermutet, dass horizontale Felder, die in den Quadrupolmagneten auftreten, einen negativen Einfluss auf die Korrektur der Imperfektionsresonanzen und damit auf die empirische Polarisationsoptimierung haben. Ziel dieser Arbeit ist es diese Einflüsse zu untersuchen und ein Programm zur Verfügung zu stellen, das eine systematische Analyse dieser Korrektur ermöglicht.

Für die Zukunft soll so eine Grundlage zur Verbesserung der Harmonischen-Korrektur geschaffen werden, die letztendlich eine Erhöhung des für die Experimente an ELSA zur Verfügung stehenden Polarisationsgrades ermöglicht.

# Elektronen-Stretcher-Anlage (ELSA)

Abbildung 1.1: Übersicht über die Beschleunigeranlage ELSA (Stand Januar 2010)



## 2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Spinbewegung in Kreisbeschleunigern und die Ursache von depolarisierenden Effekten erläutert. Eine ausführliche Behandlung dieser Themen kann beispielsweise in [Leh08] gefunden werden.

### 2.1 Spinbewegung in Kreisbeschleunigern

Um die Wirkung eines konstanten Magnetfelds auf den Spin eines Teilchens zu bestimmen, betrachtet man den quantenmechanischen Hamiltonoperator eines geladenen Teilchens im Magnetfeld

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 - \vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mathcal{H}_0 - g_s \frac{q}{2m} \vec{B} \cdot \vec{S} \quad . \quad (2.1)$$

Das magnetische Moment  $\vec{\mu}$  des Teilchens beinhaltet den Landé-Faktor  $g_s$ , der den vom Bahndrehimpuls verschiedenen, energetischen Beitrag des Spins angibt und für Elektronen ungefähr 2 ist. Die experimentell und theoretisch gefundene Abweichung vom Wert 2 wird gyromagnetische Anomalie  $a$  genannt:

$$a = \frac{g_s - 2}{2} = 0,00115967 \quad (2.2)$$

Mit Gleichung (2.1) und den Vertauschungsrelationen der Spinkomponenten folgt für die zeitliche Änderung des Spin-Erwartungswertes im Ruhesystem des Teilchens

$$\frac{d\langle \vec{S} \rangle}{dt} = g_s \frac{q}{2m} \langle \vec{S} \rangle \times \vec{B} \quad . \quad (2.3)$$

Gleichung (2.3) zeigt, dass die zur Bezugsrichtung  $\vec{B}$  parallele Spinkomponente zeitlich konstant bleibt, während senkrecht zum Feld orientierte Spinanteile oszillieren. Ein in Richtung eines Magnetfeldes ausgerichteter Spin bleibt erhalten, während ein ausgelenkter Spin um die Achse dieses Feldes präzediert.

Zur Anwendung auf Teilchen in Kreisbeschleunigern muss der ultrarelativistische Fall behandelt werden. Dies leistet die Thomas-BMT<sup>1</sup>-Gleichung [Tho27, BMT59]:

$$\frac{d\langle \vec{S} \rangle}{dt} = \frac{q}{m\gamma} \vec{S} \times \left[ (1 + \gamma a) \vec{B}_\perp + (1 + a) \vec{B}_\parallel - \left( \gamma a + \frac{\gamma}{1 + \gamma} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right] \quad (2.4)$$

Ihre Struktur entspricht der von Gleichung (2.3), die Auswirkung von elektromagnetischen Feldern wird aber in drei Termen unterschieden. Dabei ist die Ausrichtung der Magnetfelder  $\vec{B}_\perp$  und  $\vec{B}_\parallel$  bezüglich der Bewegungsrichtung des Teilchens zu verstehen. Der dritte Term bestimmt den Einfluss von elektrischen Feldern. Da diese in Kreisbeschleunigern vorwiegend in den Resonatoren auftreten und dort in Bewegungsrichtung zeigen, ist  $\vec{\beta} \times \vec{E} \approx 0$  und damit die Wirkung auf den Spin gering. Longitudinale Magnetfelder  $\vec{B}_\parallel$  treten in Beschleunigern

---

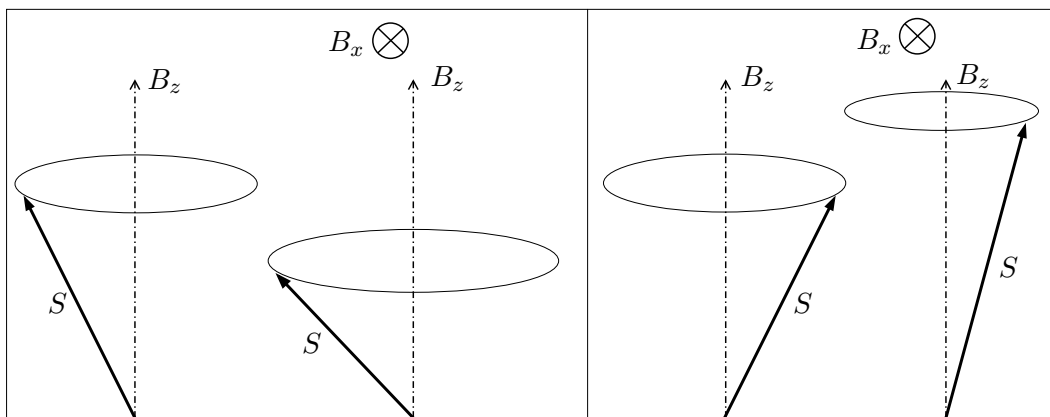
<sup>1</sup>Bargmann, Michel, Telegdi

(mit Ausnahme von Solenoiden) nur schwach auf und können daher gegenüber den transversalen Magnetfeldern  $\vec{B}_\perp$  vernachlässigt werden. Außerdem ist der Einfluss von  $\vec{B}_\perp$  durch den zusätzlichen Faktor  $\gamma$  erhöht.

Die Präzessionsfrequenz des Spins um die transversalen Felder  $\vec{B}_\perp$  ist durch den Faktor  $(1+\gamma a)$  bestimmt. Er gibt die Anzahl der Umdrehungen des Spins während eines Umlaufs des Teilchens im Beschleuniger an. Eine Umdrehung entsteht durch den Umlauf des Teilchens im Ring des Beschleunigers, die verbleibenden  $\gamma a$  Umdrehungen des Spins entsprechen der tatsächlichen Präzession. Diese kommt also nur durch die gyromagnetische Anomalie  $a$  zustande und ihre Frequenz steigt linear mit der Teilchenenergie.

Der Winkel, um den der Spin präzediert, wird im Folgenden Spin-Phasenvorschub genannt. Eine Umdrehung des Spins entspricht demnach einem Spin-Phasenvorschub von  $360^\circ$ , während bei einem Umlauf des Teilchens im Beschleuniger  $\gamma a \cdot 360^\circ$  Spin-Phasenvorschub auftreten.  $\gamma a$  wird auch als Spinarbeitspunkt bezeichnet. Die Präzessionsfrequenz des Spins erhält man durch Multiplikation von  $\gamma a$  mit der Umlauffrequenz der Teilchen im Beschleuniger, im Folgenden wird aber häufig  $\gamma a$  selbst als Frequenz bezeichnet.

Transversale Magnetfelder treten in Kreisbeschleunigern in den meisten Magneten auf. Das dominante Feld ist dabei das vertikale Führungsfeld der Dipole. Um dieses Feld  $B_z$  präzediert der Spin mit der Frequenz  $\gamma a$ . Zwischen den Dipolen ist die Präzession unterbrochen. In diesen Ringabschnitten befinden sich weitere Magnettypen, durch die horizontale Magnetfelder  $B_x$  auftreten. Wirkt ein solches Feld auf den Spin ein, beginnt er auch um die Achse dieses Feldes zu präzedieren. Wie dies die Präzession um  $B_z$  beeinflusst, hängt entscheidend davon ab, bei welchem Spin-Phasenvorschub  $B_x$  auftritt. Abbildung 2.1 veranschaulicht schematisch zwei unterschiedliche Fälle.



**Abbildung 2.1:** Das horizontale Magnetfeld  $B_x$  wirkt auf die Präzession des Spins  $S$  durch Vergrößerung (links) oder Verkleinerung (rechts) des Öffnungskegels.

Geht man in der Abbildung von einer Präzession um  $B_x$  entgegen dem Uhrzeigersinn aus, verringert diese im linken Teil der Abbildung die vertikale Projektion des Spins auf die  $B_z$ -Achse, das heißt der Öffnungskegel der Präzession um  $B_z$  wird größer. Im rechten Teil der Abbildung liegt ein anderer Spin-Phasenvorschub vor, was dazu führt, dass die Präzession



um  $B_x$  den Öffnungskegel der Präzession um  $B_z$  verkleinert. Ob ein horizontales Magnetfeld den Öffnungskegel der Spinpräzession vergrößert oder verkleinert, hängt also davon ab, bei welchem Spin-Phasenverschiebung dieses Magnetfeld auftritt. Da in einem Beschleuniger viele Magnetfelder  $B_x$  vorliegen, entsteht ein nach einem ganzen Umlauf veränderter Öffnungswinkel des Präzessionskegels durch die aufeinander folgenden einzelnen Einwirkungen. Treten horizontale Felder statistisch verteilt auf, mitteln sich die Änderungen heraus und die Spinausrichtung bleibt erhalten.

Um einen Zusammenhang zwischen der Ausrichtung eines Spinvektors und dem Polarisationsgrad herzustellen, muss die Gesamtheit aller Teilchen eines Teilchenpaketes einbezogen werden. Die Teilchenpakete im Beschleuniger werden als Makropartikel mit einer Schwerpunktladung und einem Gesamtspinvektor behandelt. Die Polarisation  $P$  ist ein Maß für die Ausrichtung der Spins eines solchen Ensembles von Teilchen in eine bestimmte Richtung. Die Definition einer Polarisation ist also nur relativ zu einer Bezugsrichtung möglich:

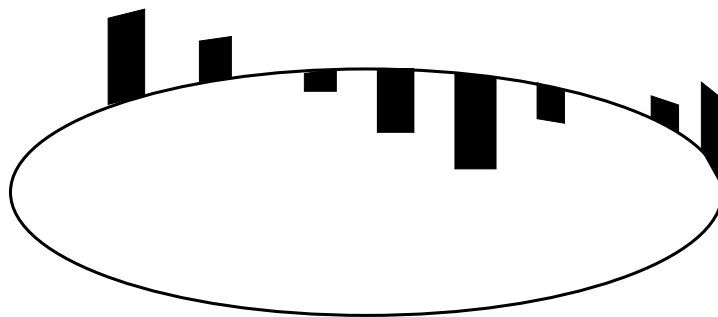
$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (2.5)$$

Dabei ist  $N_+$  die Anzahl der Teilchen, deren Spin in Bezugsrichtung zeigt und  $N_-$  die Anzahl der Teilchen mit entgegengesetzter Spinausrichtung. Da der Spin nicht an das Laborsystem gebunden ist, aber ein Magnetfeld sowohl auf den Spin wirkt als auch eine feste Ausrichtung im Laborsystem hat, wird die Polarisation in ELSA bezüglich der dominierenden Dipolfelder definiert. Die Projektion des Gesamtspins auf die Magnetfeldachse kann nun mit der Polarisation in Zusammenhang gebracht werden.

Eine Vergrößerung des Öffnungskegels der Präzession des Gesamtspinvektors um die Dipolfelder  $B_z$  ist gleichbedeutend mit einer Verringerung der Polarisation.

## 2.2 Depolarisierende Resonanzen

Das Frequenzspektrum eines horizontalen Magnetfeldes im Beschleuniger enthält immer auch Vielfache der Umlauffrequenz. Ebenso kann eine Feldverteilung im Ring selbst mit einer höheren Frequenz als der Umlauffrequenz periodisch sein, wenn sie sich aus mehreren lokalen Feldern zusammensetzt (siehe Abbildung 2.2).



**Abbildung 2.2:** Die schwarzen Balken stellen lokale horizontale Magnetfelder entlang eines Beschleuniger-Rings dar. Gemeinsam ergeben sie eine periodische Feldverteilung, die mehrere Schwingungen pro Umlauf macht. Im Ruhesystem des Teilchens entspricht dies einer Frequenz, die größer als die Umlauffrequenz ist.

Tritt nun eine solche Feldverteilung der selben Frequenz wie die Spinpräzession auf, sind die Änderungen des Präzessions-Öffnungskegels nicht mehr statistisch verteilt, sondern können eine Vergrößerung des Öffnungskegels verursachen und damit zu Depolarisation führen. Weil die Phasenbeziehung zwischen dem periodischen horizontalen Feld und dem Spin-Phasenvorschub ausschlaggebend für das Auftreten solcher depolarisierenden Effekte ist, bezeichnet man sie als Resonanzen. Da die Präzessionsfrequenz während der Beschleunigung mit  $\gamma a$  steigt, werden verschiedene Resonanzen gekreuzt. Man unterscheidet diese nach den verursachenden Magnetfeldern. Grundsätzlich kommen dafür alle horizontalen Magnetfelder im Beschleuniger in Frage. Es treten zwei grundlegende Resonanztypen auf, die im Folgenden beschrieben werden. Über diese hinaus gibt es Resonanzen höherer Ordnung, die auf Grund ihrer geringeren Stärke und der schnellen Beschleunigungsrampe<sup>2</sup> an ELSA nicht von Bedeutung sind [Hof01].

**Intrinsische Resonanzen** In Quadrupolmagneten liegen bei vertikalen Ablagen horizontale Magnetfelder vor. Diese Felder können nicht vermieden, aber durch möglichst geringe Ablagen in den Quadrupolen minimiert werden. Hierzu wird an ELSA die Closed Orbit-Korrektur verwendet [Kei00]. Welchem horizontalen Feld die Teilchen in einem Quadrupol ausgesetzt sind, hängt von ihrer Bewegung im vertikalen Phasenraum ab. Ist diese in Phase mit dem Spin-Phasenvorschub, kommt es zur depolarisierenden Resonanz. Da diese Resonanzen in jedem Kreisbeschleuniger auftreten, werden sie als intrinsische Resonanzen bezeichnet.

Zur Korrektur der intrinsischen Resonanzen an ELSA wird ausgenutzt, dass die vertikale Phasenraumbewegung vom vertikalen Arbeitspunkt  $Q_z$  des Beschleunigers abhängt. Indem mit gepulsten Quadrupolen der Arbeitspunkt  $Q_z$  beim Erreichen einer Resonanz sprunghaft verschoben wird, erhöht sich die Kreuzungsgeschwindigkeit der Resonanz und die Depolarisation kann fast vollständig verhindert werden [Hof01].

