

---

# Messung und Korrektur der Arbeitspunkte während der Energierampe am Stretcherring von ELSA

---

Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von  
Maren Eberhardt  
aus  
Rheinbach

Bonn 2010

Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

1. Gutachter: Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Hillert
2. Gutachter: Prof. Dr. Reinhard Beck

Tag der Promotion:

# Zusammenfassung

An der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA des Physikalischen Instituts der Universität Bonn werden Doppelpolarisationsexperimente zur Untersuchung der Struktur der Baryonen im Rahmen des transregionalen Sonderforschungsbereichs SFB/TR 16 durchgeführt. Bei der Beschleunigung der für diese Experimente benötigten spinpolarisierten Elektronen treten bei bestimmten Strahlenergien depolarisierende Resonanzen auf, die unter anderem mit den vertikalen Strahlschwingungen der Elektronen im Beschleuniger zusammenhängen. Um den Polarisationsverlust zu reduzieren, wird während der Energieerhöhung der vertikale Arbeitspunkt, der die Anzahl der Strahlschwingungen pro Umlauf im Beschleuniger angibt, sprunghaft verändert, um die Resonanzkreuzungsgeschwindigkeit zu erhöhen. Dafür ist sowohl ein Kenntnis des vertikalen als auch des horizontalen Arbeitspunktes essentiell. Während der schnellen Energieerhöhung treten dynamische Effekte auf, die die Arbeitspunkte und somit auch die Energien, bei denen depolarisierende Resonanzen auftreten, verändern. Eine Messung und Korrektur der Arbeitspunktverschiebungen während des Beschleunigungsvorgangs ist erforderlich.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde am Stretcherring von ELSA ein System zur Arbeitspunktmessung und -korrektur entwickelt und in Betrieb genommen, das neben der Messung des vertikalen und horizontalen auch die des longitudinalen Arbeitspunktes ermöglicht. Insbesondere sind zur Kompensation der Abweichungen des Arbeitspunktes während der schnellen Energieerhöhung präzise Messungen in Abständen von Millisekunden erforderlich. Die zur Bestimmung des horizontalen und vertikalen Arbeitspunktes benötigte Anregung kohärenter Strahlschwingungen wird durch schnell gepulste Kickermagnete bewerkstelligt. Für die horizontale Schwingungsebene wird einer der Injektionskickermagnete verwendet, während für Anregungen in der vertikalen Ebene im Rahmen dieser Arbeit ein neuer Kickermagnet gebaut und in Betrieb genommen wurde. Dieser ist in der Lage, das strahlablenkende Feld innerhalb von maximal 548 ns auf- und abzubauen und einen ausreichend großen Kickwinkel zu erzeugen, um die durch ihn kohärent angeregten, vertikalen Strahlschwingungen mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors detektieren zu können. Zur Anregung kohärenter, longitudinaler Strahlschwingungen wird ein Phasensprung der zur Beschleunigung der Elektronen verwendeten Hochfrequenz durchgeführt, um eine Bestimmung und gezielte Verschiebung des longitudinalen Arbeitspunktes vorzunehmen zu können.

Dieses neue System zur Arbeitspunktmessung und -korrektur wird seit Ende 2009 erfolgreich während des Strahlbetriebs an ELSA eingesetzt.



## Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1      | Der Elektronenbeschleuniger . . . . .   | 3         |
| 2.2      | Experimente an ELSA . . . . .   | 7         |
| <b>3</b> | <b>Strahlschwingungen im Elektronenbeschleuniger</b>  | <b>11</b> |
| 3.1      | Grundlagen der linearen Strahloptik . . . . .   | 11        |
| 3.2      | Transversale Strahldynamik . . . . .  | 12        |
| 3.2.1    | Betatronschwingungen und transversale Arbeitspunkte . . . . .   | 13        |
| 3.2.2    | Emittanz . . . . .  | 14        |
| 3.2.3    | Dispersion . . . . .  | 16        |
| 3.2.4    | Detektion transversaler Strahlschwingungen . . . . .  | 18        |
| 3.3      | Longitudinale Strahldynamik . . . . .   | 19        |
| 3.4      | Optische Resonanzen . . . . .   | 22        |
| 3.5      | Chromatizität . . . . .   | 25        |
| 3.6      | Das Frequenzspektrum der Elektronenbewegung . . . . .   | 26        |
| 3.6.1    | Das Spektrum eines einzelnen punktförmigen Bunches . . . . .  | 26        |
| 3.6.2    | Longitudinale Strahlschwingungen . . . . .  | 27        |
| 3.6.3    | Transversale Strahlschwingungen . . . . .   | 28        |
| 3.6.4    | Anmerkungen zum realen Frequenzspektrum . . . . .   | 30        |
| 3.6.5    | Bestimmung der Arbeitspunkte aus dem Frequenzspektrum . . . . .   | 32        |
| 3.7      | Anregung kohärenter Synchrotron- und Betatronschwingungen . . . . .   | 33        |
| 3.8      | Dämpfende Effekte . . . . .   | 36        |
| 3.8.1    | Longitudinale und transversale Schwingungsdämpfung durch spontane Emission von Photonen (Synchrotronstrahlungsdämpfung) . . . . . | 36        |
| 3.8.2    | Landau-Dämpfung . . . . .   | 38        |
| 3.9      | Grundprinzip der Arbeitspunktmessung . . . . .  | 39        |
| <b>4</b> | <b>Spindynamik polarisierter Elektronen in Kreisbeschleunigern</b>  | <b>41</b> |
| 4.1      | Spinbewegung in elektromagnetischen Feldern . . . . .   | 41        |
| 4.2      | Depolarisierende Resonanzen . . . . .   | 42        |
| <b>5</b> | <b>Detektion longitudinaler und transversaler Strahlschwingungen</b>  | <b>45</b> |
| 5.1      | Strahlpositionsmonitor . . . . .  | 45        |
| 5.2      | Verarbeitung der Monitorsignale . . . . .   | 47        |
| 5.2.1    | Bildung der Summen- und Differenzsignale . . . . .  | 47        |
| 5.2.2    | Amplituden- und Frequenzdemodulation . . . . .  | 48        |
| 5.3      | Die diskrete Fourier-Transformation . . . . .   | 51        |
| 5.3.1    | Nyquist-Shannon-Abtasttheorem und Alias-Effekt . . . . .  | 51        |
| 5.3.2    | Die diskrete und schnelle Fourier-Transformation . . . . .  | 52        |
| 5.3.3    | Leck-Effekt . . . . .   | 53        |
| 5.4      | Zeitsignal und Frequenzspektrum . . . . .   | 53        |
| <b>6</b> | <b>Kontrollsystemanbindung</b>  | <b>59</b> |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| <b>7</b>  | <b>Messung des longitudinalen Arbeitspunktes</b>  | <b>63</b>  |
| 7.1       | Aufbau zur Bestimmung des longitudinalen Arbeitspunktes . . . . .   | 63         |
| 7.2       | Messung und gezielte Verschiebung des longitudinalen Arbeitspunktes während der Energierampe . . . . .      | 65         |
| 7.3       | Bestimmung der Bunchlänge aus der Synchrotronfrequenz . . . . .   | 68         |
| <b>8</b>  | <b>Messung des horizontalen Arbeitspunktes</b>  | <b>71</b>  |
| 8.1       | Realisierung der Messung des horizontalen Arbeitspunktes an ELSA . . . . .                                  | 71         |
| 8.2       | Messung und Korrektur des horizontalen Arbeitspunktes während der schnellen Energierampe . . . . .          | 74         |
| 8.3       | Methode der resonanten Anregung . . . . .   | 78         |
| 8.3.1     | Der Stripline-Kickermagnet . . . . .  | 79         |
| 8.3.2     | Messung des horizontalen Arbeitspunktes . . . . .   | 80         |
| <b>9</b>  | <b>Entwicklung und Aufbau eines Kickermagneten zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen</b> | <b>83</b>  |
| 9.1       | Anforderungen an den Kickermagneten . . . . .   | 83         |
| 9.1.1     | Positionierung im Beschleuniger . . . . .   | 83         |
| 9.1.2     | Abschätzung des Ablenkwinkels . . . . .   | 83         |
| 9.1.3     | Geometrie des Kickermagneten . . . . .  | 84         |
| 9.1.4     | Numerische Simulationen . . . . .   | 86         |
| 9.1.5     | Bestimmung der Induktivität . . . . .   | 89         |
| 9.2       | Aufbau des Kickermagneten . . . . .   | 89         |
| 9.2.1     | Vakuumkammer . . . . .  | 89         |
| 9.2.2     | Kupferspule . . . . .   | 90         |
| 9.2.3     | Ferrite . . . . .   | 90         |
| 9.2.4     | Magnetgehäuse . . . . .   | 92         |
| 9.3       | Aufbau des Pulsers und der Ansteuerelektronik . . . . .   | 92         |
| <b>10</b> | <b>Messung des vertikalen Arbeitspunktes</b>  | <b>97</b>  |
| 10.1      | Realisierung der Messung des vertikalen Arbeitspunktes an ELSA . . . . .                                    | 97         |
| 10.2      | Messung und Korrektur des vertikalen Arbeitspunktes während der schnellen Energierampe . . . . .            | 97         |
| <b>11</b> | <b>Zusammenfassung</b>  | <b>101</b> |
|           | <b>Abbildungsverzeichnis</b>  | <b>103</b> |
|           | <b>Literatur</b>  | <b>105</b> |
|           | <b>Lebenslauf</b>   | <b>109</b> |
|           | <b>Danksagung</b>   | <b>111</b> |

# 1 Einleitung

Um die fundamentalen Bausteine der Materie und ihre Wechselwirkung zu untersuchen, werden seit mehreren Jahrzehnten Teilchenbeschleuniger eingesetzt. Die in ihnen beschleunigten, hochenergetischen Teilchen ermöglichen die Auflösung allerkleinster Strukturen. Am Physikalischen Institut der Universität Bonn wurde bereits im Jahre 1958 zur Beschleunigung von Elektronen ein 500 MeV-Synchrotron mit starker Fokussierung als erste derartige Anlage in Europa in Betrieb genommen, bevor 1967 ein weiterer Kreisbeschleuniger, ein 2,5 GeV-Synchrotron, fertiggestellt werden konnte. Im Jahre 1987 erfolgte eine Erweiterung um einen Stretcherring zur **EL**ektronen- **S**tretcher-**A**nlage ELSA [24]. Seitdem besteht die Möglichkeit, einen nahezu kontinuierlichen Elektronenstrahl mit einer Maximalenergie von 3,5 GeV für externe Experimente zur Verfügung zu stellen. Seit dem Jahre 2004 ist ELSA einschließlich der angegliederten, externen Experimente ein zentrales Instrument des DFG<sup>1</sup>-Sonderforschungsbereiches „SFB<sup>2</sup>-Transregio 16: Subnuclear Structure of Matter/Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme“.

Die momentan an ELSA durchgeführten Experimente beschäftigen sich mit der Struktur von Baryonen. Für solche Untersuchungen sind sogenannte Doppelpolarisationsexperimente erforderlich, bei denen Teilchenstrahl und Zielobjekt (sog. Target) spinpolarisiert sind. Hierzu können wahlweise Strahlen polarisierter oder unpolarisierter Elektronen beschleunigt werden. Beim Betrieb mit spinpolarisierten Elektronen treten in Kreisbeschleunigern, wie dem 2,5 GeV-Synchrotron und dem Stretcherring an ELSA, depolarisierende Resonanzen bei bestimmten Strahlenergien auf. Diese Resonanzen sind eine Folge der Wechselwirkung der periodischen Eigenbewegung des vertikal ausgerichteten Spinvektors, dessen Präzessionsfrequenz proportional zur Energie der Elektronen ist, mit den im Beschleuniger auftretenden periodischen horizontalen Magnetfeldern. Zur Polarisationserhaltung müssen daher gezielt Vorkehrungen getroffen werden.

Unter anderem hängen diese verschiedenen depolarisierenden Resonanzen mit den vertikalen Strahlschwingungen der Elektronen im Beschleuniger zusammen. Um Polarisationsverlust zu vermeiden, werden im Stretcherring sogenannte Sprungquadrupolmagnete eingesetzt, die in der Lage sind, den vertikalen Arbeitspunkt, der als Anzahl der vertikalen Strahlschwingungen pro Umlauf im Beschleuniger definiert ist, kurzfristig zu ändern und somit die Resonanzkreuzungsgeschwindigkeit zu erhöhen [26] [27]. Dafür muss sichergestellt sein, dass sich der vertikale Arbeitspunkt während der Energieerhöhung nicht signifikant verändert, da sich ansonsten die Energien, bei denen diese Art depolarisierender Resonanzen auftreten, von den erwarteten unterscheiden. Dies wurde bereits im Rahmen von [27] an ELSA beobachtet: Der empirisch optimierte Zeitpunkt des Arbeitspunktsprungs, der von der Energie der Elektronen abhängig ist, stimmte nicht mit dem durch die Magnetoptik des Beschleunigers vorgegebenen Zeitpunkt überein, was sich im Polarisationsgrad äußerte. Daraus lässt sich folgern, dass sich der vertikale Arbeitspunkt während der Energieerhöhung im Stretcherring verändert und ein optimaler Einsatz der Sprungquadrupolmagnete nicht möglich ist. Auch die Anzahl der horizontalen Schwingungsperioden pro Umlauf im Beschleuniger, der horizontale Arbeitspunkt, muss während der Energieerhöhung für die Durchführung des Arbeitspunktsprungs bekannt sein. Während des Beschleunigungsvorgangs treten Verschiebungen der transversalen Arbeitspunkte auf, die durch dynamische Effekte hervorgerufen werden. Präzise Arbeitspunktmessungen in kurzen Abständen von Millisekunden wurden im Rahmen dieser Arbeit erfolgreich durchgeführt, um Korrekturen der Arbeitspunktverschiebungen vornehmen zu können.

---

<sup>1</sup>Deutsche Forschungsgemeinschaft

<sup>2</sup>Sonderforschungsbereich

Schließlich können auch longitudinale Strahlschwingungen unter bestimmten Umständen depolarisierend auf den Elektronenstrahl wirken. Um dem entgegenzuwirken, ist es sinnvoll, dass der longitudinale Arbeitspunkt während der Energieerhöhung einen möglichst kleinen Wert annimmt. Die Messung und Verschiebung des longitudinalen Arbeitspunktes hin zu kleinen Werten während der Energieerhöhung ist ein weiterer Gegenstand dieser Arbeit.

Da die verschiedenen Arbeitspunkte als Anzahl der Strahlschwingungen pro Umlauf im Beschleuniger definiert sind, ist eine Messung der Eigenfrequenz der Strahlschwingungen erforderlich. In dieser Arbeit wird die zur Detektion notwendige Anregung kohärenter Strahlschwingungen sowie deren Messung und Analyse beschrieben. Dabei wurde angestrebt, möglichst störungsfreie Messungen mit hoher Genauigkeit während der Zeit der Energieerhöhung in Abständen von einigen Millisekunden sowie eine Ansteuerung durch das ELSA-Kontrollsystem im Routinebetrieb zu ermöglichen. Durch das Anwenden entsprechender Korrekturen kann ein stabilisierter Arbeitspunktverlauf erreicht werden.

In Kapitel 2 dieser Arbeit werden zunächst die Beschleunigeranlage ELSA sowie deren aktuelle, angegliederte Experimente vorgestellt. Kapitel 3 beschäftigt sich mit den theoretischen Grundlagen der horizontalen, vertikalen und longitudinalen Strahlschwingungen sowie dem Grundprinzip der Arbeitspunktmessung und Kapitel 4 mit der Spindynamik polarisierter Elektronen in Kreisbeschleunigern. Ausgehend von der in Kapitel 5 dargestellten Detektion der Strahlschwingungen mit ausgewählten Strahlpositionsmonitoren und der Verarbeitung und Analyse der aufgenommenen Signale sowie der in Kapitel 6 dargelegten Anbindung an das ELSA-Kontrollsystem werden in den darauf folgenden Kapiteln die Messungen der Arbeitspunkte vorgestellt. In Kapitel 7 wird zunächst auf den Aufbau zur Messung des longitudinalen Arbeitspunktes eingegangen, bevor Messungen und Methode der Verschiebung dargestellt werden. Eine besondere Anwendung dieser Messungen besteht in der Bestimmung der Länge der Elektronenpakete im Stretcherring. Kapitel 8 beschreibt die Messung des horizontalen Arbeitspunktes, die durch die Anregung kohärenter, horizontaler Strahlschwingungen mit Hilfe eines ELSA-Injektionskickermagneten realisiert wird. Messungen ohne und mit korrigierten Arbeitspunktverschiebungen während der schnellen Energierampe werden vorgestellt. Für die Anregung kohärenter, vertikaler Strahlschwingungen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neuer Kickermagnet gebaut und in Betrieb genommen. Kapitel 9 beschäftigt sich mit Entwicklung, Aufbau und Inbetriebnahme dieses schnell gepulsten Kickermagneten, bevor in Kapitel 10 die Messung und Korrektur des vertikalen Arbeitspunktes vorgestellt werden.



## 2 Die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA

### 2.1 Der Elektronenbeschleuniger

Eine aktuelle Übersicht der Beschleunigeranlage ELSA zeigt Abbildung 2.1. ELSA besteht aus drei Beschleunigungsstufen, einem Injektor (wahlweise der Linearbeschleuniger LINAC<sup>3</sup> 2 oder der sich momentan im Aufbau befindliche LINAC 1), einem Booster-Synchrotron und einem Stretcherring. An ELSA werden zur Zeit Forschungen im Bereich der Hadronenphysik durchgeführt. Dafür wird wahlweise ein spinpolarisierter oder unpolarisierter Elektronenstrahl im Stretcherring beschleunigt.

Die zu beschleunigenden unpolarisierten Elektronen werden von einer thermischen Elektronenquelle und die spinpolarisierten Elektronen von einer Quelle polarisierter Elektronen emittiert und auf eine Energie von 50 keV beschleunigt [23]. Beide Quellen liefern einen pulsförmigen Teilchenstrahl. Die Elektronen werden in dem folgenden 3 GHz-Wanderwellen-Linearbeschleuniger LINAC 2 auf eine Energie von maximal 26 MeV beschleunigt, wobei dem Strahl eine zusätzliche Substruktur in Form von etwa 5 bis 10 ps langen Mikropulsen aufgeprägt wird. Nach dem Einschuss in das Booster-Synchrotron, das über mehrere Umläufe gefüllt wird, erfolgt eine Vorbeschleunigung der Elektronen auf maximal 1,6 GeV. Die Beschleunigungsfelder<sup>4</sup> mit einer Hochfrequenz von 500 MHz führen zu einer Veränderung der zeitlichen Substruktur des Strahls, der in annähernd 120 ps breite Elektronenbunche<sup>5</sup> mit einem Abstand von 2 ns aufgeteilt wird. Vorgegeben durch den netzsynchronen Betrieb bei 50 Hz dauert ein vollständiger Zyklus des Synchrotrons 20 ms, wovon etwa 10 ms zur Beschleunigung verwendet werden.

Im Anschluss erfolgt die Injektion in den Stretcherring, einen Kreisbeschleuniger mit 164,4 m Umfang. Eine Beschleunigung der Elektronen auf bis zu 3,5 GeV ist mit Hilfe von zwei fünfzelligen Resonatoren möglich. Um den verschiedenen Anforderungen der Experimente gerecht zu werden, kann der Stretcherring in drei verschiedenen Betriebsmodi betrieben werden, von denen auch abhängt, welches Extraktionsverfahren aus dem Synchrotron gewählt wird:

a) Stretchermodus:

Mit diesem Modus, der seit der Inbetriebnahme des unter b) beschriebenen Nachbeschleunigungsmodus nicht mehr benötigt wird, wird ein hohes makroskopisches Tastverhältnis<sup>6</sup> angestrebt. Eine möglichst homogene Füllung des Stretcherringes wird erreicht, indem die Strahlextraktion aus dem Synchrotron über mehrere Umläufe realisiert wird, um die verschiedenen Umlaufzeiten des Booster-Synchrotrons (232 ns) und des Stretcherringes (548 ns) auszugleichen. Die Injektion der vom Synchrotron beschleunigten Elektronen in den Stretcherring geschieht alle 20 ms. Die Extraktion zu den externen Experimenten erfolgt mit Hilfe der sogenannten langsamen Resonanzextraktion (vgl. Kap. 3.4). Die Energie der Elektronen wird dabei konstant gehalten, sie entspricht der Energie der Elektronen im Synchrotron und beträgt bei Injektion und Extraktion 0,8 GeV bis 1,6 GeV. Für die Experimente können so quasikontinuierliche Strahlen – das heißt der Elektronenstrahl besitzt lediglich eine Substruktur in Form von Elektronenbunchen im Abstand von 2 ns – mit Stromstärken zwischen etwa 1 pA und 100 nA bereitgestellt werden. Eine schematische Darstellung der Elektronenenergie und des Strahlstromes für den Stretchermodus zeigt Abbildung 2.2 a).

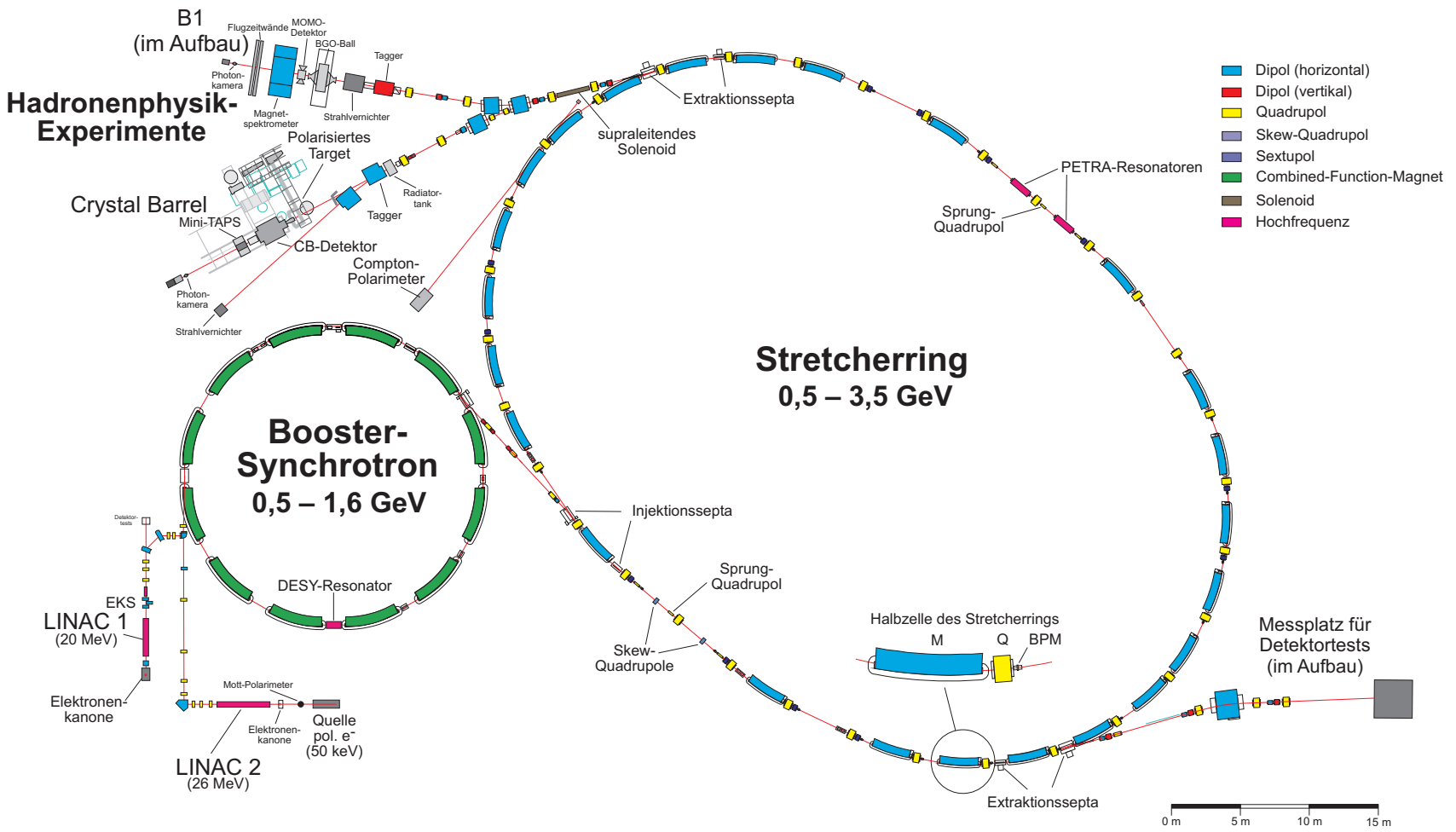
---

<sup>3</sup>LINear ACcelerator

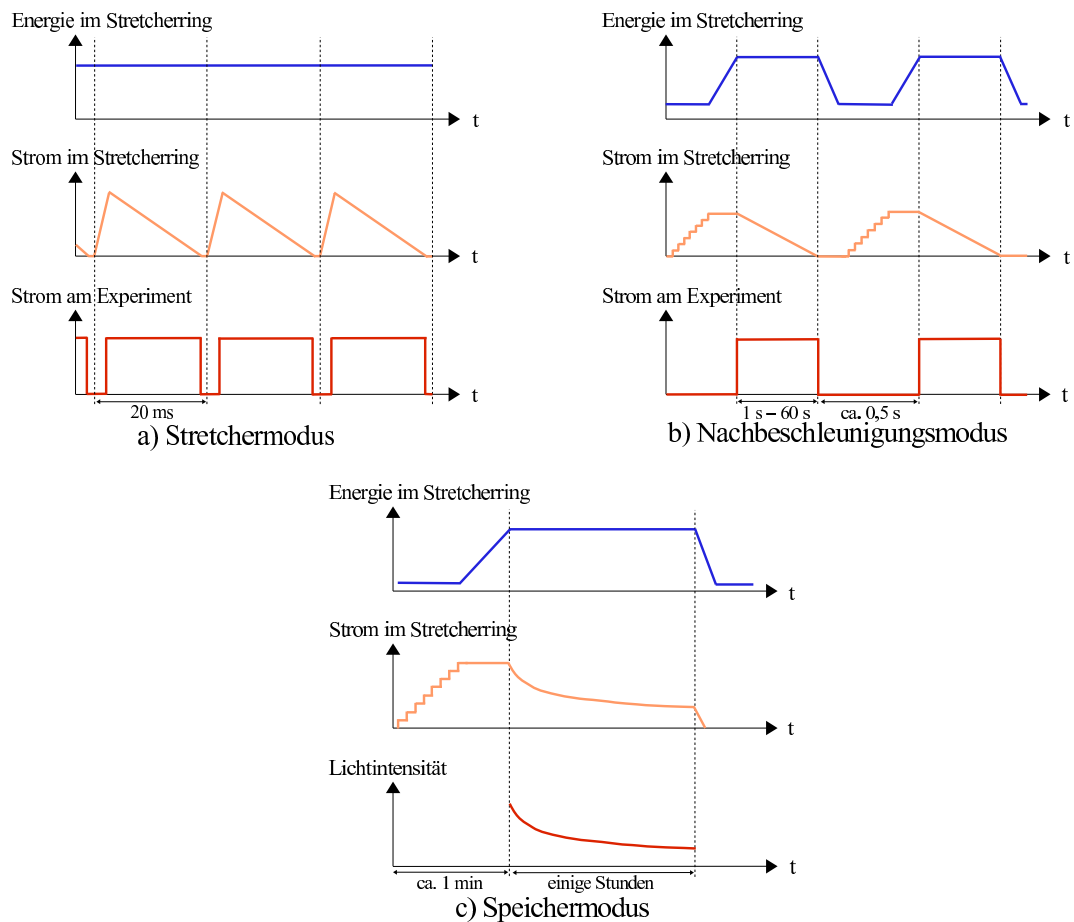
<sup>4</sup>Die Elektronen werden im Synchrotron auf der ansteigenden Flanke des sinusförmigen, mit 50 Hz (Netzfrequenz) schwingenden Magnetfeldes beschleunigt.

<sup>5</sup>Ein Elektronenpaket wird im Folgenden als Bunch bezeichnet.

<sup>6</sup>Das makroskopische Tastverhältnis gibt das Verhältnis aus der Zeit, während der Elektronen zum Experiment extrahiert werden, zur gesamten Zykluszeit an.



**Abbildung 2.1:** Die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA des Physikalischen Instituts der Universität Bonn (Stand: 2010).



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung der drei verschiedenen Betriebsmodi der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA.

b) Nachbeschleunigungsmodus:

Dieser für die externen Experimente ausschließlich verwendete Modus erlaubt eine Erhöhung der Strahlenergie auf maximal 3,5 GeV. Eine homogene Füllung des Stretcherringes wird über eine Aneinanderreihung mehrerer Extraktionen aus dem Synchrotron erreicht. Die Beschleunigung der Elektronen geschieht während der sogenannten Energierampphase. In diesem Modus wird die gleiche Extraktionsmethode wie im Stretchermodus verwendet. Typische Extraktionszeiten liegen, je nach gewünschtem Extraktionsstrom, im Bereich von 1 s bis 60 s. Das resultierende Tastverhältnis liegt typischerweise im Bereich von 75 % bis 95 %. Nach der Extraktionsphase erfolgt das Zurückfahren des Beschleunigers auf die Injektionsenergie und der Beginn eines neuen Zyklus mit erneuter Füllung. Da ein externer Elektronenstrahl nur in der Extraktionsphase zur Verfügung steht, ist es wichtig, die Zeit zwischen den Extraktionsphasen möglichst gering zu halten, um ein hohes Tastverhältnis zu erzielen. Dafür ist eine schnelle Rampgeschwindigkeit erforderlich, die im Stretcherring typischerweise 4 GeV/s und maximal 7,5 GeV/s beträgt. Die Energie der Elektronen im Stretcherring und der Strahlstrom für den Nachbeschleunigungsmodus sind in Abbildung 2.2 b) schematisch dargestellt.

c) Speichermodus:

Dieser Modus ermöglicht es, den Beschleuniger als Synchrotronstrahlungsquelle zu nutzen

| Parameter  | Wert                                 |
|--|--------------------------------------|
| Strahlenergie $E$                                      | 0,5 GeV – 3,5 GeV                    |
| Umfang $U$   | 164,4 m                              |
| Umlaufzeit $T_0$                                       | 548 ns                               |
| Injektionsenergie $E_{\text{Inj}}$                     | typisch: 1,2 GeV, maximal: 1,6 GeV   |
| Energierampgeschwindigkeit $\dot{E}$                   | typisch: 4 GeV/s, maximal: 7,5 GeV/s |
| Hochfrequenz $f_{\text{HF}}$                           | 499,667 MHz                          |
| typischer horizontaler Arbeitspunkt $Q_x$              | 4,612                                |
| typischer vertikaler Arbeitspunkt $Q_z$                | 4,431                                |
| maximaler Strahlstrom $I_{\text{max}}$ (Speichermodus) | $\approx 250$ mA bei 1,6 GeV         |
| maximaler extrahierter Strom $I_{\text{Ext, max}}$     | $\approx 70$ nA                      |

**Tabelle 2.1:** Wichtige Parameter des Stretcherringes an ELSA.

und wird, nach Beendigung der Synchrotronstrahlungsexperimente vor einigen Jahren, momentan für beschleunigerphysikalische Studien verwendet. Um einen möglichst hohen Elektronenstrom zu erhalten, wird der Beschleuniger über viele Synchrotronzyklen gefüllt. Dann wird auf die gewünschte Endenergie beschleunigt, ohne den Strahl im Anschluss zu extrahieren. Zur Zeit der Synchrotronstrahlungsexperimente wurde der Elektronenstrahl bis zu mehreren Stunden gespeichert, um verschiedene Experimente der Atom- und Molekülphysik mit Synchrotronlicht zu versorgen. Dieses wird bei Ablenkung des Elektronenstrahls in den Dipolmagneten tangential zur Bahn emittiert. Der Strahlstrom nimmt – aufgrund von Stößen der Elektronen mit Restgasmolekülen in den Vakuumkammern – während der Speicherung exponentiell ab. Nach dem Erreichen einer festgelegten unteren Intensitätsschwelle erfolgt eine erneute Füllung des Stretcherringes. Die Energie der Elektronen und der Strom im Stretcherring sowie die Lichtintensität für den Speichermodus sind schematisch in Abbildung 2.2 c) dargestellt.

Eine Zusammenfassung wichtiger Parameter des Stretcherringes befindet sich in Tabelle 2.1.

Mitte 2010 wird neben dem Linearbeschleuniger LINAC 2 auch der erweiterte LINAC 1 wieder zur Beschleunigung von Elektronen, die von einer thermischen Elektronenquelle mit einer Energie von 90 keV emittiert werden, zur Verfügung stehen. ELSA wird um einen Einzelpulsmodus erweitert und für die externen Experimente kann ein unpolarisierter Elektronenstrahl mit erhöhtem Strahlstrom bereitgestellt werden (vgl. [1] [29] [35] [37]).

Des Weiteren wird neben der bereits bestehenden externen Strahlführung für die beiden Experimentierplätze für Hadronenphysikexperimente, die im nachfolgenden Abschnitt vorgestellt werden, eine weitere Strahlführung aufgebaut und Ende 2010 in Betrieb genommen (vgl. [48] [50]). In dem ehemals für Synchrotronlichtexperimente genutzten Bereich wird die neue Strahlführung die Möglichkeit eröffnen, Detektortests durchzuführen. Eine große Variation des Strahlstroms und der Strahlbreite wird für verschiedene Anwendungen angestrebt. Mittels der langsamen, drittelzahligen Resonanzextraktion wird ein quasi-kontinuierlicher Elektronenstrahlstrom von etwa 1 fA bis 100 pA bei verschiedenen Energien bis 3,5 GeV am Detektortestplatz zur Verfügung gestellt. Ein großer Vorteil wird die variable Dimensionierung der Strahlbreite sein, welche von 0,9 mm bis 5 mm kontinuierlich verändert werden können wird.

## 2.2 Experimente an ELSA

Hauptexperiment der Beschleunigeranlage ELSA ist momentan das Crystal-Barrel-Experiment, mit dem Forschungen im Bereich der Hadronenphysik durchgeführt werden und das im Folgenden vorgestellt wird.

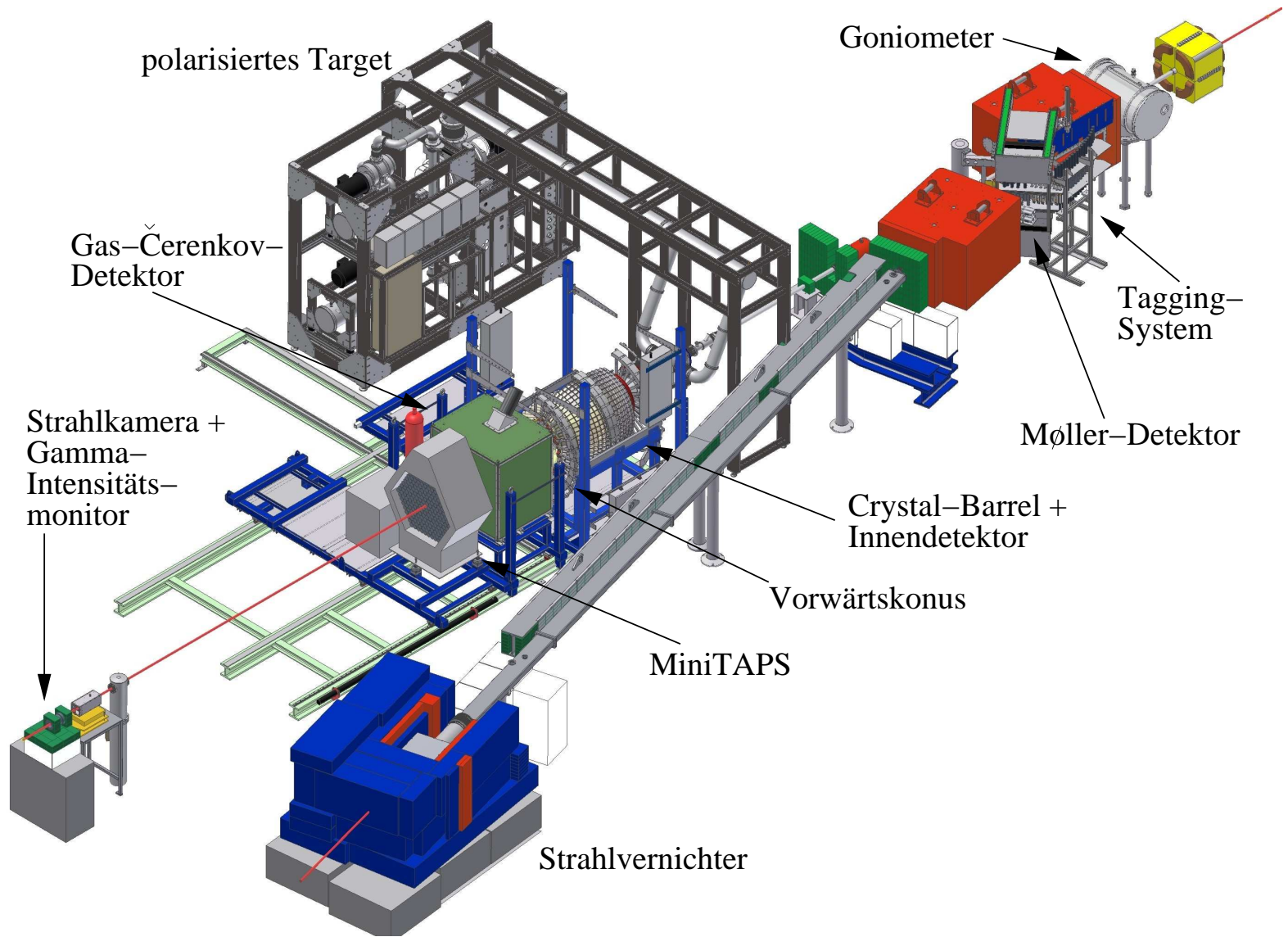
Quarks und damit auch Nukleonen unterliegen der starken Wechselwirkung, die prinzipiell durch die Theorie der Quantenchromodynamik, kurz QCD, beschrieben wird. Störungstheoretische Lösungen existieren für hohe Impulsüberträge ab einigen GeV (perturbative QCD) und für niedrige Impulsüberträge bis einige MeV (chirale Störungstheorie). Die Nukleonresonanzzustände, die das Crystal-Barrel-Experiment untersucht, liegen im Energiebereich zwischen diesen beiden Bereichen, der nicht durch die Störungstheorie beschrieben werden kann. Für diesen Energiebereich existieren theoretische Konstituentenquarkmodelle. Um die Eigenschaften eines Nukleons möglichst gut wiedergeben zu können, fassen diese Modelle die Bestandteile des Nukleons zu drei sogenannten Konstituentenquarks zusammen, deren Eigenschaften, beispielsweise die Masse, angepasst werden können. Eines dieser Modelle ist das Bonn-Modell, welches Nukleonanregungszustände beschreibt [43]. Prinzipiell lässt sich das Anregungsspektrum durch diese verschiedenen Modelle wiedergeben, allerdings werden viele Anregungszustände, was Experimente in diesem Energiebereich bewiesen haben, nur unzureichend beschrieben. Beispielsweise werden Resonanzzustände, sogenannte „Missing Resonances“, vorhergesagt, die noch nicht experimentell gefunden wurden. Eine mögliche Erklärung ist, dass an früheren Experimenten, beispielsweise am CERN<sup>7</sup>, die Resonanzen hauptsächlich mit Hilfe von Pion-Nukleon-Reaktionen gemessen wurden. Angenommen, bestimmte Resonanzen koppeln nur gering an Pion-Nukleon-Kanäle ( $\pi N$ -Kanäle), dann wären sie in diesen Experimenten schwer zu identifizieren.

Im Gegensatz dazu wird an ELSA in diesem Energiebereich mit Photoproduktionsexperimenten geforscht, zu denen auch das Crystal-Barrel-Experiment gehört. Hierbei werden Nukleonen durch Photonen mit Energien von bis zu einigen GeV angeregt, die Anregungszustände zerfallen wiederum nahezu instantan und hauptsächlich in Mesonen. Aus dem Elektronenbeschleuniger werden dabei die hochenergetischen Elektronen zur Verfügung gestellt, die im Taggingssystem zur Erzeugung der Photonen verwendet werden. Es können verschiedene photoinduzierte Zerfallskanäle beobachtet werden, beispielsweise  $\pi^0 N$ ,  $\eta N$  und  $\omega N$ . Eine Schwierigkeit bilden die energetisch relativ breiten und überlappenden Resonanzzustände, die eine Unterscheidung und Identifizierung von Nukleonresonanzen erschweren. Abhilfe schafft die Bestimmung von sogenannten Polarisationsobservablen. Der Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion von Mesonen besteht außer aus einem polarisationsunabhängigen Anteil auch aus Anteilen, die von der Photonen- und Targetpolarisation sowie von der Polarisation des rückgestreuten Baryons (Rückstoßpolarisation) abhängig sind (vgl. z.B. [36]). Die relative Stärke dieser Anteile wird durch die Polarisationsobservablen beschrieben. Zur eindeutigen Identifizierung der an der gemessenen Reaktion beteiligten Resonanzen ist bei der Photoproduktion eines pseudoskalaren Mesons die Messung von mindestens acht Observablen erforderlich (vgl. [9]). Zu diesen Observablen gehören mindestens vier Doppelpolarisationsobservablen, die sich beispielsweise mit einem polarisierten Target sowie linear oder zirkular polarisiertem Photonenstrahl in sogenannten Doppelpolarisationsexperimenten bestimmen lassen.

Die für das Crystal-Barrel-Experiment (siehe Abbildung 2.3) benötigten Photonen werden durch einen Bremsstrahlungsprozess der aus dem Beschleuniger extrahierten Elektronen erzeugt. Nach der Extraktion treffen diese Elektronen zunächst auf eines der verschiedenen zur Verfügung stehenden Radiatortargets. Es handelt sich um Kupferradiatoren verschiedener Dicke, eine Radiatorfolie, die zusätzlich zur Photonenerzeugung auch zur Messung der Elektronen- beziehungsweise Photonen-Zirkular-Polarisation über Møllerstreuung verwendet werden kann [31] und ein

<sup>7</sup>Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire - Europäische Organisation für Kernforschung

Abbildung 2.3: Das Crystal-Barrel-Experiment an ELSA.



Diamanttarget zur Erzeugung linear polarisierter Photonen [16]. Diese Radiatoren können mit Hilfe eines Goniometers ausgewählt werden. Dann folgt in der Strahlführung eine Photonenmarkierungsanlage (sog. „Tagger“), in der die Restenergie der am Bremsstrahlungsprozess beteiligten Elektronen ermittelt wird. Mit ihr lässt sich die Energie der Photonen bestimmen. Dahinter befindet sich der Møllerdetektor zur Bestimmung des Elektronen- beziehungsweise Photonen-Zirkular-Polarisationsgrades. Im nachfolgenden Dipolmagneten wird der verlustfrei durch das Radiatortarget transmittierte Anteil des Elektronenstrahls abgelenkt und damit auf einen Strahlvernichter gerichtet. Die am Radiatortarget durch Bremsstrahlung erzeugten Photonen treffen auf ein polarisiertes oder unpolarisiertes Target, das von diversen Detektoren zur Teilchenidentifikation umgeben ist. Zu diesen gehören der Innendetektor sowie der Crystal-Barrel-Detektor inklusive Vorwärtskonus. Weiter in Strahlrichtung befindet sich ein Čerenkov-Detektor zur Aufnahme des elektromagnetischen Untergrundes und der MiniTAPS-Detektor zur Erhöhung der Ortsauflösung in Vorwärtsrichtung. Hinter dem Experiment sind eine Strahlkamera und ein Gamma-Intensitätsmonitor sowie der Photonenstrahlvernichter aufgebaut.

Am zweiten Experimentierplatz der externen Strahlführung entsteht momentan ein weiteres Hadronenphysikexperiment im Rahmen des B1-Projektes des SFB/TR 16. Das Ziel dieses Experimentes ist, wie auch beim Crystal-Barrel-Experiment, die Erforschung der Photoproduktion von Mesonen am Nukleon. Während das Crystal-Barrel-Experiment sich aber auf den Nachweis von neutralen Mesonen über ihre Zerfälle in Photonen spezialisiert, erlaubt dieses Experiment zusätzlich Messungen von geladenen Mesonen. Das Experiment wird unter anderem aus dem B1-Spektrometer, das die Identifikation von verschiedenen geladenen Teilchen in Vorwärtsrichtung erlauben wird, und einem Kristall-Kalorimeter (BGO) aufgebaut sein. Diese Detektoren decken, vergleichbar mit dem Crystal-Barrel-Experiment, nahezu den vollständigen Raumwinkelbereich ab. Damit wird sich in Zukunft an ELSA Meson-Photoproduktion mit gemischt geladenen Endzuständen untersuchen lassen können.





### 3 Strahlschwingungen im Elektronenbeschleuniger

Dieses Kapitel liefert eine theoretische Einführung, um das zugrundeliegende Prinzip der an ELSA durchgeführten Arbeitspunktmessungen darstellen zu können.

Hierzu werden zunächst die transversalen und longitudinalen Strahlschwingungen in Kreisbeschleunigern in Verbindung mit den Definitionen der Arbeitspunkte behandelt und ihr Zusammenhang mit den optischen Resonanzen sowie einigen wichtigen, maschinenoptischen Parametern wie Emittanz und Chromatizität erläutert. Darauf aufbauend kann das Frequenzspektrum der Elektronenbewegung abgeleitet werden, das zunächst für einen einzelnen, punktförmigen Bunch vorgestellt wird, bis letztendlich ein kohärent schwingendes Ensemble von Elektronen diskutiert wird. Aus diesem Frequenzspektrum, das aus Signalen eines Strahlpositionsmonitors extrahiert werden kann, lassen sich der longitudinale sowie die transversalen Arbeitspunkte ableiten. Bevor abschließend das Grundprinzip der Arbeitspunktmessung an ELSA dargestellt werden kann, werden die Methoden der Anregung von kohärenten Synchrotron- und Betatronschwingungen sowie deren Abklingen durch dämpfende Effekte vorgestellt.

#### 3.1 Grundlagen der linearen Strahloptik

Um die Teilchenbahnen in einem Kreisbeschleuniger zu beschreiben, wird üblicherweise ein Koordinatensystem  $(x, s, z)$  verwendet, das sich auf die durch die Konstruktion des Beschleunigers festgelegte Sollbahn, den sogenannten Orbit, bezieht (siehe Abb. 3.1). Die Koordinate  $s$  gibt dabei die längs des Orbits zurückgelegte Strecke an und die Koordinaten  $x$  und  $z$  geben die transversalen Ablagen bezüglich des Orbits, also den Abstand eines Teilchens von der idealen Gleichgewichtsbahn, an.

Das typischerweise angewandte Modell der Beschleunigeroptik, welches nur die beiden niedrigsten magnetischen Multipole, also die Dipole und Quadrupole, zur Strahlführung und Strahlfo-kussierung berücksichtigt, nennt man lineare Strahloptik. Hierbei werden nur Kräfte betrachtet, die entweder konstant sind (Dipolfelder) oder linear mit dem transversalen Abstand von der Sollbahn zunehmen (Quadrupolfelder). Dipolmagnete werden hierbei zur Ablenkung des Elektronenstrahls verwendet. Quadrupolfelder fokussieren in der einen transversalen Ebene, während sie in der anderen Ebene defokussierend auf den Strahl wirken. Um den Elektronenstrahl in beiden transversalen Ebenen zu fokussieren, muss abwechselnd in der horizontalen und in der vertikalen Ebene fokussiert werden. Für die horizontale und vertikale Bewegung von hinreichend relativistischen Elektronen im Beschleuniger erhält man folgende für die Beschleunigerphysik fundamentalen Differentialgleichungen (vgl. [65]):

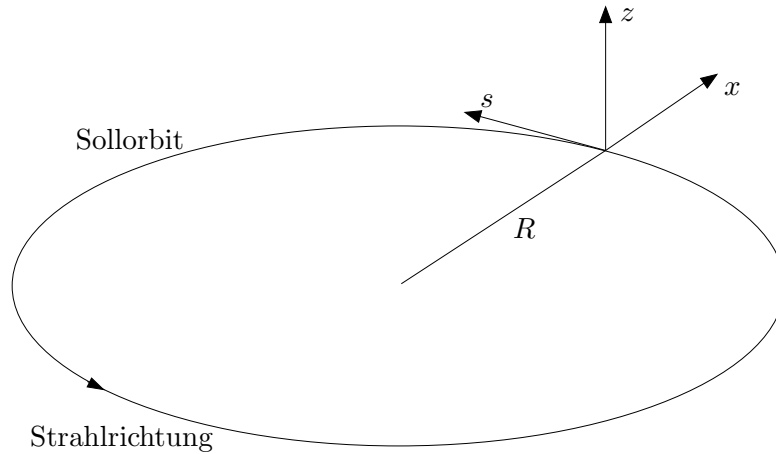
$$x''(s) + \left( \frac{1}{R^2(s)} - k(s) \right) \cdot x(s) = \frac{1}{R(s)} \frac{\Delta p}{p}, \quad (3.1)$$

$$z''(s) + k(s)z(s) = 0. \quad (3.2)$$

In diesem Zusammenhang bezeichnet  $R$  den Bahnradius der Elektronen in den Dipolmagneten,  $p$  den Sollimpuls des Teilchens und  $\Delta p$  die Abweichung vom Sollimpuls.  $k(s)$  beschreibt die auf die Sollenergie normierte Quadrupolstärke und ist gegeben durch

$$k(s) = \frac{e}{p} \frac{\partial B_z}{\partial x}. \quad (3.3)$$

$e$  ist hierbei die Elementarladung und  $B_z$  das vertikale Magnetfeld.  $k(s)$  ist innerhalb von Quadrupolmagneten annähernd konstant und wird ansonsten verschwindend klein. Die Quadrupolstärke ist so definiert, dass  $k(s)$  für einen horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten



**Abbildung 3.1:** Skizze des zur Beschreibung von Teilchenbewegungen in Kreisbeschleunigern verwendeten, mitbewegten Koordinatensystems.  $s$  ist die longitudinale Position entlang des Beschleunigerrings,  $x$  und  $z$  sind die transversalen Koordinaten.  $R$  ist der lokale Ablenkradius.

negativ und für einen vertikal fokussierenden Quadrupolmagneten positiv ist. In sogenannten „Separated-Function“-Maschinen, wozu auch der Stretcherring an ELSA gehört, kommen Dipol- und Quadrupolmagnetfelder im Idealfall<sup>8</sup> immer getrennt voneinander vor.

Für Elektronen mit Sollimpuls, also  $\frac{\Delta p}{p} = 0$ , sind die beiden Gleichungen (3.1) und (3.2) homogene Differentialgleichungen vom Hill'schen Typ:

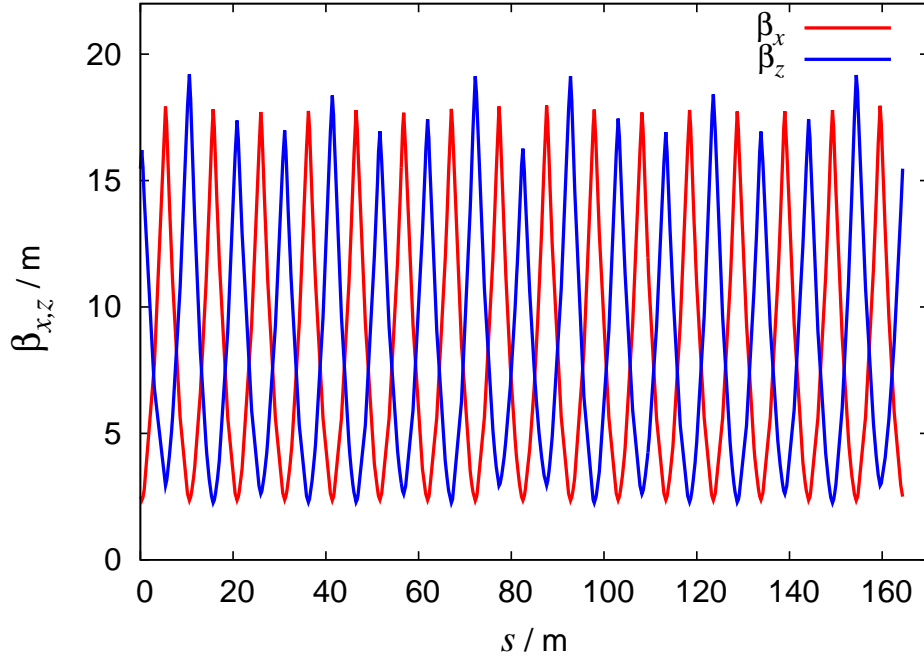
$$\eta''(s) + K_\eta(s)\eta(s) = 0 \quad \text{mit} \quad K_x(s) = \frac{1}{R^2(s)} - k(s) \quad \text{und} \quad K_z(s) = k(s). \quad (3.4)$$

$\eta$  steht hier und im Folgenden für die beiden transversalen Koordinaten  $x$  und  $z$ .  $K_\eta(s)$  ist durch Anordnung und Feldstärken der Magnetfelder eindeutig bestimmt und periodisch mit dem Umlauf:  $K_\eta(s + L) = K_\eta(s)$ . Hierbei ist  $L$  der Umfang des Kreisbeschleunigers. Für den Fall, dass der Beschleuniger zusätzliche Symmetrien aufweist, kann die Periode auch kleiner sein. Diese sogenannte Superperiodizität beträgt im Stretcherring  $P = 2$  und es gilt  $K_\eta(s + \frac{L}{P}) = K_\eta(s)$ . Die Gleichungen gelten nur, wenn man die Kopplung der beiden transversalen Ebenen untereinander vernachlässigen kann, was für reale Beschleuniger nicht der Fall ist. Zum Beispiel können verkippete Quadrupolmagnete oder Ablagen von der Gleichgewichtsbahn in Magneten mit höheren Multipolanteilen in ihren Feldern zu einer Kopplung der transversalen Phasenräume führen.

### 3.2 Transversale Strahldynamik

In diesem Abschnitt wird das Zustandekommen der transversalen Strahlschwingungen, der sogenannten Betatronschwingungen, in Kreisbeschleunigern beschrieben. Des Weiteren werden der Begriff des transversalen Arbeitspunktes sowie die wichtigen Parameter Emittanz und Dispersion eingeführt.

<sup>8</sup>Eventuell treten im realen Beschleuniger zusätzliche Quadrupolkomponenten aufgrund von Herstellungsfehlern in den Dipolmagneten auf.



**Abbildung 3.2:** Dargestellt sind die Betafunktionen  $\beta_x(s)$  (rot) und  $\beta_z(s)$  (blau) des Stretcherrings an ELSA für die typischen Arbeitspunkte  $Q_x = 4,612$  und  $Q_z = 4,431$ . Die Maximalwerte der Betafunktionen betragen  $\beta_{x,\max} = 17,97$  m und  $\beta_{z,\max} = 19,20$  m.

### 3.2.1 Betatranschwingungen und transversale Arbeitspunkte

Als Lösung der Bewegungsgleichungen (3.4) erhält man die Trajektorie eines Teilchens im Kreisbeschleuniger, die mit einem pseudoharmonischen Ansatz der Form

$$\eta(s) = \sqrt{\varepsilon_\eta \beta_\eta(s)} \cdot \cos(\psi_\eta(s) + \psi_{\eta,0}) \quad (3.5)$$

beschrieben werden kann. Hierbei kann die Amplitude mit  $\sqrt{\varepsilon_\eta \beta_\eta(s)}$  identifiziert werden (vgl. [65]). Ein Teilchen führt nach Gleichung (3.5) horizontale und vertikale Schwingungen um die Sollbahn aus, die Betatranschwingungen<sup>9</sup> genannt werden und deren ortsabhängige Amplitude unter Vernachlässigung der Energieabweichung (vgl. Kap. 3.2.3) durch

$$\hat{\eta}(s) = \sqrt{\varepsilon_\eta \beta_\eta(s)} \quad (3.6)$$

gegeben ist. Die Größe  $\varepsilon_\eta$  wird in Kapitel 3.2.2 ausführlich beschrieben.  $\beta_\eta(s)$  wird Betafunktion der jeweiligen transversalen Ebene genannt und ist durch die Magnetoptik des Beschleunigers vorgegeben. Sie ist ein Maß für die ortsabhängige Schwingungsamplitude der Betatranschwingung und von der Strahlfokussierung entlang des Beschleunigerrings abhängig. Die Änderung der Stärke eines Quadrupolmagneten verändert folglich die Betafunktion im gesamten Beschleunigerring. Die mit dem Programm MAD-X [22] berechneten Werte der Betafunktionen  $\beta_x$  und  $\beta_z$  für den Stretcherring an ELSA sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

Die Phasenfunktion  $\psi_\eta(s)$  aus Gleichung (3.5) beschreibt den Phasenvorschub am Ort  $s$  bezüglich

<sup>9</sup>Der Name Betatranschwingung kann historisch erklärt werden: Die beschriebenen transversalen Schwingungen wurden erstmals in einem Betatron beobachtet.

eines beliebig gewählten Referenzpunktes mit der Anfangsphase  $\psi_{\eta,0}$  und kann wie folgt aus der Betafunktion berechnet werden:

$$\psi_{\eta}(s) = \int_0^s \frac{1}{\beta_{\eta}(s')} ds' . \quad (3.7)$$

Der im Rahmen dieser Arbeit zu messende transversale Arbeitspunkt  $Q_x$  bzw.  $Q_z$  ist definiert als der Phasenvorschub normiert auf  $2\pi$  über einen vollen Umlauf im Kreisbeschleuniger und ist wegen der Periodizität der Betafunktion unabhängig vom Ort  $s$ :

$$Q_{\eta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \frac{1}{\beta_{\eta}(s')} ds' = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{1}{\beta_{\eta}(s')} ds' . \quad (3.8)$$

$L$  ist hierbei der Umfang des Beschleunigers. Anschaulich beschreibt der Arbeitspunkt in der jeweiligen Ebene die Anzahl der Betatronschwingungen pro Umlauf eines Elektrons im Kreisbeschleuniger.

Für welche transversalen Arbeitspunkte man sich im Beschleunigerbetrieb entscheidet, hängt von verschiedenen Faktoren ab. Es muss beispielsweise darauf geachtet werden, dass Dispersionsfreiheit in den geraden Sektionen des Beschleunigers garantiert ist (vgl. Kap. 3.2.3) und dass sich die Arbeitspunkte hinreichend weit entfernt von den optischen Resonanzen befinden (vgl. Kap. 3.4). Zudem wird an ELSA die Methode der sogenannten langsamen, drittelzahligen Resonanzextraktion angewendet, das heißt der horizontale Arbeitspunkt sollte sich nicht zu weit entfernt von der zur Extraktion verwendeten  $4\frac{2}{3}$ -Resonanz befinden. Untersuchungen haben gezeigt, dass bei der im Stretcherring vorhandenen Strahloptik die typischerweise eingestellten transversalen Arbeitspunkte

$$Q_x = 4,612 \quad \text{und} \quad Q_z = 4,431 \quad (3.9)$$

diese Anforderungen gut erfüllen (vgl. [51]).

### 3.2.2 Emittanz

Die Größe  $\varepsilon_{\eta}$  aus Gleichung (3.5) heißt Emittanz und bildet den invarianten Teil der Schwingungsamplitude. Die Bedeutung dieser Größe wird zunächst für ein einzelnes Teilchen anhand einer Phasenraumellipse verdeutlicht, die exemplarisch für die horizontale Ebene in Abbildung 3.3 dargestellt ist.

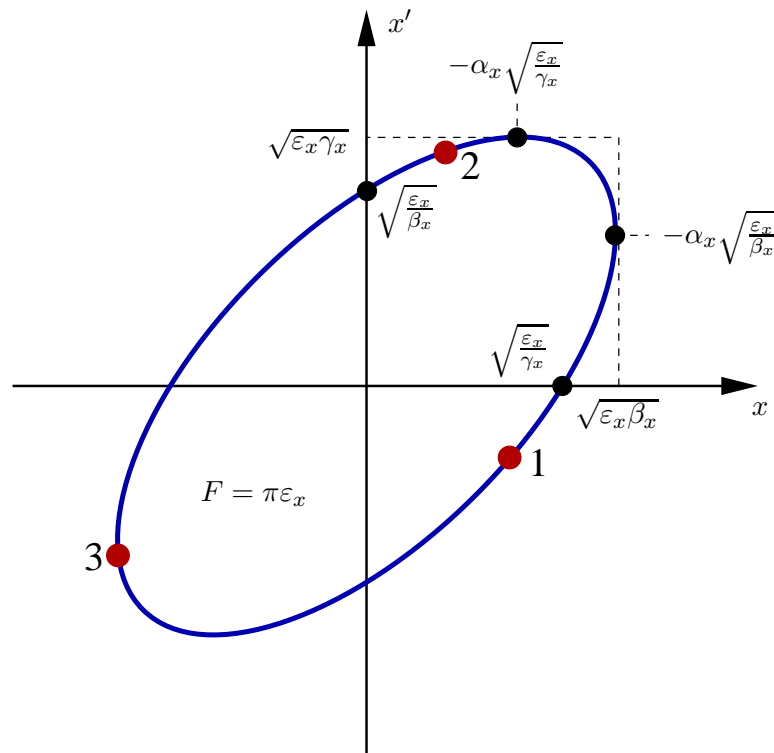
Die Phasenraumellipse kennzeichnet alle Phasenraumkoordinaten  $(\eta, \eta')$ , die von einem einzelnen Teilchen während einer stabilen Bewegung bei einer großen Anzahl von Umläufen an einer konstanten Position  $s$  im Beschleunigerring angenommen werden [41]. Dies ist für drei Umläufe in Abbildung 3.3 dargestellt. Hierbei wird die Ableitung  $\eta'(s)$  als Winkelablage bezeichnet.

Die folgende Gleichung beschreibt die Phasenraumellipse:

$$\varepsilon_{\eta} = \gamma_{\eta}(s)\eta^2(s) + 2\alpha_{\eta}(s)\eta(s)\eta'(s) + \beta_{\eta}(s)\eta'^2(s) . \quad (3.10)$$

Hierbei sind  $\alpha_{\eta}(s)$ ,  $\gamma_{\eta}(s)$  und die Betafunktion  $\beta_{\eta}(s)$  die sogenannten Twiss-Parameter, für welche die folgenden Relationen gelten:

$$\alpha_{\eta}(s) = -\frac{1}{2}\beta'_{\eta}(s) , \quad \gamma_{\eta}(s) = \frac{1 + \alpha_{\eta}^2(s)}{\beta_{\eta}(s)} . \quad (3.11)$$



**Abbildung 3.3:** Emittanzellipse im horizontalen Phasenraum für ein einzelnes Teilchen. Die Fläche der Phasenraumellipse ist gegeben durch  $F = \pi \varepsilon_x$ . Die roten Punkte repräsentieren die Koordinate eines Teilchens nach jeweils einem von drei Umläufen im Beschleuniger.

Die Ausrichtung der Phasenraumellipse ist vom Ort  $s$  abhängig. An verschiedenen Orten  $s$  kann die Phasenraumellipse verschiedene Formen und Lagen annehmen, sie begrenzt jedoch als Konsequenz des fundamentalen Satzes von Liouville eine konstante Fläche, die mit der Emittanz über  $F = \pi \varepsilon_\eta$  zusammenhängt<sup>10</sup>. Beispielsweise ist in der Mitte eines horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten die Betafunktion  $\beta_x(s)$  maximal, das heißt  $\alpha_x(s)$  wird Null. Die Phasenraumellipse steht in diesem Fall senkrecht und die Hauptachsen der Ellipse fallen mit Ordinate und Abszisse zusammen.

Bisher wurde nur die Bewegung eines einzelnen Teilchens betrachtet und diesem eine Emittanz zugeordnet, die sich aus der Fläche der Phasenraumellipse ergibt. Wenn man zu einem Teilchenensemble übergeht, in dem die Teilchen Betatronschwingungen mit individuellen Amplituden durchführen, so sind auch die Flächen der einzelnen Phasenraumellipsen verschieden. Bei Elektronen ist in guter Näherung die Intensitätsverteilung gaußförmig. Gleichung (3.6) gibt dann die Breite des Teilchenstrahls wieder, wobei damit der Abstand von der Sollbahn gemeint ist, bei der die Ladungsdichte eines im Beschleuniger umlaufenden Elektronenbunches auf  $e^{-\frac{1}{2}} = 0,607$  abgefallen ist, was der Standardabweichung  $\sigma_\eta$  der statistischen Teilchenverteilung entspricht

<sup>10</sup>Nach dem Satz von Liouville ist die Emittanz erhalten, solange nur konservative Kräfte auf ein Teilchen wirken. Bei Elektronenbeschleunigern hat allerdings die Abstrahlung von Photonen, die sogenannte Synchrotronstrahlung, auch Auswirkungen auf die Emittanz. Diese ergibt sich aus dem Gleichgewicht aus Dämpfung der Betatronschwingungen durch Abstrahlung von Synchrotronlicht und Anregung der Schwingungen durch den stochastischen Quantencharakter der Abstrahlung (vgl. Kap. 3.8).

[65]:

$$\sigma_\eta(s) = \sqrt{\varepsilon_{\eta,\text{STA}}\beta_\eta(s)}. \quad (3.12)$$

Die Emittanz für ein Teilchenensemble  $\varepsilon_{\eta,\text{STA}}$  ist somit gegeben durch<sup>11</sup>

$$\varepsilon_{\eta,\text{STA}} = \frac{\sigma_\eta^2(s)}{\beta_\eta(s)}. \quad (3.13)$$

In einer idealen, fehlerfreien Maschine, in der die Ablenkung nur in der horizontalen Ebene geschieht und die Magnete nicht verkippt sind, wäre die Emittanz  $\varepsilon_z$  in der vertikalen Ebene Null. In realen Beschleunigern kommt es aber zur Kopplung der Teilchenbewegungen in den beiden transversalen Ebenen, wodurch die vertikale Emittanz nicht verschwindet.

Da sich die Form der Phasenraumellipse mit dem Ort  $s$  ändert, ist es sinnvoll, eine Koordinatentransformation zu finden, die die Ellipse in einen Kreis überführt. Das Teilchen befindet sich dann nicht mehr auf einer Ellipse, sondern auf einer Kreislinie. Dies liefert die sogenannte Floquet'sche Transformation<sup>12</sup> [65]:

$$\phi(s) = \frac{\psi(s)}{Q}, \quad u(\phi) = \frac{\eta(s)}{\sqrt{\beta(s)}}. \quad (3.14)$$

Die Bewegungsgleichung (3.4) entspricht dann der eines harmonischen Oszillators

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} + Q^2u = 0 \quad (3.15)$$

mit der Lösung

$$u(\phi) = u_0 \cos(Q\phi + \lambda). \quad (3.16)$$

Die Phasenraumellipse wird dadurch zu einem Kreis mit dem Radius  $u_0$ .

### 3.2.3 Dispersion

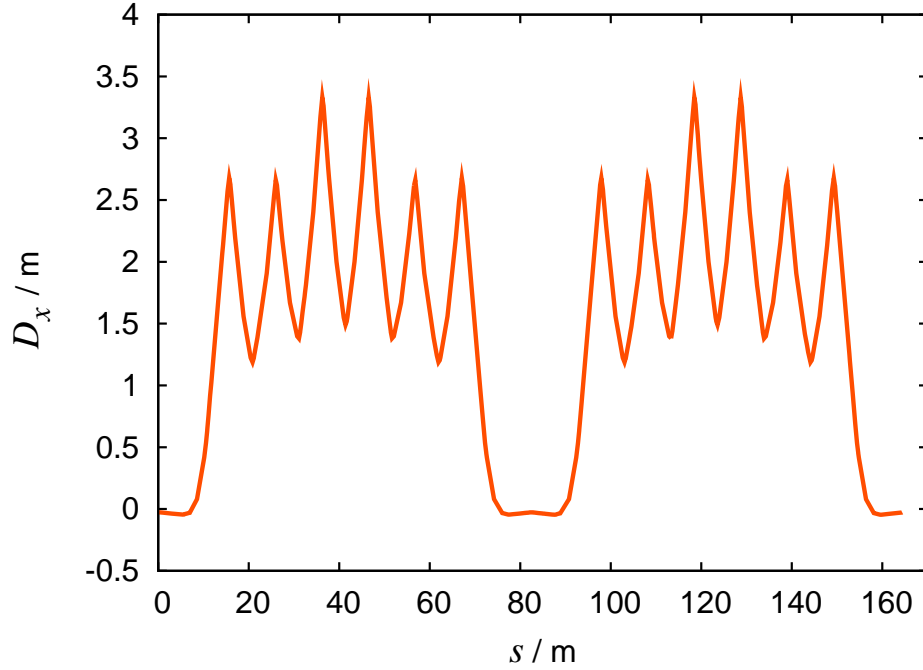
Die bisherigen Betrachtungen beschränkten sich nur auf Teilchen mit dem Sollimpuls  $\frac{\Delta p}{p} = 0$ , also auf die homogene Form der Gleichung (3.1). Die spezielle Bahn für Teilchen mit  $\frac{\Delta p}{p} = 1$  nennt man Dispersionsbahn. Besitzt ein Teilchen eine Impulsabweichung, so verschiebt sich seine Gleichgewichtsbahn bezüglich der idealen Gleichgewichtsbahn in der horizontalen Ebene um

$$x_D(s) = D_x(s) \frac{\Delta p}{p} \quad (3.17)$$

und die Teilchen befinden sich auf einer dispersiven Bahn.  $D_x(s)$  wird Dispersionsfunktion genannt. Diese vom Ort  $s$  abhängige Funktion ist für den Stretcherring in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Ablenkung der Teilchen in den Dipolmagneten nimmt mit steigendem Impuls ab, da der Bahnradius zunimmt. Dadurch hängt die Gleichgewichtsbahn der Teilchen von ihrer Energie ab. Die relative Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p}$  (beziehungsweise natürliche Energieabweichung) skaliert dabei linear mit der Energie des Teilchens. Da in Beschleunigern üblicherweise nur horizontale Ablenkmagnete verwendet werden, ist der Betrag der Dispersion auch nur in der horizontalen

<sup>11</sup>Im Folgenden wird mit dem Begriff „Emittanz“ die Emittanz des Teilchenensembles bezeichnet und der Index STA weggelassen.

<sup>12</sup>Der Index  $\eta$  zur Kennzeichnung der horizontalen beziehungsweise vertikalen Ebene wird übersichtshalber im Folgenden weggelassen.



**Abbildung 3.4:** Dargestellt ist die Dispersionsfunktion  $D_x(s)$  des Stretcherringes. Die vertikale Dispersionsfunktion  $D_z(s)$  ist vernachlässigbar klein und deshalb nicht dargestellt. Wie zu erkennen, beträgt die Superperiodizität des Stretcherringes  $P = 2$ . In den geraden Stücken des Beschleunigers wird auch  $D_x(s)$  vernachlässigbar klein.

Ebene relevant. Allerdings können beispielsweise Feldfehler von Dipolmagneten und Justierungsfehler von Quadrupolmagneten zu einem Wert  $D_z(s) \neq 0$  führen, der aber im Vergleich zu  $D_x(s)$  vernachlässigbar klein ist.

Die horizontale Position eines Teilchens ist nun nicht mehr nur durch die Lösung der homogenen Form von Gleichung (3.1), also seiner Betatronschwingungsamplitude, gegeben. Die Lösung der inhomogenen Gleichung ist vielmehr die Summe aus der Lösung der homogenen Gleichung (3.5) sowie einer speziellen Lösung der inhomogenen Gleichung:

$$x(s) = x_\beta(s) + x_D(s) = x_\beta(s) + D_x(s) \frac{\Delta p}{p}. \quad (3.18)$$

Auch die in Gleichung (3.12) wiedergegebene Strahlbreite ändert sich in der horizontalen Ebene für Elektronen mit Impulsabweichung durch den Einfluss der Dispersion:

$$\sigma_x(s) = \sqrt{\varepsilon_x \beta_x(s) + \left( D_x(s) \frac{\Delta p}{p} \right)^2}. \quad (3.19)$$

In einem Kreisbeschleuniger werden einige Positionen benötigt, an denen auch die horizontale Dispersion verschwindend klein wird. Beispielsweise ist dies an der Stelle der zur Beschleunigung der Elektronen benötigten Hochfrequenzresonatoren der Fall, da es sonst zur Kopplung des transversalen mit dem longitudinalen Phasenraum kommt. Dadurch könnten sogenannte Synchrotronbetatronresonanzen angeregt werden (vgl. Kap. 3.4). Im Stretcherring an ELSA wird durch das sogenannte Missing-Magnet-Konzept<sup>13</sup> und eine geeignete Wahl des horizontalen Ar-

<sup>13</sup>In einigen Sektionen des Beschleunigers befindet sich zwischen zwei Quadrupolen kein Dipolmagnet, was zu einer Reduktion der Dispersion führt.

beispunkts erreicht, dass  $D_x(s)$  in den geraden Strecken vernachlässigbar klein wird, was auch in Abbildung 3.4 zu erkennen ist.