**Imperfektionsresonanzen** Horizontale Magnetfelder treten auch durch Aufstellungs- und Feldfehler der Magnete auf. Einen Anteil hieran haben beispielsweise ungewollte Torsionen der Dipole. Bei der Drehung eines Dipols um die Strahlachse erhält das Dipolfeld eine horizontale Komponente. Diese konstanten Felder haben eine feste Position im Ring und somit kann die Feldverteilung Anteile aller ganzzahligen Vielfachen der Umlauffrequenz enthalten. Ist nun  $\gamma a$  ganzzahlig, präzediert auch der Spin mit einem Vielfachen der Umlauffrequenz und erreicht ein horizontales Feld daher nach jedem Umlauf mit dem selben Spin-Phasenvorschub. Die Präzessionsfrequenz entspricht der Frequenz der Feldverteilung und es kommt zur depolarisierenden Resonanz. Da diese Art von Resonanz im ideal aufgestellten Beschleuniger nicht vorkommt, nennt man sie auch Imperfektionsresonanz.

Während der Beschleunigungsrampe im ELSA-Stretcherring werden mehrere Imperfektionsresonanzen gekreuzt. Bei einer Injektionsenergie von 1,2 GeV aus dem Boostersynchrotron liegt die erste Resonanz bei  $\gamma a = 3$ , was für Elektronen einer Energie von 1,32 GeV entspricht. Es folgt alle 440 MeV eine weitere Resonanz. Die im Boostersynchrotron auftretenden Resonanzen  $\gamma a = 1$  und  $\gamma a = 2$  sind nur schwach ausgeprägt, da die Kreuzungsgeschwindigkeit hier um ein Vielfaches höher ist.

Zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen an ELSA dient die Harmonischen-Korrektur, die in dieser Arbeit analysiert und im folgenden Abschnitt beschrieben wird.

---

<sup>2</sup>Bei der Beschleunigung steigt die Strahlenergie durch das Erhöhen der Magnetfeldstärken linear an. Typisch für den Stretcherring sind 4 GeV/s [Hil06]. Dieser Vorgang wird Beschleunigungsrampe genannt.

### 2.3 Harmonischen-Korrektur

Eine Imperfektionsresonanz beruht auf einer periodischen, horizontalen Magnetfeldverteilung der Frequenz  $\gamma a$ . Zu ihrer Korrektur wird daher ein um  $180^\circ$  phasenverschobenes Magnetfeld der selben Frequenz appliziert, welches das verursachende Feld kompensiert. Das Korrekturfeld wird im ELSA-Stretcherring durch 18 vertikale<sup>3</sup> Korrektormagnete realisiert. Diese sind im Ring zwischen den Dipolen verteilt. Ihre exakte Position innerhalb eines Dipolzwischenraums ist für die Harmonischen-Korrektur irrelevant, da der Spin-Phasenvorschub zwischen zwei Dipolen konstant ist (keine Präzession). Die Korrektoren werden nun in der Weise unterschiedlich bestromt, dass über dem Spin-Phasenvorschub aufgetragen eine periodische Feldverteilung mit 18 Stützstellen entsteht.

Entscheidend für die Korrektur der Imperfektionsresonanzen ist es, die Feldverteilung so einzustellen, dass sie das depolarisierende Feld möglichst gut kompensiert. Dazu können an ELSA mit Hilfe des Kontrollsystems periodische Funktionen mit zwei Parametern eingestellt werden. Dabei handelt es sich um das vollständige Funktionensystem  $B \cdot \sin(\theta) + C \cdot \cos(\theta)$  mit den Parametern  $B$  und  $C$ . Da Sinus und Kosinus orthogonal zueinander sind, können die Amplituden unabhängig voneinander eingestellt werden. Äquivalent zu dieser Form ist die Darstellung  $A \cdot \cos(\theta - \varphi)$  mit den Parametern Amplitude  $A$  und Phase  $\varphi$ . Letztere Darstellung wird in dieser Arbeit ausschließlich verwendet. Im ELSA-Kontrollsystem ist die Eingabe über beide Parameterpaare möglich. Das Kontrollsystem appliziert zum entsprechenden Zeitpunkt während des ELSA-Zyklus das eingestellte Korrekturfeld für jede Imperfektionsresonanz. Die entsprechenden Ströme werden bereits 10 ms vor dem Erreichen der Resonanzenergie appliziert, um Schleppfehlern<sup>4</sup> der Korrektormagnete entgegenzuwirken [Kei00].

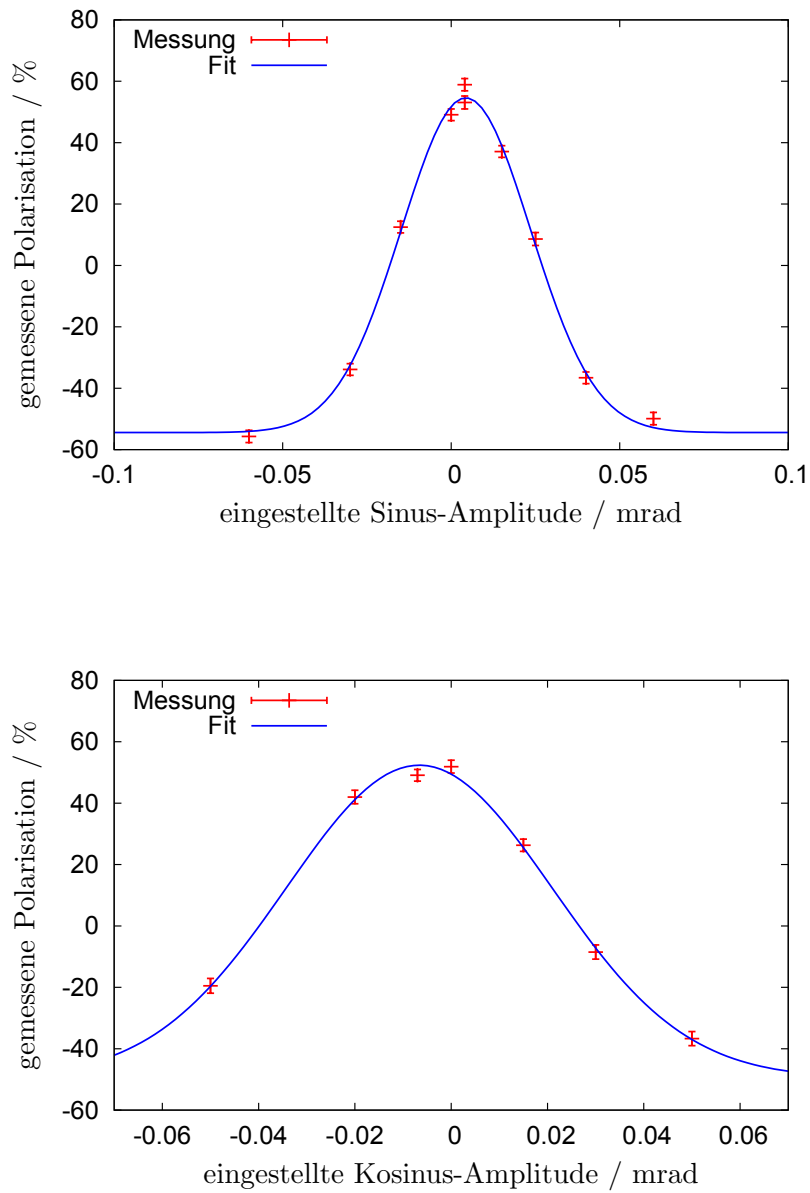
Die richtigen Parameter für die Kompensation des depolarisierenden Feldes zu finden ist nur empirisch möglich, da nicht bekannt ist, welche Gestalt diese Feldverteilung, die durch die verschiedenen Magnetfehler entsteht, genau hat. Die empirische Polarisationsoptimierung wird für jede Imperfektionsresonanz separat durchgeführt, indem man beide Parameter unabhängig voneinander variiert und dabei für jede Einstellung die Polarisation misst. Für beide Parameter wird durch einen Fit eine Einstellung mit maximaler Polarisation ermittelt. Dieses Verfahren ist sehr zeitaufwändig und erfordert unbedingt, dass die Parameter Amplitude und Phase unabhängig voneinander sind.

Abbildung 2.3 zeigt zwei Messreihen der Polarisationsoptimierung als Beispiele.

---

<sup>3</sup>Vertikal bedeutet hier, dass die Magnete zur vertikalen Ablenkung der Teilchen verwendet werden. Ihr Magnetfeld ist also horizontal ausgerichtet.

<sup>4</sup>Ein Schleppfehler bezeichnet die Abweichung von der zu einem bestimmten Zeitpunkt vorgesehenen Feldstärke durch die begrenzte Geschwindigkeit mit der der betreffende Magnet Stromänderungen in Feldänderungen umsetzt.



**Abbildung 2.3:** Diese Beispiele für die Polarisationsoptimierung stammen vom 29.10.2008 und zeigen die Bestimmung der Korrekturparameter für  $\gamma a = 4$ . Dabei wird das Parameterpaar  $B$  und  $C$ , die Amplituden einer Sinus- und einer Kosinusfunktion, verwendet und eine Gaußkurve an die Messwerte angepasst.

### 3 Computergestützte Analyse der Feldverteilung

Dieses Kapitel beschreibt den Einfluss der Quadrupolfelder auf die Harmonischen-Korrektur an ELSA und das im Rahmen dieser Arbeit geschriebene Programm, welches die Untersuchung dieser Einflüsse durch die Analyse von Messungen ermöglicht. Dabei wird vorausgesetzt, dass  $\gamma a$  ganzzahlige Werte annimmt.

#### 3.1 Aufgaben des Programms

Die horizontalen Felder der Korrektormagnete, die zur Korrektur der Imperfektionsresonanzen benutzt werden, beeinflussen nicht nur den Spin der Teilchen, sondern auch ihre Bahn. Die Teilchen werden abgelenkt und so ihre vertikalen Ablagen in den Quadrupolen (im Folgenden Quadrupolablagen genannt) verändert. In den Quadrupolen sind die Teilchen daher zusätzlichen horizontalen Magnetfeldern ausgesetzt, die wiederum die Spinbewegung beeinflussen. Die Summe der Korrekturfelder und der durch die Korrekturfelder verursachten zusätzlichen Quadrupolfelder muss keineswegs der selben Kosinusfunktion entsprechen wie die reinen Korrekturfelder. Dies führt zu einer möglichen Veränderung der im Kontrollsystem eingestellten und zu optimierenden Korrekturparameter und kann mit dem im Folgenden beschriebenen Programm überprüft werden.

Die Aufgabe des im Programmpaket MATLAB™ realisierten Programms ist es, den Korrektoren und Quadrupolen einen Spin-Phasenvorschub zuzuordnen, die Gesamtfeldverteilung bezüglich diesem zu berechnen und eine Kosinusfunktion der Frequenz  $\gamma a$  an diese Feldverteilung anzupassen. Der Vergleich der Fitparameter Amplitude und Phase mit den eingestellten Parametern der Harmonischen-Korrektur zeigt, ob das Korrekturfeld der erwarteten Verteilung entspricht.

#### 3.2 Berechnung der Feldverteilung

Zur Analyse der Harmonischen-Korrektur werden mit Hilfe des ELSA-Kontrollsystems Daten aufgenommen. Diese sogenannten Spuren beinhalten die Quadrupolablagen<sup>5</sup> und die Kickwinkel der Korrektoren<sup>6</sup>. Es wird ein Datensatz pro Millisekunde aufgenommen und die Werte jeder Millisekunde des ELSA-Zyklus über eine eingestellte Anzahl von Zyklen gemittelt. Zur Untersuchung einer bestimmten Imperfektionsresonanz müssen die Daten zum entsprechenden Zeitpunkt des ELSA-Zyklus ausgewertet werden.

**Spin-Phasenvorschub-Skala** Die Quadrupolablagen und Korrektor-Kickwinkel werden jeweils bezüglich der Position entlang des ELSA-Stretcherrings in Metern aufgenommen. Da hier die Position der Magnetfelder bezüglich des Spins relevant ist, wird diese Skala in den Spin-Phasenvorschub umgerechnet. Während eines Umlaufs im Ring präzediert der Spinvektor um  $\gamma a \cdot 360^\circ$ . Weil diese Präzession ausschließlich innerhalb der Dipole stattfindet, entspricht jeder der 24 Dipole im ELSA-Stretcherring einem Spin-Phasenvorschub von  $\gamma a \cdot (360/24)^\circ$ . Alle Elemente zwischen zwei Dipolen, beispielsweise ein Korrektor und ein Quadrupol, gehören zum selben Spin-Phasenvorschub. Ihre Kickwinkel werden daher addiert. Mit den Dipolpositionen im Ring kann jedes Element einem Dipolzwischenraum und damit einem Spin-Phasenvorschub zugeordnet werden.

<sup>5</sup>Die Ablagen werden mit den Strahlpositionsmonitoren (engl. Beam Position Monitors, BPM) gemessen, die sich hinter jedem Quadrupol des ELSA-Stretcherrings befinden.

<sup>6</sup>Ein Kickwinkel ist der Winkel, um den die Teilchenbahn durch den betreffenden Magneten abgelenkt wird.

Bei 24 Dipolen existieren im ELSA-Stretcherring 24 Dipolzwischenräume. Da der Nullpunkt der Längenskala entlang des Rings aber zwischen zwei Dipolen liegt, entstehen bei der Umrechnung 25 verschiedene Spin-Phasen. Weist man dem ersten Bereich einen Phasenvorschub von  $0^\circ$  zu, erhält der letzte die vollen  $\gamma a \cdot 360^\circ$ , was auch in dieser Skala der selben Spin-Einstellung entspricht. Da im Folgenden nur periodische Funktionen der Frequenz  $\gamma a$  untersucht werden, müssen die beiden Bereiche nicht zusammengefasst werden.

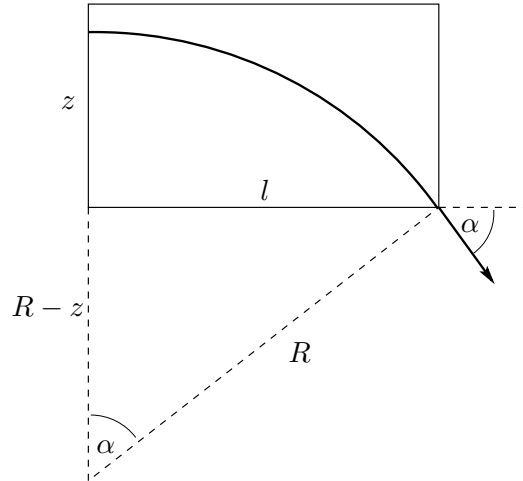
**Kickwinkelberechnung** Die Feldverteilung im Beschleuniger kann in Kickwinkeln anstatt in Magnetfeldstärken angegeben werden. Weil im Kontrollsystem zur Einstellung der Amplituden der Harmonischen-Korrektur Kickwinkel in mrad verwendet werden und die Korrektordaten bereits als Kickwinkel vorliegen, werden diese im Folgenden als Einheit für die Feldverteilungen gewählt. Daher werden auch für die Quadrupole die aus den gemessenen Ablagen  $z$  resultierenden Kickwinkel berechnet. Diese erhält man durch eine geometrische Betrachtung von Abbildung 3.1:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l}{R-z}\right) \quad (3.1)$$

mit der Quadrupollänge  $l$  und dem Krümmungsradius  $R$  des Magnetfelds. Der Zusammenhang von  $R$  mit der Quadrupolstärke  $k$  wird wie folgt hergestellt [Wil92]:

$$\begin{aligned} k &= \frac{e}{p} \frac{dB_x}{dz} \approx \frac{e}{p} \frac{B_{x,0}}{z} \approx \frac{1}{R \cdot z} \\ \Leftrightarrow R &= \frac{1}{k \cdot z} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Dabei wird das Quadrupolfeld näherungsweise als Dipolfeld betrachtet.



**Abbildung 3.1:** Der Teilchenstrahl mit der Ablage  $z$  wird im Quadrupol der Länge  $l$  um den Kickwinkel  $\alpha$  abgelenkt.

Da die Quadrupolstärken und -längen bekannt sind, lässt sich der Kickwinkel  $\alpha$  für jede Quadrupolablage  $z$  berechnen zu

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l}{\frac{1}{k \cdot z} - z}\right) \quad (3.3)$$

Auch ohne die Harmonischen-Korrektur gibt es vertikale Quadrupolablagen, die durch die Closed Orbit-Korrektur minimiert werden. Da das Programm nur die durch die Harmonischen-Korrektur verursachten Kickwinkel berechnen soll, wird der Closed Orbit zunächst von den Ablagen  $z$  abgezogen. Dazu wird ein Referenzorbit bei ausgeschalteter Harmonischen-Korrektur aufgenommen. Anschließend werden alle Kickwinkel nach Gleichung (3.3) berechnet und die zum selben Dipolzwischenraum (Spin-Phasenvorschub) gehörenden addiert.

So erhält man schließlich Gesamtkickwinkel zu 25 Spin-Winkeln gleichen Abstands. Ein Beispiel wird in Abschnitt 4.1 diskutiert. Die Abweichung von der Kosinusverteilung des Korrektorfeldes ist in Abbildung 4.1 (Seite 17) eindeutig erkennbar. Die Beeinflussung der Kickwinkelverteilung durch die zusätzlichen Quadrupolablagen ist so enorm, dass keine Periodizität einer bestimmten Frequenz mehr zu identifizieren ist. Deshalb werden im folgenden Abschnitt zwei Fitmethoden beschrieben, mit deren Hilfe Phase und Amplitude des Kosinusanteils in der Kickwinkelverteilung bestimmt werden können.

### 3.3 Fitmethoden

**Kleinste Quadrate** Die Methode der kleinsten Quadrate ist eine häufig verwendete Methode zur Anpassung einer Funktion an eine Reihe von Datenpunkten und basiert auf einer einfachen Überlegung: Ist die gesuchte Fit-Funktion  $f_{A,\varphi}(x)$  bis auf die Parameter  $A$  und  $\varphi$  bekannt, berechnet man für jede mögliche Parameterkombination die Abstände aller Funktionswerte vom jeweiligen Datenpunkt  $y$  und wählt die Parameter, die den kleinsten Gesamtabstand  $\Delta_{A,\varphi}$  von den Datenpunkten ermöglichen:

$$\Delta_{A,\varphi} = \sum_i (f_{A,\varphi}(x_i) - y_i)^2. \quad (3.4)$$

Dabei verwendet man das Quadrat der Abstände, um größere Abstände stärker zu gewichten und ein sich gegenseitiges Aufheben von Abweichungen unterschiedlicher Vorzeichen zu verhindern sowie um insgesamt größere  $\Delta_{A,\varphi}$  und damit eine genauere Auswahl des Minimums zu erhalten.

In der Praxis muss der Parameterbereich sinnvoll gewählt werden, um die Rechenzeit bei akzeptabler Genauigkeit zu begrenzen. Die Amplitude wurde auf  $A \in [0; 0,4]$  mrad entsprechend der möglichen Kickwinkel festgelegt und wird in 0,01 mrad-Schritten variiert. Als Phase ist  $\varphi \in [0^\circ; 359^\circ]$  in 1 Grad-Schritten möglich. Eine feinere Rasterung ist auf Grund der Genauigkeit der Methode nicht sinnvoll (siehe Abschnitt 3.4).

Da die Qualität des Fits ausschlaggebend für die Aussagekraft der Untersuchungen ist, wird eine zweite Methode vergleichend verwendet, die auf die Frequenzanalyse zugeschnitten ist.

**Diskrete Fouriertransformation** Mittels Fouriertransformation kann eine von der Zeit abhängige Funktion in den Frequenzraum übertragen werden. So gilt für die Funktion  $\alpha(t)$

$$\mathcal{F}\{\alpha(t)\}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(t) \exp(i\omega t) dt. \quad (3.5)$$

Liegt  $\alpha(t)$  nur an einigen Stützstellen  $t_1, \dots, t_n$  vor, geht die Transformation in eine diskrete Fouriertransformation (DFT) über. Dabei kann nur das Vorkommen von diskreten Frequenzen

$\omega_1, \dots, \omega_n$  bestimmt werden. Zur Durchführung der DFT existieren schnelle Algorithmen, die auch in MATLAB<sup>TM</sup> implementiert sind.

Nach der Transformation der Kickwinkel  $\alpha$  muss zunächst der Eintrag der für den Fit relevanten Frequenz  $\gamma a$  gefunden werden. Dafür ist die Umrechnung der Skala bei der Transformation zu betrachten. Die Spin-Phasenvorschub-Skala entspricht einer Zeitdarstellung, in der mittels der Umlaufzeit  $T$  den 25 Kickwinkeln ein Abstand zum nächsten Kickwinkel von  $\delta = T/24$  zugeordnet werden kann. Die jeweilige Position ist ein Vielfaches des Abstands. So ergeben sich die Positionen der Kickwinkel

$$\left[ 0, 1 \cdot \frac{T}{24}, 2 \cdot \frac{T}{24}, \dots, T \right].$$

Geht man durch die DFT in den Frequenzraum über, wird aus dem Kehrwert der Maximalzeit  $T$  der Frequenzabstand  $1/T = \omega_{\text{Umlauf}}$ . So ergibt sich folgende Frequenzachse:

$$\left[ 0, 1 \cdot \frac{1}{T}, 2 \cdot \frac{1}{T}, \dots \right].$$

Da  $\omega_{\text{Umlauf}}$  die Umlauffrequenz der Teilchen im Beschleuniger ist, sind die Feldanteile der Frequenz  $\gamma a$  im  $(\gamma a + 1)$ -ten Eintrag der transformierten Kickwinkel zu finden. Da die oben genannten Zeit- und Winkel-Skalen äquivalent sind, gilt dies für beide Darstellungen.

Die Einträge der fouriertransformierten Kickwinkel  $\mathcal{F}\{\alpha\}$  sind im Allgemeinen komplexe Zahlen, welche als Zeiger in der komplexen Ebene selbst Darstellungen von Sinus- und Kosinusfunktionen sind. Ihnen kann eine Amplitude  $A'$  über den Betrag des Zeigers zugewiesen werden. Eine Phase  $\varphi'$  ist über den Winkel des Zeigers zur reellen Achse gegeben.

$$A'_{\gamma a} = |\mathcal{F}\{\alpha\}(\gamma a + 1)| \quad (3.6)$$

$$\varphi'_{\gamma a} = \arctan \left( \frac{\text{Im}(\mathcal{F}\{\alpha\}(\gamma a + 1))}{\text{Re}(\mathcal{F}\{\alpha\}(\gamma a + 1))} \right) \quad (3.7)$$

Um der Darstellung  $A \cdot \cos(\theta - \varphi)$  zu entsprechen, müssen  $A'$  und  $\varphi'$  normiert werden. Dies ist teils durch analytische Betrachtung der Fouriertransformation möglich. Teilweise ist die Normierung aber auch vom verwendeten Algorithmus abhängig und wurde durch Tests mit bekannten Funktionen ermittelt. Die Normierungen sind in Anhang A zu finden. Des Weiteren muss berücksichtigt werden, dass bei der Berechnung der Phase über den Arkustangens ein durch diesen verursachter Phasensprung auftritt, weshalb die Phase nicht mehr im Intervall  $[0^\circ; 180^\circ]$  liegt. Dies wird durch eine Verschiebung um  $360^\circ$  in die entsprechende Richtung korrigiert.

Zur Analyse der Harmonischen-Korrektur wurden systematisch Daten mit unterschiedlichen Korrekturparametern aufgenommen und aus diesen jeweils durch beide Fitmethoden die tatsächlichen Parameter berechnet. Damit der Zusammenhang zwischen den eingestellten und den durch die Fits bestimmten Parametern erkennbar wird, wird die Phase bei konstanter Amplitude in  $10^\circ$ -Schritten von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  variiert und die berechneten Parameter gegen die eingestellte Phase aufgetragen. Wenn die eingestellte Feldverteilung auch im Ring vorliegt, sollten die berechneten Amplituden konstant bleiben und die berechneten Phasen linear steigen. Bevor nach diesem Prinzip in Kapitel 4 Messungen der Harmonischen-Korrektur an ELSA ausgewertet werden, behandelt der folgende Abschnitt die Genauigkeit des beschriebenen Programms.



### 3.4 Fehlerabschätzung und Vergleich der Fitmethoden

Die Analysierbarkeit der Feldverteilungen ist stark von der Anzahl der Stützstellen abhängig<sup>7</sup>. Diese ist aber fest vorgegeben, da der Spin-Phasenvorschub innerhalb eines Dipolzwischenraums konstant ist. Um die Genauigkeit der beiden Fitmethoden unter diesen Bedingungen zu untersuchen und eine Abschätzung für mögliche Abweichungen zu bekommen, wurden Tests mit einer vorgegebenen Kosinusfunktion durchgeführt. Dazu wurde diese Funktion an 25 diskreten Stellen gleichen Abstands (identische Bedingungen wie bei den Kickwinkelverteilungen) berechnet und mit beiden Fitmethoden an eine Kosinusfunktion angepasst. Hier wurde die Funktion  $0,1 \cdot \cos(3\theta - \varphi)$  im Intervall  $[0; 2\pi]$  gewählt, was den Bedingungen der Harmonischen-Korrektur bei  $\gamma a = 3$  und Amplitude 0,1 mrad entspricht. Analog zur Analyse der Harmonischen-Korrektur wird die Phase der vorgegebenen Funktion in  $10^\circ$ -Schritten von  $\varphi = 0^\circ$  bis  $\varphi = 180^\circ$  variiert und die Amplitude konstant gehalten. Anschließend ermittelt man die mittlere prozentuale Abweichung der erhaltenen Fitparameter von der vorgegebenen Funktion für beide Fitmethoden und erhält so Fehler zum Vergleich der Fits.

Für die genannte Funktion liefert die DFT einen mittleren Fehler von 0,6 % in der Amplitude und 0,75 % in der Phase, während die Methode der kleinsten Quadrate keine Abweichung zeigt, da sie die Kosinusfunktion im gewählten Fall exakt darstellen kann. Entscheidend für die Fits der Harmonischen-Korrektur ist aber die Identifikation des Kosinusanteils in einem nicht rein kosinusförmigen Datensatz. Um die entsprechenden Fehler zu bestimmen, werden zu der Kosinusfunktion weitere Terme addiert, die im Folgenden als Störungen bezeichnet werden. Es soll bestimmt werden, wie die Wahl der Störung den mittleren Fehler beeinflusst. Dazu werden folgende Arten von Störungen untersucht und in Tabelle 3.1 aufgelistet:

- periodische Störungen anderer ganzzahliger Frequenzen (Nr. 2-7)
- periodische Störungen halbzahliger Frequenzen (Nr. 8-11)
- periodische Störungen nicht ganz-, halb-, drittelzahliger, ... Frequenzen (Nr. 12-15)
- nicht periodische Störungen (zufälliges Rauschen<sup>8</sup>) (Nr. 16)

Es wird jeweils die Anzahl und die Amplitude der Störungen variiert, sowie bei den Störungen ganzzahliger Frequenzen unterschieden, ob die Frequenzen Vielfache der gesuchten Frequenz ( $\gamma a = 3$ ) sind oder nicht. In Abbildung 3.2 sind die berechneten Fehler grafisch dargestellt. Natürlich kann diese Untersuchung beliebig fortgesetzt werden, zeigt in dem hier gewählten Umfang aber die wichtigsten Einflüsse.

Die Fehler unterscheiden sich je nach gewählter Störung stark, so dass nur die Eingrenzung der realistischen Störungen die Angabe eines maximalen Fehlers ermöglicht. Die tatsächlich in den Kickwinkelverteilungen vorliegenden Störungen sind zwar nicht bekannt, nicht ganzzahlige Frequenzen können aber ausgeschlossen werden, da alle zeitlich konstanten Magnetfelder, die im Beschleuniger auftreten, bei den Energien der Imperfektionsresonanzen mit ganzzahligen Frequenzen bezüglich der Spinpräzessionsfrequenz auf die Teilchen wirken (Abschnitt 2.2). Rauschen in der Feldverteilung (Störung 16) kann im Beschleuniger nur durch zeitlich variierende Felder entstehen und hat vermutlich eine kleinere Amplitude als die periodischen Feldanteile. Unter dieser Annahme verbleibt nur Störung 7 mit einem Fehler oberhalb von 10 %.

<sup>7</sup>Beispielsweise begrenzt die Stützstellenanzahl die analysierbare Maximalfrequenz der DFT.

<sup>8</sup>Hier wurde der Fehler zusätzlich über 4 Durchläufe gemittelt.