Auch die Bahnlänge eines Teilchens ist von der relativen Impulsabweichung abhängig, da aufgrund der Ablenkung beispielsweise ein Teilchen mit  $\frac{\Delta p}{p} > 0$  den Beschleuniger auf einer längeren Bahn als ein Sollteilchen durchläuft. Das Verhältnis zwischen relativer Bahnlängenänderung eines Teilchens und seiner relativen Impulsabweichung wird „Momentum-Compaction-Faktor“  $\alpha_C$  genannt:

$$\alpha_C = \frac{\Delta L/L}{\Delta p/p}. \quad (3.20)$$

Die Änderung der Bahnlänge  $\Delta L$  eines Teilchens auf einer Dispersionsbahn ist abhängig vom Bahnradius der Elektronen in den Dipolmagneten  $R(s)$  und lässt sich wie folgt mit Hilfe der Dispersionsfunktion berechnen:

$$\Delta L = \oint \frac{x_D(s)}{R(s)} ds = \frac{\Delta p}{p} \oint \frac{D_x(s)}{R(s)} ds. \quad (3.21)$$

$\alpha_C$  kann also auch wie folgt bestimmt werden:

$$\alpha_C = \frac{1}{L} \oint \frac{D_x(s)}{R(s)} ds. \quad (3.22)$$

Der Momentum-Compaction-Faktor ist ein Maß für die Größe der Dispersion im Bereich der ablenkenden Dipolmagnete im Beschleunigerring.

### 3.2.4 Detektion transversaler Strahlschwingungen

Um einen transversalen Arbeitspunkt messen zu können, muss die in Gleichung (3.5) beschriebene Schwingung detektiert werden. Hierzu werden die Ablagen  $x$  beziehungsweise  $z$  eines Elektronenbunches, wie in Kapitel 5 noch beschrieben werden wird, an einem festen Ort im Kreisbeschleuniger mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors<sup>14</sup> in einem festen zeitlichen Abstand aufgenommen. Wenn man für den Zeitabstand gerade die Umlaufzeit  $T_U$  wählt, das heißt umlaufsynchro Ablagedaten aufnimmt, so wird mit den gemessenen Ablagen in der Zeit eine harmonischen Schwingung detektiert, wobei die Schwingungsfrequenz vom Arbeitspunkt abhängt. Dies wird zunächst für das Verhalten eines einzelnen Teilchens im Beschleuniger beschrieben, das Betatronschwingungen um die Sollbahn ausführt [54].

Der Phasenvorschub  $\psi_\eta(s_{\text{Mon}})$  der Betatronschwingung eines Teilchens am Ort des Strahlpositionsmonitors  $s_{\text{Mon}}$  variiert mit jedem Umlauf und beträgt laut Gleichung (3.7) und (3.8) nach  $n$  Umläufen unter Berücksichtigung der Anfangsphase  $\psi_{\eta,0}$  beim Passieren des Monitors

$$\psi_\eta(s_{\text{Mon}}) = \int_0^{s+nL} \frac{1}{\beta_\eta(s')} ds' = 2\pi Q_\eta n + \psi_{\eta,0}. \quad (3.23)$$

Die Anzahl der Umläufe berechnet sich aus dem Verhältnis der verstrichenen Zeit  $t_n$  zur Umlaufdauer  $T_U$  durch

$$n = \frac{t_n}{T_U} = \frac{\omega_U t_n}{2\pi}. \quad (3.24)$$

<sup>14</sup>Der Strahlpositionsmonitor wird im Folgenden auch kurz „Monitor“ genannt.



Hierbei ist  $\omega_U$  die Umlauffrequenz<sup>15</sup> eines Elektrons im Kreisbeschleuniger<sup>16</sup>. Hiermit ergibt sich für die Ablage nach dem  $n$ -ten Umlauf

$$\eta(t_n) = \sqrt{\varepsilon_\eta \beta_\eta(s_{\text{Mon}})} \cdot \cos(2\pi Q_\eta n + \psi_{\eta,0}) = \sqrt{\varepsilon_\eta \beta_\eta(s_{\text{Mon}})} \cdot \cos(Q_\eta \omega_U t_n + \psi_{\eta,0}) . \quad (3.25)$$

Führt man anstelle von  $Q_\eta \omega_U$  die sogenannte Betatronfrequenz  $\omega_{\beta_\eta}$  ein, so ergibt sich die Gleichung einer harmonischen Schwingung mit der Amplitude  $\sqrt{\varepsilon_\eta \beta_\eta(s_{\text{Mon}})}$ :

$$\eta(t_n) = \sqrt{\varepsilon_\eta \beta_\eta(s_{\text{Mon}})} \cdot \cos(\omega_{\beta_\eta} t_n + \psi_{\eta,0}) . \quad (3.26)$$

Somit ist der transversale Arbeitspunkt durch

$$Q_\eta = \frac{\omega_{\beta_\eta}}{\omega_U} \quad (3.27)$$

gegeben. Mit den gemessenen Ablagen kann folglich eine harmonische Schwingung detektiert werden, deren Frequenz durch die Umlauffrequenz und den Arbeitspunkt bestimmt ist. Es ist also möglich, den Arbeitspunkt durch eine Ablagemessung an einer festen Stelle im Kreisbeschleuniger und einer nachfolgenden Frequenzanalyse zu bestimmen. Allerdings gibt es hier noch Einschränkungen, die in Kapitel 3.9 erläutert werden.

### 3.3 Longitudinale Strahldynamik

Neben den transversalen Betatronschwingungen führen die Teilchen im Beschleuniger auch longitudinale Schwingungen aus, deren Zustandekommen im Folgenden erläutert wird.

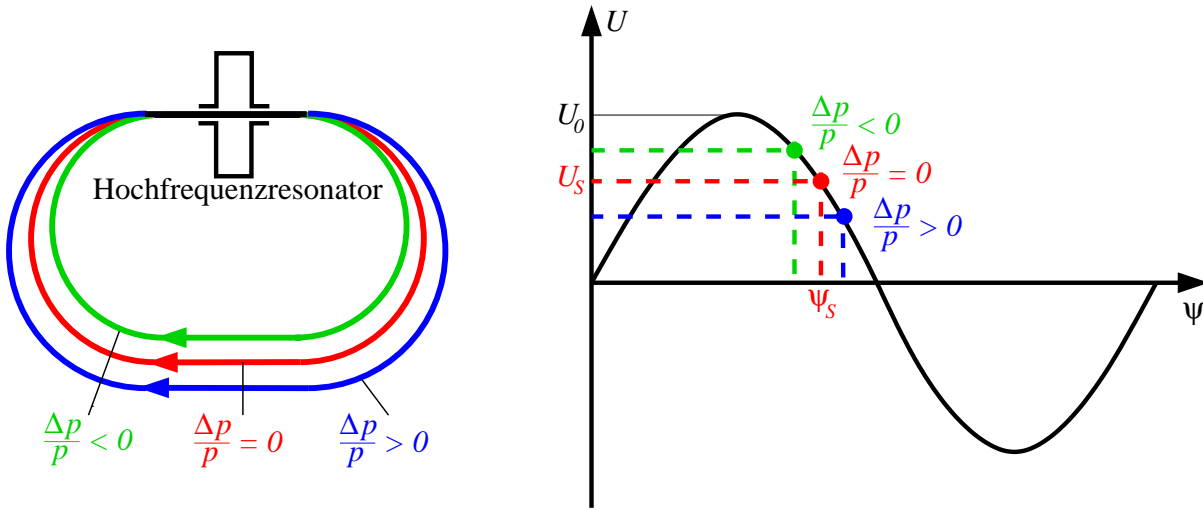
Die Nachbeschleunigung im Stretcherring findet in der sogenannten Rampphase des Maschinenzyklus statt. Um die hochrelativistischen<sup>17</sup> Elektronen im Bunch stabil im Kreisbeschleuniger zu halten, wird bei ELSA die Methode der Phasenfokussierung (siehe Abb. 3.5) verwendet [65]. Diese longitudinale Fokussierung verhindert ein sukzessives Auseinanderlaufen der Elektronen eines Bunches in der longitudinalen Ebene. Die Teilchen durchlaufen pro Umlauf einmal die Hohlraumresonatoren, in denen sie Energie durch Beschleunigung in einem hochfrequenten Wechselfeld erhalten. Ein hochrelativistisches Teilchen auf der Sollbahn (in Abb 3.5 in rot dargestellt), also mit verschwindender Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p} = 0$ , hat im Hochfrequenzresonator die Sollphase  $\psi_s$ . Die Sollphase  $\psi_s$  eines Elektrons der Energie  $E$  ist genau die Phasenlage bei der gerade der auftretende Energieverlust während eines Umlaufs im Beschleuniger ausgeglichen wird. Dieser Energieverlust tritt bei Elektronen im Kreisbeschleuniger durch Abstrahlung von Synchrotronlicht in den ablenkenden Dipolmagneten auf. Ein relativistisches Elektron mit negativer Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p} < 0$  (in Abb 3.5 in grün dargestellt) läuft auf einer inneren Bahn als ein Sollteilchen und kommt früher als dieses im Hochfrequenzresonator an. Es trifft auf eine entsprechend höhere Spannung und wird somit stärker beschleunigt. Bei relativistischen Teilchen mit positiver Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p} > 0$  (in Abb 3.5 in blau dargestellt) geschieht das Gegenteil. Dadurch kommt es zu longitudinalen Phasen- beziehungsweise Energieschwingungen um die Sollphase  $\psi_s$ , die Synchrotronschwingungen<sup>18</sup> genannt werden.

<sup>15</sup>Im Folgenden wird mit  $\omega = 2\pi f$  die Kreisfrequenz und mit  $f$  die Frequenz bezeichnet, auch wenn für beides vereinfachend das Wort „Frequenz“ verwendet wird.

<sup>16</sup>Für hochrelativistische Elektronen ist die Umlauffrequenz in guter Näherung konstant. Kleine Unterschiede, beispielsweise durch Impulsabweichungen der einzelnen Elektronen, werden vernachlässigt.

<sup>17</sup>Für hochrelativistische Elektronen gilt  $\frac{1}{\gamma^2} \ll \alpha_C$

<sup>18</sup>Der Name Synchrotronschwingung kann historisch erklärt werden: Die beschriebenen longitudinalen Schwingungen wurden zuerst in einem Synchrotron beobachtet.



**Abbildung 3.5:** Phasenfokussierung im Kreisbeschleuniger für Elektronen: Dargestellt sind beispielhaft die Teilchenbahn im Beschleuniger (links) und die Phase im Hochfrequenzresonator (rechts) für relativistische Elektronen mit negativer Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p} < 0$  (grüne Linie), positiver Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p} > 0$  (blaue Linie) und Sollteilchen  $\frac{\Delta p}{p} = 0$  (rote Linie).

Die Energieerhöhung der Elektronen wird durch das elektrische Wechselfeld in den Hochfrequenzresonatoren mit der maximalen Resonatorspannung  $U_0$  erreicht:

$$U(t) = U_0 \sin(\omega_{\text{HF}} t) . \quad (3.28)$$

Die Hochfrequenz in den Resonatoren beträgt im Stretcherring an ELSA  $\omega_{\text{HF}} \approx 2\pi \cdot 500$  MHz. Der durch die Synchrotronlichtabstrahlung hervorgerufene Energieverlust  $W_0$  pro Umlauf im Beschleuniger wird gerade durch die Beschleunigungsspannung kompensiert:

$$W_0 = eU_0 \sin(\psi_s) = eU_0 \frac{1}{q} . \quad (3.29)$$

$q$  ist der sogenannte Überspannungsfaktor, der das Verhältnis von maximaler Resonatorspannung zur tatsächlichen Beschleunigungsspannung angibt. Der Bereich, in dem die longitudinale Teilchenbewegung aufgrund von Abweichungen der Phase von der Sollphase  $\psi_s$  stabil bleibt, wird phasenstabiler Bereich genannt. Für hochrelativistische Teilchen muss die Sollphase im folgenden Bereich liegen:

$$\frac{\pi}{2} < \psi_s < \frac{3}{2}\pi . \quad (3.30)$$

Für hochrelativistische Elektronen auf der Sollbahn berechnet sich der Energieverlust  $W_0$  durch Synchrotronlichtabstrahlung für einen Umlauf im Kreisbeschleuniger wie folgt (vgl. [65]):

$$W_0/\text{keV} \approx 88,5 \frac{E^4/\text{GeV}}{R/\text{m}} . \quad (3.31)$$

Der Energieverlust pro Umlauf hängt folglich von der Strahlenergie  $E$  und dem Biegeradius der Dipolmagnete  $R$  ab.

Die durch die longitudinale Fokussierung auftretenden Energie- beziehungsweise Phasenschwingungen sind für kleine Amplituden harmonisch und die Elektronen werden stabil im Beschleuniger gehalten.

Die longitudinale Teilchenbewegung bleibt auch dann stabil, wenn die ablenkenden Felder in den Dipolmagneten während der Energierampe erhöht werden. Die Teilchen legen daraufhin wegen der stärkeren Ablenkung eine kürzere Strecke im Beschleuniger zurück und passieren den Resonator zu einem früheren Zeitpunkt. Durch die Änderung des Magnetfeldes beziehungsweise durch die Änderung des Sollimpulses der Teilchen wandert die Phasenlage eines Teilchens im Vergleich zum beschleunigenden Hochfrequenzwechselfeld so, dass das Elektron bei jedem Umlauf auf eine geänderte, zur erhöhten Energie passende Beschleunigungsspannung  $U(t)$  in den Hochfrequenzresonatoren trifft. Infolgedessen steigt nach Gleichung (3.31) der Energieverlust pro Umlauf und eine veränderte Sollphase ist für einen Ausgleich nötig. Die Sollphase  $\psi_s$  verschiebt sich innerhalb des phasenstabilen Bereiches in Richtung höherer Resonatorspannungen. Eine Änderung der ablenkenden Dipolmagnetfelder ohne eine Änderung der maximalen Resonatorspannung  $U_0$ , die ausreichend groß gewählt wird, reicht folglich zur Energieerhöhung aus.

Wie oben beschrieben, handelt es sich bei den Synchrotronschwingungen um Phasen- beziehungsweise Energieschwingungen um einen Sollwert. Die Phasenabweichung ergibt sich aus den unterschiedlichen Umlaufzeiten der hochrelativistischen Elektronen mit unterschiedlichem Impuls. Für Elektronen mit einer kleinen Energieabweichung  $\Delta E$  vom Sollwert erhält man die Gleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators (vgl. [65]):

$$\Delta\ddot{E} + 2a_s\Delta\dot{E} + \omega_s^2\Delta E = 0 . \quad (3.32)$$

Hierbei ist  $a_s$  ein Dämpfungsterm, auf den in Kapitel 3.8 noch weiter eingegangen wird.  $\omega_s$  ist die Frequenz der longitudinalen Synchrotronschwingung. Diese lässt sich für kleine Amplituden allgemein durch

$$\omega_s = \omega_U \sqrt{\frac{eU_0 h}{2\pi\beta^2 E} \cos\psi_s \left( \frac{1}{\gamma^2} - \alpha_C \right)} \quad (3.33)$$

bestimmen, wobei  $\alpha_C$  der in Kapitel 3.2.3 beschriebene Momentum-Compaction-Faktor und  $\beta = \frac{v}{c}$  und  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  die Lorentzfaktoren sind. Für die Beschleunigung von hochrelativistischen Elektronen gilt typischerweise  $\left( \frac{1}{\gamma^2} - \alpha_C \right) \approx -\alpha_C$  und  $\beta \approx 1$ . Die Harmonischenzahl  $h = \omega_{\text{HF}}/\omega_U$  beschreibt das Verhältnis von Resonatorfrequenz zur Umlauffrequenz. Durch  $h$  ist die Zahl der möglichen Elektronenpakete, der sogenannten „Buckets“, gegeben. Die Harmonischenzahl beträgt im Stretcherring an ELSA  $h = 274$  und der Momentum-Compaction-Faktor typischerweise  $\alpha_C = 0,063$ .

Bisher wurden Phasen- beziehungsweise Energieschwingungen kleiner Amplitude betrachtet. Bei hinreichend großen Amplituden wird der phasenstabile Bereich überschritten, was zu Teilchenverlust führt. Die Grenze im Phasenraum zwischen stabilem und instabilem Bereich, Separatrix genannt, ist durch die maximal erlaubte Energieabweichung  $\Delta E_{\text{max}}$  gegeben.

Die Anzahl der longitudinalen Schwingungen pro Umlauf eines Teilchens im Beschleuniger, Synchrotronarbeitspunkt genannt, berechnet sich nach

$$Q_s = \frac{\omega_s}{\omega_U} . \quad (3.34)$$

Die Dauer einer Synchrotronschwingungsperiode ist lang im Vergleich zur Umlaufzeit. Somit kann man davon ausgehen, dass der Synchrotronarbeitspunkt  $Q_s$  betragsmäßig kleiner als die Betatronarbeitspunkte  $Q_x$  und  $Q_z$  sind.

Wie sich die Synchrotronschwingung im Strahlspektrum nachweisen lässt, wird in Kapitel 3.9 beschrieben.

### 3.4 Optische Resonanzen

Die Arbeitspunkte  $Q_x$ ,  $Q_z$  und  $Q_s$  der transversalen und longitudinalen Schwingungen müssen sehr genau bekannt sein, da in einem Kreisbeschleuniger die Magnetstruktur nach jedem vollen Umlauf wieder in sich selbst übergeht und somit sich periodisch wiederholende Kräfte auf den Strahl wirken. Beispielsweise können nicht zu vermeidende Feldfehler der Magnete unter Umständen die Betatronschwingungen der Teilchen resonanzartig anregen, was zu einer instabilen Teilchenbewegung und im Extremfall zu Strahlverlust führt. Man spricht hier von optischen Resonanzen oder Betatronresonanzen.

Im Folgenden werden die Auswirkungen der Magnetfeldfehler und Aufstellungsfehler der niedrigsten beiden Ordnungen, also Dipolfeldfehler und Gradientenfeldfehler, auf den Strahl erläutert. Dipolfeldfehler bewirken in der horizontalen Ebene, dass sich die Teilchen nicht auf der Sollbahn bewegen, sondern sich auf einer gestörten Gleichgewichtsbahn befinden und um diese Betatronschwingungen durchführen. Ein Dipolfeldfehler  $\Delta B$ , der sich über eine kleine Distanz  $\Delta s$  erstreckt, verursacht eine lokale Störung, die sich in Form einer Winkeländerung  $\Delta x'$  wie folgt auswirkt:

$$\Delta x' = \frac{-\Delta B}{BR} \Delta s = \Delta B' \Delta s . \quad (3.35)$$

Hierdurch wird die gesamte Gleichgewichtsbahn modifiziert. Für die gestörte Gleichgewichtsbahn  $x_c(s)$  ergibt sich mit mehreren Störstellen  $\Delta B'(s)$  das folgende Integral über einen vollen Umlauf im Kreisbeschleuniger (vgl. [25]):

$$x_c(s) = \frac{\sqrt{\beta_x(s)}}{2 \sin(Q_x \pi)} \int_s^{s+L} \Delta B'(s') \sqrt{\beta_x(s')} \cos(\psi(s') - \psi(s) - Q_x \pi) ds' . \quad (3.36)$$

Für ganzzahlige Arbeitspunkte  $Q_x$  wird  $x_c(s)$  wegen des Amplitudenfaktors  $1/\sin(Q_x \pi)$  unendlich groß. Folglich ist klar, dass die Anzahl an Betatronschwingungen pro Umlauf nicht ganzzahlig sein und auch nicht in unmittelbarer Nähe einer ganzen Zahl liegen darf. Ganzzahlige Resonanzen sind bei Kreisbeschleunigern zu meiden.

Dipolfeldfehler können nicht nur durch Magnetfeldfehler und Aufstellungsfehler der Ablenkmodule verursacht werden, sondern auch beispielsweise durch Ungenauigkeiten in der Positionierung von Quadrupolmagneten. Diese verursachen Dipolfeldfehler, wenn die Gleichgewichtsbahn nicht durch ihre magnetische Mitte verläuft. Es gibt diese Störungen der Gleichgewichtsbahn also sowohl in der horizontalen als auch in der vertikalen Ebene.

Ein Gradientenfeldfehler führt zu einer Änderung der Betafunktion und des Arbeitspunktes. Er kann beispielsweise von Feldfehlern in den Quadrupolmagneten oder von Stellfehlern der Sextupolmagnete im Beschleunigerring verursacht werden. Gradientenfeldfehler  $\Delta k(s)$  können eine Verschiebung des Arbeitspunktes sowohl in der horizontalen als auch in der vertikalen Ebene verursachen<sup>19</sup> (vgl. [25]):

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi} \oint \beta(s) \Delta k(s) ds . \quad (3.37)$$

Die Änderung der Betafunktion lässt sich damit wie folgt beschreiben (vgl. [25]):

$$\Delta \beta(s) = \frac{\beta(s)}{2 \sin(Q 2\pi)} \int_s^{s+L} \beta(s') \Delta k(s') \cos 2(\psi(s') - \psi(s) - Q\pi) ds' . \quad (3.38)$$

<sup>19</sup>Im Folgenden wird der Index  $\eta$  für die Kennzeichnung der horizontalen beziehungsweise vertikalen Ebene übersichtshalber weggelassen, falls beide Ebenen gemeint sind.

Für ganz- und halbzahlige Arbeitspunkte  $Q$  wird  $\Delta\beta(s)$  aufgrund des Amplitudenfaktors  $\frac{1}{\sin(2Q\pi)}$  unendlich groß. Die Anzahl an Betatronschwingungen pro Umlauf darf somit auch nicht halbzahlig sein und sollte auch nicht in unmittelbarer Nähe eines solchen Wertes liegen, da das zu einer größeren Strahlbreite und folglich auch zu Strahlverlust führen kann. Halbzahlige Resonanzen sind bei Kreisbeschleunigern also ebenfalls zu meiden.

Höhere Multipole regen entsprechend höhere Resonanzen an, so können beispielsweise Sextupolfelder drittelzahlige und Oktupolfelder viertelzahlige Resonanzen anregen. Die Stärke der Resonanz nimmt allerdings zu höheren Multipolen hin stark ab.

Zusätzlich müssen auch sogenannte Koppelresonanzen vermieden werden. Im realen Beschleunigerbetrieb werden diese zum Beispiel durch verdrehte Quadrupolmagnete oder durch eine Abweichung von der Gleichgewichtsbahn in der Mitte von Magneten mit höheren Multipolanteilen hervorgerufen. Dies führt zu Kopplungen der horizontalen und vertikalen Betatronschwingungen. Hinzu kommen Kopplungen der longitudinalen mit den beiden transversalen Schwingungsebenen. Bei nicht verschwindender Dispersion an der Stelle der zur Beschleunigung der Elektronen benötigten Hohlraumresonatoren kann es zusätzlich zu einer Kopplung der entsprechenden transversalen Ebene mit der longitudinalen Ebene kommen und es werden sogenannte Synchro-Betatronresonanzen angeregt. Aus diesem Grund werden einige Positionen benötigt, an denen auch die horizontale Dispersion verschwindend klein wird.

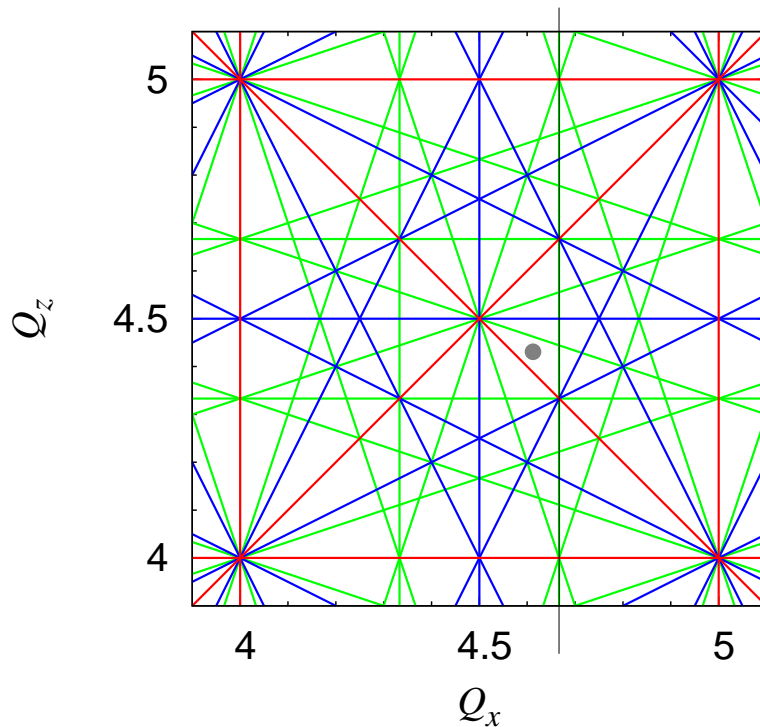
Zusammenfassend bedeutet dies, dass folgende Arbeitspunktkombinationen keinen stabilen Umlauf des Teilchenstrahls im Kreisbeschleuniger ermöglichen:

$$lQ_s + mQ_x + nQ_z = kP \quad \text{mit } l, m, n, k \in \mathbb{Z}. \quad (3.39)$$

Hierbei ist die Summe  $|l| + |m| + |n|$  die sogenannte Ordnung der Resonanz und bestimmt ihre Stärke, die mit zunehmender Ordnung stark abnimmt. Befindet sich ein Teilchen im Beschleuniger auf einer Resonanz oder je nach Stärke in der Nähe einer solchen, so werden Betatronschwingungen resonant angeregt und das Teilchen kann verlorengehen.  $P$  ist die Superperiodizität des Beschleunigers, die für den Stretcherring  $P = 2$  beträgt. Mit hoher Superperiodizität nimmt die Anzahl der Resonanzlinien ab. Die Synchro-Betatronresonanzen sind durch  $l \neq 0$  in Gleichung (3.39) gekennzeichnet. Dipolfeldfehler führen zu Resonanzen erster Ordnung (ganzzahlig), Quadrupolfeldfehler zu Resonanzen zweiter Ordnung (halbzahlig) und Multipolfeldfehler zu Resonanzen entsprechend höherer Ordnung.

Elektronenbeschleuniger sind wegen der starken Schwingungsdämpfung durch Abstrahlung von Synchrotronlicht nur auf Resonanzen niedriger Ordnung sensitiv (vgl. Kap. 3.8). Deshalb sind nur Resonanzen erster bis fünfter Ordnung sowie Koppelresonanzen relevant und müssen gemieden werden, um einen stabilen Strahlbetrieb gewährleisten zu können.

Die optischen Resonanzen der transversalen Strahlschwingungen bis zur dritten Ordnung sind anschaulich in einem  $Q_x$ - $Q_z$ -Diagramm in Abbildung 3.6 dargestellt. Bei der Wahl der transversalen Arbeitspunkte ist darauf zu achten, dass sie hinreichend weit entfernt von den dargestellten Linien gewählt werden. Das Diagramm zeigt deutlich, dass bereits Resonanzen bis zur dritten Ordnung die Arbeitspunktauswahl erheblich einschränken. Zusätzlich zu den im Arbeitspunktdiagramm eingezeichneten Linien gibt es weitere Seitenbänder, die durch die longitudinalen Strahlschwingungen hervorgerufen werden. Das Zustandekommen dieser in Abbildung 3.6 nicht eingezeichneten Linien wird in Kapitel 3.9 erläutert. Typische Arbeitspunkte des Stretcherrings an ELSA sind  $Q_x = 4,612$  und  $Q_z = 4,431$ , wie auch in Abbildung 3.6 zu erkennen.



**Abbildung 3.6:**  $Q_x$ - $Q_z$ -Diagramm mit ganzzahligen, halbzahligen und drittelzahligen Resonanzen sowie Koppelresonanzen. Der eingezeichnete Punkt gibt ein typisches Arbeitspunktpaar des Stretcherrings mit  $Q_x = 4,612$  und  $Q_z = 4,431$  wieder. In der horizontalen Ebene wird im Stretcherring die  $4\frac{2}{3}$ -Resonanz zur Extraktion verwendet (schwarze vertikale Linie).

Für welche transversalen Arbeitspunkte man sich im Beschleunigerbetrieb letztendlich entscheidet, hängt nicht nur von den optischen Resonanzen ab. Es muss beispielsweise darauf geachtet werden, dass die Dispersion am Ort der Beschleunigungsresonatoren vernachlässigbar klein ist, um Synchro-Betatronresonanzen zu vermeiden und um die Breite des Teilchenstrahls gering halten zu können (vgl. Kap. 3.2.1).

Um während der Energieerhöhung der Elektronen eine stabile, transversale Teilchenbewegung gewährleisten zu können, werden die beiden Arbeitspunkte  $Q_x$  und  $Q_z$  während des Beschleunigungsvorgangs konstant gehalten, um Kreuzungen von Betatronresonanzen zu vermeiden. Dafür müssen die Fokussierungsstärken der Quadrupolmagnete gleich bleiben beziehungsweise die Quadrupolströme entsprechend angepasst werden.

Betatronresonanzen können gezielt genutzt werden, um den Teilchenstrahl aus einem Beschleuniger zu extrahieren. Diese auch an ELSA angewendete sogenannte langsame Resonanzextraktion hat den Vorteil, dass eine Extraktion des Elektronenstrahls über einen längeren Zeitraum möglich ist, als wenn der Strahl nur während eines Umlaufs extrahiert werden würde. Ein hohes makroskopisches Tastverhältnis wird erreicht. Dazu wird nach der Energierampe die  $4\frac{2}{3}$ -Resonanz durch Sextupolmagnete angeregt und der horizontale Arbeitspunkt wird gezielt in Richtung der Extraktionsresonanz verschoben (vgl. Abb. 3.6). Dadurch entstehen stabile und instabile Bereiche im transversalen Phasenraum und der Strahl kann kontinuierlich über einen längeren Zeitraum extrahiert werden (vgl. [18] [47]).

### 3.5 Chromatizität

Da die Fokussierungsstärke  $k$  der Quadrupolmagnete eine Funktion des Impulses  $p$  der Teilchen ist, erfahren Teilchen mit Impulsabweichung  $\Delta p/p \neq 0$  abweichende Fokussierungsstärken vom Sollwert. Dieser Effekt lässt sich als ein Quadrupolfeldfehler  $\Delta k$  auffassen<sup>20</sup> (vgl. [25]):

$$\Delta k(s) \approx -\frac{\Delta p}{p} k(s) . \quad (3.40)$$

Dieser Gradientenfeldfehler führt nach Gleichung (3.37) zu einer Verschiebung des transversalen Arbeitspunktes. Die Auswirkungen dieses Effektes auf die transversalen Arbeitspunkte werden durch die Chromatizität  $\xi$  beschrieben. Sie gibt an, welche Arbeitspunktänderungen Teilchen erfahren, die einen vom Sollimpuls abweichenden Impuls besitzen. Diese sogenannte natürliche Chromatizität ist immer negativ und ihr Betrag nimmt mit der Stärke der Fokussierung zu. Vor allem bei Beschleunigern mit relativ großen Fokussierungsstärken treten in beiden transversalen Ebenen große Chromatizitäten auf, was selbst bei kleinen Impulsabweichungen zu signifikanten Arbeitspunktverschiebungen und zu einem nicht mehr scharf definierten Arbeitspunkt führt. Bei dem Effekt der natürlichen Chromatizität handelt es sich nicht um die durch Sextupolmagnete hervorgerufene Chromatizität, welche zusätzlich beim Vorhandensein von Sextupolmagnetfeldern auftritt. Die Arbeitspunktverschiebung hervorgerufen durch natürliche Chromatizität ist gegeben durch:

$$\Delta Q = \xi_{\text{nat}} \frac{\Delta p}{p} . \quad (3.41)$$

Typische Werte für die natürliche Chromatizität an ELSA sind

$$\xi_{\text{nat},x} = -11 \quad \text{und} \quad \xi_{\text{nat},z} = -5 , \quad (3.42)$$

was zu folgendem Betrag der Arbeitspunktverschiebungen bei einer Maximalenergie von 3,5 GeV (typischerweise  $\frac{\Delta p}{p} = 0,086\%$ ) führt:

$$\Delta Q_x = -0,009 \quad \text{und} \quad \Delta Q_z = -0,004 . \quad (3.43)$$

Als Gegenmaßnahmen werden gezielt Sextupolmagnete zur Chromatizitätskorrektur in den Kreisbeschleuniger eingebaut, deren Sextupolstärke  $m$  so gewählt wird, dass der chromatische Effekt kompensiert wird. Im Prinzip genügen hierfür zwei Sextupolmagnete – einer für die horizontale und einer für die vertikale Ebene –, die an Stellen mit möglichst großer Betafunktion, und in der horizontalen Ebene zusätzlich mit großer Dispersionsfunktion, der jeweiligen Ebene aufgestellt werden. Erreicht man  $\xi_\eta \approx 0$ , so kann eine Verringerung der Arbeitspunktverschmierung erreicht werden.

Die schlussendlich resultierende Arbeitspunktverschiebung lässt sich wie folgt beschreiben:

$$\Delta Q = \xi \frac{\Delta p}{p} \quad \text{mit} \quad \xi = -\frac{1}{4\pi} \oint [m(s)D(s) + \beta(s)k(s)] ds , \quad (3.44)$$

wobei  $D(s)$  die in Kapitel 3.2.3 eingeführte Dispersionsfunktion ist. Korrektursextupolmagnete sind in Kreisbeschleunigern wie dem Stretcherring an ELSA unverzichtbar. Durch den Einsatz von Sextupolmagneten verlässt man allerdings den Bereich der linearen Strahloptik. Eine analytische Beschreibung der Bewegung der Teilchen ist beim Auftreten von solchen Nichtlinearitäten

<sup>20</sup>Der Index  $\eta$  zur Kennzeichnung der horizontalen beziehungsweise vertikalen Ebene wird übersichtshalber im Folgenden weggelassen.

nicht mehr möglich, es gibt allerdings unterschiedliche Ansätze, die einer vollständigen Beschreibung relativ nahe kommen, siehe zum Beispiel [6].

Man wählt typischerweise einen leicht positiven Chromatizitätswert, um zu verhindern, dass bei einer leichten Veränderung der Maschinenoptik die Chromatizität negativ wird und um dem Anwachsen der sogenannten Head-Tail-Instabilität<sup>21</sup> entgegenzuwirken (vgl. [64]).

### 3.6 Das Frequenzspektrum der Elektronenbewegung

Wie schon in Kapitel 3.2.4 beschrieben, ist eine Messung der transversalen Arbeitspunkte mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors an einem festen Ort im Kreisbeschleuniger möglich.

In diesem Kapitel wird dargestellt, wie die Synchrotron- und Betatronfrequenzen zur Bestimmung des longitudinalen und der transversalen Arbeitspunkte aus einem aus den Monitorsignalen abgeleiteten Frequenzspektrum ermittelt werden können. Eine ausführliche Beschreibung dieses Verfahrens ist in [7], [34], [57] und [58] zu finden.

Das Strahlspektrum wird aus dem zeitlichen Verlauf des Stromes abgeleitet, der an einer festen Position im Beschleunigerring mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors detektiert wird. Das Strahlspektrum  $J(\omega)$  und die zeitabhängige lineare Ladungsdichte  $j(t)$  sind durch die Fourier-Transformation

$$J(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} j(t)e^{-i\omega t} dt, \quad j(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (3.45)$$

miteinander verknüpft, wobei bei einer realen Messung nur die positiven Frequenzen zugänglich sind.