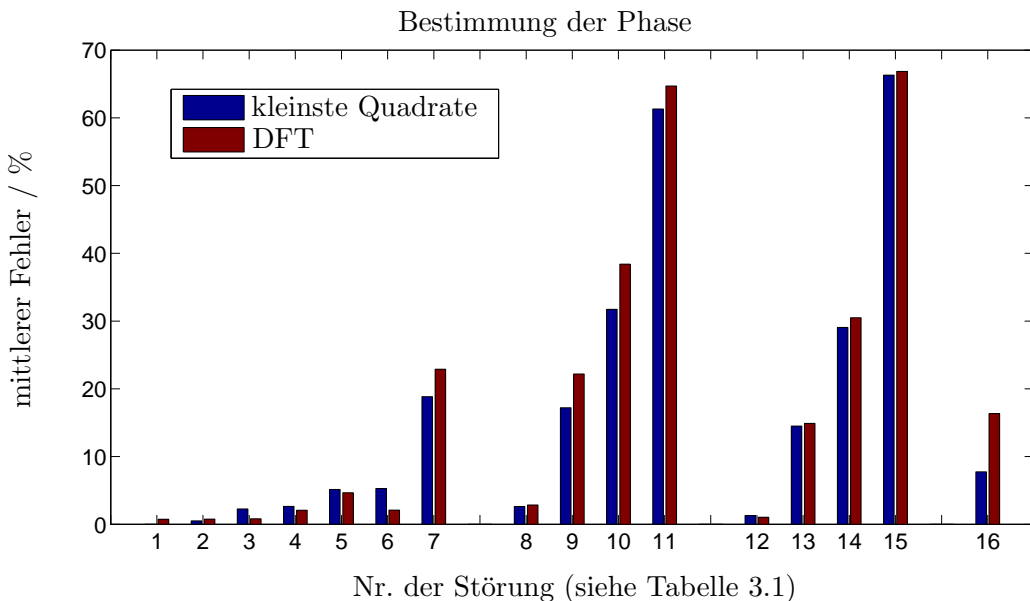
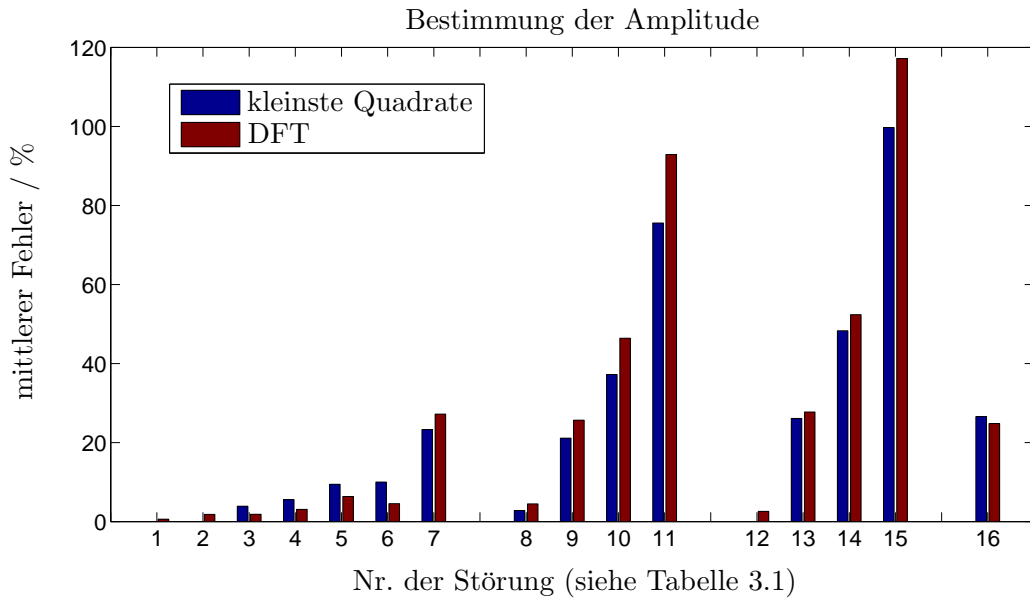
Nr.	Störung
1	$0,1 \cos(3\theta)$
2	$\dots + 0,02 \cos(\theta)$
3	$\dots + 0,06 \cos(\theta) + 0,02 \sin(7\theta)$
4	$\dots + 0,10 \cos(\theta) + 0,08 \sin(6\theta)$
5	$\dots + 0,20 \cos(\theta) + 0,30 \sin(7\theta)$
6	$\dots + 0,07 \cos(\theta) + 0,04 \cos(2\theta) + 0,05 \cos(5\theta) + 0,02 \cos(7\theta) + 0,03 \cos(10\theta)$
7	$\dots + 0,07 \cos(\theta) + 0,04 \cos(2\theta) + 0,05 \cos(5\theta) + 0,02 \cos(7\theta) + 0,03 \cos(9\theta)$
8	$\dots + 0,02 \cos(1,5\theta)$
9	$\dots + 0,02 \cos(1,5\theta) + 0,04 \cos(2,5\theta)$
10	$\dots + 0,02 \cos(1,5\theta) + 0,08 \cos(2,5\theta)$
11	$\dots + 0,20 \cos(2,5\theta)$
12	$\dots + 0,02 \cos(1,77\theta)$
13	$\dots + 0,02 \cos(1,77\theta) + 0,04 \cos(2,79\theta)$
14	$\dots + 0,02 \cos(1,77\theta) + 0,08 \cos(2,79\theta)$
15	$\dots + 0,20 \cos(2,79\theta)$
16	Zufallszahlen $\in [-0,2, 0,2]$

**Tabelle 3.1:** Getestete Störungen. Die Nummerierung dient der Identifikation.

Er entsteht durch Anteile ganzzahliger Frequenzen, die Vielfache der gesuchten Frequenz sind. Die starke Auswirkung dessen zeigt der Vergleich mit Störung 6, die sich nur durch die Frequenz des letzten Terms von Störung 7 unterscheidet. Bezieht man also Störfrequenzen, die Vielfache der gesuchten Frequenz sind, sowie starkes Rauschen mit ein, kann die Amplitude auf 30 % und die Phase auf 20 % genau bestimmt werden. Dies gilt für beide Fitmethoden, auch wenn die DFT für die meisten vorliegenden Fälle (Störung 2-6) geringfügig präziser ist. Ein Vorkommen von Vielfachen der gesuchten Frequenz mit größeren Amplituden als in Störung 7 kann nicht ausgeschlossen werden. In solchen Fällen, die nur über eine individuelle Betrachtung des Frequenzspektrums identifiziert werden können, ist eine Abschätzung des maximalen Fehlers nicht möglich. Daher werden auch keine Fehler für die Fitparameter angegeben. Grundsätzlich dient auch die Abweichung der Fitparameter beider Methoden als Indikator für die Verlässlichkeit der Ergebnisse.

Für jede der untersuchten Störungen können zusätzlich die berechneten Phasen und Amplituden gegen die vorgegebene Phase aufgetragen werden, so wie es auch bei der Auswertung der Messergebnisse im Kapitel 4 gemacht wird. Dadurch wird die Einschätzung der Genauigkeit der Fits um die Vergleichsmöglichkeit der Verläufe der gemessenen und der hier berechneten Kurven erweitert. Einige typische Beispiele für den Verlauf der Fitparameter sind in Anhang B abgebildet. Treten ähnliche Kurven bei der Untersuchung der Messergebnisse auf, können diese auf die Fitmethoden selber zurückgeführt werden.

Das Verhalten der Fitmethoden ist nun hinreichend bekannt, um Fits der Harmonischen-Korrektur einschätzen zu können.



**Abbildung 3.2:** Vergleich der mittleren Fehler beider Fitmethoden bei der Bestimmung der Amplitude (oben) und Phase (unten) für alle in Tabelle 3.1 aufgelisteten Störungen. Die Fehler steigen mit der Amplitude der Störung, sowie mit der Anzahl an Störtermen. Grundsätzlich wird die Phase etwas genauer bestimmt als die Amplitude. Dabei stören nicht ganzzahlige Frequenzen (Nr. 8-15) die Fits deutlich stärker als ganzzahlige Frequenzen (Nr. 2-7) oder Rauschen (Nr. 16). Der Fehler durch ganzzahlige Störungen erhöht sich stark, wenn eine Störfrequenz ein Vielfaches der gesuchten Frequenz ist (Nr. 7, im Vergleich zu Nr. 6). Beide Fitmethoden verhalten sich sehr ähnlich, in vielen Fällen ist aber die Methode der kleinsten Quadrate etwas genauer. Lediglich bei den meisten ganzzahligen Störfrequenzen (Nr. 2-6) ist die DFT exakter.

## 4 Ergebnisse aus Messungen der Harmonischen-Korrektur

Zur Analyse der Harmonischen-Korrektur wurden die Korrekturparameter der Imperfektionsresonanzen  $\gamma a = 3, 4, 5$  und  $6$  systematisch variiert und jeweils die Spuren aufgenommen, die die Quadrupolablagen und Korrektorfelder beinhalten (siehe Abschnitt 3.2). Um den Zusammenhang zwischen den eingestellten und den tatsächlich wirkenden Feldern erkennbar zu machen, wurden bei einer konstanten Amplitude von  $0,1$  mrad Phasen zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  in  $10^\circ$ -Schritten eingestellt. Zusätzlich wurde für  $\gamma a = 3$  die Amplitude von  $0,02$  mrad auf  $0,2$  mrad linear in zehn Schritten erhöht, während die Phase konstant auf  $0^\circ$  eingestellt war, um eine Abhängigkeit der Parameter voneinander feststellen zu können. Darüber hinaus wurde ein Referenzorbit bei ausgeschalteter Korrektur gemessen.

Die Spuren wurden über vier ELSA-Zyklen gemittelt aufgenommenen, nachdem eine Kontrollmessung<sup>9</sup> über 1, 2, 4 und 8 Zyklen eine maximale Abweichung der berechneten Phase von  $1,2^\circ$  und der Amplitude von  $0,012$  mrad ergeben hat. Für jede gemessene Korrektur wurde mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Programm die Feldverteilung berechnet und die Amplitude und die Phase bestimmt.

### 4.1 Feldverteilung der Korrektoren und Quadrupole

Betrachtet man zunächst nur die aus der Messung berechneten Feldverteilungen, wird der vermutete Unterschied zwischen dem reinen Korrektorfeld und dem Feld aus Korrektoren und Quadrupolen sofort erkennbar. Abbildung 4.1 zeigt ein für alle Messungen typisches Ergebnis: Das reine Korrektorfeld entspricht einer Kosinusverteilung der gewünschten Frequenz, während bei Einbeziehung der Quadrupolfelder keine Periodizität mehr erkennbar ist.

Das reine Korrektorfeld entspricht der eingestellten Phase meist mit weniger als  $1^\circ$  Abweichung. Die Amplitude ist nicht ohne Weiteres vergleichbar, da die für diese Arbeit durchgeführten Messungen zeigen, dass die applizierte Amplitude mit  $\gamma a$  abnimmt:

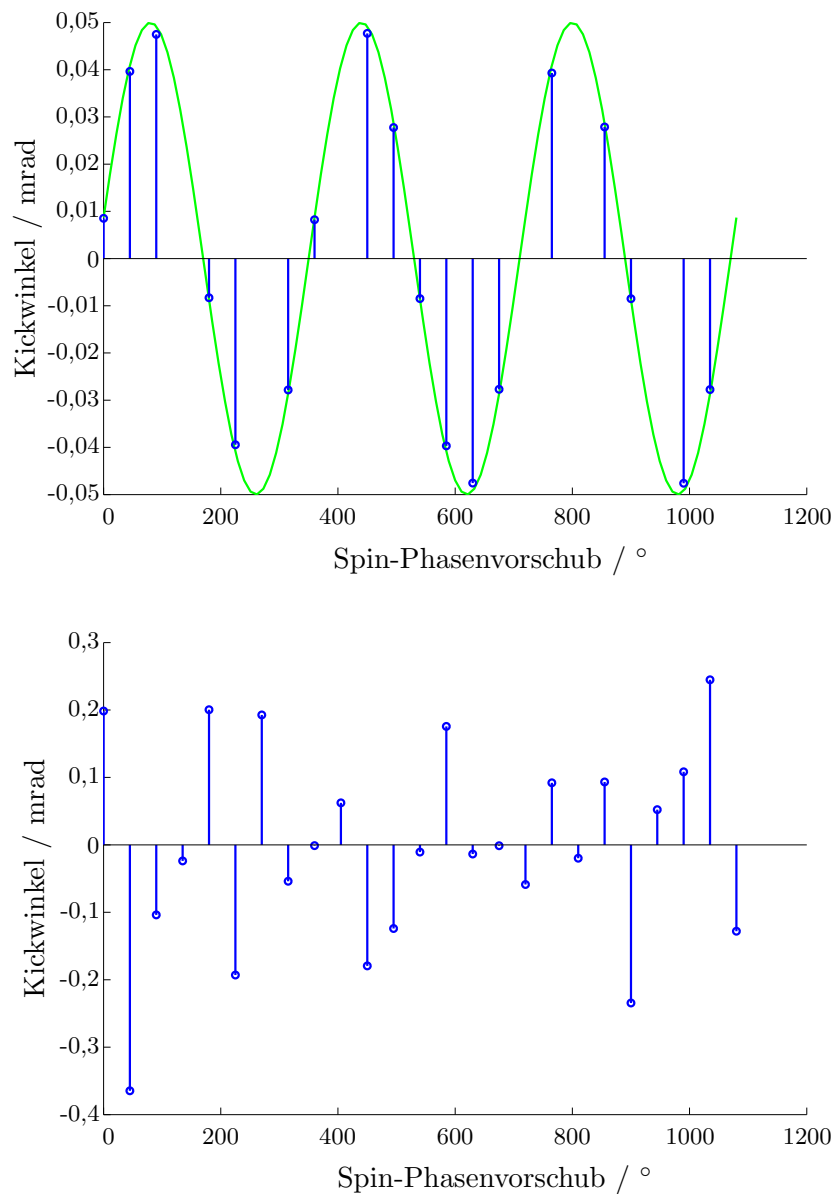
$\gamma a$	gemessene Amp. / mrad	$\frac{\text{eingestellte Amp.}}{E} / \frac{\text{mrad}}{\text{GeV}}$
3	0,05	0,076
4	0,04	0,057
5	0,05	0,045
6	0,02	0,038

Es wird vermutet, dass der im Kontrollsystem in mrad eingestellte Wert durch die Energie in GeV geteilt wird [Fro].

Obwohl ein Kosinus der Frequenz  $\gamma a$  in den Feldverteilungen der Korrektoren und Quadrupole nicht klar erkennbar ist, wirken die entsprechenden periodischen Feldanteile resonant auf den Spin der Elektronen. Auch wenn eine reine Kosinusverteilung eine effizientere Korrektur bewirken würde, ist diese mit den vorliegenden Feldverteilungen nicht prinzipiell unmöglich. Entscheidend ist, ob eine Veränderung der Parameter der Korrektorfeldverteilung proportional zur Veränderung des Gesamtfeldes aus Korrektoren und Quadrupolen ist und somit eine systematische, empirische Optimierung der Korrektur durchgeführt werden kann.

Um dies festzustellen, werden die berechneten Feldverteilungen mit den beschriebenen Fitmethoden auf periodische Anteile der jeweiligen Frequenz  $\gamma a$  untersucht und die Fitparameter gegen die eingestellten Parameter der entsprechenden Messung aufgetragen. In den folgenden

<sup>9</sup>Kontrollmessung bei  $\gamma a = 5$  mit der Amplitude  $0,1$  mrad und der Phase  $100^\circ$ .