#### 3.6.1 Das Spektrum eines einzelnen punktförmigen Bunches

Bei den Strahlpositionsmonitoren des Stretcherringes an ELSA handelt es sich um Knopfmonitore (siehe Kap. 5.1), die nur auf den Ladungsschwerpunkt eines Teilchenensembles sensitiv sind. Daher werden im Folgenden die Elektronenbunche vereinfacht als punktförmig angenommen. Die folgenden Betrachtungen gelten für Messungen durch einen Strahlpositionsmonitor an einer festen Stelle im Beschleunigerring. Außerdem wird zunächst von einem einzelnen Bunch ausgegangen, der keine longitudinalen oder transversalen Schwingungen ausführt. Beim einmaligen Passieren des Monitors kann das Signal mit der Dirac'schen  $\delta$ -Funktion beschrieben werden, für die die Fourier-Transformation wie folgt definiert ist:

$$J(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)e^{-i\omega t} dt = 1. \quad (3.46)$$

Wenn sich ein einzelner, punktförmiger Elektronenbunch der Ladung  $e$  mit annähernd Lichtgeschwindigkeit  $c$  in einem Kreisbeschleuniger mit der Umlaufzeit  $T_U$  und der Umlauffrequenz  $\omega_U = 2\pi/T_U$  befindet, den Monitor also mehrmals passiert, so wird  $j(t)$  mit einer Folge von  $\delta$ -Funktionen beschrieben:

$$j(t) = \frac{e}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_U). \quad (3.47)$$

---

<sup>21</sup>Für Teilchen am Anfang und am Ende eines Bunches, in dem die Teilchen Synchrotronoschwingungen ausführen, können aufgrund von  $\xi \neq 0$  Phasenverschiebungen der Betatronoschwingungen auftreten, was zu Strahlverlust führen kann.



Die zugehörige Fourier-Transformation ergibt sich wie folgt<sup>22</sup>:

$$J(\omega) = \frac{e}{c} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega n' T_U} = \frac{1}{T_U} \frac{e}{c} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n' \omega_U) = \frac{e}{L} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n' \omega_U) . \quad (3.48)$$

$L$  ist der Umfang des Beschleunigers, der durch  $L = T_U c$  bestimmt ist. Das zugehörige Spektrum enthält eine unendliche Anzahl von Linien bei der Umlauffrequenz  $\omega_U$  und bei unendlich vielen ganzzahligen Vielfachen dieser, welche Umlaufharmonische genannt werden.

### 3.6.2 Longitudinale Strahlschwingungen

Wie in Kapitel 3.3 bereits beschrieben, führen die Elektronen im Kreisbeschleuniger aufgrund der Phasenfokussierung in den Hochfrequenzresonatoren longitudinale Schwingungen um die Sollphase mit der Synchrotronfrequenz  $\omega_s$  aus. Daher passieren die Elektronen eines Teilchenpaketes zu unterschiedlichen Zeitpunkten den Strahlpositionsmonitor. Wenn die Elektronen in einem Bunch kohärente longitudinale Strahlschwingungen durchführen, kann eine Schwingungsmessung vorgenommen werden (vgl. Kap. 3.7). Diese Messung läuft nicht auf eine Ablagemessung hinaus, vielmehr muss die Intensität des Elektronenstrahls aus dem Summensignal der vier Elektroden des Monitors bestimmt werden. Wie sich der Effekt der longitudinalen Strahlschwingungen auf das Frequenzspektrum auswirkt, wird im Folgenden beschrieben.

Für einen punktförmigen Elektronenbunch im Kreisbeschleuniger, der longitudinale Strahlschwingungen durchführt, muss die Ladungsdichte aus Gleichung (3.47) mit einem zeitabhängigen Zusatzterm  $\tau(t)$  erweitert werden:

$$j(t) = \frac{e}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n T_U - \tau(t)) . \quad (3.49)$$

Der Term  $\tau(t)$  beschreibt dabei die Frequenzmodulation, hervorgerufen durch die Synchrotron-schwingung:

$$\tau(t) = \hat{\tau} \cos(\omega_s t + \psi_0) . \quad (3.50)$$

Hierbei ist  $\hat{\tau}$  die Amplitude der zeitlichen Abweichung bezüglich eines Elektrons mit Sollphase und  $\psi_0$  eine willkürlich angenommene Startphase. Daraus ergibt sich für das Spektrum nach der Fourier-Transformation (vgl. [8]):

$$J(\omega) = \frac{e}{c} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega(n' T_U - \hat{\tau} \cos(\omega_s t + \psi))} \quad (3.51)$$

$$= \frac{e}{L} \sum_{n', n''=-\infty}^{\infty} i^{-n''} \mathfrak{S}_{n''}(\hat{\tau}(n' \omega_U + n'' \omega_s)) \delta(\omega - n' \omega_U - n'' \omega_s) . \quad (3.52)$$

Hierbei wurden folgende Eigenschaften der Besselfunktionen  $\mathfrak{S}_p(x)$  der  $p$ -ten Ordnung ausgenutzt:

$$e^{-ix \cos \alpha} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} i^{-p} \mathfrak{S}_p(x) e^{ip\alpha} . \quad (3.53)$$

<sup>22</sup>Hierfür wurde die Poissonsche Summenregel für Fourierpaare  $[f(t), F(\omega)]$  verwendet:

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} f(ap) = \frac{1}{a} \sum_{p'=-\infty}^{\infty} F\left(\frac{2\pi p'}{a}\right) .$$

Wie aus Gleichung (3.52) zu entnehmen ist, erhalten im Spektrum die Linien bei der Umlauffrequenz und jeder Umlaufharmonischen unendlich viele Seitenbänder, die sogenannten Synchrotronsatelliten. Die Abstände der Satelliten von den Linien der jeweiligen Frequenz sind  $n''\omega_s$ , mit  $n'' = \pm 1, \pm 2, \dots$ ; auf diese Weise kann die Synchrotronschwingungsfrequenz bestimmt werden. Die Amplituden der Synchrotronsatelliten werden durch die Besselfunktionen bestimmt. Sie nehmen mit größer werdender Ordnung deutlich ab, so dass nur wenige Seitenbänder im Frequenzspektrum sichtbar sind. Für kleine Amplituden  $\hat{\tau}$  sind die Seitenbänder der Dipolschwingungen dominant, die durch die Besselfunktionen erster Ordnung bestimmt sind. Für große Amplituden tragen auch die Besselfunktionen höherer Ordnung bei und höherer Multipole treten auf.

### 3.6.3 Transversale Strahlschwingungen

Wie in Kapitel 3.2.4 dargestellt wurde, ist es möglich, den transversalen Arbeitspunkt durch eine Ablagemessung an einer festen Stelle im Kreisbeschleuniger zu bestimmen. In diesem Abschnitt werden zunächst nur die transversalen Strahlschwingungen betrachtet, bevor der Einfluss der longitudinalen Strahlschwingungen auf die Ablagemessung beschrieben wird.

Die Elektronenbunche erzeugen im Monitor Signale zum Zeitpunkt des Passierens. Das vom Monitor gelieferte Signal  $m(t)$  setzt sich dabei zusammen aus der linearen Ladungsdichte  $j(t)$  und der Ablage des Elektronenbunches  $\eta(t)$  in der horizontalen beziehungsweise vertikalen Ebene und es gilt idealerweise:

$$m(t) = j(t) \cdot \eta(t) . \quad (3.54)$$

$j(t)$  und die zugehörige Fouriertransformierte sind durch die Gleichungen (3.47) und (3.48) gegeben. Die Ablage  $\eta(t)$  an der Stelle des Monitors in der jeweiligen Ebene setzt sich zusammen aus der Summe eines konstanten Terms  $\eta_{c.o.}$  der Gleichgewichtsbahn und der Ablage, die durch die transversal kohärente Schwingung des Bunches mit der Betatronfrequenz  $\omega_{\beta_\eta}$  hervorgerufen wird<sup>23</sup>:

$$\eta(t) = \eta_{c.o.} + \eta_\beta(t) = \eta_{c.o.} + Ae^{i\omega_{\beta_\eta}t} . \quad (3.55)$$

Der konstante Term  $\eta_{c.o.}$  kann im Folgenden vernachlässigt werden, da er unabhängig von der Betatronschwingung ist. Somit ergibt sich für das vom Monitor gelieferte Signal

$$m(t) = Ae^{i\omega_{\beta_\eta}t} \cdot \frac{e}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_U) . \quad (3.56)$$

Die Fouriertransformierte  $M(\omega)$  kann wie in Kapitel 3.6.1 beschrieben bestimmt werden. Sie ergibt sich zu:

$$M(\omega) = A \frac{e}{L} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n'\omega_U - \omega_{\beta_\eta}) . \quad (3.57)$$

Somit ist die transversale Betatronschwingung am Ort des Monitors beschrieben. Es handelt sich um eine amplitudenmodulierte Schwingung mit  $\omega_{\beta_\eta}$  als Modulationsfrequenz und  $\omega_U$  als Trägerfrequenz. Im Spektrum erhält man Seitenbänder zu den Linien der Umlauffrequenz und jeder Harmonischen der Umlauffrequenz bei  $(n'\omega_U - \omega_{\beta_\eta})$  und  $(n'\omega_U + \omega_{\beta_\eta})$ .

Zwei wichtige Einschränkungen bei der Messung müssen noch beachtet werden. Wie in Kapitel 3.2 und 3.4 bereits erwähnt, führen die Elektronen mehrere Betatronschwingungen pro Umlauf im Kreisbeschleuniger durch, die transversalen Arbeitspunkte sind folglich größer als Eins. Da ein Strahlpositionsmonitor nur an einer Stelle im Beschleuniger die Ablage misst, kann

<sup>23</sup>Die Amplitude der Betatronschwingung wird der Übersicht halber hier einfach mit  $A$  bezeichnet.

nicht ermittelt werden, wie viele vollständige Schwingungen die Elektronen während des Umlaufs durchgeführt haben. Der Monitor misst daher nur den Phasenvorschub der Betatronschwingung von einem Umlauf zum nächsten. Wenn man die transversalen Arbeitspunkte als

$$Q_\eta = Q_{\eta,G} + Q_{\eta,N} \quad (3.58)$$

beschreibt, mit  $Q_{\eta,G}$  als ganzzahligem Anteil und  $Q_{\eta,N}$  als Nachkommaanteil, so kann nur der Nachkommaanteil der transversalen Arbeitspunkte mit der oben beschriebenen Methode rekonstruiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist auch nur eine möglichst genaue Messung des Nachkommaanteils interessant, da der ganzzahlige Anteil durch die Einstellungen der Magnetoptik vorgegeben ist und als bekannt vorausgesetzt werden darf. Aus dem Abstand zwischen einer Harmonischen und einem ihrer Seitenbänder lässt sich also im Prinzip direkt der Nachkommaanteil der transversalen Arbeitspunkte nach  $Q_{\eta,N} = \omega_{\beta\eta}/\omega_U$  bestimmen.

Eine zweite wichtige Einschränkung gibt es jedoch. Um eine genaue Zuordnung machen zu können, zu welcher Harmonischen die Seitenbänder gehören, benötigt man die Information, ob der Nachkommaanteil des Arbeitspunktes größer oder kleiner als 0,5 ist. Wenn der Nachkommaanteil kleiner als 0,5 ist, befinden sich die Komponenten mit  $+Q_{\eta,N}$  im Spektrum rechts von den zugehörigen Harmonischen, die Komponenten mit  $-Q_{\eta,N}$  links davon. Falls der Nachkommaanteil größer als 0,5 ist, gehören die benachbarten Seitenbänder einer Harmonischen allerdings zu den jeweils gegenüberliegenden Harmonischen. Wenn der Nachkommaanteil genau 0,5 betragen würde<sup>24</sup>, würden sich die beiden Seitenbänder bei der gleichen Frequenz im Spektrum befinden, wären folglich nicht mehr zu trennen. Der Nachkommaanteil des Arbeitspunktes kann also nur korrekt ermittelt werden, wenn bekannt ist, ob  $Q_{\eta,N}$  größer oder kleiner als 0,5 ist.

Um dies zu bestimmen, kann man beispielsweise für die horizontale Ebene die Fokussierstärke eines horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten ein wenig erhöhen, so dass der horizontale Arbeitspunkt größer wird. Wenn sich dann auch der gemessene Nachkommaanteil  $Q_{x,N}$  erhöht, ist er kleiner als 0,5, anderenfalls ist er größer als 0,5. Für die Messungen im Rahmen dieser Arbeit kann die Lage von  $Q_{\eta,N}$  relativ zu 0,5 durch die bekannten Einstellungen der Magnetoptik als bekannt vorausgesetzt werden.

Abschließend kann festgehalten werden, dass sich nur der Nachkommaanteil des transversalen Arbeitspunktes wie folgt aus dem Frequenzspektrum ermitteln lässt

$$Q_{\eta,N} = \frac{\omega'_{\beta\eta}}{\omega_U} \quad \text{für} \quad Q_{\eta,N} < 0,5, \quad (3.59)$$

$$Q_{\eta,N} = 1 - \frac{\omega'_{\beta\eta}}{\omega_U} \quad \text{für} \quad Q_{\eta,N} > 0,5, \quad (3.60)$$

wobei  $\omega'_{\beta\eta}$  im Strahlspektrum aus dem Abstand des Seitenbandes zur nächsten Harmonischen bestimmt wird und deshalb im zweiten Fall nicht der Betatronschwingungsfrequenz entspricht.

Wenn das punktförmige Elektronenpaket zusätzlich zu den transversalen auch longitudinale Schwingungen ausführt, so verursachen diese Schwingungen eine Modulation der relativen Energieabweichung, was bei nicht verschwindender Dispersion  $D_\eta \neq 0$  eine Änderung der transversalen Ablage bedeutet (vgl. Kap. 3.2.3) und dass der Betatronarbeitspunkt aufgrund der Chromatizität  $\xi_\eta \neq 0$  energieabhängig wird (vgl. Kap. 3.5). Das hat Einfluss auf die Ablagemessung. Auf eine Summenmessung zur Detektion longitudinaler Strahlschwingungen hingegen nehmen die transversalen Ablagen in erster Näherung keinen Einfluss.

<sup>24</sup>Ein Nachkommaanteil von 0,5 sollte allerdings aufgrund der optischen Resonanzen, wie in Kapitel 3.4 beschrieben, vermieden werden.

Eine longitudinale Schwingung nach Gleichung (3.50) entspricht einer Energieschwingung, die mit Hilfe des Momentum-Compaction-Faktors  $\alpha_C$  wie folgt beschrieben werden kann:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\dot{\tau}(t)}{\alpha_C} = -\frac{\omega_s \hat{\tau}}{\alpha_C} \sin(\omega_s t) . \quad (3.61)$$

$m(t)$  aus Gleichung (3.56) muss also noch erweitert werden:

$$m(t) = (-D_\eta \frac{\omega_s \hat{\tau}}{\alpha_C} \sin(\omega_s t) + A e^{i\varphi_{\beta_\eta}(t)}) \cdot \frac{e}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_U - \hat{\tau} \cos(\omega_s nT_U)) . \quad (3.62)$$

Da eine Energieabhängigkeit des Betatronarbeitspunktes vorliegt, wird hier die Betatronphase  $\varphi_{\beta_\eta}(t)$  mit Hilfe der sogenannten chromatischen Frequenz  $\omega_{\xi_\eta} = \omega_U \xi_\eta / \alpha_C$  ausgedrückt:

$$\varphi_{\beta_\eta}(t) = \varphi_{\beta_\eta}(0) + \omega_{\beta_\eta} t + \omega_{\xi_\eta} \hat{\tau} \cos(\omega_s t) , \quad (3.63)$$

$$\dot{\varphi}_{\beta_\eta}(t) = \omega_{\beta_\eta} + \Delta\omega_{\beta_\eta}(t) = \omega_{\beta_\eta} + \omega_U \xi_\eta \frac{\Delta E}{E} = \omega_{\beta_\eta} + \omega_U \xi_\eta \frac{\dot{\tau}(t)}{\alpha_C} . \quad (3.64)$$

Der erste Term aus Gleichung (3.62), der in dispersionsfreien Abschnitten eines Beschleunigers verschwindet, führt im Frequenzspektrum wieder zu Synchrotronseitenbändern der Linien der Umlauffrequenz und Umlaufharmonischen. Wenn sich der Strahlpositionsmonitor an einer Stelle im Beschleunigerring befindet, an dem keine Dispersionsfreiheit herrscht, dann befinden sich die Elektronen an dieser Stelle nicht mehr auf der Sollbahn, sondern auf einer dispersiven Bahn. Die mit der Synchrotronfrequenz  $\omega_s$  periodische Energieänderung wird in eine Änderung der Ablage umgesetzt, was sich im Spektrum mit einer Amplitudenerhöhung der Synchrotronsatelliten äußert.

Neue Komponenten im Frequenzspektrum liefert der zweite Term aus Gleichung (3.62). Die Fouriertransformierte  $M_2(\omega)$  dieses Terms ist die folgende:

$$M_2(\omega) = A \frac{e}{L} \sum_{n', n''=-\infty}^{\infty} i^{-n''} \mathfrak{S}_{n''}(\hat{\tau}(n'\omega_U + \omega_{\beta_\eta} + n''\omega_s - \omega_{\xi_\eta})) \delta(\omega - n'\omega_U - \omega_{\beta_\eta} - n''\omega_s) . \quad (3.65)$$

Hiermit ist gezeigt, dass nicht nur die Linien der Umlauffrequenz und Umlaufharmonischen Synchrotronsatelliten im Frequenzspektrum aufweisen, sondern auch die Betatronseitenbänder. Die Synchrotronsatelliten der Betatronseitenbänder haben allerdings eine andere Amplitudenstruktur. Die Lage der Betatronseitenbänder ändert sich durch diese Chromatizitätseffekte nicht.

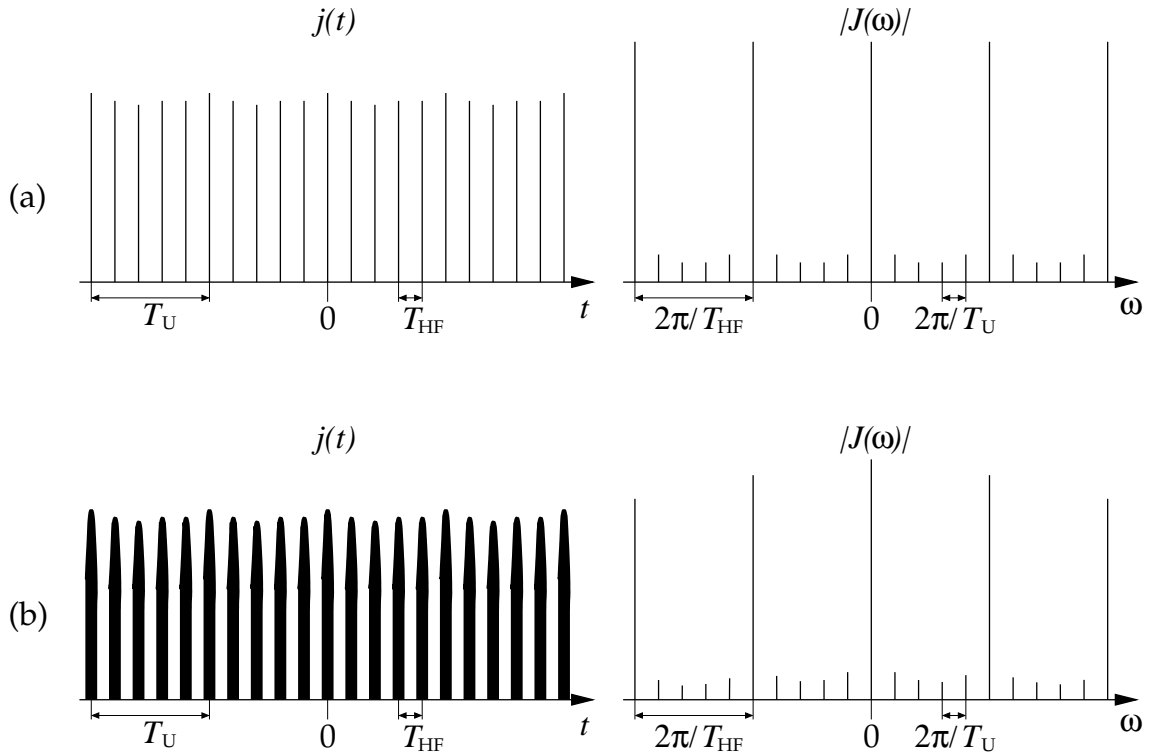
### 3.6.4 Anmerkungen zum realen Frequenzspektrum

Bisher wurde von einem einzelnen, punktförmigen Elektronenbunch ausgegangen. Die folgenden Anmerkungen sollten noch gemacht werden, um das reale Frequenzspektrum besser interpretieren zu können.

Geht man zu einer vollständigen Füllung des Beschleunigers mit als punktförmig angenommenen Elektronenbunchen und einer Harmonischenzahl von  $h = \omega_{\text{HF}}/\omega_U$  über, so ergibt sich für  $j(t)$  und  $J(\omega)$  anstelle der Gleichungen (3.47) und (3.48):

$$j(t) = \frac{e}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_{\text{HF}}) \Rightarrow J(\omega) = h \frac{e}{L} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n'\omega_{\text{HF}}) . \quad (3.66)$$

Das Spektrum enthält Linien bei der Hochfrequenz und ihrer ganzzahligen Vielfachen, die Hochfrequenzharmonischen (siehe Abb. 3.7 (a)). Im realen Spektrum sind jedoch trotzdem Li-



**Abbildung 3.7:** Zeitliches Signal und das daraus resultierende Frequenzspektrum für (a) als punktförmig angenommene Elektronenbunche und (b) ausgedehnte Elektronenbunche im Kreisbeschleuniger. Das Frequenzspektrum besteht aus diskreten Linien im Abstand  $\omega_U = 2\pi/T_U$  und wiederholt sich im Frequenzabstand von  $\omega_{HF} = 2\pi/T_{HF}$ . In Abb. (b) definiert die Ausdehnung der Elektronenbunche die Einhüllende des Spektrums.

nien der Umlauffrequenz und ihre Harmonischen zu finden, die sich um die Linien der Hochfrequenz und Hochfrequenzharmonischen gruppieren, da niemals eine gleichmäßige Füllung des Beschleunigers erreicht werden kann. Die Umlaufharmonischen stellen sich als Seitenbänder der Hochfrequenzharmonischen dar. Das Frequenzspektrum besteht folglich aus diskreten Linien im Abstand  $\omega_U = 2\pi/T_U$ , die sich im Frequenzabstand von  $\omega_{HF} = 2\pi/T_{HF}$  wiederholen.

Wenn die Elektronen jedes Bunches kohärente transversale und longitudinale Schwingungen durchführen, besteht das vollständige Spektrum folglich aus Linien der Umlauffrequenz und Umlaufharmonischen mit jeweils Betatronseitenbändern und Synchrotronsatelliten um die jeweilige Linie der Hochfrequenz und Hochfrequenzharmonischen.

Bei Betrachtung eines realen, ausgedehnten Elektronenbunches muss der Effekt der Überlagerung der elektromagnetischen Felder der einzelnen Elektronen berücksichtigt werden. Der Strahlpositionsmonitor misst ein elektromagnetisches Feld, das durch die räumliche Ausdehnung des Elektronenbunches gegeben ist. Diese Effekte haben Auswirkungen auf das Frequenzspektrum. Die gaußförmige Verteilung der Ladungsdichte kann nicht mehr mit einer  $\delta$ -Funktion beschrieben werden. Die Ladungsdichte und das Frequenzspektrum aus Gleichung (3.66) müssen wie folgt modifiziert werden:

$$j(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{e}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(t-nT_{HF})^2}{2\sigma^2}} \Rightarrow J(\omega) = h e^{-\frac{\omega^2 \sigma^2}{2}} \frac{e}{L} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n'\omega_{HF}). \quad (3.67)$$



- Synchrotronsatelliten als Seitenbänder um die Linien der Umlauffrequenz deren Vielfachen im Abstand  $n'\omega_s$  mit  $n' = \pm 1, \pm 2, \dots$
- Betatronseitenbänder, die aus der horizontalen und vertikalen Betatronschwingung resultieren, als symmetrische Seitenbänder um die Linien der Umlauffrequenz und Umlaufharmonischen. Der Abstand des Seitenbandes auf beiden Seiten ist gegeben durch die Betatronfrequenzen, wodurch sich die transversalen Arbeitspunkte  $Q_x$  und  $Q_z$  bestimmen lassen.
- Synchrotronsatelliten als Seitenbänder um die Betatronseitenbänder wieder im Abstand  $n'\omega_s$  mit  $n' = \pm 1, \pm 2, \dots$

Um die verschiedenen Arbeitspunkte an ELSA zu bestimmen, muss ein Frequenzspektrum aufgenommen und die auftretenden Spektrallinien müssen identifiziert werden. Dabei reicht zur Bestimmung des longitudinalen und der transversalen Arbeitspunkte die Ermittlung des Frequenzspektrums bis zur halben Umlauffrequenz des Stretchringes aus (vgl. Abb. 3.8), da in diesem Bereich alle relevanten Spektrallinien enthalten sind. Hierfür ist eine Abtastung des Signals mit mindestens der Umlauffrequenz nötig, was aus dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem (vgl. Kap. 5) folgt. Wie in Kapitel 3.6.1 beschrieben, stellen sich die Umlaufharmonischen als Seitenbänder der Linie der Hochfrequenz von etwa 500 MHz und deren Harmonischen dar. Um den gewünschten Bereich des Frequenzspektrums zu erhalten, wird mit der Elektronik zur Verarbeitung der Monitorsignale das so entstandene Signal demoduliert und vom 500 MHz-Hochfrequenzträger getrennt (vgl. Kap. 5). Man erhält ein Frequenzspektrum im Bereich von 0 Hz bis zur halben Umlauffrequenz.

Die Bestimmung des Nachkommaanteils der transversalen Arbeitspunkte kann immer aus dem Abstand zwischen der Linie der Umlauffrequenz beziehungsweise einer Umlaufharmonischen und dem zugehörigen Betatronseitenband ermittelt werden, wobei bekannt sein muss, ob  $Q_{\eta,N} > 0,5$  oder  $Q_{\eta,N} < 0,5$  gilt (vgl. Kap. 3.6.3). Aus der aus dem Abstand bestimmten Frequenz  $\omega'_{\beta_n}$  lässt sich nach Gleichung (3.59) beziehungsweise (3.60) der jeweilige Nachkommaanteil des transversalen Arbeitspunktes bestimmen. Die ganzzahligen Anteile der transversalen Arbeitspunkte sind nicht rekonstruierbar.

Die Synchrotronfrequenz und somit nach Gleichung (3.33) auch der Synchrotronarbeitspunkt lassen sich unter anderem aus dem Abstand der Satelliten von der Spektrallinie der Umlauffrequenz beziehungsweise einer Umlaufharmonischen bestimmen. Da die Periodendauer der Synchrotronerschwingung im Vergleich zur Betatronschwingung sehr lang ist, erhält man direkt die Synchrotronfrequenz, ohne die oben beschriebenen Einschränkungen machen zu müssen.

### 3.7 Anregung kohärenter Synchrotron- und Betatronschwingungen

Da der Arbeitspunkt als Anzahl der Schwingungen pro Umlauf definiert ist, läuft seine Messung, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, auf eine Messung der Schwingungsfrequenz der transversalen beziehungsweise longitudinalen Teilchenschwingungen hinaus. In einem Elektronenbunch stehen diese Schwingungen aber ohne Anregung in keiner festen Phasenbeziehung zueinander, so dass der Ladungsschwerpunkt eines Elektronenbunches auf der Sollbahn bleibt. Die Überlagerung der Schwingungen der einzelnen Elektronen führt zwar dazu, dass alle Elektronen inkohärente Betatronschwingungen beziehungsweise Synchrotronerschwingungen durchführen, die einzelnen Schwingungsphasen sind relativ zueinander aber statistisch gleichmäßig verteilt. Eine Anregung von kohärenten Betatron- beziehungsweise Synchrotronerschwingungen ist erforderlich, um eine Messung der Schwingung durchführen zu können. Diese angeregten Schwingungen

des Ladungsschwerpunktes <sup>25</sup> können dann mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors detektiert werden.

Dabei ist folgendes zu beachten: Bei hohen Strahlströmen treten Raumladeeffekte auf, die eine inkohärente und kohärente Arbeitspunktverschiebung verursachen (vgl. [41]). Während für Elektronenkreisbeschleuniger Arbeitspunktverschiebungen von direkter Selbstwechselwirkung durch Raumladung vernachlässigbar sind<sup>26</sup>, müssen die durch die Raumladung entstehenden Sekundäreffekte berücksichtigt werden. Diese Sekundäreffekte werden durch die elektrische Wechselwirkung der geladenen Teilchen mit den Strahlrohrwänden, die eine endliche elektrische Leitfähigkeit besitzen und Querschnittsänderungen aufweisen, und durch die magnetische Wechselwirkung der Teilchen mit den ferromagnetischen Polschuhen der Magnete ausgelöst. Die von den Teilchen ausgehenden elektrischen und magnetischen Felder erzeugen Oberflächenladungen und Oberflächenströme, welche Quellen für sekundäre elektrische und magnetische Felder sind, die auf den Teilchenstrahl zurückwirken. Für inkohärent schwingende Strahlteilchen führen diese Effekte zu einer sogenannten inkohärenten Arbeitspunktverschiebung, die linear mit dem Strahlstrom zunimmt und zu höheren Energien mit  $\frac{1}{\gamma}$  abnimmt. Beispielweise beträgt für ELSA die inkohärente Arbeitspunktverschiebung für einen Strahlstrom von 10 mA nur etwa  $1,5 \cdot 10^{-4}$ . Für kohärent schwingende Strahlteilchen jedoch werden die durch Sekundäreffekte der Raumladung entstehenden Felder moduliert und wirken in Abhängigkeit von der Phasenbeziehung auf den Teilchenstrahl zurück. Dies führt zu sogenannten kohärenten Arbeitspunktverschiebungen, die sich von der inkohärenten Arbeitspunktverschiebung unterscheiden und proportional zum Strahlstrom und zu  $\frac{1}{\gamma}$  skalieren.

Zur Bestimmung der Arbeitspunkte muss eine Anregung kohärenter Strahlschwingungen erfolgen. An ELSA treten kohärente Betatronschwingungen direkt nach der Injektion in den Stretcherring auf, da die Injektionskicker magnete den Elektronenstrahl zu kohärenten Schwingungen anregen. Wegen dämpfender Effekte ist es aber nur kurz nach der Injektion möglich, eine Frequenzanalyse durchzuführen und den Arbeitspunkt zu bestimmen. In der restlichen Zeit des ELSA-Zyklus ist ohne Anregung keine Bestimmung möglich.

Eine weitere Ursache für das Auftreten kohärenter Schwingungen an ELSA sind die sogenannten kohärenten Instabilitäten, die durch Rückkopplungsvorgänge durch das vom Elektronenbuch selbst erzeugte elektromagnetische Feld verursacht werden. Diese Schwingungen verringern die Qualität des Elektronenstrahls und können zu Strahlverlust führen, so dass der maximale Strahlstrom begrenzt ist [53] [68].

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die Arbeitspunkte zu jedem beliebigen Zeitpunkt, insbesondere während der schnellen Energierampe, bestimmen zu können. Um das zu erreichen, muss eine geeignete Möglichkeit gefunden werden, kohärente Betatron- beziehungsweise Synchrotron-schwingungen zu jedem Zeitpunkt des ELSA-Zyklus anzuregen. Dafür kommen zwei Methoden zur Anregung kohärenter Strahlschwingungen in Frage, die im Folgenden vorgestellt und deren Vor- und Nachteile erläutert werden:

- **Resonante Anregung**

Für die Anregung von kohärenten Betatronschwingungen wird bei dieser Methode mit einem Ablenk magneten ein periodisches Magnetfeld  $B(t) = B_0 \sin(\omega_{\text{gen}} t)$  an einer fes-

---

<sup>25</sup>Im Folgenden wird mit den Variablen für die Ablagen  $\eta$  die Bewegung des Ladungsschwerpunktes und nicht mehr die eines einzelnen Elektrons bezeichnet.

<sup>26</sup>Die Coulombwechselwirkung wirkt defokussierend auf den Teilchenstrahl, wodurch die mittlere Fokussierstärke verringert wird und die Arbeitspunkte  $Q_x$  und  $Q_z$  eine Verschiebung erfahren. Diese defokussierenden Effekte der Raumladung, die auch von der Strahlausdehnung beziehungsweise Emittanz abhängen, nehmen linear mit dem Strahlstrom zu und zu höheren Energien mit  $\frac{1}{\beta^2 \gamma^3}$  ab (vgl. [25]) und können deshalb für Elektronenbeschleuniger vernachlässigt werden.



ten Stelle im Beschleunigerring erzeugt, das alle Elektronenbunche bei jedem Umlauf an einer festen Position im Ring zu kohärenten, erzwungenen Schwingungen anregt. Diese Art der Anregung wird mit einem Stripline-Kickermagneten durchgeführt, der durch einen von einem Frequenzgenerator angesteuerten Leistungsverstärker mit Strom versorgt wird (vgl. Kap. 8.3.1). Wegen der geringen Dämpfung und der deshalb hohen Güte des Schwingungssystems wächst die Amplitude im Resonanzfall  $\omega_{\text{gen}} = \omega_{\beta_\eta}$  stark an. Mittels eines Durchfahrens der Resonanzkurve und einer zeitlichen Analyse der mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors aufgenommenen Amplitude der Schwingungen lässt sich die Betatronfrequenz  $\omega_{\beta_\eta}$  ermitteln und somit der Betatronarbeitspunkt bestimmen.

Die resonante Anregung von kohärenten Synchrotron- und Betatronschwingungen kann durch die Modulation der Phase des zur Beschleunigung verwendeten elektrischen Wechselfeldes in den Hohlraumresonatoren durch die Ansteuerung des entsprechenden Phasenstellers wiederum mit einem Frequenzgenerator geschehen. Entspricht die Modulationsfrequenz  $\omega_{\text{gen}}$  der Frequenz der Synchrotron- oder Betatronschwingung  $\omega_s$ , so wird die mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors detektierte Amplitude der Synchrotron- oder Betatronschwingung maximal und  $\omega_s$  kann bestimmt werden.

Ein Vorteil der resonanten Anregung besteht darin, dass die Dämpfung der kohärenten Schwingungen (siehe Kap. 3.8) vergleichsweise gering ist, da der Elektronenstrahl bei jedem Umlauf an einer festen Stelle im Ring angeregt wird. Hinzu kommt, dass wegen der verhältnismäßig kleinen Schwingungsamplituden weniger Strahlstörungen verursacht werden und ein Betrieb ohne Strahlverlust gewährleistet ist. Allerdings kann diese Methode eine Messung des Arbeitspunktes in Abständen im Millisekundenbereich nicht gewährleisten, da für jede Messung ein Durchfahren der Resonanzkurve erforderlich ist (vgl. Kap. 8.3).

- **Gepulste Anregung**

Mit Hilfe eines schnell gepulsten Kickermagneten kann in der entsprechenden transversalen Ebene durch einen einmaligen Strompuls im Magneten ein Elektronenstrahl aus der Sollbahn ausgelenkt und zu kohärenten Schwingungen angeregt werden, was einer Auslenkung eines schwingfähigen Systems entspricht. Da eine Anregung mit einem idealen  $\delta$ -Puls, in dem alle Frequenzanteile enthalten sind, in der Realität nicht möglich ist, hält man die Pulsdauer hinreichend kurz, das heißt in der Größenordnung der Umlaufzeit von etwa 548 ns in ELSA. Durch diese Methode kann eine Anregung kohärenter Betatronschwingungen erfolgen, die mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors detektiert werden können. Eine Frequenzanalyse dieser Daten liefert im Spektrum einen ausgeprägten Peak an der Stelle der Betatronschwingungsfrequenz und eine Bestimmung des Arbeitspunktes kann erfolgen.

Um kohärente Synchrotron- und Betatronschwingungen anzuregen, kann auch eine gepulste Anregung erfolgen, wobei hier ein Phasensprung der beschleunigenden Hochfrequenz erzeugt wird. Durch eine Anregung wird die Frequenz der am Strahlpositionsmonitor ankommenden Elektronenbunche moduliert, wodurch eine Schwingungsmessung möglich gemacht wird. Bei dieser Methode der Anregung müssen Anregung und Detektion der Strahl- oder Synchrotron- und Betatronschwingungen zeitlich genau abgestimmt werden, da aufgrund dämpfender Effekte nur eine kurze Zeit nach der Anregung eine Aufnahme der Schwingungen möglich ist. Der erhebliche Vorteil im Vergleich zur resonanten Anregung besteht darin, dass die gesuchte Synchrotron- beziehungsweise Betatronfrequenz unmittelbar nach der Anregung direkt aus dem Frequenzspektrum ermittelt werden kann, wodurch Arbeitspunktmessungen in kurzen zeitlichen Abständen im Millisekundenbereich möglich sind.