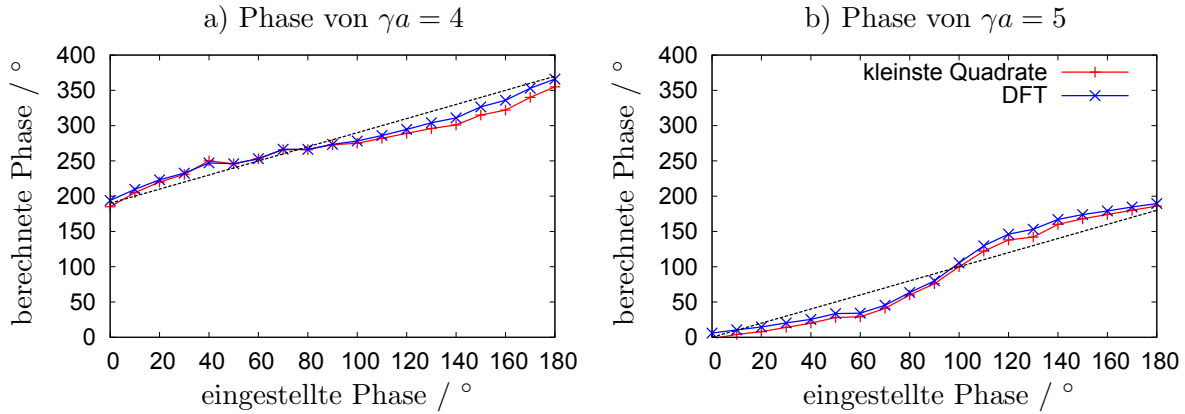


**Abbildung 4.1:** Die Messung der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 3$  mit den eingestellten Parametern Amplitude 0,1 mrad und Phase  $80^\circ$  zeigt beispielhaft den Unterschied zwischen dem applizierten Korrektorfeld (oben) und der dadurch verursachten Gesamtfeldverteilung von Korrektoren und Quadrupolen (unten). Während die obere Abbildung nur die 18 Korrektorkickwinkel zeigt, beinhaltet die untere Abbildung einen Gesamtkickwinkel zu jedem der 25 Ringbereiche.

Abschnitten sind die Ergebnisse für alle vier analysierten Imperfektionsresonanzen dargestellt. Begonnen wird mit den Resonanzen, deren Parameter den eingestellten Werten am nächsten kommen. In allen Plots ist zusätzlich zu den Fitergebnissen beider Methoden der jeweils eingestellte Wert eingezeichnet (schwarze Kurve).

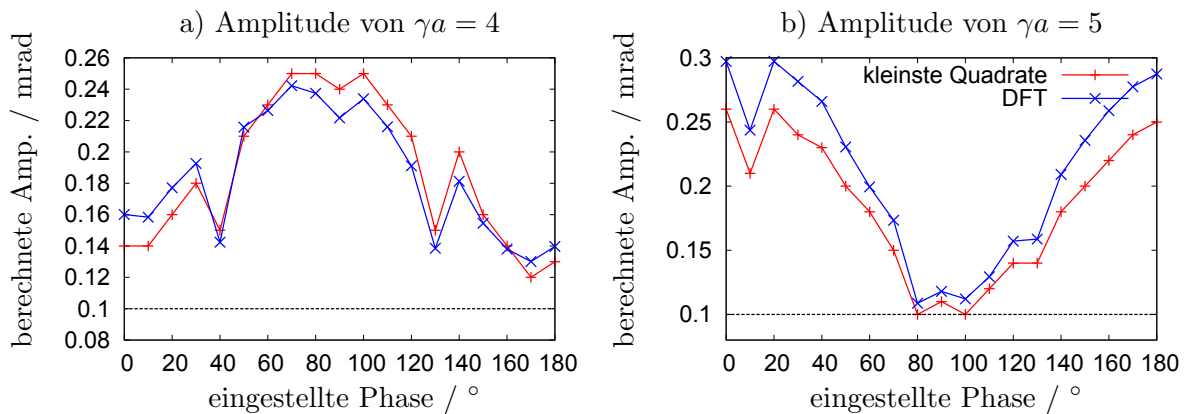
## 4.2 Analyse von $\gamma a = 4$ und $\gamma a = 5$

Die Korrekturen der vierten und fünften Imperfektionsresonanz werden gemeinsam diskutiert, da die Ergebnisse ähnlich sind. Abbildung 4.2 zeigt die Phasen beider Resonanzen.



**Abbildung 4.2:** Vergleich der Phasen der a) vierten und b) fünften Imperfektionsresonanz.

Die Phase der Harmonischen-Korrektur für die vierte und fünfte Imperfektionsresonanz steigt linear und mit der Steigung 1 mit der im Kontrollsystem eingestellten Phase. In beiden Fällen ist eine leichte Schwingung um den linearen Verlauf erkennbar, die aber möglicherweise auf Fehler der Fitmethoden zurückzuführen ist (siehe Abschnitt 3.4), wie der Vergleich mit den Störungen 7 und 16 zeigt (siehe Abbildung B.1). Für  $\gamma a = 4$  hat die Phase einen Offset von etwa  $190^\circ$ , der aber keine negative Auswirkung auf die Korrektur hat, weil die Optimierung empirisch geschieht und daher ausschließlich das Erreichen aller möglichen Phasen wichtig ist. In Abbildung 4.3 sind die zugehörigen Messungen der Amplituden dargestellt.



**Abbildung 4.3:** Vergleich der Amplituden der a) vierten und b) fünften Imperfektionsresonanz.

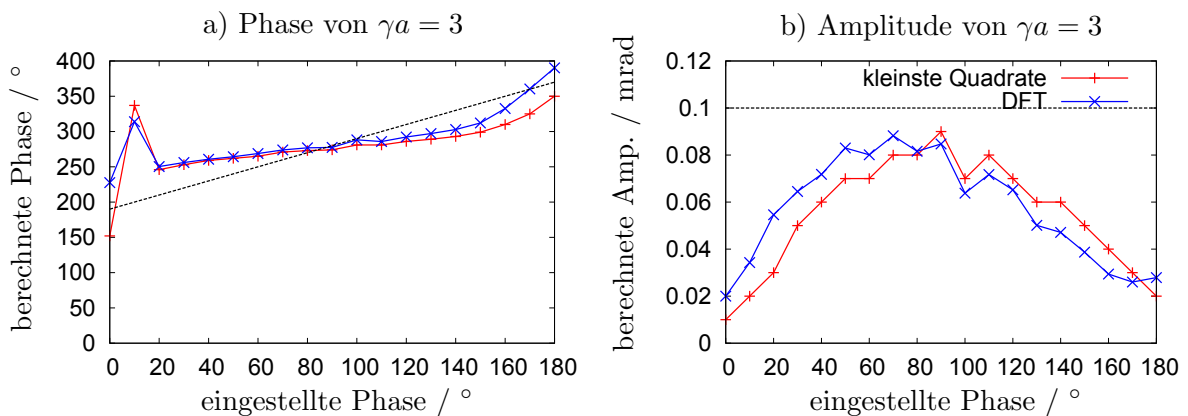
Die konstant eingestellte Amplitude schwankt je nach eingestellter Phase um  $0,1$  mrad, für

$\gamma a = 5$  sogar um 0,3 mrad. Der näherungsweise sinusförmige Verlauf der Kurven für  $\gamma a = 4$  entspricht dem durch die Störungen 7 oder 16 verursachten Verhalten der Fits (Abbildung B.2), welches aber nur eine Schwankung um 0,04 mrad hervorruft. Diese Störungen wurden zwar bei  $\gamma a = 3$  untersucht und zeigen für  $\gamma a = 4$  ein anderes Verhalten, es existieren aber auch für die vierte Imperfektionsresonanz Störungen, deren Verteilung zu dem in Abbildung 4.3 a) dargestellten Verlauf führt. Es kann also nicht ausgeschlossen werden, dass die Amplitude konstant ist und lediglich die Anteile anderer Frequenzen in den Feldverteilungen die Fits beeinflussen, andererseits würde dies im Umkehrschluss bedeuten, dass der Anteil der gewünschten Frequenz  $\gamma a$  klein ist. Für  $\gamma a = 5$  verlaufen die Kurven nahezu entgegengesetzt wie bei der vierten Resonanz, was darauf schließen lässt, dass die vorliegende Magnetanordnung eine andere Wirkung auf diese Frequenz hat. Eine solche unterschiedliche Auswirkung der selben Feldanordnung auf verschiedene Frequenzen tritt beispielsweise auch für Störung 7 auf (vergleiche Abbildung B.3 und B.2). Durch die hier dreimal so große Schwankung wie bei  $\gamma a = 4$  erscheint eine tatsächlich vollständig konstante Amplitude aber sehr unwahrscheinlich. Für beide Resonanzen ist die Amplitude stets größer als die eingestellten 0,1 mrad. Dies entspricht der Erwartung, dass die im Vergleich zu den Korrektoren stärkeren Quadrupolfelder ein größeres Gesamtfeld hervorgerufen.

Die Korrektur der Imperfektionsresonanzen  $\gamma a = 4$  und  $\gamma a = 5$  kann in der Phase sehr gut eingestellt werden, die Amplitude bleibt dabei aber vermutlich nicht konstant. Entweder sind die beiden Parameter also nicht unabhängig voneinander oder es liegen zumindest sehr große Anteile anderer Frequenzen vor. Beides ist nicht optimal für die Harmonischen-Korrektur. Durch die gute Einstellbarkeit der Phase ist die empirische Korrektur der Imperfektionsresonanzen aber in einem begrenzten Rahmen möglich.

### 4.3 Analyse von $\gamma a = 3$

Abbildung 4.4 zeigt die Ergebnisse für Phase und Amplitude der dritten Imperfektionsresonanz.



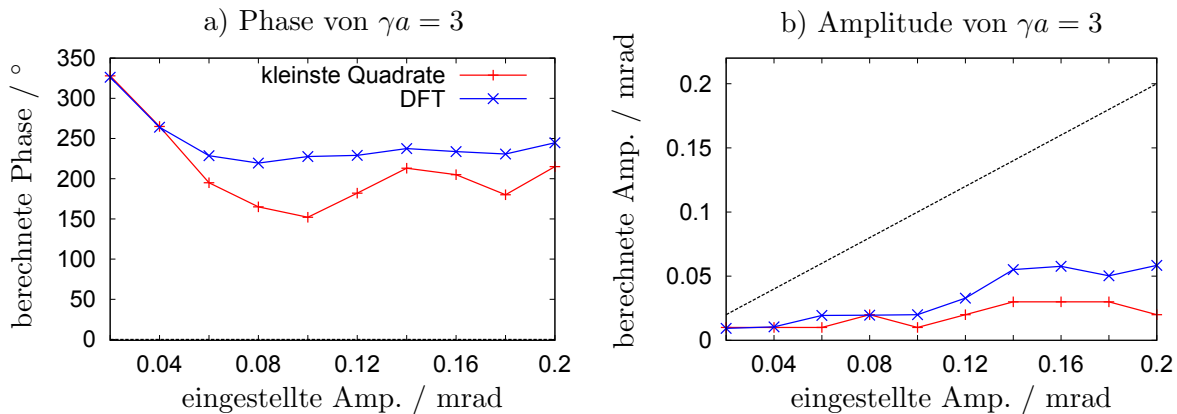
**Abbildung 4.4:** Vergleich der a) Phasen und b) Amplituden der dritten Imperfektionsresonanz.

Die Phase des Korrekturfeldes der dritten Imperfektionsresonanz steigt deutlich flacher mit der eingestellten Phase als für  $\gamma a = 4$  und  $\gamma a = 5$ . Während die eingestellte Phase um  $180^\circ$  steigt,

verändert sich die Phase des Korrekturfeldes nur um etwa  $150^\circ$ , sodass nicht alle Phasen erreicht werden können. Dies bedeutet, dass bei der empirischen Optimierung der Harmonischen-Korrektur eventuell gerade die für die Polarisation optimale Phase gar nicht eingestellt werden kann. Um wieviel Grad sich die Phase aber genau variieren lässt, ist schwer zu sagen, da die Fitmethoden am Rand des untersuchten Parameterbereichs leicht voneinander abweichen und die Kurven nur zwischen  $20^\circ$  und  $160^\circ$  linear verlaufen. Die Abweichung der Fitmethoden ist ein Indiz für große Anteile anderer Frequenzen, was die folgende Betrachtung der Amplitude bestätigt. Der Offset der Phase wurde bereits in Abschnitt 4.2 thematisiert und ist nicht problematisch.

Die Amplitude verhält sich ähnlich wie bei  $\gamma a = 4$ : Sie schwankt um knapp  $0,1$  mrad. Der Unterschied ist aber, dass die Amplitude hier immer unterhalb der  $0,1$  mrad-Schwelle bleibt. Dies widerspricht der Erwartung, dass die Quadrupole die Felder verstärken sollten, was bei der vierten und fünften Resonanz auch gemessen wurde. Eine kleine Amplitude lässt also auf einen geringen periodischen Feldanteil der Frequenz  $\gamma a$  schließen, was einer schwachen Korrektur entspricht. Nicht ganz zu vernachlässigen ist, dass die Energieabhängigkeit der eingestellten Amplitude (siehe Abschnitt 4.1) offensichtlich bereits eine Verringerung der Amplitude des reinen Korrekturfeldes verursacht. Dies gilt aber für alle Resonanzen (für die höherenergetischen Resonanzen sogar stärker) und kann daher nicht die Ursache der geringen Amplituden sein.

Die bei dieser Resonanz zusätzlich aufgenommene Messreihe mit konstanter Phase und variiert Amplitude unterstützt die bisherigen Ergebnisse und ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die kleinste eingestellte Amplitude  $0,02$  mrad beträgt. Die  $x$ -Achsen der Plots beginnen nicht im Ursprung.



**Abbildung 4.5:** Bei konstanter Phase gemessene a) Phasen und b) Amplituden der dritten Imperfektionsresonanz.

Die Phase schwankt je nach eingestellter Amplitude um  $100^\circ$ , für die Methode der kleinsten Quadrate sogar um  $180^\circ$ . Lediglich die DFT-Fits zeigen für Amplituden größer als  $0,04$  mrad eine näherungsweise konstante Phase. Gerade bei den kleinen Amplituden, bei denen die Phase nicht konstant ist, stimmen beide Fitmethoden aber überein und bestätigen so, dass die Unabhängigkeit der Parameter bei zu geringen Korrekturfeldern nicht gewährleistet ist. Die Amplitude steigt nur wenig mit dem eingestellten Wert an, wobei sie stets deutlich kleiner als

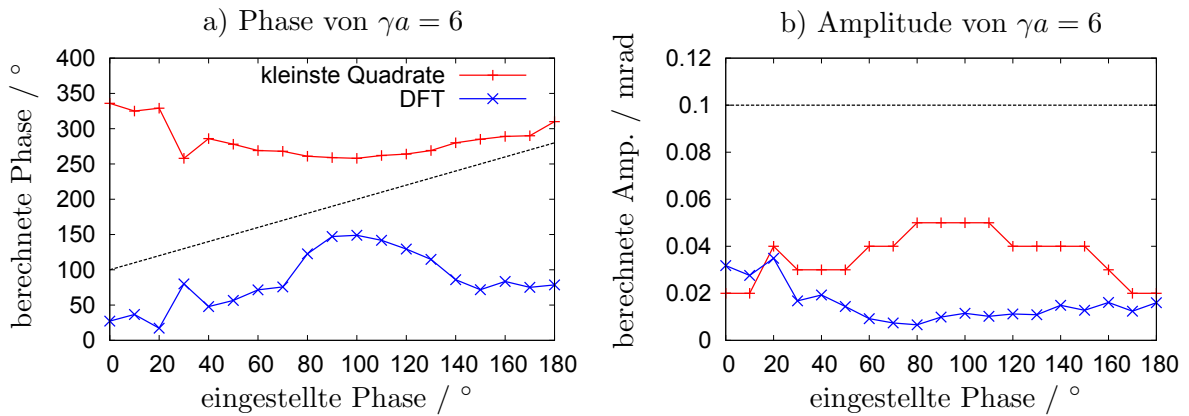


0,1 mrad bleibt - auch wenn ein doppelt so großer Wert eingestellt wurde.