Die beschriebenen Vor- und Nachteile sprechen für die Methode der gepulsten Anregung mit Hilfe zweier Kickermagnete für die beiden transversalen Ebenen und mit Hilfe eines Phasensprungs

der Hochfrequenz in der longitudinalen Schwingungsebene, gefolgt von einer Frequenzanalyse der digitalisierten, durch einen Strahlpositionsmonitor aufgenommenen Signale. Um den horizontalen, vertikalen und longitudinalen Arbeitspunktverlauf während der Energierampe wiedergeben zu können, sind Messungen in Abständen im Millisekundenbereich erforderlich, die mit Hilfe der gepulsten Anregung realisiert werden können. Die gepulste Anregung erfolgt bei ELSA in der horizontalen Ebene mit Hilfe eines Injektionskickers (siehe Kap. 8) und in der vertikalen Ebene mit einem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Kickermagneten (siehe Kap. 9). Auch die gepulste Anregung in der longitudinalen Ebene mit Hilfe eines Phasensprungs der ELSA-Hochfrequenz wurde erfolgreich durchgeführt (siehe Kap. 7).

Die resonante Anregung mit Hilfe eines Stripline-Kickers in den transversalen Ebenen und einer Phasenmodulation der Hochfrequenz in der longitudinalen Ebene kann eine Messung in Abständen im Millisekundenbereich während der Energierampe nicht gewährleisten. Diese Methode wird in Kapitel 8.3 am Beispiel der Messung des horizontalen Arbeitspunktes vorgestellt.

### 3.8 Dämpfende Effekte

In jedem Elektronenbeschleuniger gibt es prinzipiell zwei natürliche Arten der Dämpfung von kohärenten Schwingungen. Beide Mechanismen werden im Folgenden erläutert.

#### 3.8.1 Longitudinale und transversale Schwingungsdämpfung durch spontane Emission von Photonen (Synchrotronstrahlungsdämpfung)

Elektronen strahlen bei Ablenkung in den Dipolmagneten Photonen ab, wodurch nicht unerhebliche Energieverluste während eines Umlaufs im Beschleunigerring auftreten. Dabei spielt die Dämpfung der Synchrotron- und Betatronschwingungen eine wichtige Rolle, was im Folgenden dargestellt wird. Eine ausführliche Beschreibung des Themas ist beispielsweise in [41], [54], [64] und [65] zu finden.

Der Energieverlust  $W_0$  pro Umlauf eines Sollteilchens im Elektronenbeschleuniger, der durch Abstrahlung von Synchrotronlicht verursacht wird, berechnet sich wie folgt (vgl. Kap. 3.3):

$$W_0/\text{keV} \approx 88,5 \frac{E^4/\text{GeV}}{R/\text{m}} . \quad (3.68)$$

Der Dämpfungsterm  $a_s$  in der longitudinalen Ebene ist durch die Abstrahlung von Synchrotronlicht gegeben. Nach der allgemeinen Bewegungsgleichung

$$\Delta \ddot{E} + 2a_s \Delta \dot{E} + \omega_s^2 \Delta E = 0 , \quad (3.69)$$

welche in Kapitel 3.3 schon behandelt wurde, führt der Energieverlust durch Synchrotronstrahlung für ein Sollteilchen zu folgendem Dämpfungsterm  $a_s$  der Synchrotronschwingung in der longitudinalen Schwingungsebene:

$$a_s = \frac{W_0}{2T_U E} (2 + C) = \frac{W_0}{2T_U E} J_s \quad (3.70)$$

$$\text{mit } C = \frac{\oint \left[ \frac{D(s)}{R(s)} (2k(s) + \frac{1}{R^2(s)}) \right] ds}{\oint \frac{1}{R^2(s)} ds} .$$

Die Dämpfung der longitudinalen Strahlschwingungen ist also durch die Magnetstruktur mit dem Bahnradius der Elektronen in den Dipolmagneten  $R$ , der Quadrupolstärke  $k$  und der

Dispersionsfunktion  $D$  bei einer bestimmten Strahlenergie  $E$  gegeben. In Separated-Function-Beschleunigern wie ELSA mit getrennten Dipol- und Quadrupolmagneten ist das Produkt  $k \cdot \frac{1}{R}$  idealerweise gleich Null, so dass für  $C$  gilt:

$$C = \frac{\alpha_C L}{2\pi R} . \quad (3.71)$$

Der Dämpfungsterm  $a_s$  ist positiv, was nach Gleichung (3.69) eine dämpfende Wirkung auf die longitudinale Strahlschwingung hat.

Zusätzlich zu der oben beschriebenen Dämpfung muss noch erwähnt werden, dass durch den stochastischen Quantencharakter der Abstrahlung von Synchrotronlicht Schwingungen angeregt werden. Da die Elektronen jedoch nicht bei jedem Umlauf gleich viel Energie verlieren, ist die Folge eine Streuung der Teilchenenergien. Zusammen mit der Dämpfung durch Synchrotronlichtabstrahlung stellt sich ein Gleichgewicht ein.

Die spontane Emission von Synchrotronlicht führt auch zu einer Dämpfung der Betatronschwingungen in den transversalen Ebenen, wie im Folgenden erläutert wird. Synchrotronlicht wird hauptsächlich in Bewegungsrichtung der Elektronen abgestrahlt. Ein Elektron mit einer nicht verschwindenden Betatronschwingungsamplitude befindet sich allerdings während der Abstrahlung eines Photons auf einer Bahn mit einem kleinen Winkel zur Gleichgewichtsbahn. In diesem Fall verliert es nicht nur longitudinalen Impuls beziehungsweise Energie, sondern auch die transversale Impulskomponente wird kleiner. Der Verlust des longitudinalen Impulses wird in den Hohlraumresonatoren wieder ausgeglichen (vgl. Kap. 3.3), während die Verringerung der transversalen Komponente zur Schwingungsdämpfung beiträgt. Für die transversalen Schwingungsebenen ergeben sich die folgenden Dämpfungsterme:

$$a_x = \frac{W_0}{2T_U E} (1 - C) = \frac{W_0}{2T_U E} J_x \quad a_z = \frac{W_0}{2T_U E} = \frac{W_0}{2T_U E} J_z . \quad (3.72)$$

Auch in den transversalen Ebenen muss die Anregung der Betatronschwingungen durch den stochastischen Quantencharakter der Abstrahlung beachtet werden. Eine Emission von Photonen in Teilen des Orbits mit Dispersion bewirkt eine Veränderung der Betatronschwingungsamplitude. Da die Dispersion in der vertikalen Ebene vernachlässigbar klein ist, ist dieser Effekt nur für die horizontale Ebene relevant. Erklären lässt sich dieser Effekt am einfachsten für ein Teilchen, welches sich exakt auf der Sollbahn befindet. Wenn dieses Teilchen an einer Stelle nichtverschwindender Dispersion ein Photon abstrahlt, hat es daraufhin eine geringere Energie und befindet sich nicht mehr auf der Gleichgewichtsbahn, die ein Teilchen ohne Energieabweichung hätte. Wegen seines Abstandes zur vorherigen Gleichgewichtsbahn wird es Betatronschwingungen um diese ausführen. Diese Schwingungen werden auch dann noch vorhanden sein, wenn das Teilchen an nachfolgenden, dispersionsfreien Stellen ankommt. Im Gleichgewicht kompensieren sich Anregung und Dämpfung und es bildet sich eine gaußförmige Verteilung, welche die Emittanz bestimmt.

Die Teilchenschwingungen werden folglich in allen drei Schwingungsebenen gedämpft. Die Abnahme der Betatron- und Synchrotron-schwingungsamplituden geschieht exponentiell mit der Zeit nach

$$A_i(t) = A_{i,0} e^{-t/\tau_i} \quad \text{mit} \quad i = x, z, s . \quad (3.73)$$

Die Dämpfungszeiten sind dabei durch

$$\tau_i = \frac{1}{a_i} \quad (3.74)$$

gegeben. Die Amplitude der Schwingung wird also innerhalb der Dämpfungszeit auf  $\frac{1}{e}$  ihrer Anfangsamplitude verringert.

Vergleicht man die Dämpfungskonstanten aus den Gleichungen (3.70) und (3.72), so erhält man das sogenannte Robinsontheorem:

$$J_s + J_x + J_z = 4 \quad \text{mit} \quad J_s = 2 + C, \quad J_x = 1 - C, \quad J_z = 1. \quad (3.75)$$

In einem Separated-Function-Beschleuniger wie ELSA gilt im allgemeinen  $\alpha_C \ll 1$  und somit auch  $C \approx 0$ . Man erhält die sogenannte „natürliche Dämpfungsverteilung“ mit

$$J_x \approx 1, \quad J_z \approx 1 \quad \text{und} \quad J_s \approx 2. \quad (3.76)$$

Auf die Bestimmung der Dämpfungszeiten für den ELSA-Stretcherring wird in Kapitel 5 eingegangen.

### 3.8.2 Landau-Dämpfung

Durch den Prozess der Landau-Dämpfung<sup>27</sup> geht die Kohärenz angeregter kohärenter Schwingungen verloren. Das passiert, wenn die Elektronen in einem Bunch geringfügig voneinander abweichende Schwingungsfrequenzen besitzen, was in einem realen Beschleuniger bei nicht auf Null korrigierter Chromatizität nicht zu vermeiden ist (vgl. Kap. 3.5). Dadurch laufen die Phasen der Einzelschwingungen auseinander. Die Elektronen führen zwar weiterhin Schwingungen aus, die Schwingungsphasen verschieben sich aber immer mehr gegeneinander.

In den transversalen Ebenen wird der Kohärenzverlust durch nichtlineare Effekte, also durch nichtverschwindende Feldkomponenten höherer Ordnung hervorgerufen, die dafür verantwortlich sind, dass sich die transversalen Arbeitspunkte der Elektronen eines Bunches leicht unterscheiden. Diese Auswirkungen sind ein Maß für das Vorhandensein von nichtlinearen Effekten in einem Beschleuniger. Je schneller ein Verschwinden der Kohärenz zu beobachten ist, umso höher sind die vorhandenen Multipolkomponenten. Die leicht unterschiedlichen Frequenzen der Synchrotron-schwingungen der einzelnen Teilchen in der longitudinalen Ebene sind durch die etwas von der Sollphase abweichenden Phasen der einzelnen Elektronen, siehe Gleichung (3.33), gegeben.

Wie schon erwähnt, koppelt der zur Detektion der Schwingungen verwendete Strahlpositionsmontor elektromagnetisch an den Strahl an und ist deshalb nur auf die Position des Ladungsschwerpunktes des Elektronenbunches empfindlich. Der Ladungsschwerpunkt bewegt sich durch den Prozess der Landau-Dämpfung zu immer kleineren Abweichungen von der Gleichgewichtslage. Im gemessenen Zeitsignal äußert sich dies mit einem Abklingen der Amplitude der angeregten Schwingung. Es handelt sich hierbei im Gegensatz zur Synchrotronstrahlungsdämpfung nicht um einen Dämpfungsvorgang im eigentlichen Sinne, wo einem schwingenden System Energie entzogen wird, sondern dieser Prozess bewirkt vielmehr, dass das Signal „gedämpft“ erscheint. Der Ladungsschwerpunkt bewegt sich folglich durch diesen Effekt hin zur Gleichgewichtslage, die Ausdehnung des Elektronenbunches nimmt dadurch allerdings zu, was durch die oben beschriebene Synchrotronstrahlungsdämpfung behoben wird.

In Kapitel 5 wird hierauf weiter eingegangen und gezeigt, dass im Stretcherring an ELSA der

<sup>27</sup>Diese Bezeichnung geht darauf zurück, dass L. Landau in der Plasmaphysik ein Ensemble von Teilchen untersuchte, deren Schwingungsfrequenzen sich nur leicht unterschieden (vgl. [38]). Theoretische Untersuchungen im Bereich der Beschleunigerphysik wurden erstmals durch H. G. Hereward unternommen (vgl. [21]).

Effekt der Synchrotronstrahlungsdämpfung klein gegenüber dem Effekt der Landau-Dämpfung ist. Typische Kohärenzdauern liegen im Bereich von einigen hundert Mikrosekunden. Dies hat Auswirkungen auf die Wahl der Messzeit nach einer Anregung und damit auch auf die Frequenzauflösung des zu analysierenden Spektrums.

### 3.9 Grundprinzip der Arbeitspunktmessung

Zusammenfassend kann aus den vorangegangenen Abschnitten dieses Kapitels das folgende Grundprinzip der Arbeitspunktmessung abgeleitet werden:

- Zunächst müssen die Elektronen eines Bunches im Stretcherring zu kohärenten Betatronbeziehungweise Synchrotronschwingungen angeregt werden. Die in dieser Arbeit vorgezogene Methode ist die gepulste Anregung.
- Mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors muss diese angeregte Schwingung zum richtigen Zeitpunkt detektiert werden, um eine Verarbeitung und eine Analyse der Signale vornehmen zu können.
- Eine Auswertung des Frequenzspektrums liefert die gewünschte Betatronbeziehungweise Synchrotronschwingungsfrequenz, woraus der entsprechende Arbeitspunkt bestimmt werden kann.

Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Aufnahme der Schwingungen mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors, der Verarbeitung und Digitalisierung der Signale sowie der Fourier-Transformation zur Darstellung des Frequenzspektrums und zur Bestimmung der Betatronschwingungsfrequenz. Kapitel 7 und 8 beschreiben die Messungen des longitudinalen beziehungsweise horizontalen Arbeitspunktes an ELSA, bevor in Kapitel 9 und 10 auf die Anregung kohärenter vertikaler Betatronschwingungen mit einem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Kickermagneten und auf die Messung des vertikalen Arbeitspunktes eingegangen wird.



## 4 Spindynamik polarisierter Elektronen in Kreisbeschleunigern

An ELSA werden für Experimente unter anderem zirkularpolarisierte Photonen benötigt. Dafür ist ein Strahl spinpolarisierter Elektronen erforderlich, die von einer Quelle für polarisierte Elektronen emittiert werden (vgl. [15] [23] [27] [59]). Bei der Beschleunigung spinpolarisierter Elektronen treten bei bestimmten Strahlenergien depolarisierende Resonanzen auf, die die Polarisation teilweise oder ganz vernichten können. Die depolarisierenden Resonanzen sowie Maßnahmen zur Polarisationserhaltung werden im Folgenden näher beschrieben. Besonderen Wert wird dabei auf die intrinsischen Resonanzen gelegt. Diese werden durch periodisch auf die Elektronen wirkende horizontale Magnetfelder hervorgerufen, die durch die vertikalen Betatronschwingungen zu Stande kommen. Eine Bestimmung und eventuell eine Korrektur der vertikalen Arbeitspunktverschiebung während der Energierampe ist erforderlich, um das Arbeitspunktsprungsystem zur Erhöhung der Kreuzungsgeschwindigkeit intrinsischer Resonanzen zum richtigen Zeitpunkt einsetzen zu können.

### 4.1 Spinbewegung in elektromagnetischen Feldern

Durch die Wechselwirkung zwischen dem aus dem Elektronenspin resultierenden magnetischen Moment  $\vec{\mu}$  und einem externen Magnetfeld  $\vec{B}$  kommt es zur sogenannten Thomaspräzession des Spinvektors  $\vec{S}$  im Ruhesystem eines nichtrelativistischen Elektrons (vgl. z.B. [60]):

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B} = (1 + a) \frac{e}{m} \vec{S} \times \vec{B} . \quad (4.1)$$

Hierbei ist  $a$  die gyromagnetische Anomalie<sup>28</sup> des Elektrons. Um die Verhältnisse in einem Beschleuniger zu beschreiben, ist Gleichung (4.1) nicht anwendbar, da eine Transformation der Magnetfelder in das Schwerpunktsystem der Elektronen des Strahls erforderlich ist. Die resultierende Gleichung für den allgemeinen Fall eines elektromagnetischen Feldes ist die Thomas-BMT-Gleichung (vgl. [5]):

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega}_{\text{BMT}} \times \vec{S} \quad (4.2)$$

$$\text{mit} \quad \vec{\Omega}_{\text{BMT}} = -\frac{e}{m_0\gamma} \left( (1 + \gamma a) \vec{B}_{\perp} + (1 + a) \vec{B}_{\parallel} - \left( a + \frac{1}{1 + \gamma} \right) \gamma \vec{\beta} \times \frac{\vec{E}}{c} \right) .$$

Hierbei sind  $\gamma$  und  $\beta$  die relativistischen Lorentzfaktoren,  $m_0$  die Elektronenruhemasse,  $\vec{B}_{\perp}$  und  $\vec{B}_{\parallel}$  die transversale und longitudinale Komponente des Magnetfeldes bezüglich der Bewegungsrichtung der Elektronen und  $\vec{E}$  das elektrische Feld. Bei Elektronenbeschleunigern wie ELSA ist der Einfluss von  $\vec{E}$  und  $\vec{B}_{\parallel}$  vernachlässigbar<sup>29</sup>. Gleichung (4.2) vereinfacht sich dann zu

$$\vec{\Omega}_{\text{BMT}} \approx -\frac{e}{m_0\gamma} (1 + \gamma a) \vec{B}_{\perp} \quad (4.3)$$

und beschreibt die Präzession des Spinvektors um eine vertikal ausgerichtete Präzessionsachse, die durch die Ausrichtung der Dipolmagnetfelder als Hauptführungsmagnetfelder gegeben ist. Da während des Beschleunigungsvorgangs die Magnetfelder proportional zum Teilchenimpuls erhöht werden, steigt die Spinpräzessionsfrequenz mit der Energie an. Die Anzahl der Drehungen

<sup>28</sup>Die gyromagnetische Anomalie beträgt mit dem Landéschen  $g$ -Faktor für ein Elektron  $a = \frac{g-2}{2} = 1,159652193 \cdot 10^{-3}$ .

<sup>29</sup>Die Wirkung von  $\vec{B}_{\parallel}$  auf den Spin ist umgekehrt proportional zur Energie der Elektronen und ist bei hohen Energien wegen kleiner  $\vec{B}_{\parallel}$ -Felder in ELSA vernachlässigbar gegenüber  $\vec{B}_{\perp}$ .  $\vec{E}$  ist aufgrund unbedeutender transversaler elektrischer Felder vernachlässigbar.

des Spinvektors der Elektronen während eines Umlaufs ist  $1 + \gamma a$ . Dementsprechend wird der Spinarbeitspunkt

$$Q_{sp} = \gamma a \quad (4.4)$$

als charakteristische Größe eingeführt, der die Anzahl der Spinpräzessionen pro Umlauf im mitbewegten Koordinatensystem der Elektronen beschreibt.

## 4.2 Depolarisierende Resonanzen

Im Beschleuniger können horizontale Magnetfelder depolarisierend auf den Elektronenstrahl wirken. Für bestimmte Energien können diese Felder im resonanten Fall zu einem teilweisen oder sogar vollständigen Verlust der Polarisation führen. Diese auf die Elektronen einwirkenden horizontalen Magnetfelder treten beispielsweise auf bei Fehlstellungen der Magnete oder wenn die Elektronen die Quadrupolmagnete mit einem vertikalen Versatz passieren. Dies führt zu einer Aufweitung des Präzessionskegels des Spins. Depolarisierende Resonanzen treten dann auf, wenn die Spinpräzessionsfrequenz einer Harmonischen aus dem Frequenzspektrum der depolarisierend anregenden Felder entspricht. Wenn folgende Bedingung für den Spinarbeitspunkt erfüllt ist, wirken die depolarisierenden Effekte resonant:

$$Q_{sp} = lQ_s + mQ_x + nQ_z + i + kP \quad \text{mit } i, k, l, m, n \in \mathbb{Z} . \quad (4.5)$$

Im Stretcherring ist die Superperiodizität  $P = 2$ .  $Q_x$  und  $Q_z$  sind die Betatronarbeitspunkte und  $Q_s$  der Synchrotronarbeitspunkt (vgl. Kap. 3).

Während der Energieerhöhung müssen depolarisierende Resonanzen gekreuzt werden, wobei die Größe der Depolarisation durch die Resonanzkreuzungsgeschwindigkeit und die Resonanzstärke bestimmt ist. An ELSA wird ein Polarisationsverlust von weniger als 1% für jede zu kreuzende depolarisierende Resonanz angestrebt.

Man unterscheidet zwischen verschiedenen Arten von depolarisierenden Resonanzen, von denen die für die Beschleunigung von Elektronen an ELSA am relevantesten im Folgenden kurz erläutert werden. Die stärksten depolarisierenden Resonanzen sind die zuerst genannten Imperfektionsresonanzen und die intrinsischen Resonanzen, gefolgt von den durch Synchrotronsatelliten hervorgerufenen Resonanzen.

- **Imperfektionsresonanzen**

Ganzzahlige Resonanzen, auch Imperfektionsresonanzen genannt, treten auf, wenn der Elektronenspin mit der Umlauffrequenz oder einer ihrer Vielfachen präzidiert. Sie treten aufgrund von Aufstellungs- und Feldfehlern der Magnete auf. Die Resonanzbedingung lautet:

$$Q_{sp} = \gamma a = j \quad \text{mit } j \in \mathbb{N} . \quad (4.6)$$

Imperfektionsresonanzen treten folglich auf, wenn der Spinarbeitspunkt einer ganzen Zahl entspricht. Die Energien, bei denen depolarisierende Imperfektionsresonanzen auftreten, liegen bei einem Vielfachen von 440,65 MeV. Die Resonanzstärken dieser Art von depolarisierenden Resonanzen können einerseits durch Verkleinerung der Stellfehler der Dipol-, Quadrupol- und Sextupolmagnete des Beschleunigerrings und andererseits durch Korrektur der übrigen Feldfehler durch Korrekturmagnete verringert werden (vgl. [3] [4] [12] [33]). Eine weitere Möglichkeit zur Verringerung der Stärken der Imperfektionsresonanzen bieten die sogenannten harmonischen Korrekturen (vgl. [27] [59]).



- **Intrinsische Resonanzen**

Intrinsische Resonanzen hängen mit den Betatronschwingungen in der vertikalen Ebene zusammen. Die Resonanzbedingung lautet:

$$Q_{sp} = \gamma a = kP \pm Q_z \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z} . \quad (4.7)$$

Die Lage dieser depolarisierenden Resonanzen wird durch die Strahlenergie und den vertikalen Arbeitspunkt bestimmt. Die Resonanzstärke hängt von der Strahlbreite und somit nach Gleichung (3.12) auch von der vertikalen Emittanz des Elektronenstrahls ab, die durch die in realen Beschleunigern nicht verschwindende Kopplung der horizontalen und vertikalen Bewegung der Elektronen bestimmt ist.

Für einen ELSA-typischen vertikalen Betatronarbeitspunkt von  $Q_z = 4,431$  sind die für den Stretcherring relevanten Energien – also zwischen 1,2 GeV und 3,5 GeV –, bei denen intrinsische Resonanzen auftreten, in Tabelle 4.1 wiedergegeben.

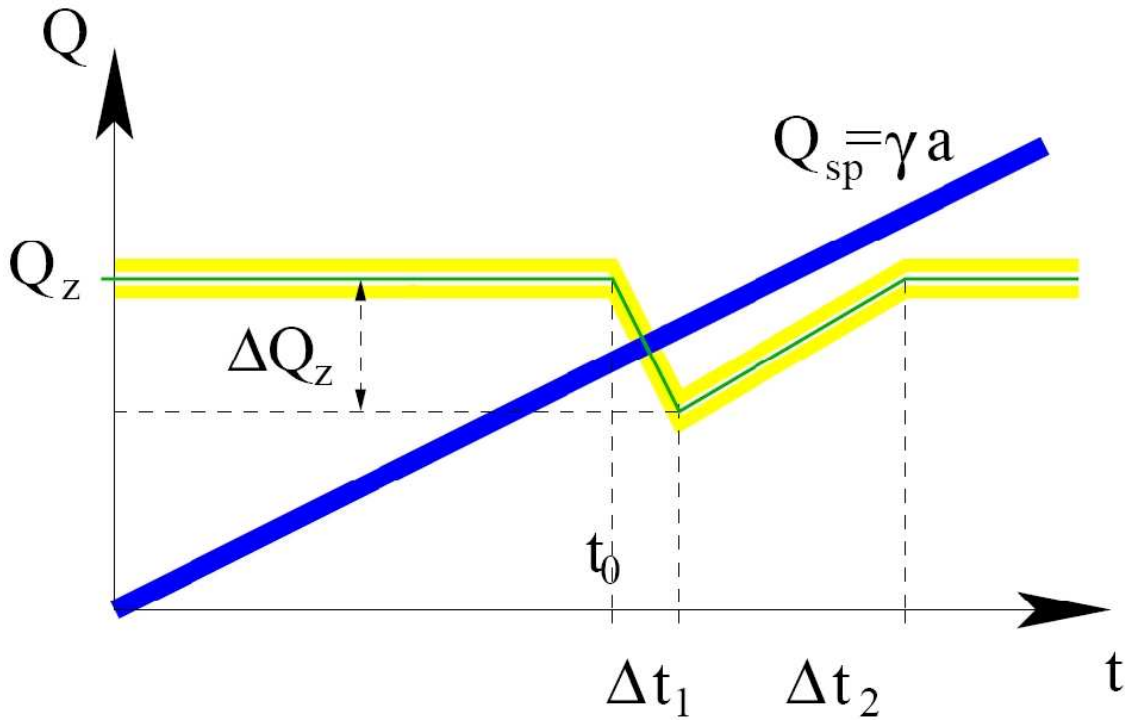
| $kP$ | Energie / GeV ( $+Q_z$ ) | Energie / GeV ( $-Q_z$ ) | Bezeichnung der Resonanz |
|------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0    | 1,953                    |                          | $0 + Q_z$                |
| 2    | 2,834                    |                          | $2 + Q_z$                |
| 8    |                          | 1,573                    | $8 - Q_z$                |
| 10   |                          | 2,454                    | $10 - Q_z$               |
| 12   |                          | 3,335                    | $12 - Q_z$               |

**Tabelle 4.1:** Intrinsische Resonanzen im Stretcherring an ELSA.

Um Polarisationsverlust durch intrinsische Resonanzen von weniger als 1% zu erreichen, werden im Stretcherring zur Erhöhung der Kreuzungsgeschwindigkeit sogenannte Sprungquadrupolmagnete eingesetzt, die den vertikalen Arbeitspunkt während der Energierampe bei den entsprechenden Energien durch kurzfristige Änderung der Magneto-optik sprunghaft ändern können (vgl. [26] [27]). Dies ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Die intrinsische Resonanz wird während des Arbeitspunktsprungs gekreuzt, wodurch die Resonanzkreuzungsgeschwindigkeit erhöht wird. Nach Beendigung des Sprungs wird der vertikale Arbeitspunkt wieder auf den ursprüngliche Wert zurückgefahren.

Aus mehreren Gründen ist eine Bestimmung der Arbeitspunkte aus Sicht der Polarisationserhaltung erforderlich. Um den Arbeitspunktsprung durchführen zu können, muss sichergestellt sein, dass sich der vertikale und horizontale Arbeitspunkt hinreichend weit entfernt von optischen Resonanzen befinden, um diese während des Sprungs nicht zu kreuzen (vgl. Kap. 3.4). Dafür ist eine schnelle Messung in Abständen im Millisekundenbereich der beiden transversalen Arbeitspunkte während der Energierampe erforderlich, was im Rahmen dieser Arbeit realisiert wurde (vgl. Kap. 8 und 10).

Des Weiteren führen die während des Beschleunigungsvorgangs auftretenden dynamischen Effekte, die beispielsweise Wirbelströme auf der elektrisch leitenden Vakuumkammerwand des Strahlrohres anregen können, zu Verschiebungen der Arbeitspunkte. Dadurch verändern sich die Strahlenergien, bei denen intrinsische Resonanzen auftreten. Um den Arbeitspunktsprung zum richtigen Zeitpunkt durchführen zu können, muss die Energie, bei der intrinsische Resonanzen auftreten, beziehungsweise der vertikale Arbeitspunkt, bekannt sein. Eine Messung des vertikalen Arbeitspunktes während der Energieerhöhung ist erforderlich. Vor Inbetriebnahme des in dieser Arbeit vorgestellten Arbeitspunktmesssystems wurde von einem durch die Magneto-optik vorgegebenen Arbeitspunkt ausgegangen und dann empirisch optimiert (vgl. [27]).



**Abbildung 4.1:** Erhöhung der Resonanzkreuzungsgeschwindigkeit intrinsischer Resonanzen durch sprunghafte Veränderung des vertikalen Arbeitspunktes durch den Einsatz von Sprungquadrupolmagneten (Quelle: [26]).

- **Einfluss der Synchrotronschwingungen auf depolarisierende Resonanzen**

Da es sich bei longitudinalen Synchrotronschwingungen um Energieoszillationen handelt (vgl. Kap. 3.3), verursachen diese eine Modulation des Spinarbeitspunktes  $Q_{sp}$ , der nach Gleichung (4.4) von der Energie abhängt. Die Resonanzbedingung lautet:

$$Q_{sp} = \gamma a = Q_R + nQ_s \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z} . \quad (4.8)$$

Hierbei ist  $Q_R$  der resonante Spinarbeitspunkt irgendeiner anderen depolarisierenden Resonanz.

Die Stärke der Resonanz hängt von derjenigen depolarisierenden Resonanz ab, zu der sie als Synchrotronsatelliten auftreten, sowie vom Synchrotronarbeitspunkt, der Energie der Elektronen und der Energiebreite des Elektronenstrahls [27]. Durch die beschriebenen Korrekturen zur Verringerung der Resonanzstärken der Imperfektionsresonanzen können die Satelliten dieser Art von depolarisierender Resonanz vernachlässigbar klein gehalten werden. Allerdings können Satelliten der intrinsischen Resonanzen Depolarisation verursachen, wenn sie vom Arbeitspunktsprungsystem nicht mit übersprungen werden. Um dies zu vermeiden, müssen sich die Synchrotronsatelliten hinreichend nah an den intrinsischen Resonanzen befinden, der Synchrotronarbeitspunkt muss folglich während der schnellen Energierampe im Stretcherring möglichst klein sein. Mit der Messung und Verschiebung des longitudinalen Arbeitspunktes beschäftigt sich Kapitel 7.

## 5 Detektion longitudinaler und transversaler Strahlschwingungen

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Detektion der Strahlschwingungen, die mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors aufgenommen werden. Wie in Kapitel 3 beschrieben, benötigt man zur Detektion von kohärent angeregten Betatronschwingungen Messungen der horizontalen beziehungsweise vertikalen Ablage. Die Detektion von kohärent angeregten Synchrotronschwingungen wird durch eine Messung der Strahlintensität realisiert.

Im Folgenden werden zunächst die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Strahlpositionsmonitore beschrieben, bevor der Aufbau zur Bildung und Verarbeitung der Differenz- und Summensignale, die zur Detektion der amplituden- beziehungsweise frequenzmodulierten Schwingungen benötigt werden, und die Darstellung des Frequenzspektrums vorgestellt werden.

### 5.1 Strahlpositionsmonitor

Die im Stretcherring an ELSA verwendeten Strahlpositionsmonitore, die üblicherweise auch BPMs<sup>30</sup> oder kurz Monitore genannt werden, gehören wegen der Elektrodenform zum Typ der Knopfmonitore und sind vom gleichen Typ wie die für das bestehende und vorangegangene Strahldiagnosesystem verwendeten Monitore (vgl. [33], [32] und [55]). In das Gehäuse des Strahlpositionsmonitors sind vier Knopfelektroden eingebracht, welche symmetrisch zum Monitormittelpunkt und isoliert von der Vakuumkammerwand eingebaut sind (siehe Abb. 5.1).

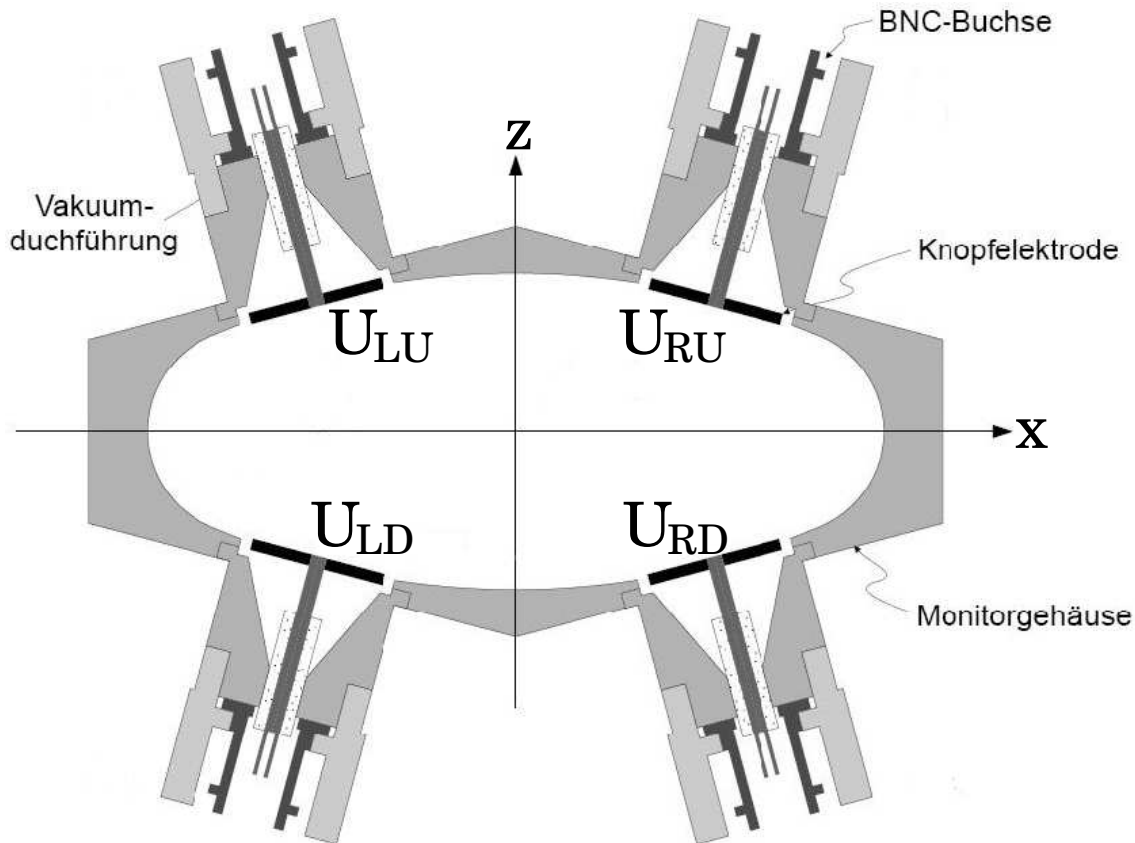
Das elektrische Feld eines sich bewegenden Elektrons im Beschleuniger induziert eine Ladungsverteilung auf der Innenseite der Vakuumkammerwand, der Bereich außerhalb der Kammer ist feldfrei. Es ist nahezu rein transversal ausgerichtet und die Feldverteilung entspricht der einer transversal-elektromagnetischen Welle (sog. TEM-Welle) in einer Koaxialleitung. Zusätzlich zum transversal ausgerichteten elektrischen Feld existiert ein dazu senkrecht stehendes Magnetfeld. Elektronenbunche können im Monitor Signale in den vier Knopfelektroden im Zeitpunkt des Passierens erzeugen. Jede Veränderung der Strahllage bewirkt dabei eine Amplitudenänderung der gemessenen Signale. Die Verarbeitung der Signale, welche in Kapitel 5.2.1 näher beschrieben wird, erlaubt eine Detektion der kohärenten Betatron- beziehungsweise Synchrotronschwingungen.