Die dritte Imperfektionsresonanz kann nur unbefriedigend korrigiert werden, da die Feldverteilung im Ring gerade für diese Frequenz den Kosinusanteil sehr gering werden lässt. Dies bestätigt die zusätzliche Messreihe, denn das Einstellen einer größeren Amplitude erhöht die im Ring vorliegende Amplitude kaum. Auch die Phase steigt in Abbildung 4.4 a) nicht in gewünschter Weise, so dass einige Parameter vermutlich gar nicht eingestellt werden können. Insgesamt überwiegen hier andere Feldkomponenten deutlich gegenüber der gewünschten periodischen Verteilung.

#### 4.4 Analyse von $\gamma a = 6$

Die Phasen und Amplituden der Korrektur der sechsten Imperfektionsresonanz in Abbildung 4.6 zeigen ein von den anderen Resonanzen abweichendes Verhalten.

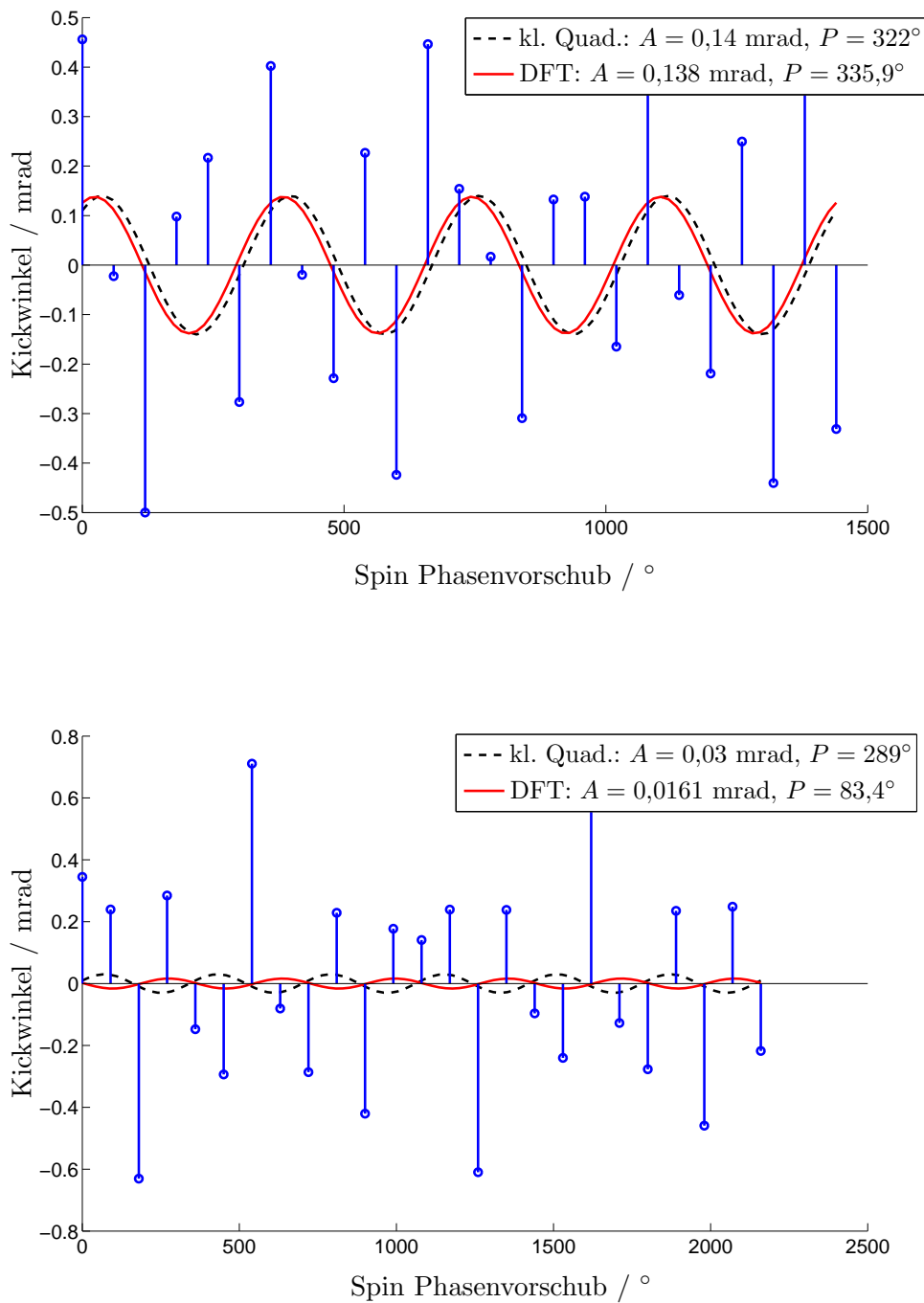


**Abbildung 4.6:** Vergleich der a) Phasen und b) Amplituden der sechsten Imperfektionsresonanz.

Die Phase der Harmonischen-Korrektur für  $\gamma a = 6$  zeigt überhaupt keinen linear ansteigenden Verlauf und die beiden Fitmethoden stimmen in keinem Wert überein. Falls der Verlauf der Kurven dennoch der Realität entspricht, bewirkt eine Änderung der eingestellten Phase um  $180^\circ$  keinerlei Änderung der Phase des Korrekturfeldes. Die große Abweichung der Fitmethoden spricht außerdem für einen sehr geringen periodischen Feldanteil der Frequenz  $\gamma a$ .

Die Amplituden bestätigen dieses Bild. Sie bleiben zwar im Vergleich zu den anderen Resonanzen fast konstant, liegen aber im Mittel bei weniger als 0,03 mrad, was gemeinsam mit der auch hier mangelnden Konsistenz der beiden Fitmethoden für ein sehr geringes Korrekturfeld spricht. Besonders deutlich wird dies auch im Vergleich eines einzelnen Fits für  $\gamma a = 4$  und  $\gamma a = 6$  (Abbildung 4.7).

Möglicherweise ist die Anordnung von Korrektoren und Quadrupolen für  $\gamma a = 6$  besonders ungünstig. Außerdem könnten die Korrektormagnete hier bereits in Sättigung sein und für diese und höhere Energien nicht mehr ausreichen. Eine effektive Polarisationsoptimierung ist mit dieser Korrektur und den vorhandenen Elementen nicht möglich.



**Abbildung 4.7:** Für  $\gamma a = 4$  (oben) ermitteln die Fits an die Kickwinkelverteilung von Korrektoren und Quadrupolen einen deutlichen Kosinusanteil, die beiden Methoden liefern ein ähnliches Ergebnis. Für  $\gamma a = 6$  (unten) hingegen ist der Kosinusanteil in der Kickwinkelverteilung sehr gering und die Phase wird nicht eindeutig bestimmt.

## 5 Fazit und Ausblick

Die Korrektur von Imperfektionsresonanzen mittels der Harmonischen-Korrektur an ELSA wird entscheidend durch die Felder der Quadrupolmagnete beeinflusst. Es wirken keine eindeutig periodischen Feldverteilungen auf den Spin der Elektronen.

Nur die Korrekturen für  $\gamma a = 4$  und  $\gamma a = 5$  sind trotzdem so einstellbar, dass die empirische Optimierung möglich ist. Für  $\gamma a = 3$  und  $\gamma a = 6$  ist die Verteilung der Korrektoren und Quadrupole offenbar besonders ungünstig. Außerdem ist die Energie bei  $\gamma a = 6$  (2,64 GeV) vermutlich zu hoch für die derzeit verwendeten Korrektoren. Die Unabhängigkeit der Parameter Amplitude und Phase, auf der die empirische Polarisationsoptimierung beruht, konnte nicht bestätigt werden.

Es wäre hilfreich, zusätzliche Messreihen mit konstant eingestellter Phase bei Variation der Amplitude für die Resonanzen  $\gamma a = 4, 5$  und  $6$  aufzunehmen, da die Stabilität der Phase ausschlaggebend dafür ist, ob das Feld polarisierend oder depolarisierend auf den Spin wirkt. Auch die statistischen Schwankungen der Messergebnisse und die Abhängigkeit von Einstellungen des Beschleunigers wurden aus Zeitgründen nicht näher untersucht. Um die Aussagekraft der Fitergebnisse zu erhöhen, könnte darüber hinaus die Wirkung von Störfeldern auf die Fitmethoden für  $\gamma a = 4, 5$  und  $6$  genauer untersucht werden. Ob dies zu zusätzlichen Erkenntnissen führt, ist aber fraglich, da die nicht-periodische Gesamtfeldverteilung bereits jetzt offensichtlich ist. Eine klare Verbesserung der Fits würde nur eine höhere Zahl von Stützstellen ermöglichen, diese ist aber durch die stückweise Präzession des Spins in den 24 Dipolen fest vorgegeben.

Eine Verbesserung der aktuellen Situation wäre durch die Verringerung der für die Imperfektionsresonanzen verantwortlichen Torsion der Dipolmagnete möglich, sowie für höherenergetische Resonanzen durch den Einsatz stärkerer Korrektormagnete. Eine zukünftige Harmonischen-Korrektur muss die Felder durch zusätzliche Quadrupolablagen bereits bei der Bestromung der Korrektoren berücksichtigen, um insgesamt eine klare kosinusförmige Feldverteilung zu ermöglichen.

Für alle folgenden Verbesserungen im Zusammenhang mit der Korrektur von Imperfektionsresonanzen an ELSA wurde mit dieser Arbeit ein Analyseprogramm mit grafischer Benutzeroberfläche zur Verfügung gestellt (siehe Anhang C).



## A Normierung der diskreten Fouriertransformation

Die in Abschnitt 3.3 beschriebene Bestimmung der Fitparameter Amplitude  $A'$  und Phase  $\varphi'$  aus der diskreten Fouriertransformation (DFT) erfordert die Normierung der Parameter, damit diese den Parametern  $A$  und  $\varphi$  der Funktion  $A \cdot \cos(\theta - \varphi)$  entsprechen. In diesem Anhang wird erläutert, wie diese Normierungen bestimmt wurden.

**Normierung der Amplitude** Zunächst hängt die Normierung der Amplitude von der Stützstellenzahl  $N$ , also der Anzahl der Datenpunkte ab. Der genaue Zusammenhang wird vom verwendeten Fouriertransformations-Algorithmus festgelegt. In MATLAB™ gilt  $A = A'/N$ . Hinzu kommt noch ein Faktor 2, der sich analytisch nachvollziehen lässt. Dazu transformiert man die Funktion  $f(t) = A \cdot \cos(\gamma a \cdot \omega_u t - \varphi)$ . Zur besseren Lesbarkeit sei  $\gamma a = 3$ .

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}\{f(t)\}(\omega) &= A \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \cos(3\omega_u t - \varphi) \exp(i\omega t) dt \\
 &= A \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i(3\omega_u t - \varphi)) + \exp(-i(3\omega_u t - \varphi))}{2} \exp(i\omega t) dt \\
 &= \frac{A}{2} \cdot \left[ e^{-i\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i3\omega_u t) \exp(i\omega t) dt + e^{i\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i3\omega_u t) \exp(i\omega t) dt \right] \\
 &= \frac{A}{2} \cdot [e^{-i\varphi} \delta(\omega + 3\omega_u) + e^{i\varphi} \delta(\omega - 3\omega_u)] \\
 A' = |\mathcal{F}\{f(t)\}(\omega)| &= \frac{A}{2} \cdot (e^{-i\varphi} \delta(\omega + 3\omega_u) + e^{i\varphi} \delta(\omega - 3\omega_u)) \cdot (e^{i\varphi} \delta(\omega + 3\omega_u) + e^{-i\varphi} \delta(\omega - 3\omega_u)) \\
 &= \frac{A}{2} \cdot [\delta^2(\omega + 3\omega_u) + (e^{2i\varphi} + e^{-2i\varphi}) \delta(\omega + 3\omega_u) \delta(\omega - 3\omega_u) + \delta^2(\omega - 3\omega_u)] \\
 &= \frac{A}{2} \cdot \delta^2(\omega + 3\omega_u) + \frac{A}{2} \cdot \delta^2(\omega - 3\omega_u)
 \end{aligned}$$

Auf Grund der Symmetrie der Fouriertransformation treten die Frequenzen  $3\omega_u$  und  $-3\omega_u$  auf. In beiden Fällen ist der Absolutbetrag  $A/2$ . Daraus folgt für die Normierung der Amplitude:

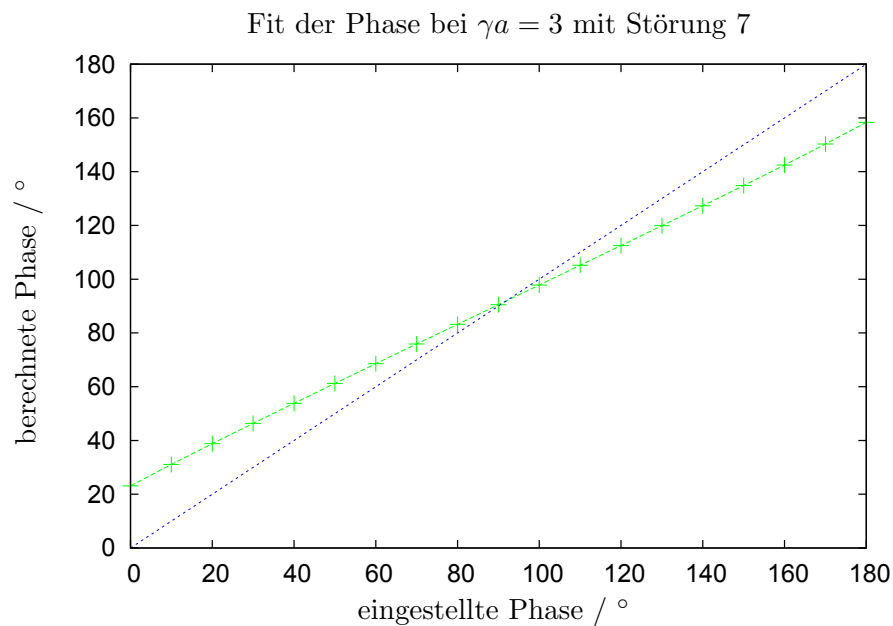
$$A = \frac{2 \cdot A'}{N} \quad (\text{A.1})$$