Da die Weiterverarbeitung der Monitorsignale im ELSA-Hochfrequenzraum erfolgt, wurden die Positionen der Monitore so gewählt, dass die Kabellängen möglichst kurz gehalten werden. Außerdem musste darauf geachtet werden, dass für die Detektion von horizontalen beziehungsweise vertikalen Betatronschwingungen die Ablagen, welche durch die Betatronschwingungen hervorgerufen werden, an der Position des jeweiligen Monitors möglichst groß sind (vgl. Kap. 3.2). Folglich müssen die entsprechenden Monitore an Positionen mit großer Betafunktion  $\beta_x$  beziehungsweise  $\beta_z$  platziert werden, also nah an einem horizontal fokussierenden beziehungsweise defokussierenden Quadrupolmagneten. Die Betafunktionen entlang des Stretcherrings sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

Bei der Wahl der Position des Monitors im Beschleunigerring für die Messungen in der horizontalen Ebene wurde zusätzlich darauf geachtet, dass an dieser Stelle die Dispersionsfunktion  $D_x(s)$  vernachlässigbar klein wird. Damit wird erreicht, dass eventuell störende Synchrotronsatelliten stark unterdrückt werden. Der Verlauf der Dispersionsfunktion  $D_x(s)$  ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Für die vertikale Dispersion gilt im Stretcherring  $D_z \approx 0$ , da keine vertikal ablenkenden Magnete vorhanden sind. Allerdings führen zum Beispiel Feldfehler der Dipolmagnete und Justierungsfehler der Quadrupolmagnete zu einer kleinen Dispersion in der vertikalen Ebene, die

---

<sup>30</sup>Beam Position Monitor



**Abbildung 5.1:** Querschnitt durch einen Strahlpositionsmonitor vom Typ des früheren Strahl-  
diagnosesystems im Stretcherring an ELSA (Quelle: [33]). Dieser kapazitive Monitor koppelt an  
das elektromagnetische Feld des Elektronenstrahls an.

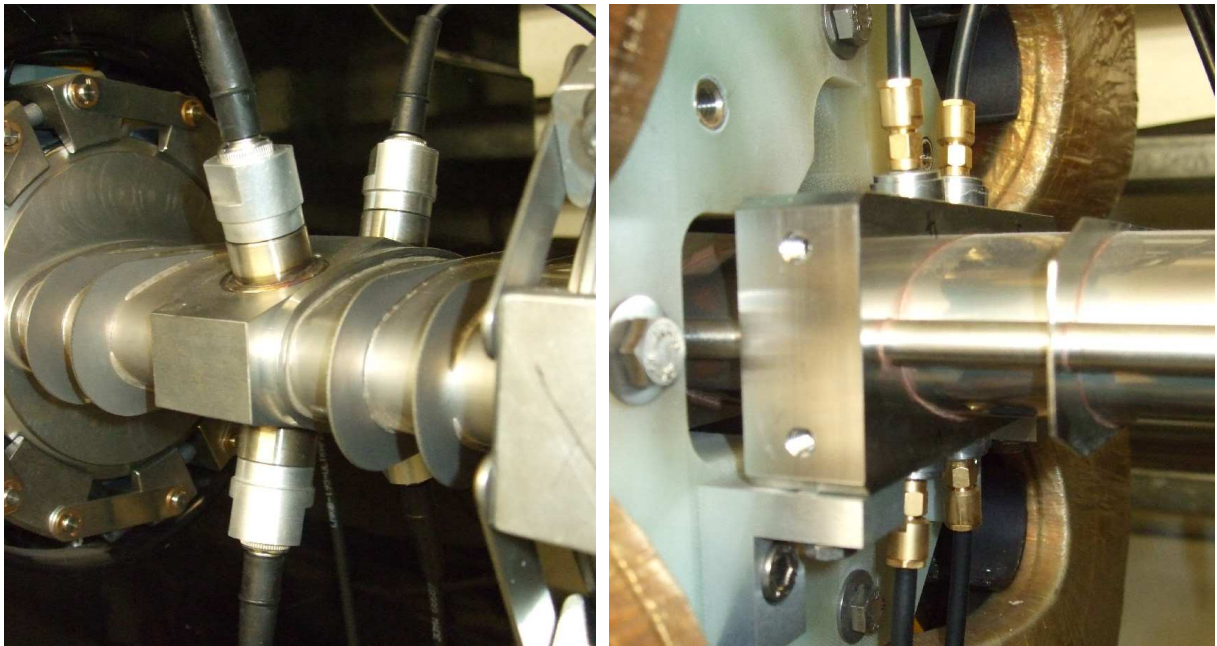
aber vernachlässigbar klein ist und deshalb bei der Wahl der Position des Monitors für vertikale Messungen keine Rolle spielte.

Unter Berücksichtigung der oben genannten Einschränkungen wurden die Positionen der Monitore wie in Abbildung 8.2 gekennzeichnet ausgewählt.

Zur Aufnahme der Synchrotronschwingungen und der horizontalen Betatronschwingungen sind Monitore vom Typ des früheren Strahl-  
diagnosesystems verwendet worden (siehe Abbildungen 5.1 und 5.2 (a)), wodurch keine weiteren Umbaumaßnahmen im Beschleunigerring nötig waren. Diese Monitore enthalten Elektroden, die am DESY<sup>31</sup> entwickelt wurden (vgl. [33]). Ein Vorteil dieses Typs ist die hohe Empfindlichkeit, da der Elektrodenradius mit 9 mm vergleichsweise groß ist. Allerdings musste beim Einbau für diese Art von Monitor genügend Platz im Beschleunigerring vorhanden sein, eine Positionierung unmittelbar neben einen Quadrupolmagneten war nicht möglich. Das wirkt sich bei der Signalaufnahme auf die Größe der Betafunktion an dieser Stelle aus.

Für die Detektion von vertikalen Betatronschwingungen musste ein neuer Strahlpositionsmonitor in den Beschleunigerring integriert und in Betrieb genommen werden. Dieser ist vom Typ des aktuellen ELSA-Strahl-  
diagnosesystems (siehe Abbildung 5.2 (b)), bei dem eine Vakuumkammer mit integriertem Monitor verwendet wird. Die Elektroden haben hierbei einen Radius

<sup>31</sup>Deutsches ElektronenSYnchrotron

(a) Monitortyp zur Messung von  $Q_x$  und  $Q_s$ (b) Monitortyp zur Messung von  $Q_z$ 

**Abbildung 5.2:** Monitortypen des (a) vorangegangenen und (b) aktuellen Strahldiagnosesystems im Stretcherring an ELSA, die zur Aufnahme der Synchrotron- beziehungsweise Betatronschwingungen verwendet werden.

von 5,4 mm und wurden ursprünglich für die ESRF<sup>32</sup> entwickelt. Die Empfindlichkeit der Knopfelektroden ist im Vergleich zu denen am DESY entwickelten um etwa 9 dB geringer.

## 5.2 Verarbeitung der Monitorsignale

Im Folgenden wird die Signalverarbeitung beschrieben, die die Bestimmung von horizontaler beziehungsweise vertikaler Ablage aus dem Differenzsignal und die Bestimmung der Strahlintensität des Elektronenstrahls aus dem Summensignal erlaubt. Bevor die Digitalisierung und die Fourier-Transformation zur Darstellung des Frequenzspektrums durchgeführt werden kann, wird bei der Weiterverarbeitung der Monitorsignale der 500 MHz-Träger demoduliert.

### 5.2.1 Bildung der Summen- und Differenzsignale

An die vier Monitorelektroden wird über gleich lange Koaxialkabel eine Elektronik angeschlossen, die die Signale im ELSA-Tunnel in der Nähe des jeweiligen Monitors vorverarbeitet (vgl. Abb. 5.3).

Um die Phasenschwingungen zur Bestimmung des Synchrotronarbeitspunktes zu detektieren, müssen die Signale der vier Elektroden summiert werden. Damit ist es möglich, die Phasenabweichungen des Schwerpunktes der Elektronenbunche zu bestimmen. Dabei ist in erster Näherung das Summensignal unabhängig von der horizontalen und vertikalen Ablage und somit unabhängig von den Betatronschwingungen des Elektronenstrahls.

Jede Veränderung der Strahlage bewirkt eine Amplitudenänderung der Signale auf den vier Elektroden des Monitors. Bei Bildung des jeweiligen Differenzsignals für die horizontale oder

<sup>32</sup>European Synchrotron Radiation Facility

vertikale Ebene können die transversale Ortsabweichungen bestimmt und somit die Betatronschwingungen detektiert werden.

Aus den Elektrodenspannungen<sup>33</sup>  $U_{RU}$ ,  $U_{LU}$ ,  $U_{RD}$  und  $U_{LD}$  erhält man das zur Strahlintensität proportionale Summensignal und die von Strahlposition und Strahlintensität abhängigen Differenzsignale:

$$\Sigma = U_{RU} + U_{LU} + U_{RD} + U_{LD} , \quad (5.1)$$

$$\Delta_x = U_{RU} - U_{LU} + U_{RD} - U_{LD} , \quad (5.2)$$

$$\Delta_z = U_{RU} + U_{LU} - U_{RD} - U_{LD} . \quad (5.3)$$

Das Summensignal und die Differenzsignale entstehen dabei durch geeignete Zusammenschaltung von 180°-Hybriden und Power Combinern (siehe Abb. 5.3). Letztere machen eine Addition zweier Signale möglich. In den 180°-Hybriden an den beiden Monitoren zur Messung der transversalen Ablagen erhält man aus zwei Eingangssignalen zwei Ausgangssignale. An einem Ausgang wird die Summe der beiden Eingangssignale gebildet, am anderen Ausgang die Differenz, die dadurch gebildet wird, dass die Phase des einen Signalzweigs um 180° gegenüber dem anderen verschoben ist. Da für die Detektion longitudinaler Strahlschwingungen ein separater Monitor zur Verfügung steht, werden die in den 180°-Hybriden gebildeten Summensignale der beiden anderen Monitore für die Anwendungen in dieser Arbeit nicht genutzt.

Die im ELSA-Tunnel zur Weiterverarbeitung gebildeten Summen- und Differenzsignale werden über doppelt abgeschirmte, dämpfungsarme AIRCOM<sup>®</sup>PLUS-Koaxialkabel in den ELSA-Hochfrequenzraum geleitet.

### 5.2.2 Amplituden- und Frequenzdemodulation

Wie in Kapitel 3.6.3 gezeigt wurde, handelt es sich bei der Betatronschwingung um eine amplitudenmodulierte Schwingung eines Modulationsträgers. Da für die Bestimmung des aufmodulierten Signals eine Trägerfrequenz ausreicht, wird von dem zu verarbeitenden Signal nur ein schmaler Frequenzbereich wie im Folgenden beschrieben ausgewählt. Hierbei verwendet man die ELSA-Hochfrequenz von etwa 500 MHz als Trägerfrequenz für die Demodulation des amplitudenmodulierten Signals. Wie in Kapitel 3.6.5 erläutert, sind bei der Darstellung des Frequenzspektrums bis zur halben ELSA-Umlauffrequenz alle zu analysierenden Komponenten enthalten, weshalb nur eine Darstellung dieses schmalen Frequenzbereichs nötig ist. Abbildung 5.3 zeigt den Aufbau zur Signalaufnahme in den Monitoren bis hin zur Darstellung des Frequenzspektrums im Kontrollsystem (vgl. auch [39]).

Nachdem das Summensignal und die beiden Differenzsignale in den ELSA-Hochfrequenzraum geführt worden sind, wird mit einem vom Kontrollsystem aus bedienbaren HF-Umschalter das gewünschte Signal ausgewählt und verstärkt auf einen Mischer gegeben. Dieser Mischer stellt die zentrale Komponente der Verarbeitungselektronik dar, die eine Demodulation des amplitudenmodulierten Signals erlaubt [28] [44]. Das modulierte Signal wird mit einem Referenzsignal gleicher Frequenz wie das der Trägerfrequenz multipliziert, was zu einer phasenempfindlichen Gleichrichtung führt.

Bei der Verarbeitung der Eingangssignale<sup>34</sup>  $U_{LO}$  und  $U_{RF}$  sowie des Ausgangssignal<sup>35</sup>  $U_{IF}$  des Mixers wird ausgenutzt, dass die beiden Eingangssignale die gleiche Frequenz besitzen. Für

---

<sup>33</sup>RU: right up - rechts oben, LU: left up - links oben, RD: right down - rechts unten, LD: left down - links unten; jeweils in Strahlrichtung gesehen

<sup>34</sup>LO: „local oscillator“ - Lokaloszillator, RF: „radio frequency“ - Hochfrequenz

<sup>35</sup>IF: „intermediate frequency“ - Zwischenfrequenz

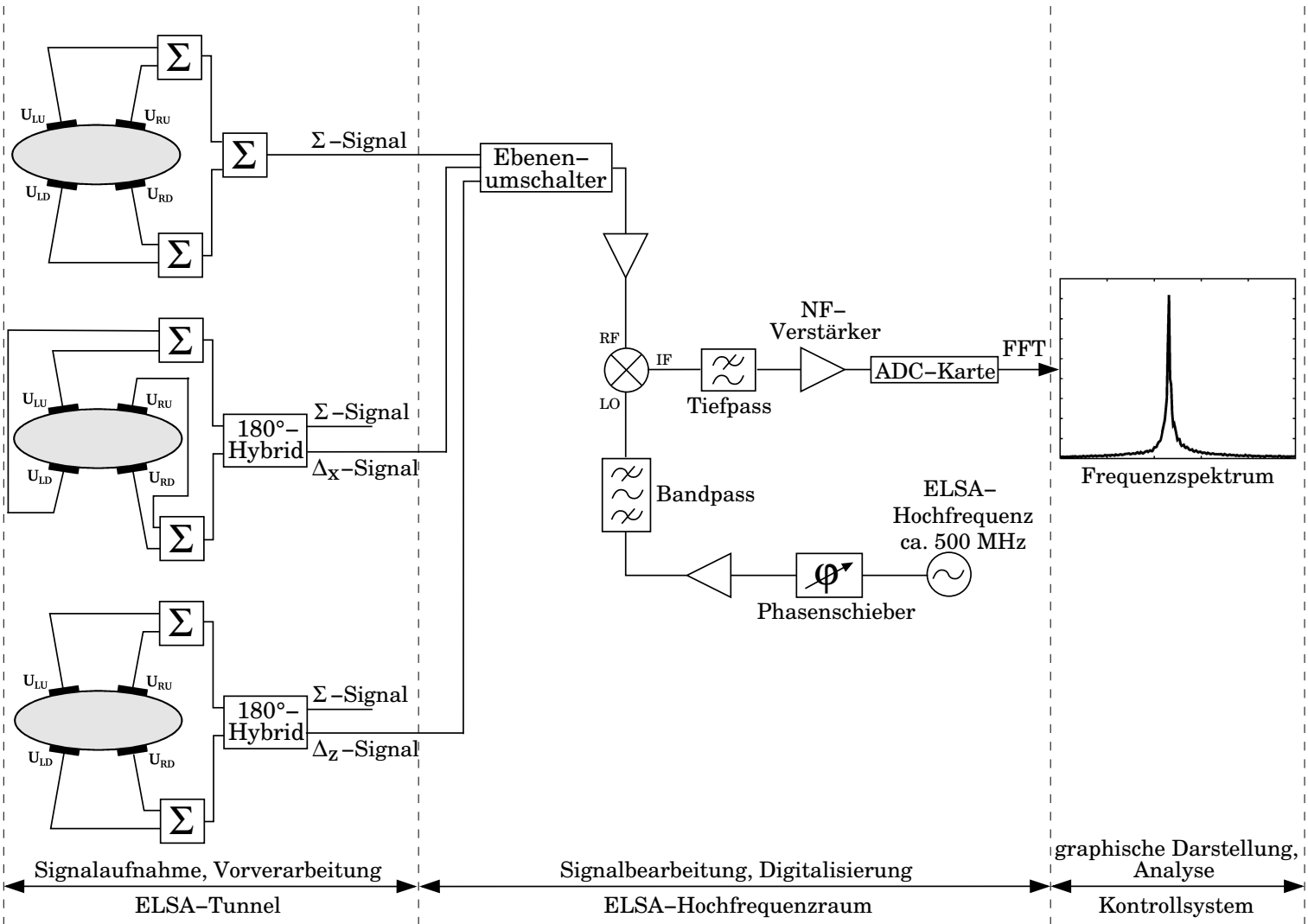


Abbildung 5.3: Schematische Übersicht zur Signalaufnahme, Bildung der Summen- und Differenzsignale und Demodulation bis hin zur Darstellung des Frequenzspektrums.

das amplitudenmodulierte Signal  $A(t)\sin(\omega_{\text{HF}}t)$  und das Referenzsignal  $\sin(\omega_{\text{HF}}t + \varphi)$  erhält man

$$A(t)\sin(\omega_{\text{HF}}t) \cdot \sin(\omega_{\text{HF}}t + \varphi) \propto A(t)(\cos(\varphi) - \cos(2\omega_{\text{HF}}t + \varphi)) . \quad (5.4)$$

Hierbei ist  $\varphi$  die relative Phasenverschiebung zwischen den beiden Eingangssignalfaden. Das Ausgangssignal besteht folglich aus einem Gleichspannungsanteil und einem Wechselspannungsanteil mit der doppelten Frequenz der Eingangssignale. Der unerwünschte Wechselspannungsanteil kann mit Hilfe eines Tiefpassfilters hinter dem Mischer aus dem Frequenzspektrum entfernt werden. Bei konstanter Phase zwischen den Eingangssignalen erhält man am Ausgang die gewünschte Gleichspannung. Um eine maximale Ausgangsspannung zu erhalten, muss die relative Phasenverschiebung zwischen den beiden Eingangssignalfaden auf  $\varphi = 0^\circ$  geregelt werden, damit  $A(t)\cos(\varphi) \approx A(t)$  gilt. Aus diesem Grund ist vor dem Verstärker ein elektrischer Phasenschieber angebracht, um die Phasendifferenz der beiden Eingangssignale auszugleichen. Da für die beiden verschiedenen Differenzsignale der horizontalen und vertikalen Ebene am Eingang des Mixers aufgrund unterschiedlicher Kabellängen auch unterschiedliche Phasendifferenzen auftreten, wird bei der Auswahl des Eingangssignals durch das Kontrollsystem auch die entsprechende, im Vorfeld ermittelte, jeweilige optimale Phase durch den Phasenschieber eingestellt.

Bei den Synchrotronschwingungen handelt es sich nicht um amplituden- sondern um frequenzmodulierte Schwingungen um einen Modulationsträger (vgl. Kap. 3.6.2). Auch hier reicht für die Bestimmung des aufmodulierten Signals die 500 MHz-Trägerfrequenz für eine Demodulation aus, die ebenfalls mit der in Abbildung 5.3 dargestellten Verarbeitungselektronik realisiert wird. Für das frequenzmodulierte Signal  $\sin(\omega_{\text{HF}}t + \tau(t))$  und das Referenzsignal  $\sin(\omega_{\text{HF}}t + \varphi)$  erhält man

$$\sin(\omega_{\text{HF}}t + \tau(t)) \cdot \sin(\omega_{\text{HF}}t + \varphi) \propto \cos(\tau(t) + \varphi) - \cos(2\omega_{\text{HF}}t + \tau(t) + \varphi) . \quad (5.5)$$

Der unerwünschte Wechselspannungsanteil wird auch hier mit Hilfe eines Tiefpassfilters hinter dem Mischer aus dem Frequenzspektrum entfernt. Für kleine  $\tau(t)$  und eine relative Phasenverschiebung von  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  zwischen den beiden Eingangssignalfaden gilt  $\cos(\tau(t) + \varphi) \approx \sin(\tau(t)) \approx \tau(t)$ . Auf diese Weise kann durch Einstellen der Phase  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  mittels des elektrischen Phasenschiebers wiederum die erfolgreiche Demodulation erfolgen.

Neben der Eliminierung des störenden Wechselspannungsanteils (siehe Gleichung (5.4) und (5.5)) dient der Tiefpassfilter, der nach dem Mischer und vor dem Niederfrequenzverstärker angebracht ist (siehe Abbildung 5.3), weiterhin der Unterdrückung des sogenannten Alias-Effektes, welcher in Kapitel 5.3.1 beschrieben wird. Somit steht ein schmaler Frequenzbereich, der die gesuchten Betatronfrequenzen und die Synchrotronfrequenz enthält, zur Weiterverarbeitung zur Verfügung.

Damit der Mischer wie gewünscht funktioniert, wird ein konstanter, ausreichend großer Pegel des Signals am LO-Eingang benötigt. Der hier zur Mischung verwendete sogenannte Ringmischer benötigt einen konstanten Pegel von +7 dBm am LO-Eingang, der mit einem Verstärker, welcher das Signal um 11 dB verstärkt, und einem 500 MHz-Bandpass hinter dem Phasenschieber zur Unterdrückung störender Oberwellen erreicht wird.

Das auf diese Weise aufgearbeitete Signal wird auf eine ADC-Karte mit einer maximalen Sample-rate von 20 MHz gegeben, bevor die im Folgenden beschriebene schnelle Fourier-Transformation durchgeführt wird.



### 5.3 Die diskrete Fourier-Transformation

Um das gewünschte Frequenzspektrum von 0 Hz bis zur halben Umlauffrequenz zu erhalten (vgl. Kap. 3.6.5), wird zunächst das Differenz- beziehungsweise Summensignal des Strahlpositionsmonitors digitalisiert und eine Fourier-Transformation durchgeführt. Hierfür eignet sich die sogenannte schnelle Fourier-Transformation (kurz FFT<sup>36</sup>), ein Algorithmus zur effizienten Berechnung der Werte einer diskreten Fourier-Transformation (kurz DFT<sup>37</sup>). Im Folgenden werden die für diese Arbeit relevanten Eigenschaften einer Fourier-Transformation beschrieben. Für eine ausführliche Behandlung dieses Themas sei auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen, beispielsweise [30].

Um aus einem physikalischen, reellwertigen Signal  $h(t)$  im Zeitbereich eine Darstellung im Frequenzbereich  $H(f)$  zu erhalten, wird allgemein die komplexwertige, kontinuierliche Fourier-Transformation, die sich über einen Frequenzbereich von  $-\infty < f < \infty$  erstreckt, verwendet:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{2\pi ift} dt, \quad h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{-2\pi ift} df. \quad (5.6)$$

Als zweites ist hier auch die Rücktransformation angegeben. Wird beispielsweise bei einem physikalischen Signal  $h(t)$  die Zeit  $t$  in Sekunden gemessen, so erscheint  $f$  in der Transformation als Frequenz in Hertz. In der Praxis erhält man aber keine kontinuierlichen Variablen  $t$  und  $f$ , sondern nur eine diskrete und endliche Menge von Messdaten, wie beispielsweise bei der Arbeitspunktmessung das digitalisierte Monitorsignal. Das Signal  $h(t)$  wird in der Praxis mit der Abtastfrequenz  $f_{\text{sample}}$  abgetastet, die definiert ist als der Kehrwert des Zeitintervalls zwischen den abgetasteten Werten  $\Delta t$ . Aus der Aneinanderreihung der abgetasteten Werte erhält man

$$h_n = h(n\Delta t) \quad \text{mit} \quad n = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \quad \text{und} \quad \Delta t = \frac{1}{f_{\text{sample}}}. \quad (5.7)$$

Mit der Fragestellung, ob durch die diskrete Abtastung kontinuierlicher Signale der Informationsgehalt (beziehungsweise alle Teilfrequenzen) des Ausgangssignals unverändert übernommen werden, beschäftigt sich das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem<sup>38</sup>.

#### 5.3.1 Nyquist-Shannon-Abtasttheorem und Alias-Effekt

Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem besagt, dass nur dann  $h(t)$  aus den diskreten Werten rekonstruiert werden kann, wenn das Signal mit einer Abtastfrequenz  $f_{\text{sample}} > 2f_{\text{max}}$  diskretisiert wird.  $f_{\text{max}}$  ist hierbei die höchste in einem kontinuierlichen Signal  $h(t)$  auftretende Frequenz. Die Frequenz  $f_c = \frac{1}{2}f_{\text{sample}}$  heißt Nyquist-Frequenz.

In der Praxis bedeutet das, dass man vor der Abtastung die maximale Frequenz  $f_{\text{max}}$  kennen und dass dann das Signal mit mehr als der doppelten Frequenz abgetastet werden muss.

Durch das Abtasttheorem kommt es zu einer Beschränkung des Frequenzbereichs durch die Nyquist-Frequenz  $f_c$ . Eventuell enthaltene Signale größer als  $\frac{1}{2}f_{\text{sample}}$  müssen vor der Abtastung aus dem Signal entfernt werden, da es sonst zu sogenannten Alias-Signalen kommt: Die Frequenzanteile, die höher als die Nyquist-Frequenz  $f_c$  sind, werden als niedrigere Frequenzen interpretiert. Dies ist der sogenannte Alias-Effekt. Wird beispielsweise eine 1,6 MHz-Sinusschwingung

<sup>36</sup>Fast Fourier Transform

<sup>37</sup>Discrete Fourier Transform

<sup>38</sup>auch: Sampling-Theorem

mit einer Frequenz von 2 MHz abgetastet, so erhält man ein 0,4 MHz-Alias-Signal, das sich als störender Frequenzanteil auswirkt. Mit einer Abtastfrequenz von  $f_{\text{Sample}} > 3,2$  MHz gäbe es kein störendes Alias-Signal.

Damit es keine Auswirkungen im Frequenzspektrum durch den Alias-Effekt gibt, muss das zu messende Signal bereits vor der Abtastung durch einen analogen, steilflankigen Tiefpassfilter in seiner Bandbreite auf die Nyquist-Frequenz  $f_c$  begrenzt werden (vgl. Abb. 5.3).

### 5.3.2 Die diskrete und schnelle Fourier-Transformation

In der Praxis erhält man eine endliche Reihe von  $N$  diskreten Messpunkten  $h_k(t_k)$ :

$$h_k(t_k) = h(k\Delta t) \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1 . \quad (5.8)$$

Die Diskretisierung bedeutet, dass das Signal mit der Frequenz  $f_{\text{Sample}}$  abgetastet wird und der jeweilige Messwert für das Zeitintervall  $N\Delta t$  gespeichert ist. Durch die Diskretisierung geht das Integral der Transformation in den Frequenzbereich, siehe Gleichung (5.6), über in eine endliche Summe; der Frequenzbereich ist durch die Transformation ebenfalls diskretisiert:

$$H(f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{2\pi i f_n t} dt \approx \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i f_n t_k} \Delta t = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k \frac{n}{N}} \quad (5.9)$$

mit  $f_n = \frac{n}{N} f_{\text{sample}} = \frac{n}{N\Delta t} , \quad 0 \leq n \leq N - 1 .$

Dabei wird jeder Frequenz  $f_n$  ein  $H(f_n)$  zugeordnet. Hierbei ist zu beachten, dass für die Spektralanalyse die  $f_n$  nur im Frequenzbereich von  $f = 0$  Hz bis zur Nyquist-Frequenz  $f_c$  relevant sind (vgl. Kap. 5.3.1). Auf diesen Bereich entfallen nach der Transformation genau die Hälfte der diskreten Frequenzen  $f_n$ ; man hat also  $\frac{N}{2}$  diskrete Werte in diesem relevanten Frequenzbereich. Die Berechnung der  $H(f_n)$  ist allerdings sehr zeitaufwendig, da die Rechenzeit des DFT-Algorithmus proportional zu  $N^2$  zunimmt. Einen Ausweg liefern sogenannte FFT-Algorithmen.

Die im Jahre 1965 von J. W. Cooley und J. W. Tukey entwickelte schnelle Fourier-Transformation verwendet im Gegensatz zur direkten Berechnung mit einer DFT zuvor berechnete Zwischenergebnisse und spart so arithmetische Rechenoperationen ein (vgl. [10]). Die Rechenzeit für einen FFT-Algorithmus ist proportional zu  $N \log_2 N$ . Voraussetzung für seine Anwendung ist, dass die Anzahl der Abtastpunkte eine Zweierpotenz ist. Da die Anzahl dieser Punkte aber im Allgemeinen frei gewählt werden kann, stellt diese Einschränkung kein Problem dar. Für die Durchführung der FFT wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Implementation aus [52] verwendet.

Da es sich bei den gemessenen Daten um reellwertige Zahlen handelt, muss zunächst eine Abbildung auf komplexe Zahlen stattfinden, damit die Fourier-Transformation durchgeführt werden kann. Eine einfache Möglichkeit wäre, den Imaginärteil auf Null zu setzen, was aber ineffizient im Hinblick auf Durchführungszeit und Speicherung ist. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Algorithmus benutzt eine effizientere Möglichkeit, welche die Daten in zwei halb so lange Felder, eines mit Daten gerader und eines mit Daten ungerader Nummerierung, aufspaltet [52]. Die Hälfte der Originaldaten wird also in einem komplexen Feld der halben Länge verarbeitet, was die Durchführungszeit erheblich verringert. Auf diese Weise können die digitalisierten Daten effizient transformiert werden, um möglichst schnell die Anteile der einzelnen Frequenzkomponenten für das gewünschte Frequenzspektrum zu erhalten.

### 5.3.3 Leck-Effekt

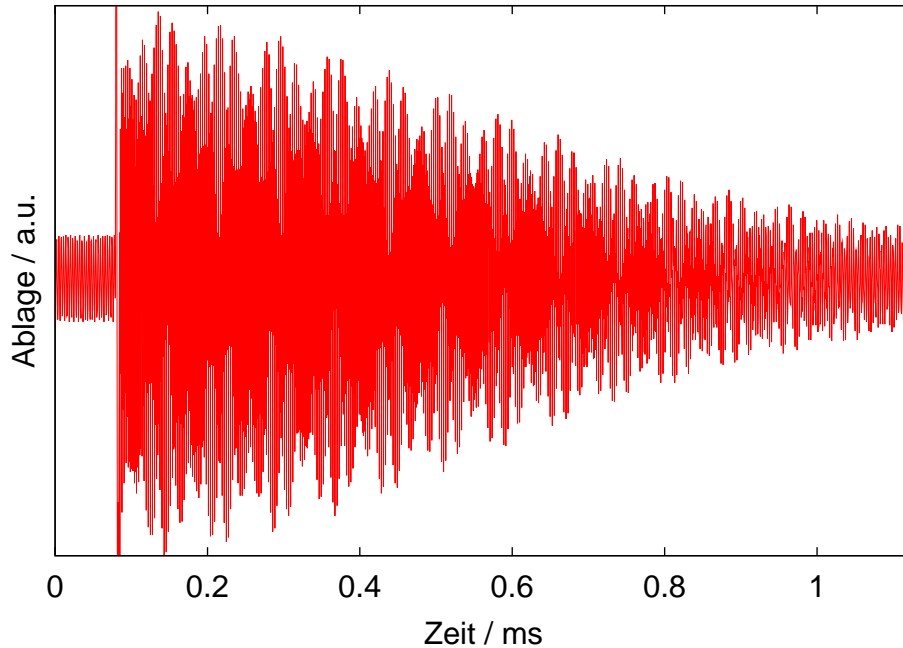
Eine weitere Eigenschaft der diskreten Fourier-Transformation ist der Leck-Effekt. Da bei Messungen endlich lange Zeitfenster verwendet werden, stellt eine Messung eigentlich eine Multiplikation eines periodischen Signals mit einer Fensterfunktion, der Rechteckfunktion, dar. Diese Rechteckfunktion hat bis zu Beginn und ab dem Ende des Zeitfensters den Wert 0 und während der Messdauer den Wert 1. Beim Übergang in den Frequenzbereich führt dies zu einer Faltung des Spektrums mit dem diskreten Spektrum dieser Rechteckfunktion, welches dem sogenannten Dirichlet-Kern entspricht. Im Prinzip ist für das diskrete Spektrum der Dirichlet-Kern das, was im kontinuierlichen Spektrum die sinc-Funktion  $\frac{\sin(x)}{x}$  darstellt. Die Folge ist, dass im Frequenzspektrum Seitenbänder zu Spektrallinien auftreten beziehungsweise dass zusätzliche, fehlerhafte Frequenzkomponenten das Spektrum „verschmieren“. Es wird von einem „Lecken“ der Hauptpektrallinie gesprochen und dieses Phänomen nennt man Leck-Effekt.

Diese „Verschmierung“ ist quantifizierbar und kann deshalb korrigiert werden. Um diesen Leck-Effekt zu vermeiden, kann das Zeitsignal im Zeitfenster mit speziellen Fensterfunktionen multipliziert werden, ansonsten wäre das äquivalent zur Multiplikation mit einer Rechteckfunktion als Fensterfunktion. Die Fensterfunktion legt fest, mit welcher Gewichtung die bei der Abtastung eines Signals gewonnenen Abtastwerte innerhalb eines Zeitfensters in nachfolgende Berechnungen mit der DFT eingehen. Auf diese Weise können die Auswirkungen des Leck-Effekts vermindert, aber nicht vollständig vermieden werden. Für das Vorhandensein eines genügend stark ausgeprägten Peaks im Frequenzspektrum ist dies aber mehr als ausreichend. Zur Korrektur des Leck-Effekts stehen zur Darstellung der Frequenzspektren die sogenannte Welch-, Hann-, Bartlett- und Rechteckfensterfunktion zur Verfügung (vgl. [52]).

Es ist aber nur in bestimmten Fällen der Einsatz einer Fensterfunktion notwendig, beispielsweise wenn sich Spektrallinien sehr nah an benachbarten, stärkeren Linien befinden. Eine Fourier-Transformation mit einem Rechteckfenster kann die Linien so stark verschmieren, dass eine Identifikation nicht mehr möglich ist. Dies kann sich beispielsweise bei den Synchrotronsatelliten ergeben, da diese sich nah um die Trägerfrequenzen gruppieren. Falls dies vermutet wird, sollte eine andere Fensterfunktion als die Rechteckfunktion verwendet werden. Allerdings hat der Einsatz einer alternativen Fensterfunktion auch Einfluss auf die Rauschbandbreite, die dadurch erhöht wird und zu einer Vergrößerung der Peakbreite führt. Falls möglich, ist folglich der Einsatz der Rechteckfensterfunktion am sinnvollsten. Für die Arbeitspunktmessungen im Rahmen dieser Arbeit konnte auf den Einsatz einer speziellen Fensterfunktion verzichtet werden. Die Möglichkeit zum Einsatz einer speziellen Fensterfunktion steht aber im Kontrollsystem für Messungen zur Verfügung (vgl. Kap. 6).

## 5.4 Zeitsignal und Frequenzspektrum

Für die Aufnahme der Synchrotron- beziehungsweise Betatronschwingungen wird zunächst nach der Anregung das zeitliche Verhalten des Ladungsschwerpunktes eines Elektronenbunches umlaufsynchro, also im Abstand der ELSA-Umlaufzeit von etwa 548 ns, mit Hilfe des entsprechenden Strahlpositionsmonitors detektiert. Bei einer umlaufsynchroenen Abtastung wird durch die gemessenen Ablagen beziehungsweise Intensitäten in der Zeit eine harmonische Schwingung detektiert und der entsprechende Arbeitspunkt kann bestimmt werden. Die Abtastung des vom Monitor gelieferten Signals geschieht mit der Umlauffrequenz des Stretcherrings von etwa 1,8236 MHz, wodurch man ein Frequenzspektrum von 0 Hz bis zur halben Umlauffrequenz erhält. Darin sind alle Frequenzkomponenten enthalten, die für eine Bestimmung der Arbeitspunkte benötigt werden. Die Durchführung einer FFT liefert aus den Ablagedaten das Frequenzspektrum, aus dem die gesuchte Spektrallinie identifiziert und die zugehörige Frequenz



**Abbildung 5.4:** Aufgenommenes Zeitsignal zur Detektion horizontaler Betatronschwingungen bei einer Elektronenenergie von 2,35 GeV. Zeitpunkt der Anregung und Abnehmen der Schwingungsamplitude sind deutlich zu erkennen.

ermittelt werden kann. Im Folgenden wird das Zeitsignal und das daraus ermittelte Frequenzspektrum vorgestellt.

Zur Aufnahme der Betatronschwingungen werden die transversalen Differenzsignale des Ladungsschwerpunktes beobachtet. Ziel ist es, die in Gleichung (3.26) dargestellte Schwingung wiedergeben zu können. Zur Detektion der Synchrotronschwingungen wird das frequenzmodulierte Signal mit Hilfe der Summensignalbildung über einen bestimmten Zeitraum aufgenommen. Aus der beobachtbaren Schwingung lässt sich die Synchrotronschwingungsfrequenz und somit der Synchrotronarbeitspunkt rekonstruieren.