**Normierung der Phase** Man kann zeigen, dass die Phase durch den DFT-Algorithmus einen Offset erhält [Die10]. Die Normierung hängt also nicht von der Phase selbst ab, sondern von Parametern wie der Stützstellenzahl und der Frequenz. Die genaue Funktion zur Berechnung des Offsets scheint sich aber durch das verwendete Programm leicht zu unterscheiden. So wurde für den verwendeten Fit in MATLAB™ ein nur halb so großer Offset beobachtet wie für MATHEMATICA™ [Die10]. Zur Normierung der Phase reicht aber das Wissen um einen konstanten Offset aus - dessen Wert kann durch Fitten an eine bekannte Funktion mit einer Phase von Null ermittelt werden und wurde für die benötigten Frequenzen  $\gamma a = 3, 4, 5, 6$  folgendermaßen bestimmt:

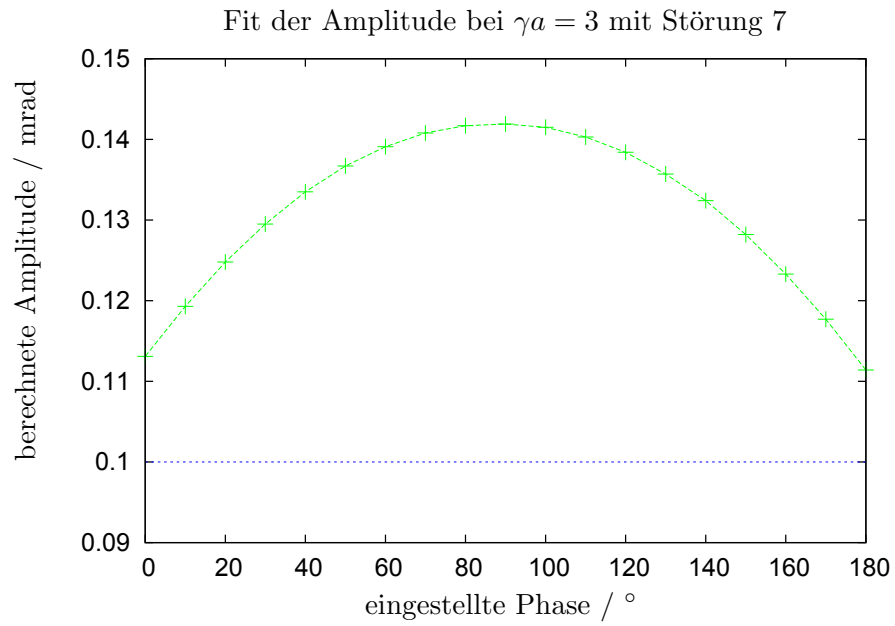
$$\varphi = \varphi' - \gamma a \cdot 7,5^\circ \quad (\text{A.2})$$

## B Plots zur Fehlerabschätzung der Fitmethoden

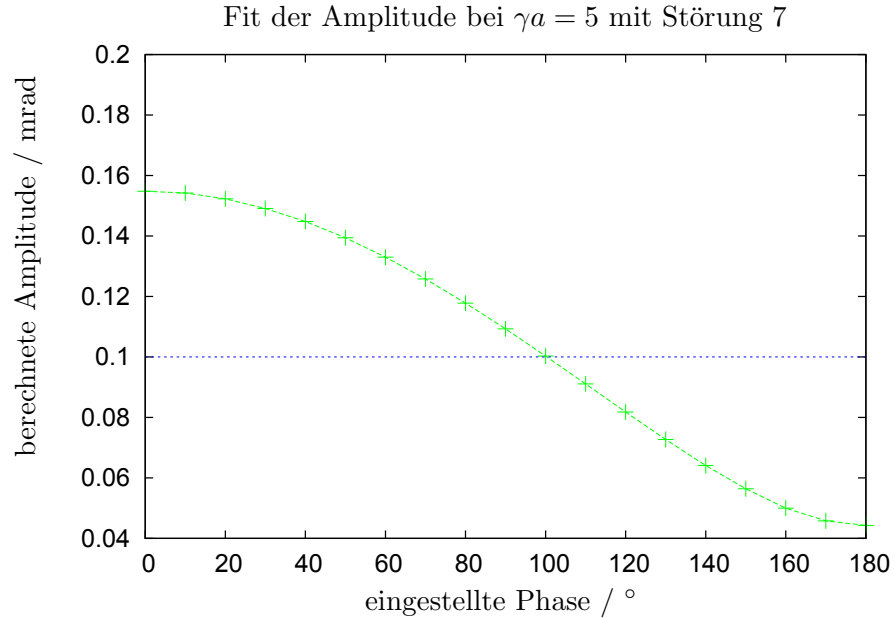
Dieser Anhang enthält eine kleine Auswahl der in Abschnitt 3.4 beschriebenen Plots der berechneten Amplituden und Phasen der Testfunktion  $0,1 \cdot \cos(\gamma a \theta - \varphi)$  mit bekannten Störungen (bezeichnet gemäß Tabelle 3.1). Die hier abgebildeten Plots dienen dem Vergleich mit den aus Messergebnissen erstellten Plots in den Abschnitten 4.2 bis 4.4 und zeigen den Verlauf der Fitparameter nach der DFT-Methode (grüne Kurven). Zusätzlich sind die tatsächlichen Parameter dargestellt (blau). Die Methode der kleinsten Quadrate liefert qualitativ die selben Plots.



**Abbildung B.1:** Die Phase der Fits steigt mit der tatsächlichen Phase, schwingt aber um diese. Bei  $90^\circ$  wird die Phase korrekt berechnet, der nächstgrößere richtig angepasste Wert liegt bei  $270^\circ$ . Störung 16 hat die selbe Auswirkung auf die Fits.



**Abbildung B.2:** Für  $\gamma a = 3$  bekommen die Fits der konstanten Amplitude durch Störung 7 ein klares Maximum, das vermutlich eine Halbwelle einer Schwingung ist. Durch Störung 16 entsteht derselbe Verlauf, dessen Maximum aber nur eine Amplitude von 1,3 mrad hat.



**Abbildung B.3:** Die periodischen Terme der Störung 7 verursachen für  $\gamma a = 5$  eine Schwingung des Amplitudenfits um den tatsächlichen Wert. Im Intervall  $[0^\circ; 180^\circ]$  fällt die berechnete Amplitude um etwa 0,1 mrad.

## C Anleitung zur Benutzung von harmplot.m

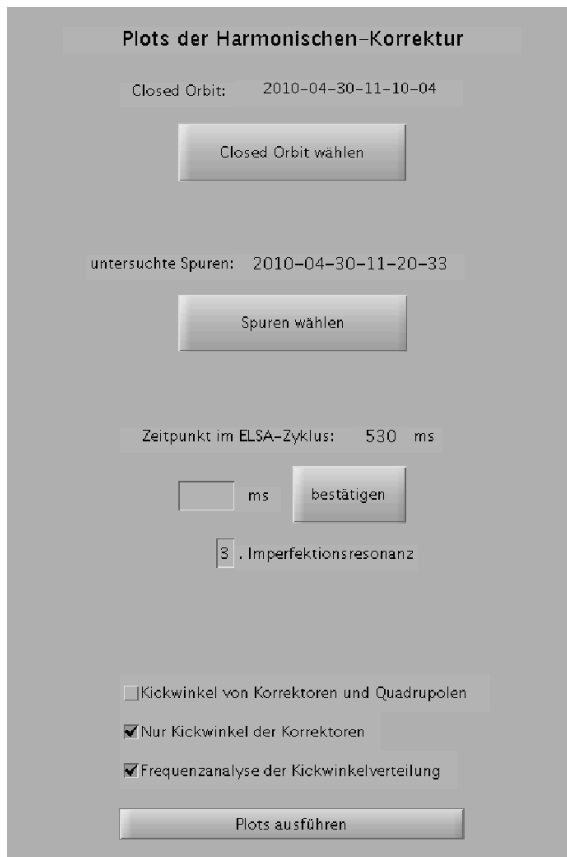
`harmplot.m` dient der Analyse der Feldverteilungen der Harmonischen-Korrektur und bestimmt die Korrekturparameter aus an ELSA gemessenen Datensätzen zum Vergleich mit den im ELSA-Kontrollsystem eingestellten Werten. Das Programm wird in Kapitel 3 ausführlich beschrieben.

Um die grafische Benutzeroberfläche des Programms aufzurufen, muss `harmplot.m` in MATLAB™ 7 geöffnet und ausgeführt werden. Alle Programmdateien befinden sich in

```
control@elsapc15:~/bpm/Analyse/harmplot .
```

Das Ausführen ist dort auch über die Linuxkonsole durch Eingabe von `matlab -r "harmplot"` möglich.

Über die beiden oberen Buttons können mit dem ELSA-Kontrollsystem aufgenommene Spuren-Datensätze gewählt werden. Das Programm greift dabei direkt auf das Verzeichnis zu, in dem diese Datensätze vom Kontrollsystem abgespeichert werden. Sie sind wie im Kontrollsystem angegeben mit Datum und Uhrzeit der Aufnahme bezeichnet.



**Abbildung C.1:** Screenshot der Benutzeroberfläche von `harmplot.m`

- *Closed Orbit* benötigt einen Datensatz bei ausgeschalteter Harmonischen-Korrektur, der als Referenzorbit verwendet wird. Die Auswahl ist über den Button *Closed Orbit wählen* möglich.
- *untersuchte Spuren* bezeichnet den Datensatz, dessen Feldverteilungen berechnet werden sollen. Die Auswahl ist über den Button *Spuren wählen* möglich.
- *Zeitpunkt im ELSA-Zyklus* gibt die Millisekunde des Zyklusses an, zu der die Feldverteilungen berechnet werden sollen. Dieser Zeitpunkt sollte der Energie der zu untersuchenden Imperfektionsresonanz entsprechen und kann aus den bei der Messung verwendeten Rampen-Einstellungen berechnet werden. Eine Änderung ist über das unter der Anzeige gelegene Textfeld möglich und muss durch Klicken auf den Button *bestätigen* abgeschlossen werden. Der Tooltip des Textfeldes zeigt die Werte für eine gängige Rampen-Einstellung.
- In der darunter liegenden Zeile muss  $\gamma_a$  für die entsprechende Resonanz angegeben werden. Auf Grund verschiedener möglicher Rampen geschieht dies nicht automatisch. Eine Bestätigung ist hier nicht nötig.

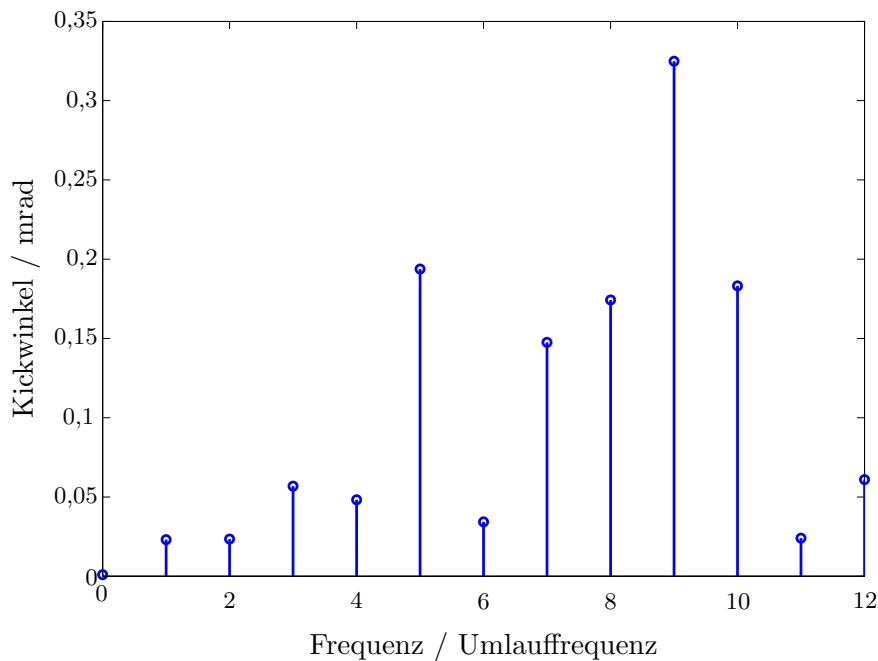


Im unteren Bereich des Fensters können durch Setzen von Häkchen drei verschiedene Plots aktiviert werden:

1. *Kickwinkel von Korrektoren und Quadrupolen* plottet die Gesamtfeldverteilung (wie in Abbildung 4.7) mit beiden Fits und gibt die Fitparameter in der Legende an.
2. *Nur Kickwinkel der Korrektoren* plottet die reine Korrektorfeldverteilung (Abbildung 4.1, oberes Bild) und fittet nach der Methode der kleinsten Quadrate.
3. *Frequenzanalyse der Kickwinkelverteilung* zeigt das Frequenzspektrum der Gesamtfeldverteilung, berechnet mit der DFT (Abbildung C.2). Hierbei sind die Amplituden aller bestimmbarer Vielfachen der Umlauffrequenz in mrad angegeben.

Ein Klick auf den Button *Plots ausführen* startet die Berechnung und zeigt die ausgewählten Plots an. Diese können über die Funktionen von MATLAB™ (Iconleiste in den Plotfenstern) gespeichert werden.

Beim Schließen des Programms bleiben die zuletzt gewählten Datensätze und der eingestellte Zeitpunkt gespeichert.



**Abbildung C.2:** Beispiel für Frequenzspektrum der Harmonischen-Korrektur bei  $\gamma a = 5$ .

## D Quellcode

Das beschriebene Programm wurde in MATLAB™ Version 7.10.0.499 (R2010a) realisiert. Es besteht aus den folgenden Dateien:

- `winkelberechnung.m` lädt die Messdaten, berechnet die Gesamtkickwinkel, ruft die Fitmethoden auf und führt die Plots aus.
- `phasenberechnung.m` führt den Fit nach der Methode der kleinsten Quadrate aus.
- `gesamtdelta.m` wird von `phasenberechnung.m` aufgerufen und bestimmt den Gesamtabstand der Datenpunkte von einer Fitfunktion.
- `phasenberechnung_dft.m` führt den Fit nach der DFT Methode aus.

Darüber hinaus stellt `harmplot.m` das ausführbare Skript da, welches die Benutzeroberfläche beinhaltet und die benötigten Datenfiles direkt aus den aufgenommenen Spuren erzeugt, indem es ein entsprechendes Shell-Skript editiert und ausführt. Außerdem wird `winkelberechnung.m` aufgerufen. Auf Grund seiner Länge ist `harmplot.m` an dieser Stelle nicht abgedruckt. Anhang C liefert eine kurze Anleitung zur Benutzung von `harmplot.m`.

### `phasenberechnung.m`

```
function[Amplitude, Phase, Abstand] = phasenberechnung(gesamtkicks)
%Fit für winkelberechnung.m
%Methode 1: kleinste Quadrate mit Phase [0,360] und positiver Amplitude
%Parameter: Amplitude, Phase; Funktion: f(phi)=Amlitude*cos(phi-Phase)

%erstellt Tabelle mit Fitparametern
%0<=A<=0.4 und 0<=p<=359 mit jeweiligem gesamtdelta
phasentabelle=[999,999,999]; %Startwert, der nicht kleinster wird
for p=0:359
    for a=0:40
        A=a*0.01;
        Abstand=gesamtdelta(gesamtkicks,A,p);
        phasentabelle = [phasentabelle; A, p, Abstand];
    end
end

%quicksort phasentabelle aufsteigend nach Abstand
%k enthält ursprüngliche Zeilenindizes der sortierten Einträge
[sortedphasentabelle,k]=sort(phasentabelle(:,3));

%k(1) entspricht der Zeile mit den optimalen Fitparametern
Amplitude = phasentabelle(k(1),1);
Phase = phasentabelle(k(1),2);
Abstand = phasentabelle(k(1),3);
```

**gesamtdelta.m**

```
function[gesdelta] = gesamtdelta(Tabelle,A,p)
%Berechnung der Summe der Abstandsquadrate für phasenberechnung.m
%Tabelle=gesamtkicks, A&p=gewählte Fitparameter

gesdelta=0;
for i=1:length(Tabelle(:,1))
    delta=( Tabelle(i,2) - A*cos(Tabelle(i,1)*(2*pi/360) - p*(2*pi/360)) )^2;
    gesdelta=gesdelta+delta; %addiere gesamtkicks für alle Zeilen i
end
```

**phasenberechnung\_dft.m**

```
function [Amplitude, Phase] = phasenberechnung_dft(gesamtkicks,r)
%Fit für winkelberechnung.m
%Methode 2: diskrete Fouriertransformation
%Parameter: Amplitude, Phase; Funktion: f(phi)=Amplitude*cos(3*phi+Phase)

fourier = dftmtx(length(gesamtkicks)) * gesamtkicks;

%fourier(r+1) entspricht gesuchter Frequenz (r=gamma*a):

%Amplitude des cosinus ist Absolutbetrag (Normierung 2/n)
Amplitude=2*abs(fourier(r+1))/24;

%Phasen-Offset, abhängig von r
offset=r*7.5; %für r=3,4,5,6 getestet!

%Phase des cosinus, umgerechnet in Grad
Phase=angle(fourier(r+1)) * 360/(2*pi) - offset;
if Phase>360
    Phase=Phase-360;
elseif Phase<0
    Phase=Phase+360;
end

Phase=360-Phase; %Korrektur wegen Minus vor eingestellter Phase (17.5.10)
```

## winkelberechnung.m

```

function[error] = winkelberechnung(r, SPUR_folder, time, plot1,plot2,plot3)
%Winkelberechnung.m KONTROLLSYSTEM-VERSION für elsapc15
%Bestimmung der Gesamtkicks (je zwischen zwei Dipolen) und cos-Fit
%INPUT: r=resonanz=gamma*a
%INPUT: SPUR_folder=gewählte Spuren (nur für Plot-Legende)
%INPUT: plotX = 0 oder 1, legt fest welche plots gemacht werden.

%>>> nur für gamma*a natürliche Zahl, wegen Periodizität der Fits! <<<

error=0; %kein Fehler (Fehlermeldungen bisher nicht genutzt)

phasenvorschub=360*r/24; %24 Dipolzwischenräume, r Spin-Umdrehungen
%(Spin-Phasenvorschub zB je 45° für gamma*a=3)

kf=0.68; %k fok. Quadrupole
kd=-0.58; %k defok. Quadrupole
l=0.4997; %Quadrupollänge

%=====Datenpfad=====
pfad='/home/control/bpm/Analyse/harmplot/';
%=====
pfad_orbit=sprintf('%sharmplot.orbit', pfad);
pfad_kicks=sprintf('%sharmplot.kicks', pfad);
pfad_closed=sprintf('%sCO_harmplot.orbit', pfad);
pfad_dipole=sprintf('%sdipolpositionen.dat', pfad);
%-----Einlesen-----
%von fscanf auf importdata umgestellt (4.5.2010)
f1=importdata(pfad_orbit, ' ', 1);
x=f1.data; % x: Quad.Ablagen
f2=importdata(pfad_closed, ' ', 1);
y=f2.data; % y: Referenz-Quad.Ablagen
f3=importdata(pfad_kicks, ' ', 2);
z=f3.data; % z: Korrektor Kickwinkel
f4=importdata(pfad_dipole, ' ', 0);
d=f4;
%-----

%trage Quad.Kickwinkel als 5. Spalte in x&y ein und Kickwinkel-Differenz als 6. Spalte in x
for i=1:length(x(:,1)) %i durchläuft alle BPMs
    if mod(i,2)==1 %wenn i ungerade
        x(i,5)=atan(1/((1/(x(i,4)*0.001*kd))-x(i,4)*0.001))*1000; %defok. Quadrupole
        y(i,5)=atan(1/((1/(y(i,4)*0.001*kd))-y(i,4)*0.001))*1000;
    else
        x(i,5)=atan(1/((1/(x(i,4)*0.001*kf))-x(i,4)*0.001))*1000; %fok. Quadrupole
        y(i,5)=atan(1/((1/(y(i,4)*0.001*kf))-y(i,4)*0.001))*1000;
    end
    x(i,6)=x(i,5)-y(i,5); %Abziehen der Kickwinkel des Referenz-Orbits
end

```

```

%erstelle Tabelle "kicks": Strecke gegen Kickwinkel (unsortiert)
kicks=zeros(50,2); %kicks als null-matrix erzeugen
%18 Korrektoren aus z:
for i=1:length(z(:,1))
    kicks(i,1)=z(i,2); kicks(i,2)=z(i,3);
end
%32 Quadrupole aus x:
for i=1:length(x(:,1))
    kicks(i+length(z(:,1)),1)=x(i,2); kicks(i+length(z(:,1)),2)=x(i,6);
end

%Trage in "kicks" als 3. Spalte den Spin-Phasenvorschub ein
for i=1:50          %50 "kicks"-Zeilen (18 Korrektoren und 32 Quadrupole = 50)
    for j=1:25      %24 Dipolzwischenräume (0-1 und 24-25 ist der selbe Zwischenraum!)
        if kicks(i,1)>d(j) %Position im Ring zwischen Dipol j und j+1
            if kicks(i,1)<d(j+1)
                kicks(i,3)= (j-1)*phasenvorschub;
                break;
            else
                end
            end
        end
    end
end
end

%erstelle Tabelle "gesamtkicks": addiere dabei Kicks bei gleichem Spin-Phasenvorschub
clearvars gesamtkicks;
gesamtkicks(1,1)=0; gesamtkicks(1,2)=0;
for l=1:25 %24 Dipolzwischenräume (0-1 und 24-25 ist der selbe Zwischenraum!)
    for i=1:50 %50 "kicks"-Zeilen
        if kicks(i,3)==(l-1)*phasenvorschub
            gesamtkicks(1,1)=(l-1)*phasenvorschub;          %1. Spalte: Spin-Phasenvorschub
            gesamtkicks(1,2)=gesamtkicks(1,2)+kicks(i,2); %2. Spalte: Gesamtkick
        else
            end
        end
    end
end
end

%-----Fits-----
%phasenberechnung=>kleinste Quadrate
%phasenberechnung_dft=>diskrete Fouriertransformation
[Amplitude1, Phase1, Abstand]=phasenberechnung(gesamtkicks);
[Amplitude2, Phase2]=phasenberechnung_dft(gesamtkicks(:,2),r);

%Ausgabe der Fitparameter in der Konsole
%fitparameter_Abstand=[Amplitude1, Phase1, Abstand]
%fitparameter_dft=[Amplitude2, Phase2]
%-----

Theta=linspace(0,r*360); %Winkelskala für Plots

```

```

%-----Plot1:Gesamtkickwinkel & Fits-----
if plot1==1
    win1=figure;
    clf(win1);

    %Parameter für Ausgabe in Plotbeschriftung umwandeln
    t=sprintf('cos%d-Anteil in vertikalen Korrektor- und Quadrupol-Kickwinkeln', r);
    leg1=sprintf('kleinste Quadrate: Amp=%.2f, Phase=%0.f°', Amplitude1, Phase1);
    leg2=sprintf('DFT: Amp=%.4f, Phase=%.1f°', Amplitude2, Phase2);
    leg3=sprintf('%s, %s ms', SPUR_folder, time);

    hold on; %plots nicht überschreiben
    plot(Theta, Amplitude1*cos(Theta*(2*pi/360)-Phase1*(2*pi/360)), '--k');%schwarz
    plot(Theta, Amplitude2*cos(Theta*(2*pi/360)-Phase2*(2*pi/360)), 'r'); %rot
    stem(gesamtkicks(:,1), gesamtkicks(:,2)); %Daten
    title(t);
    xlabel('Spin Phasenvorschub / Grad');
    ylabel('Kickwinkel / mrad');
    legend(leg1, leg2, leg3);
    hold off;
end

%-----Plot2:Nur Korrektoren-----
if plot2==1
    win2=figure;
    clf(win2);

    %Tabelle mit ausschließlich Korrektor-Positionen und -Kickwinkeln
    korrektoren=zeros(length(z(:,1)),2);
    for i=1:length(z(:,1))
        korrektoren(i,1)=kicks(i,3); korrektoren(i,2)=kicks(i,2);
    end

    %Fit (DFT geht nicht, wegen anderer Stützstellenzahl->Offset unbekannt)
    [KorrAmplitude1, KorrPhase1, KorrAbstand]=phasenberechnung(korrektoren);

    %Parameter für Ausgabe in Plotbeschriftung umwandeln
    t=sprintf('cos%d-Anteil in vertikalen Korrektor-Kickwinkeln', r);
    leg1=sprintf('kleinste Quadrate: Amp=%.2f, Phase=%0.f°', KorrAmplitude1, KorrPhase1);
    leg3=sprintf('%s, %s ms', SPUR_folder, time);

    hold on; %plots nicht überschreiben
    plot(Theta, KorrAmplitude1*cos(Theta*(2*pi/360)-KorrPhase1*(2*pi/360)), 'g');%grün
    stem(korrektoren(:,1), korrektoren(:,2)); %Daten
    title(t);
    xlabel('Spin Phasenvorschub / Grad');
    ylabel('Kickwinkel / mrad');
    legend(leg1, leg3);
    hold off;
end

```

---

```
%-----Plot3:Frequenzspektrum-----
if plot3==1
    win3=figure;
    clf(win3);

    fourier = dftmtx(length(gesamtkicks)) * gesamtkicks(:,2);
    for i=0:12
        amp(i+1,1)=i;
        amp(i+1,2)=2*abs(fourier(i+1))/24;
    end

    %Parameter für Ausgabe in Plotbeschriftung umwandeln
    t=sprintf('Frequenzen in vertikalen Korrektor- und Quadrupol-Kickwinkeln');
    leg3=sprintf('%s, %s ms', SPUR_folder, time);

    stem(amp(:,1), amp(:,2));
    title(t);
    xlabel('Umlaufharmonische');
    ylabel('Kickwinkel / mrad');
    legend(leg3);
end
```

## Literatur

- [BMT59] BARGMANN, V. ; MICHEL, L. ; TELEGDI, V.L.: Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field. In: *Physical Review Letters* 2 (1959), Nr. 10, S. 435–436
- [CB10] *Crystal Barrel-Experiment an ELSA*. cb.uni-bonn.de. Juni 2010
- [Die10] DIECKMANN, Andreas. *Amplitude and Phase of a discrete Fourier Spectrum*. pi.physik.uni-bonn.de/~dieckman/DFT/DFT.html. April 2010
- [Fro] FROMMBERGER, Frank. *persönliche Mitteilung*
- [Hil06] HILLERT, Wolfgang: The Bonn Electron Stretcher Accelerator ELSA: Past and Future. In: *The European Physical Journal* (2006), Nr. A28
- [Hof01] HOFFMANN, Markus: *Beschleunigung polarisierter Elektronen in der Bonner Elektronen-Beschleunigeranlage ELSA*, Universität Bonn, Dissertation, 2001
- [Kei00] KEIL, Joachim: *Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Universität Bonn, Dissertation, 2000
- [Leh08] LEHRACH, Andreas: *Strahl- und Spindynamik von Hadronenstrahlen in Mittlere Energie-Ringbeschleunigern*. Forschungszentrum Jülich GmbH, 2008
- [SFB10] *Sonderforschungsbereich Transregio 16: Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme*. sfb-tr16.physik.uni-bonn.de. Juni 2010
- [Tho27] THOMAS, L.H.: I. The kinematics of an electron with an axis. In: *Philosophical Magazine Series 7* 3 (1927), Nr. 13, S. 1–22
- [Wil92] WILLE, Klaus: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. Stuttgart : B.G.Teubner, 1992



## Danksagung

Vier Monate sind keine lange Zeit und dennoch habe ich während meiner Bachelorarbeit bei ELSA viel gelernt. Ich war Teil einer sehr sympathischen Arbeitsgruppe und habe einen tollen Einblick in die wissenschaftliche Arbeit bekommen. Dafür danke ich allen, die ihren Anteil daran hatten, ganz herzlich. Stellvertretend seien einige persönlich erwähnt.

Ich danke Herrn PD Dr. Wolfgang Hillert, der mir diese Arbeit angeboten und uns Bachelorstudenten als vollwertige Mitglieder der Arbeitsgruppe aufgenommen hat. Ich bin froh, dass er mich ermuntert hat mich für ein komplexes, anspruchsvolles Thema zu entscheiden.

Bei Herrn Prof. Dr. Hartmut Schmieden bedanke ich mich für die Übernahme des Koreferats.

Ich bedanke mich bei Oliver Boldt, der meine Arbeit betreut und mich jederzeit unterstützt hat. Er hat meine Ideen stets ernst genommen und geduldig alle meine Fragen beantwortet. Wir haben viele Diskussionen geführt, die mich weitergebracht und Spaß gemacht haben.

Mein Dank gilt Herrn Dr. Andreas Dieckmann, der den bei der Anwendung der diskreten Fouriertransformation auftauchenden Fragen nachgegangen ist, was diese erst für meine Arbeit nutzbar gemacht hat.

Ich danke Herrn Dr. Frank Fromberger, der mir bei Fragen zum ELSA-Kontrollsystem jederzeit weiterhelfen konnte.

Außerdem bedanke ich mich bei Dominik Heiliger und Oliver Preisner für das Korrekturlesen meiner Arbeit und viele gute Ratschläge.

Maren Eberhardt, Stefan Patzelt, Oliver Preisner und Josefa Oberem danke ich für die gute Atmosphäre in Büro 263, wo ich mich immer gerne aufgehalten habe und nicht nur Unterstützung bei meiner Arbeit, sondern auch den ein oder anderen auflockernden Zeitvertreib gefunden habe.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich immer unterstützen und mir mein Studium ermöglichen.

## Danke!