Abbildung 5.4 zeigt ein Beispiel für die aufgenommenen Ablagen zur Detektion horizontaler Betatronschwingungen. Deutlich ist der Zeitpunkt der gepulsten, einmaligen Anregung zu erkennen, die in der horizontalen Ebene mit einem Injektionskickermagneten durchgeführt wird (vgl. Kap. 8). Das schnelle Abklingen der Schwingungsamplitude kann mit den in Kapitel 3.8 beschriebenen dämpfenden Effekten erklärt werden. In Frage kommen die Synchrotronstrahlungsdämpfung, die für die Dämpfung der Schwingungsamplitude verantwortlich ist, und die Landau-Dämpfung, die zum Verschwinden der Kohärenz beiträgt, wodurch die Amplitude des aufgenommenen Signals gedämpft erscheint. Beide Effekte werden im Folgenden untersucht, um zu ermitteln, welcher Effekt überwiegt.

Um die Dämpfungszeiten zu bestimmen, die durch die spontane Emission von Synchrotronlicht hervorgerufen werden, müssen die Dämpfungsterme  $a_s$ ,  $a_x$  und  $a_z$  aus den Gleichungen (3.70) und (3.72) bestimmt werden. Hierzu wird zunächst der Faktor  $C$  aus Gleichung (3.71) berechnet. Für den Stretcherring an ELSA ergibt sich dieser mit einem Momentum-Compaction-Faktor von  $\alpha_C = 0,063$ , einem Umfang von  $L = 164,4$  m und einem Bahnradius der Elektronen in den

Dipolmagneten von  $R = 10,879$  m zu

$$C = \frac{\alpha_C L}{2\pi R} \approx 0,1515 . \quad (5.10)$$

Der Energieverlust  $W_0$  pro Umlauf durch Synchrotronlichtabstrahlung, die Dämpfungsterme  $a_s$ ,  $a_x$  und  $a_z$  sowie die daraus nach Gleichung (3.74) bestimmten Dämpfungszeiten  $\tau_s$ ,  $\tau_x$  und  $\tau_z$  sind für verschiedene im Stretcherring an ELSA relevanten Energien in Tabelle 5.1 wiedergegeben.

| Energie / GeV | $W_0$ / keV | $a_s$ / $s^{-1}$ | $a_x$ / $s^{-1}$ | $a_z$ / $s^{-1}$ | $\tau_s$ / ms | $\tau_x$ / ms | $\tau_z$ / ms |
|---------------|-------------|------------------|------------------|------------------|---------------|---------------|---------------|
| 1,2           | 16,7        | 27,6             | 10,9             | 12,8             | 36,2          | 91,9          | 78,0          |
| 1,6           | 53,3        | 65,4             | 25,8             | 30,4             | 15,3          | 38,7          | 32,9          |
| 2,0           | 130,2       | 127,8            | 50,4             | 59,4             | 7,8           | 19,8          | 16,8          |
| 2,4           | 269,9       | 220,8            | 87,1             | 102,6            | 4,5           | 11,5          | 9,7           |
| 2,8           | 500,0       | 350,6            | 138,2            | 162,9            | 2,9           | 7,2           | 6,1           |
| 3,2           | 853,0       | 523,3            | 206,4            | 243,2            | 1,9           | 4,8           | 4,1           |
| 3,5           | 1220,7      | 684,7            | 270,0            | 318,2            | 1,5           | 3,7           | 3,1           |

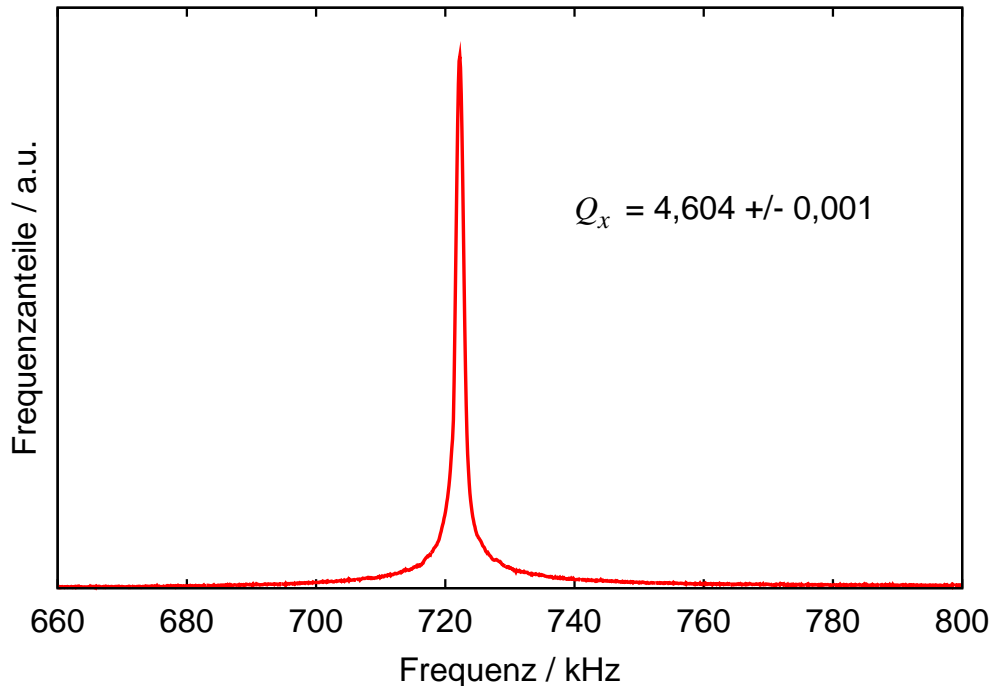
**Tabelle 5.1:** Elektronenenergie, Energieverlust pro Umlauf, Dämpfungsraten und -zeiten aufgrund von Synchrotronstrahlungsdämpfung.

Diese Dämpfungszeiten, vor allem bei niedrigen ELSA-Energien, konnten beim Auswerten der Zeitsignale nicht beobachtet werden. Auch bei dem in Abbildung 5.4 dargestellten Zeitsignal, das bei einer Energie von 2,35 GeV aufgenommen wurde, liegt die Abklingzeit deutlich unter dem berechneten Wert. Der Effekt der Landau-Dämpfung überwiegt folglich. Die an ELSA typischerweise nicht auf Null – sondern auf einen leicht positiven Wert – korrigierten Chromatizitäten in der horizontalen und vertikalen Ebene führen zu unterschiedlichen Arbeitspunkten der einzelnen Elektronen (vgl. Kap. 3.5). Mit den im Beschleuniger auftretenden, nichtverschwindenden Feldkomponenten höherer Ordnung ist ein Kohärenzverlust, wie er in Abbildung 5.4 zu beobachten ist, zu erklären (vgl. Kap. 3.8.2). Typische Kohärenzdauern liegen im Bereich mehrerer hundert Mikrosekunden.

Die Dämpfungszeiten haben Auswirkungen auf die Länge einer Aufnahme eines Zeitsignals und damit auch auf die Frequenzauflösung des zu analysierenden Spektrums. Nach dem Abklingen der Amplitude liefert eine Datenaufnahme keine verwertbaren Informationen mehr. Da für die Anwendung des FFT-Algorithmus eine Voraussetzung ist, dass die Anzahl der Abtastpunkte eine Zweierpotenz ist, wurde die Anzahl der Differenz- beziehungsweise Summenmessungen auf 2048 begrenzt, was einer Länge der Datenaufnahme von etwa 1,12 ms entspricht.

In Abbildung 5.5 ist das aus den in Abbildung 5.4 dargestellten Ablagedaten ermittelte Frequenzspektrum im Bereich von 660 kHz bis 800 kHz zu sehen. Aus der dem Maximum des Peaks zugehörigen Frequenz im Spektrum lässt sich nach Gleichung (3.60) der Nachkommaanteil des horizontalen Arbeitspunktes berechnen, für den hier  $Q_{x,N} > 0,5$  gilt. Der ganzzahlige Anteil ist aus dem Frequenzspektrum nicht rekonstruierbar, aber durch die eingestellte Magnetoptik bekannt.

Im Folgenden wird auf die bei der Arbeitspunktmessung auftretenden Fehler eingegangen. Die angewendeten Messmethode läuft im Prinzip auf die Bestimmung einer einzelnen Frequenz hinaus. Fehler können beispielsweise bei der Digitalisierung und durch übrige Alias-Effekte auftreten, oder es entstehen numerische Fehler bei der Durchführung der FFT. Eine Abschätzung



**Abbildung 5.5:** Teil des Frequenzspektrums, ermittelt aus den in Abbildung 5.4 dargestellten Ablagedaten. Aus der Frequenz, die dem Maximum des Peaks zugehörig ist, lässt sich der horizontale Arbeitspunkt bestimmen.

dieser Fehlerquellen der Arbeitspunktmessung gestaltet sich schwierig, da sich diese nicht quantitativ erfassen lassen. Um dennoch Aufschluss über die Qualität des Messverfahrens zu erhalten, kann eine Messung simuliert werden. Dafür wird das analoge Signal eines Funktionsgenerators auf den Eingang der ADC-Karte gegeben – das Monitor-signal wird also simuliert – und mit der gemessenen Frequenz verglichen. Die Amplitude wird dabei so gewählt, dass sie der bei der Arbeitspunktmessung von der Verarbeitungselektronik gelieferten Signalstärke entspricht. Der Vergleich der gemessenen mit der am Frequenzgenerator eingestellten Frequenz erlaubt damit die Abschätzung des Fehlers für die oben genannten Fehlerquellen für die Bestimmung des Arbeitspunktes. Dieses Verfahren wurde bei verschiedenen Frequenzen jeweils mit mehreren Messungen durchgeführt. Der relative Fehler der Frequenz betrug  $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-5}$ .

Um das Vertrauen in die automatische Messung zu erhöhen, wurde der Arbeitspunkt bei gleichen Einstellungen des Beschleunigers mehrfach gemessen. Hierzu wurden jeweils 50 Messungen von  $Q_x$ ,  $Q_z$  und  $Q_s$  zum gleichen Zeitpunkt während der Energierampe durchgeführt und überprüft, ob die Ergebnisse reproduziert werden können. Die Streuung der einzelnen Arbeitspunkt-werte gibt ein statistisches Maß für die Genauigkeit der Messung, vorausgesetzt natürlich, dass der Beschleuniger während jeder Messung stabil läuft. Die auf diese Weise ermittelten Fehler lagen bei  $\Delta Q_x = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta Q_z = 1 \cdot 10^{-4}$  und  $\Delta Q_s = 6 \cdot 10^{-4}$ .

Des Weiteren ist die mit der FFT erreichbare Frequenzauflösung durch die endliche Beobachtungszeit  $T = N \cdot \Delta t$  limitiert und durch den minimalen Abstand  $\Delta f$  zweier gleich hoher, noch unterscheidbarer Spektrallinien nach der vorgenommenen Transformation gegeben.  $\Delta f$  lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\Delta f = \frac{f_{\text{sample}}}{N} = \frac{1}{N \Delta t} . \quad (5.11)$$

Bei Einsatz einer speziellen Fensterfunktion zur Korrektur des Leck-Effektes wäre  $\Delta f$  nicht mehr allgemeingültig durch Gleichung (5.11) gegeben, sondern müsste mit einer von der Fensterfunktion abhängigen Rauschbandbreite multipliziert werden, die von einer vom Rechteck abweichenden Transformation immer größer als Eins wäre. Im Falle eines Rechteckfensters ist die Rauschbandbreite Eins. Da für alle Messungen im Rahmen dieser Arbeit das Rechteckfenster verwendet wurde, wird auf eine Bestimmung der Rauschbandbreite für die speziellen Fensterfunktionen verzichtet. Im Prinzip lässt sich nach Gleichung (5.11) die erreichbare Frequenzauflösung verbessern, wenn man die Beobachtungszeit verlängert. Allerdings haben die aufgenommenen Signale nur eine begrenzte Kohärenzdauer (vgl. Abb. 5.4). Diese liegt typischerweise im Bereich mehrerer hundert Mikrosekunden und konnte bei der Auswertung mehrerer Zeitsignale in Bezug auf die Zeit, in der der Anfangswert auf  $\frac{1}{e}$  abgefallen ist, in allen drei Schwingungsebenen auf minimal  $\approx 0,6$  ms festgelegt werden. Damit ergibt sich ein Fehler für den Nachkommaanteil des Arbeitspunktes von  $\Delta Q_N \approx 0,001$ .

Eine genauere Frequenz- beziehungsweise Arbeitspunktbestimmung liefert die Anpassung eines geeigneten Polynoms an umliegende Werte des gemessenen Maximums (vgl. [45]). Bei der Analyse wird im Rahmen dieser Arbeit eine Parabel an das gemessene Maximum sowie deren beide benachbarte Werte gefittet, um eine bessere Frequenzauflösung zu erhalten. Der Fehler des Nachkommaanteils des Arbeitspunktes wird mit dieser Methode auf  $\Delta Q_N \approx 6 \cdot 10^{-4}$  reduziert.





## 6 Kontrollsystemanbindung

In diesem Kapitel wird die Anbindung der Arbeitspunktmessungen an das ELSA-Kontrollsystem beschrieben. Ziel war es, eine automatisierte Messung und eine eventuell nachfolgende Korrektur der Arbeitspunkte durch das Kontrollsystem zu realisieren. Eine Übersicht über den Ablauf der Messung gibt Abbildung 6.1, die zugehörigen Kontrollsystemmenüs sind in den Abbildungen 6.2 und 6.3 dargestellt.

Die zur Arbeitspunktmessung benötigte Anregung des Elektronenstrahls in einer ausgewählten Ebene muss innerhalb eines Zyklus des ELSA-Nachbeschleunigungsmodus ein- oder mehrfach durchgeführt werden. Der Zeitpunkt der Anregung wird dabei jeweils durch einen Diagnose-triggerpuls<sup>39</sup> festgelegt, der auch als universell anwendbarer Trigger zur Steuerung von beispielsweise externen Messinstrumenten dient (vgl. [20]), oder alternativ durch einen Einzelpuls, der jederzeit ausgelöst werden kann. Für Arbeitspunktmessungen kann im Kontrollsystem ein frei auswählbarer Zeitpunkt innerhalb des ELSA-Zyklus (z.B. „Rampstart“) zur Generierung des Diagnosetriggers gewählt werden (siehe Abb. 6.2). Dieser legt sowohl den Zeitpunkt der Strahlanregung als auch den Zeitpunkt zur Aktivierung der Datenaufnahme fest. Zur Erzeugung des Startpulses für den eigentlichen Diagnosetriggenerator wird ein ins ELSA-Timing-System eingebundener Verzögerungsgenerator DG535 der Firma Stanford Research Systems eingesetzt. Mit Hilfe eines weiteren Triggergenerators, realisiert durch ein entsprechend programmiertes MACS-System<sup>40</sup>, werden Pulse mit frei definierbaren Zeitabständen erzeugt, wodurch eine Wiederholung der Arbeitspunktmessung in kurzen Zeitabständen möglich gemacht und eine Wieder-

<sup>39</sup>Die Ansteuerung des Injektionskicker magneten, der im Rahmen dieser Arbeit für die Anregung horizontaler Betatronschwingungen verwendet wird (vgl. Kap. 8), ist so ausgelegt, dass neben den Triggerpulsen des Injektionsgenerators auch ein alternativer Puls des Diagnosetriggenerators das Netzgerät des Kicker magneten ansteuern kann.

<sup>40</sup>Microprocessor aided Accelerator Control System (vgl. [62])

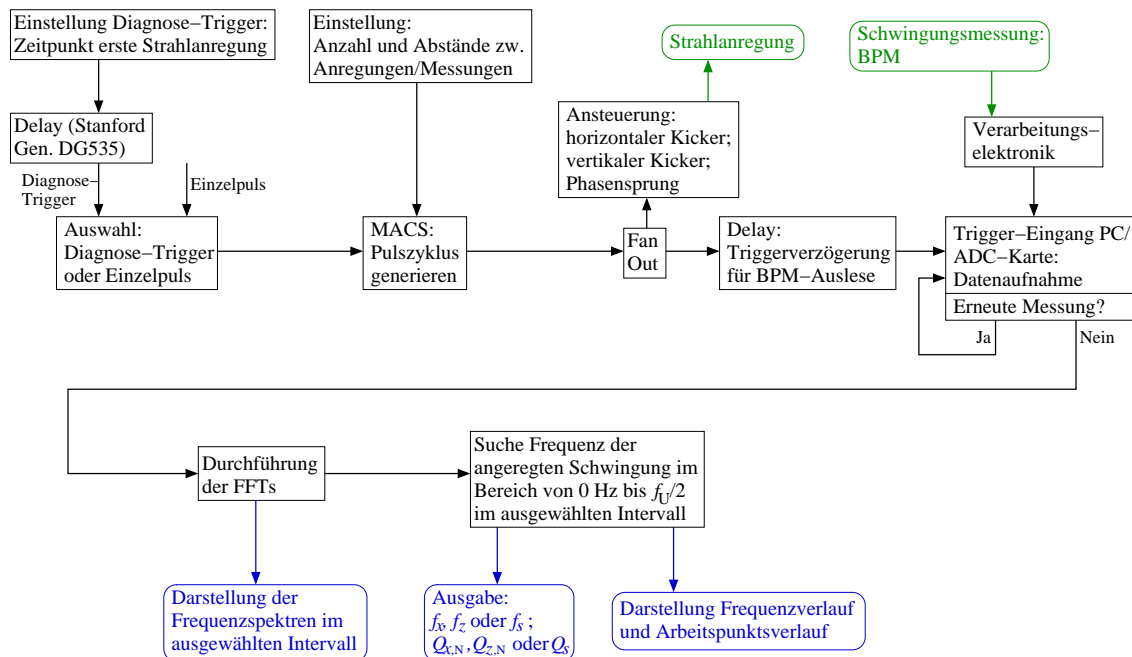


Abbildung 6.1: Ablauf der Arbeitspunktmessung im Kontrollsystem.

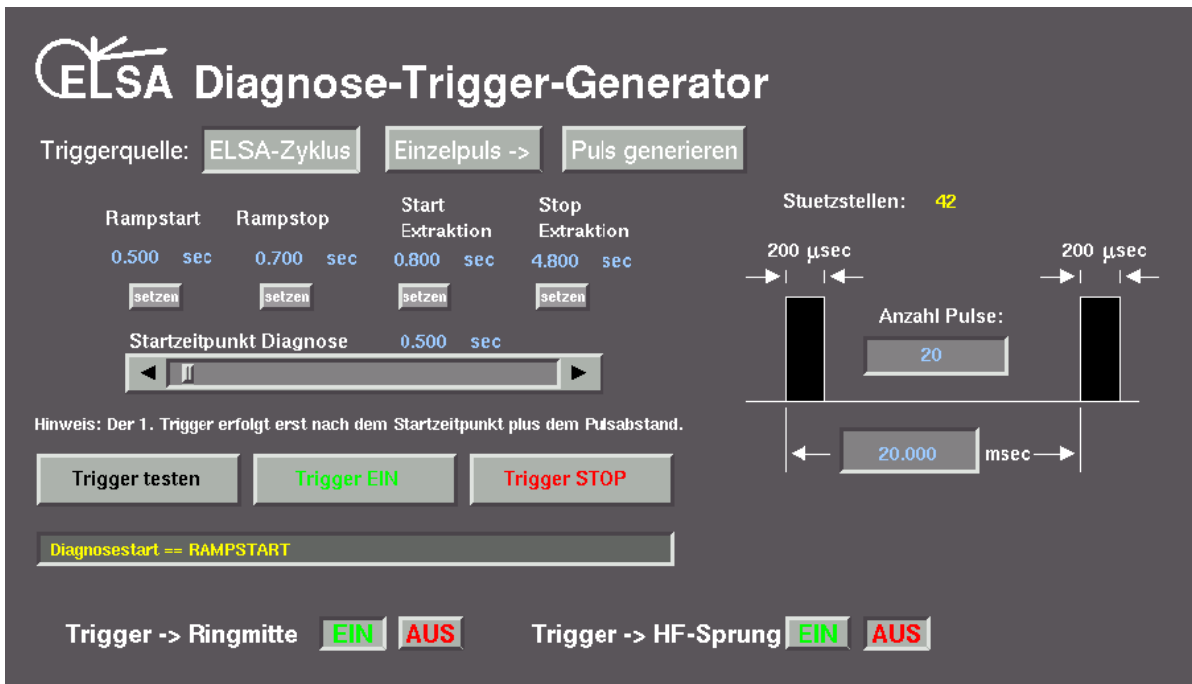


Abbildung 6.2: Kontrollsystemmenü zur Einstellung des Diagnosetriggers.

gabe des Arbeitspunktverlaufs während der Energieerhöhung im ELSA-Nachbeschleunigungsmodus gewährleistet wird. Die Netzgeräte der Kickermagnete zur Anregung kohärenter Betastrahlung limitieren die erreichbare Wiederholrate auf 50 Hz. Die Anzahl der Messungen und deren Zeitabstände (minimal 20 ms) können im Kontrollsystem frei gewählt werden (siehe Abb. 6.2). Eine Verzögerungszeit zwischen dem Zeitpunkt der Strahlanregung und dem Beginn der Aufnahme der Strahlungsschwingungen ist ebenfalls frei definierbar und wird realisiert durch ein VME-Board<sup>41</sup> mit entsprechend programmiertem FPGA<sup>42</sup> der Firma Xilinx.

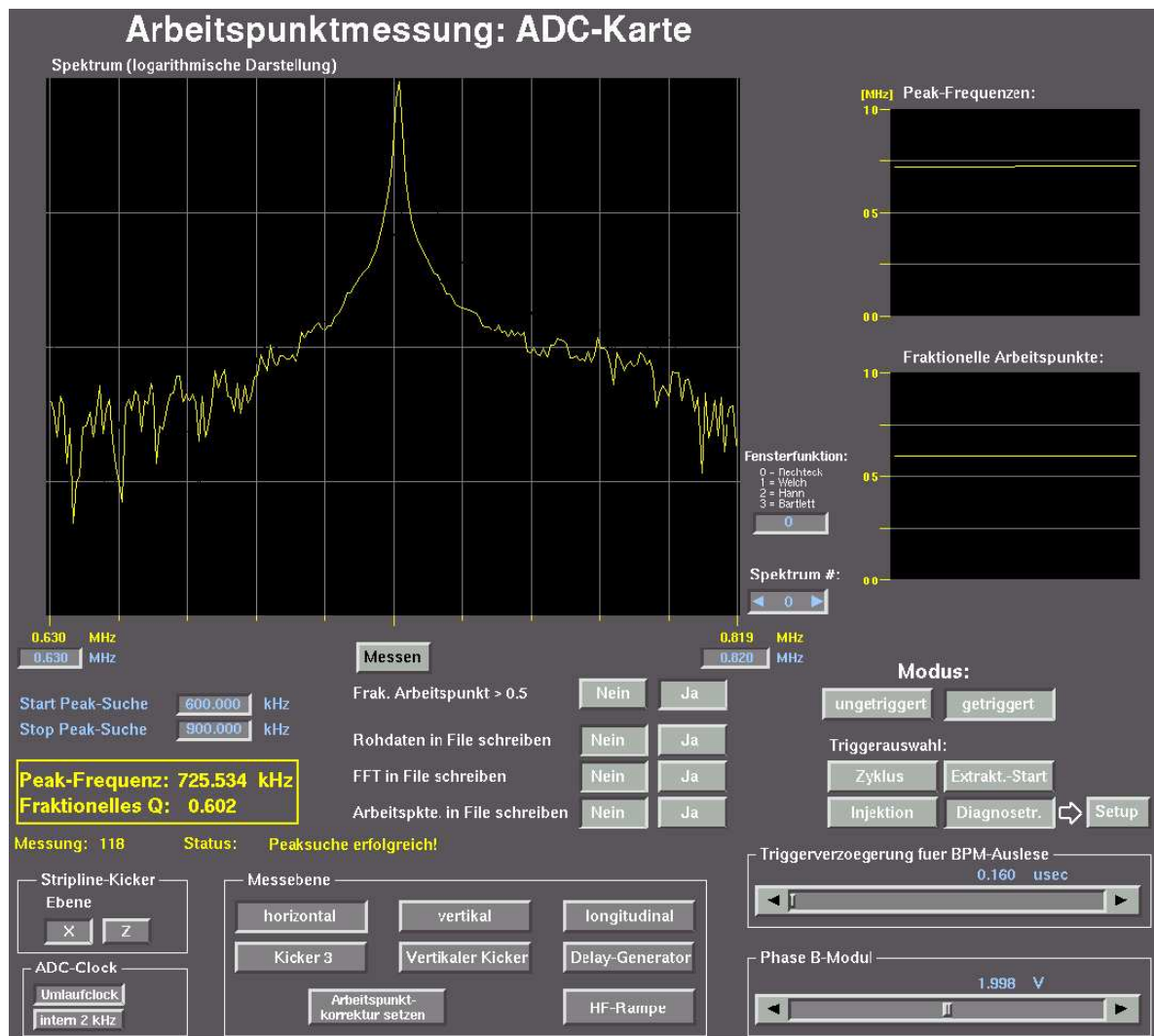
Für jede Schwingungsmessung wird das von der Verarbeitungselektronik kommende Signal (vgl. Kap. 5) mit Hilfe eines PCs mit Linux-Betriebssystem digitalisiert, abgespeichert und nach Beendigung der Datennahme analysiert. Zur Datenaufnahme wird eine ADC-Karte von Typ PCI-9812A<sup>43</sup> der Firma Adlink eingesetzt. Im Anschluss an die Datennahme werden die Fourier-Transformationen und die Bestimmung der Schwingungsfrequenzen sowie der Arbeitspunkte, wie in Kapitel 5 beschrieben, durchgeführt.

In Abbildung 6.3 ist das Kontrollsystemmenü zur Messung der Arbeitspunkte wiedergegeben. Dargestellt ist als Beispiel eine Messung des horizontalen Arbeitspunktes. Im oberen, linken Bereich werden die aus den Monitor-Signalen ermittelten Frequenzspektren logarithmisch dargestellt. Bei mehreren Messungen in Folge, beispielsweise während der schnellen Energierampe, kann ausgewählt werden, welches der Frequenzspektren dargestellt werden soll. Frequenzintervalle im Bereich zwischen 0 Hz bis zur halben ELSA-Umlauffrequenz können ausgewählt werden. Auf der rechten Seite wird sowohl der zeitliche Verlauf der den Maxima zugehörigen

<sup>41</sup> „VME“ ist eine Abkürzung für „Versey Modules Eurocard“ und ist ein Multi-User-Bussystem für die Prozesssteuerung.

<sup>42</sup> Field Programmable Gate Array

<sup>43</sup> Die verwendete ADC-Karte PCI-9812A erlaubt eine maximale Abtastfrequenz von 20 MHz, hat 4 AD-Eingänge und kann sowohl mit einem internen als auch einem externen Trigger betrieben werden.



**Abbildung 6.3:** Kontrollsystemmenü zur Messung des longitudinalen, horizontalen und vertikalen Arbeitspunktes.

Frequenzen als auch die zeitliche Veränderung der Arbeitspunkt-Nachkommaanteile angezeigt. Falls der Einsatz einer Fensterfunktion für die Fourier-Transformation erforderlich ist, können verschiedene ausgewählt werden (vgl. Kap. 5). Eine Auswahl, ob der Nachkommaanteil des gemessenen Arbeitspunktes größer oder kleiner als 0,5 ist, kann vorgenommen werden. In der Mitte des unteren Bereiches des Menüs geschieht die Auswahl der Messebene, wodurch der Ebenenumschalter für die Demodulationselektronik angesteuert wird. Direkt unterhalb können die Kontrollsystemmenüs zur Ansteuerung des Injektionskicker magneten zur Anregung kohärenter, horizontaler Betatronschwingungen, des Kicker magneten zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen und des Digital-Delay-Generators zur Anregung kohärenter, longitudinaler Synchrotron schwingungen aufgerufen werden. Falls Korrekturen der transversalen Arbeitspunkte vorgenommen werden sollen, besteht die Möglichkeit, diese zu berechnen und, nach einem Neusetzen der Energierampen, zu applizieren. Für die Verschiebung des longitudinalen Arbeitspunktes kann das Menü „HF-Rampe“ aufgerufen werden (vgl. Kap. 7). Im rechten, unteren Bereich des Menüs kann die Triggerverzögerung für den Zeitpunkt der Schwingungsmessung variiert werden. Unterhalb dieses Reglers wird die relative Phasenverschiebung der Eingangs-

signale des Mischers in der Verarbeitungselektronik der Monitorsignale eingestellt. Dieser hier einzustellende Wert ist für die drei Messebenen verschieden und wird automatisch bei der Ebenenauswahl gesetzt. Im Falle der Anregung kohärenter Betatronschwingungen mit Hilfe eines Stripline-Kickermagneten ist eine Auswahl der Ebenen im linken, unteren Bereich des Menüs möglich (vgl. Kap. 8.3).

## 7 Messung des longitudinalen Arbeitspunktes

Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, führen die Elektronen longitudinale Schwingungen mit der Synchrotronfrequenz  $\omega_s$  aus. Da es sich bei den Synchrotronschwingungen um Energieoszillationen handelt, verursachen sie eine Modulation des Spinarbeitspunktes (vgl. Kap. 4). und führen zu Synchrotronsatelliten von depolarisierenden Resonanzen. Um Polarisationsverlust zu vermeiden, sollten die Synchrotronsatelliten der intrinsischen Resonanzen mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Arbeitspunktsprungsystem ebenfalls übersprungen werden (vgl. [27]), was Synchrotronsatelliten nah an der zu überspringenden intrinsischen Resonanz voraussetzt.

Messungen des longitudinalen Arbeitspunktes wurden an ELSA schon im Rahmen von [2] und [39] durchgeführt. Eine schnelle Messung in Abständen im Millisekundenbereich während der Energierampe und eine Verschiebung des Synchrotronarbeitspunktes hin zu kleinen Werten waren bisher allerdings nicht möglich und wurden erst im Rahmen dieser Arbeit realisiert. Mit der Anregung kohärenter Synchrotronschwingungen, der Messung der Synchrotronfrequenz sowie der Bestimmung des Synchrotronarbeitspunktes auf der schnellen Energierampe beschäftigt sich dieses Kapitel (vgl. auch [39]). Eine nützliche Anwendung ist, dass sich aus diesen Messungen die Länge der Elektronenbunche bestimmen lässt, was im letzten Abschnitt dieses Kapitels dargestellt wird.

### 7.1 Aufbau zur Bestimmung des longitudinalen Arbeitspunktes

Zur Detektion der Synchrotronschwingungen müssen diese zunächst kohärent angeregt werden (vgl. Kap. 3.7), was durch einen Phasensprung des zur Beschleunigung verwendeten elektrischen Wechselfeldes realisiert wird. Da es sich bei Synchrotronschwingungen um Phasenschwingungen handelt, wird die Frequenz der am Strahlpositionsmonitor ankommenden Elektronenbunche moduliert und eine Detektion mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors ist möglich (vgl. Kap. 5). Eine schematische Übersicht über den Aufbau zur Anregung, Detektion und Analyse kohärenter Synchrotronschwingungen zeigt Abbildung 7.1. Der Phasensprung wird mit Hilfe eines Phasentellers durchgeführt. Der für den Phasensprung benötigte Puls wird dabei über einen Digital Delay Generator der Firma Stanford Research Systems generiert, an dem seine Länge und Größe eingestellt werden können. Der Zeitpunkt des Phasensprungs kann vom Kontrollsystem aus festgelegt werden. Die Spannung vom Generator wird mit der Spannung  $U_{Ph}$ , welche die Phase der ELSA-Hochfrequenz von etwa 500 MHz einstellt, auf einen Addierer und dann auf den Phasenteller zur Veränderung der Phase der Hochfrequenzspannung gegeben. Nach der Verstärkung durch ein Klystron – ein Leistungsverstärker für hohe Frequenzen – werden die Elektronen im Hochfrequenzresonator zu kohärenten, longitudinalen Schwingungen angeregt.

Die Bildung des Summensignals aus den vier Elektroden des Strahlpositionsmonitors, deren Weiterverarbeitung und die Darstellung des Frequenzspektrums erfolgt wie in Kapitel 5 beschrieben und in Abbildung 5.3 dargestellt. Eine Analyse des Frequenzspektrums liefert die Synchrotronfrequenz  $f_s$  und mit der Umlauffrequenz im Stretcherring  $f_U \approx 1,8236$  MHz erhält man nach

$$Q_s = \frac{f_s}{f_U} \quad (7.1)$$

direkt den gesuchten Synchrotronarbeitspunkt  $Q_s$ . Die Schwingungsdauer ist im Vergleich zur Umlaufzeit sehr lang, weshalb  $Q_s$  typischerweise kleiner als Eins ist. Bei einem hinreichend kleinen Synchrotronarbeitspunkt sind die Synchrotronsatelliten je nach Frequenzauflösung nicht mehr von der angrenzenden Linie im Spektrum, beispielsweise der zugehörigen Umlaufharmonischen, zu trennen. Im Stretcherring liegt der Synchrotronarbeitspunkt typischerweise im Bereich

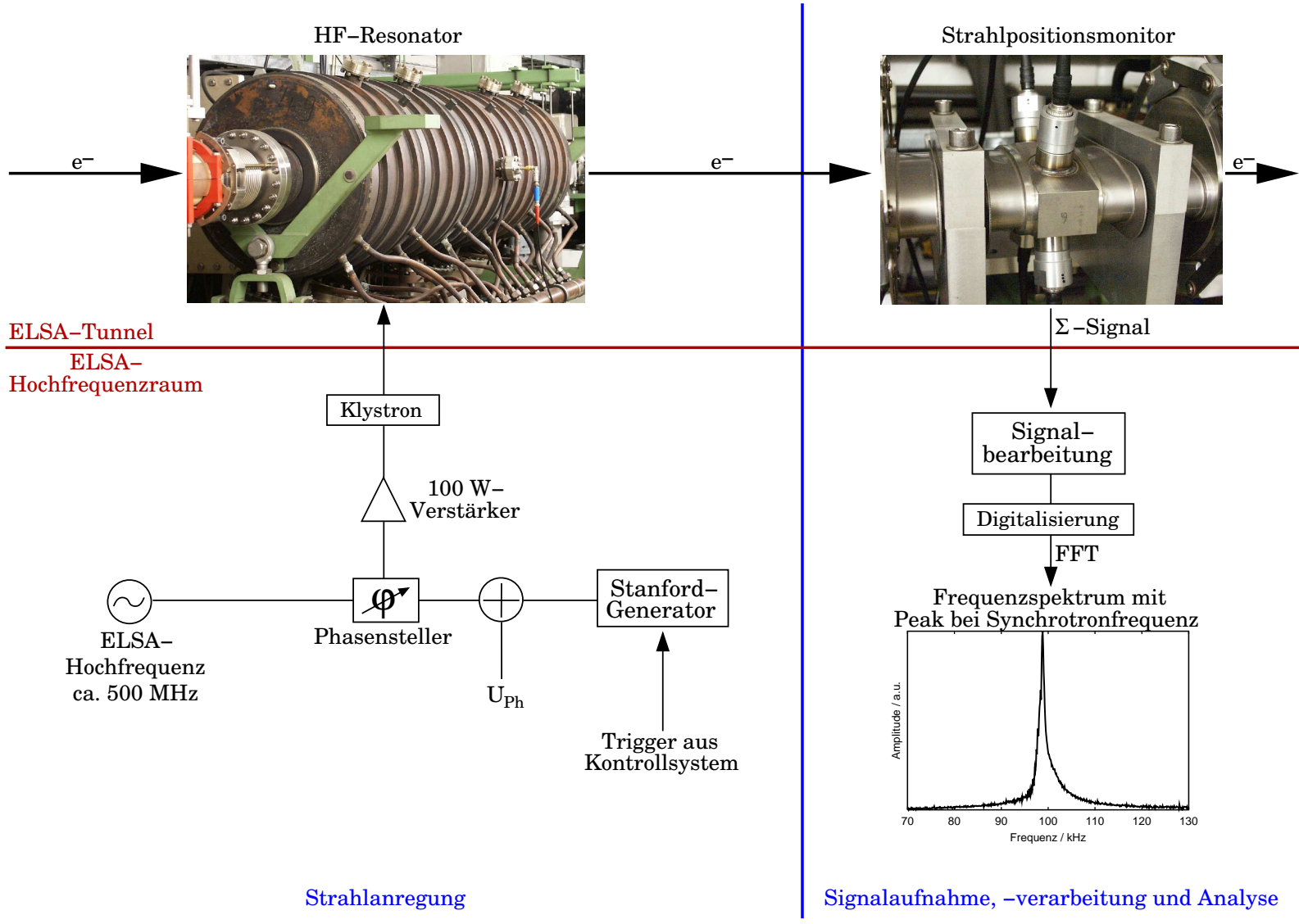
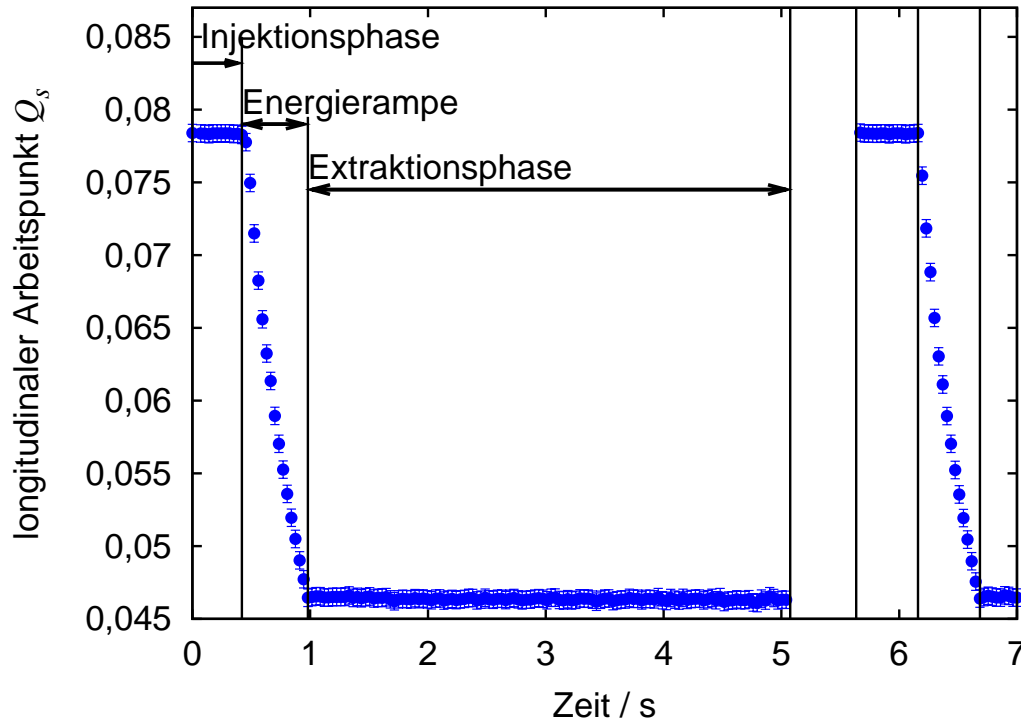


Abbildung 7.1: Schematische Übersicht des Aufbaus zur Messung des longitudinalen Arbeitspunktes. Die Anregung kohärenter Synchrotronerschwingungen geschieht in einem Hochfrequenzresonator, die Detektion in einem Strahlpositionsmonitor.



**Abbildung 7.2:** Messungen des longitudinalen Arbeitspunktes während eines Zeitraums länger als ein vollständiger ELSA-Zyklus des Nachbeschleunigungsmodus. Während der Energierampe von 1,2 GeV auf 2,4 GeV ist eine deutliche Veränderung des longitudinalen Arbeitspunktes zu erkennen, wobei in der Injektions- und Extraktionsphase ein nahezu konstanter Wert zu beobachten ist. Die Rampgeschwindigkeit betrug bei diesen Messungen 4 GeV/s.

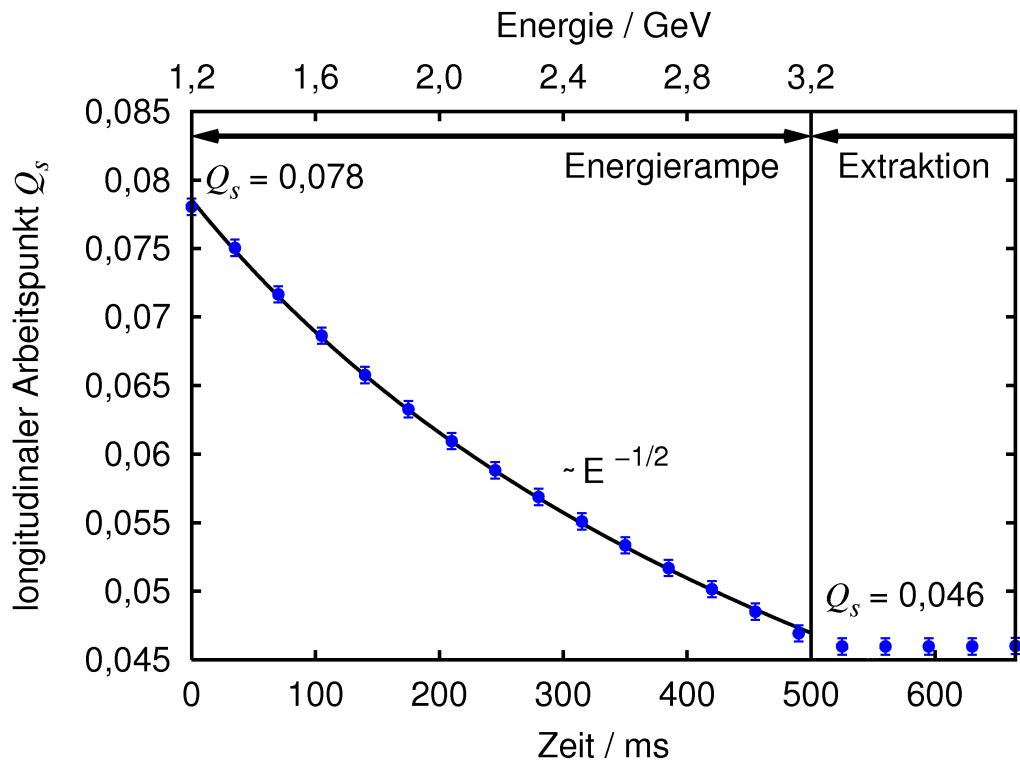
von  $Q_s = 0,04$  bis  $Q_s = 0,08$ . Bei diesen Werten liegt ein ausreichend großer Abstand zur Umlaufharmonischen vor.

Eine weitere Möglichkeit zur Anregung kohärenter Synchrotronschwingungen besteht in der resonanten Anregung. Dazu wird die Phase des zur Beschleunigung verwendeten elektrischen Wechselfeldes durch die Ansteuerung des Phasenstellers mit einem Frequenzgenerator moduliert. Eine resonante Anregung erhält man dann, wenn die Modulationsfrequenz der Resonanzfrequenz, also der Synchrotronfrequenz  $f_s$ , entspricht. Dieses Messverfahren wurde im Rahmen dieser Arbeit auch erfolgreich getestet, kann aber Messungen in kurzen Abständen im Millisekundenbereich nicht erreichen, da für jede Messung ein Durchfahren der Resonanzkurve erforderlich ist.

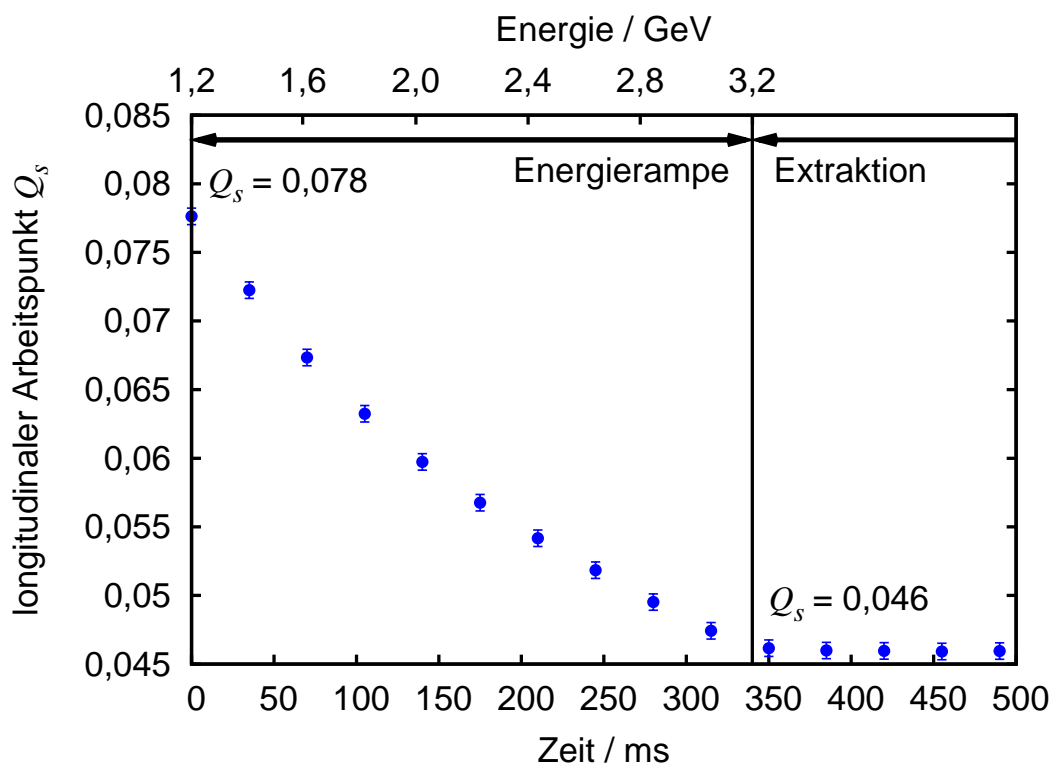
## 7.2 Messung und gezielte Verschiebung des longitudinalen Arbeitspunktes während der Energierampe

Nach der in Kapitel 3.3 schon diskutierten Gleichung

$$\omega_s = \omega_U \sqrt{\frac{eU_0 h \alpha_C}{2\pi E} (-\cos \psi_s)} \quad (7.2)$$



(a) Messungen während der Energierampe mit 4 GeV/s im Abstand von 35 ms.



(b) Messungen während der Energierampe mit 6 GeV/s im Abstand von 35 ms.

**Abbildung 7.3:** Variation des longitudinalen Arbeitspunktes während der Energierampe im Stretcherring von 1,2 GeV bis 3,2 GeV bei konstanter Amplitude des beschleunigenden Hochfrequenzwechselfeldes. Wie zu erkennen, bleibt nach Ende der Beschleunigungsphase der Synchrotronarbeitspunkt annähernd konstant.



hängt die Synchrotronfrequenz  $\omega_s$  von der Amplitude des beschleunigenden hochfrequenten Wechselfeldes  $U_0$ , der Sollphase  $\psi_s$  und der Strahlenergie  $E$  ab<sup>44</sup>. Die Sollphase hängt wie folgt mit dem Überspannungsfaktor  $q$  zusammen (vgl. Gl. (3.29)):

$$q = \frac{eU_0}{W_0} = \frac{1}{\sin(\psi_s)}. \quad (7.3)$$

Während der Energieerhöhung verschiebt sich die Sollphase innerhalb des phasenstabilen Bereichs in Richtung höherer Resonatorspannungen (vgl. Kap. 3.3). Mit konstantem  $U_0$  nimmt der Überspannungsfaktor während des Beschleunigungsvorgangs ab, da  $W_0$  proportional zu  $E^4$  zunimmt (vgl. Gl. (3.31)) In Abhängigkeit des Überspannungsfaktors ergibt sich Gleichung (7.2) zu

$$\omega_s = \omega_U \sqrt{\frac{eU_0 h \alpha_C}{2\pi E}} \sqrt{1 - \frac{1}{q^2}}. \quad (7.4)$$

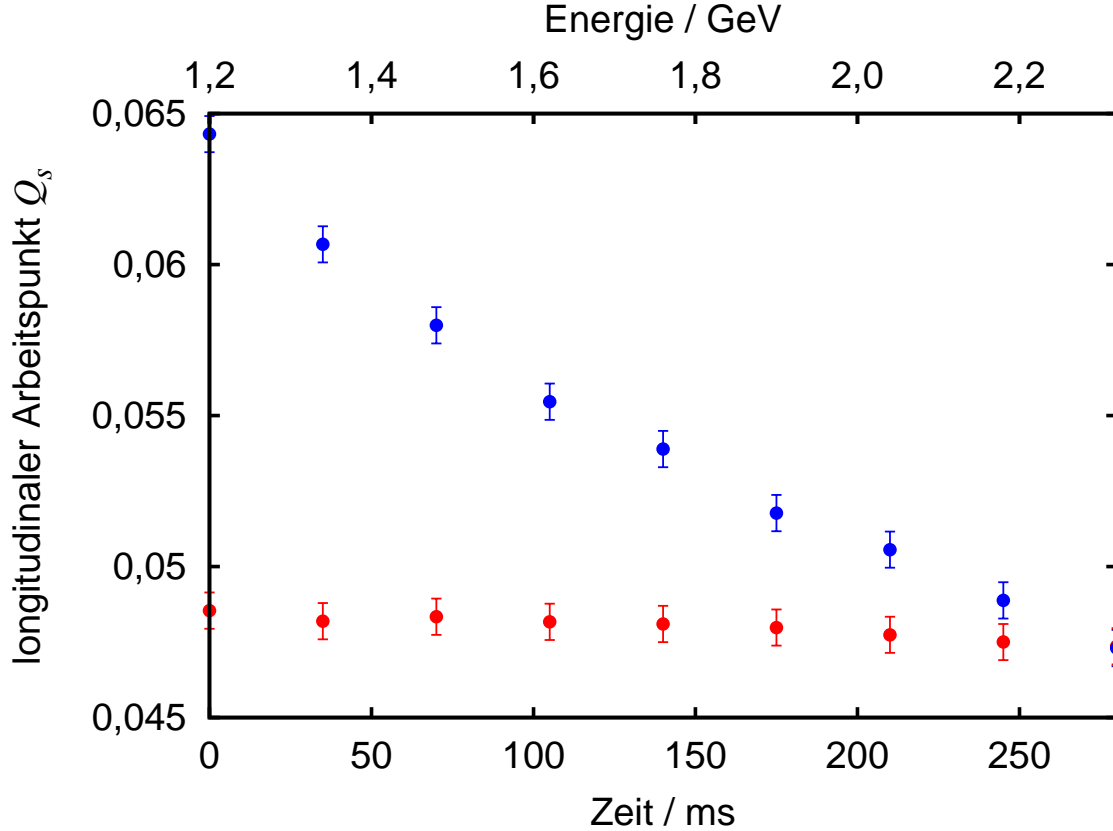
Typischerweise wird der Überspannungsfaktor  $q$  im Routinebetrieb an ELSA im Nachbeschleunigungsmodus an der höchsten Energie ausgerichtet und ist deshalb bei kleinen Energien unnötig groß (vgl. Tab. 7.1).  $U_0$  wird typischerweise während des Beschleunigungsvorgangs nicht verändert. Bei einer Messung des longitudinalen Arbeitspunktes während der Energierampe wird folglich erwartet, dass dieser proportional zu  $\frac{1}{\sqrt{E}}$  abnimmt.

Messungen des longitudinalen Arbeitspunktes, welcher nach Gleichung (7.1) aus der Synchrotronfrequenz  $f_s$  ermittelt werden kann, zeigt Abbildung 7.2. Der Synchrotronarbeitspunkt  $Q_s$  wurde wiederholt alle 20 ms während eines Zeitraums von 7 s im Nachbeschleunigungsmodus gemessen. Deutlich zu erkennen ist die nach Gleichung (7.4) erwartete Abnahme des Synchrotronarbeitspunktes während der schnellen Energierampe. Während der Injektions- und Extraktionsphase, wo keine Energieerhöhung erfolgt, bleibt der Synchrotronarbeitspunkt nahezu konstant.

Messungen während verschiedener Energierampen des Stretcherringes von 1,2 GeV bis 3,2 GeV zeigt Abbildung 7.3. Der Synchrotronarbeitspunkt hatte bei diesen Messungen vor der Energierampe einen Wert von  $Q_s = 0,078$  und nachher einen Wert von  $Q_s = 0,046$ . In Abbildung 7.3 (a) ist exemplarisch der erwartete  $\frac{1}{\sqrt{E}}$ -Verlauf an die Messwerte angefitet. Um im Betrieb mit polarisierten Elektronen bei Einsatz der Sprungquadrupole die Synchrotronarbeitspunkte der intrinsischen Resonanzen mit überspringen zu können, ist ein Synchrotronarbeitspunkt von  $Q_s \approx 0,04$  auf der Energierampe zur Vermeidung von Polarisationsverlust erstrebenswert (vgl. [27]), damit die Synchrotronarbeitspunkte während der Energierampe möglichst nah an der depolarisierenden intrinsischen Resonanz liegen. Dadurch wird allerdings die Stärke der Synchrotronarbeitspunkte zunehmen. Dies kann in Kauf genommen werden, solange sich kein Polarisationsverlust bemerkbar macht.

Nach Gleichung (7.4) kann eine Verschiebung des longitudinalen Arbeitspunktes erreicht werden, wenn  $U_0$  verändert wird. Mit einem linearen Anstieg von  $U_0$  während des Beschleunigungsvorgangs, kann ein konstanter Arbeitspunktverlauf realisiert werden. Nach Gleichung (7.3) hat das auch Einfluss auf den Überspannungsfaktor, der aber vergleichsweise geringe Auswirkungen auf den Verlauf von  $Q_s$  hat. Abbildung 7.4 zeigt die erfolgreiche Veränderung des longitudinalen Arbeitspunktes während einer Energierampe von 1,2 GeV bis 2,35 GeV. Solch eine Messung und Möglichkeit der Veränderung des Synchrotronarbeitspunktes während des Beschleunigungsvorgangs ist an ELSA im Routinebetrieb einsetzbar und ist besonders beim Betrieb mit polarisierten Elektronen von Vorteil.

<sup>44</sup>Der Momentum-Compaction-Faktor  $\alpha_C$  und die Harmonischenzahl  $h$  sind durch die Beschleunigereinstellungen vorgegeben. Typische Werte für ELSA sind  $\alpha_C = 0,063$  und  $h = 274$ .



**Abbildung 7.4:** Messungen des longitudinalen Arbeitspunktes während der schnellen Energieerhöhung von 1,2 GeV auf 2,35 GeV im Abstand von 35 ms gemessen. Die Messung erfolgte sowohl ohne (blaue Messpunkte) als auch mit (rote Messpunkte) einer gleichzeitigen Veränderung der Amplitude des Hochfrequenzwechselfeldes. Diese Messungen zeigen, dass eine Verschiebung des Synchrotronarbeitspunktes hin zu kleinen Werten während des Beschleunigungsvorgangs durch einen linearen Anstieg der Resonatorspitzenspannung im Routinebetrieb möglich ist.

### 7.3 Bestimmung der Bunchlänge aus der Synchrotronfrequenz

Bei den Synchrotronoschwingungen handelt es sich um longitudinale Phasenschwingungen der Elektronen um eine Sollphase (vgl. Kap. 3.3), welche für eine vernachlässigbar kleine Dämpfung durch die Bewegungsgleichung

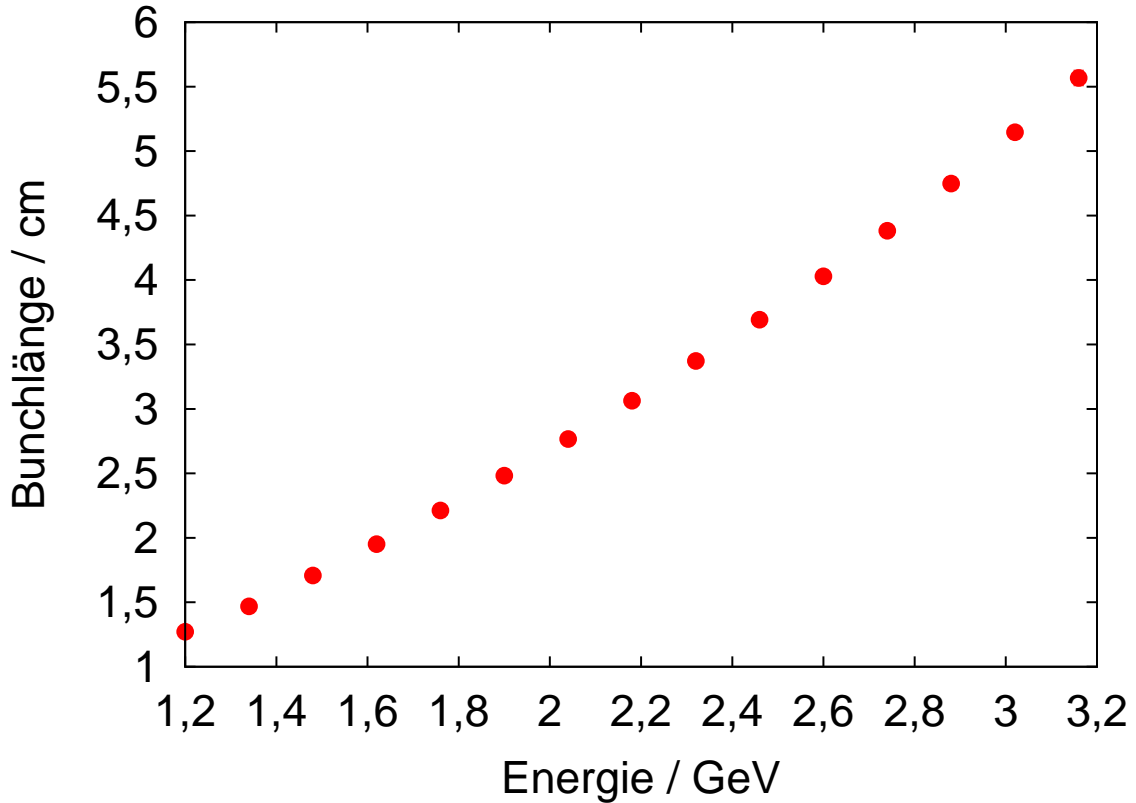
$$\Delta\ddot{\psi} + \omega_s^2 \Delta\psi = 0 \quad (7.5)$$

mit der Lösung

$$\Delta\psi = \Delta\psi_{\max} \cos(\omega_s t + \phi) \quad (7.6)$$

dargestellt werden können. Die Länge eines Elektronenbunches ist von der maximalen Auslenkung  $\Delta\psi_{\max}$  abhängig. Im Folgenden werden nur die für die Bestimmung der Bunchlänge relevanten Zusammenhänge wiedergegeben. Eine ausführliche Beschreibung ist beispielsweise in [40], [54], [61] und [63] zu finden.

Die Bunchlänge  $l_s$  ist definiert als die doppelte Standardabweichung einer gaußförmigen, longitudinalen Teilchenverteilung im Elektronenbunch. Die Relation zwischen Bunchlänge und Syn-



**Abbildung 7.5:** Änderung der Bunchlänge in Abhängigkeit von der Energie. Zur Bestimmung der Bunchlänge wurden die Messungen des Synchrotronarbeitspunktes aus Abbildung 7.3 (a) verwendet.

chrotronschwingungsfrequenz  $\omega_s$  ist durch

$$l_s = 2 \cdot \frac{c}{h\omega_U} \Delta\psi_{\max} = 2 \cdot \frac{c\alpha_C}{\omega_s} \left( \frac{\Delta E}{E} \right) \quad (7.7)$$

gegeben. Dabei wurde ausgenutzt, dass  $\Delta\psi_{\max}$  wie folgt mit der relativen Energieabweichung  $\frac{\Delta E}{E}$  zusammenhängt (vgl. [40]):

$$\Delta\psi_{\max} = \frac{\alpha_C h}{Q_s} \left( \frac{\Delta E}{E} \right) . \quad (7.8)$$

Hierbei ist  $h = \omega_{\text{HF}}/\omega_U$  die Harmonischenzahl und  $\alpha_C$  der Momentum-Compaction-Faktor. Die quadrierte, relative Energiebreite ist für den Fall, dass im Beschleuniger alle Ablenkmagnete die gleiche Länge und den gleichen Radius besitzen, gegeben durch (vgl. [54]):

$$\left( \frac{\Delta E}{E} \right)^2 = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar c \gamma}{J_s m_e c^2 R} = C_q \frac{\gamma^2}{J_s R} \quad \text{mit } C_q = 3,84 \cdot 10^{-13} \text{ m} . \quad (7.9)$$

Hierbei ist  $R$  der Bahnradius der Elektronen in den Dipolmagneten und  $J_s$  der in Kapitel 3.8 eingeführte Dämpfungsterm der Synchrotronschwingung für die longitudinale Ebene. Somit lässt sich mit Hilfe der Synchrotronschwingungsfrequenz  $f_s$  und bekannter Elektronenenergie die Länge des Elektronenbunches wie folgt in Längeneinheiten ermitteln:

$$l_s = \frac{2\alpha_C c}{2\pi f_s} \sqrt{C_q \frac{\gamma^2}{J_s R}} . \quad (7.10)$$

| Energie / GeV | $q$   | $f_s$ / kHz | $Q_s$             | $l_s$ / mm     | $l_t$ / ns          |
|---------------|-------|-------------|-------------------|----------------|---------------------|
| 1,2           | 157,4 | $142 \pm 1$ | $0,078 \pm 0,001$ | $12,7 \pm 0,1$ | $0,0424 \pm 0,0003$ |
| 1,9           | 26,1  | $115 \pm 1$ | $0,063 \pm 0,001$ | $24,8 \pm 0,2$ | $0,0828 \pm 0,0007$ |
| 2,6           | 7,3   | $97 \pm 1$  | $0,053 \pm 0,001$ | $40,3 \pm 0,4$ | $0,134 \pm 0,001$   |
| 3,2           | 3,1   | $83 \pm 1$  | $0,046 \pm 0,001$ | $57,9 \pm 0,7$ | $0,193 \pm 0,002$   |

**Tabelle 7.1:** Änderung der Synchrotronfrequenz  $f_s$ , des Überspannungsfaktors  $q$ , des longitudinalen Arbeitspunktes  $Q_s$  und der Länge der Elektronenbunche  $l_s$  bzw.  $l_t$  in Abhängigkeit von der Energie im Stretcherring.

Gleichung (7.10) gibt die longitudinale Bunchausdehnung  $l_s$  in Längeneinheiten an. Es ist auch üblich, die Bunchlänge wie folgt in Zeiteinheiten anzugeben:

$$l_t = \frac{l_s}{c} = 2 \cdot \frac{\alpha_C}{\omega_s} \left( \frac{\Delta E}{E} \right) . \quad (7.11)$$

Zur Bestimmung der Länge der Elektronenbunche  $l_s$  beziehungsweise  $l_t$  während der schnellen Energierampe mit 4 GeV/s wurden die in Abbildung 7.3 (a) dargestellten Messungen des longitudinalen Arbeitspunktes verwendet. Mit Hilfe von Gleichung (7.10) und (7.11) kann daraus die Länge der Elektronenbunche bei verschiedenen Energien bestimmt werden. Bei diesen Messungen wurde die Amplitude des hochfrequenten Wechselfeldes während des Beschleunigungsvorgangs nicht verändert, was zu einem abnehmenden Synchrotronarbeitspunkt während der Energierampe führt. Für den Stretcherring beträgt der Momentum-Compaction-Faktor bei den Standardarbeitspunkten  $\alpha_C \approx 0,063$ , die Harmonischenzahl  $h = 274$  und der Bahnradius der Elektronen in den Dipolmagneten  $R = 10,879$  m. Der Dämpfungsterm  $J_s$  lässt sich mit Hilfe des Umfangs  $L$  des Beschleunigers bestimmen und beträgt für den Stretcherring (vgl. Kap. 5.4)

$$J_s = 2 + D = 2 + \frac{\alpha_c L}{2\pi R} = 2 + 0,152 = 2,152 . \quad (7.12)$$

Der relativistische Term  $\gamma$  ändert sich mit der Elektronenenergie  $E$  auf der Energierampe wie folgt:

$$\gamma = \frac{E}{E_{0,e}} \approx \frac{E}{511 \text{ keV}} . \quad (7.13)$$

In Abbildung 7.5 ist die Veränderung der Bunchlänge während der Energierampe im Stretcherring dargestellt. Sie variiert von  $l_s \approx 1$  cm bei 1,2 GeV bis zu einer Bunchlänge von  $l_s \approx 6$  cm bei 3,2 GeV. In Tabelle 7.1 sind für verschiedene Energien der Elektronen im Bereich von 1,2 GeV bis 3,2 GeV die ermittelten Werte für die Synchrotronfrequenz  $f_s$ , den Synchrotronarbeitspunkt  $Q_s$  sowie die Bunchlänge  $l_s$  beziehungsweise  $l_t$  in Längen- und Zeiteinheiten zusammengestellt.

## 8 Messung des horizontalen Arbeitspunktes

Neben den longitudinalen Schwingungen führen die Elektronen auch transversale Strahlschwingungen mit der Betatronfrequenz  $\omega_{\beta_x}$  bzw.  $\omega_{\beta_z}$  aus (vgl. Kap. 3.2). Während der schnellen Energieerhöhung treten dynamische Effekte auf, die Wirbelströme in der elektrisch leitenden Vakuumkammerwand des Strahlrohres anregen und zu einer Verschiebung der transversalen Arbeitspunkte führen. Mit einer Arbeitspunktverschiebung ändert sich der Abstand zur nächsten optischen Resonanz (vgl. Kap. 3.4). Insbesondere bei der Durchführung des vertikalen Arbeitspunktsprungs beim Betrieb mit polarisierten Elektronen muss darauf geachtet werden, dass keine optische Koppelresonanz gekreuzt wird, wozu auch ein Kenntnis des horizontalen Arbeitspunktes unabdingbar ist. Eine präzise Messung des Arbeitspunktes in Abständen im Millisekundenbereich während des Beschleunigungsvorgangs ist erforderlich, um eine Kompensation der dynamischen Effekte vornehmen zu können.

Ein System zur Messung des horizontalen Arbeitspunktes wurde an ELSA bereits in Betrieb genommen (vgl. [19] [20]). Allerdings waren Messungen im Routinebetrieb und insbesondere während der schnellen Energierampe nicht möglich und wurden erst im Rahmen dieser Arbeit realisiert. Dieses Kapitel befasst sich mit Messung und Korrektur des horizontalen Arbeitspunktes während des Beschleunigungsvorgangs.

### 8.1 Realisierung der Messung des horizontalen Arbeitspunktes an ELSA

Um den horizontalen Arbeitspunkt messen zu können, muss der Elektronenstrahl zunächst in der horizontalen Ebene zu kohärenten Schwingungen angeregt werden, um die Strahlschwingungen mit einem Strahlpositionsmonitor detektieren zu können (vgl. Kap. 3.7). Eine schematische Übersicht zur Messung des horizontalen Arbeitspunktes zeigt Abbildung 8.2.

Zur Anregung horizontaler kohärenter Betatronschwingungen bietet es sich an, einen bereits vorhandenen Injektionskicker magneten im Stretcherring zu verwenden, der auch außerhalb der Injektionsphase betrieben werden kann. Dieser kann in der Zeit nach dem Ende der Injektion der Elektronenbunche aus dem Booster-Synchrotron in den Stretcherring bis zum Startzeitpunkt der nächsten Injektion zur Anregung horizontaler, kohärenter Betatronschwingungen verwendet werden. Der Nachteil dieses Injektionskicker magneten im Vergleich zu einem speziell für die Strahlanregung konstruierten Diagnosekicker magneten liegt in der Länge des Kickerpulses. Ein Diagnosekicker magnet, welcher auch im Rahmen dieser Arbeit für die Anregung in der vertikalen Ebene konstruiert wurde (vgl. Kap. 9), zeichnet sich dadurch aus, dass das strahlablekende Magnetfeld während eines Umlaufs im Beschleuniger, also in der Zeit von 548 ns, auf- und abgebaut werden kann. Alle Elektronen des Strahls werden damit genau einmal zu kohärenten Betatronschwingungen angeregt. Bei den Injektionskicker magneten wird das Feld in einem Zeitraum von circa 450 ns aufgebaut, hat ein Pulsplateau von circa 1  $\mu$ s und eine Pulsabfallzeit von circa 500 ns (vgl. [13]), was zu einer Überlagerung mehrerer Anregungen verschiedener Bereiche des Teilchenstrahls führt und sich im Frequenzspektrum in einer verringerten Höhe des gesuchten Peaks auswirkt. Messungen des horizontalen Arbeitspunktes haben gezeigt, dass eine Anregung kohärenter, horizontaler Strahlschwingungen mit einem Injektionskicker magneten und eine Analyse der Strahlschwingungen mit Bestimmung des horizontalen Arbeitspunktes möglich ist. Auf den Bau eines eigenen Diagnosekicker magneten für die horizontale Ebene konnte verzichtet und ein bereits vorhandener Injektionskicker magnet zur Anregung verwendet werden.

Zur Auswahl für die Anregung kohärenter, horizontaler Betatronschwingungen stehen die drei Injektionskicker magneten K2, K3 und K29 an den in Abbildung 8.2 gekennzeichneten Stellen und mit den in Tabelle 8.1 aufgeführten Eigenschaften zur Verfügung. Diese Injektionskicker-

|                     | Position $s$        | $\beta_{x,K}$  | $U$    |
|---------------------|---------------------|----------------|--------|
| Injektionskicker 29 | 148,4 m (vor QF 30) | $\approx 14$ m | 5,2 kV |
| Injektionskicker 2  | 6,3 m (hinter QF 2) | $\approx 14$ m | 4,0 kV |
| Injektionskicker 3  | 14,8 m (vor QF 4)   | $\approx 14$ m | 2,9 kV |

**Tabelle 8.1:** Eigenschaften der drei Injektionskicker Magnete im Stretcherring.

magnete sind schnell gepulste Magnete – die Pulsdauer beträgt etwa  $2 \mu\text{s}$  –, die mit hohen Spannungen von einigen Kilovolt betrieben werden. Die für diese kurzen Pulsdauer notwendige geringe Induktivität des Magneten wird durch eine aus einem Leiter gebildete Spule realisiert. Eine ausführliche Beschreibung der Injektionskicker Magnete befindet sich in [13] und [42].

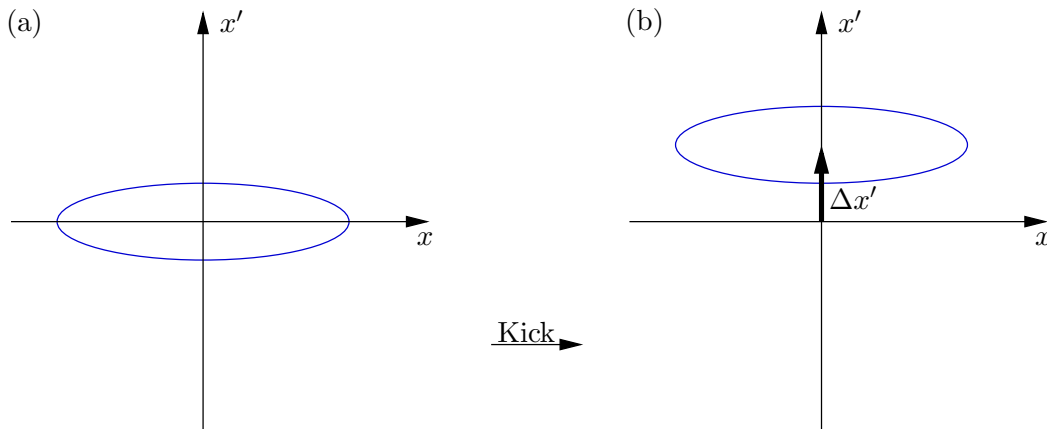
Die horizontalen Betatronschwingungen können, wie in Kapitel 5 beschrieben, mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors an einer festen Stelle im Beschleunigerring detektiert werden. Dafür ist eine ausreichend große Schwingungsamplitude am Ort des Strahlpositionsmonitors erforderlich. Wie die Ablage  $x$  an der Stelle des Monitors nach der Anregung kohärenter Betatronschwingungen mit einem Injektionskicker Magneten vom Kickwinkel  $\Delta x'$  abhängt, wird im Folgenden dargestellt. Eine ausführliche Beschreibung ist in [66] und [67] zu finden.

Wie in Abbildung 8.1 (a) zu erkennen ist, wird in der Nähe eines horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten, wo die Betafunktion  $\beta_x$  maximal ist, die Emittanzellipse im Phasenraumdiagramm in  $x$ -Richtung ausgedehnt und in  $x'$ -Richtung schmal. An solchen Positionen hat eine horizontale Winkeländerung  $\Delta x'$ , ein sogenannter „Kick“, den größten Effekt auf den Elektronenstrahl (siehe Abb. 8.1 (b)). Für die Winkeländerung am Ort des Kicker Magneten gilt

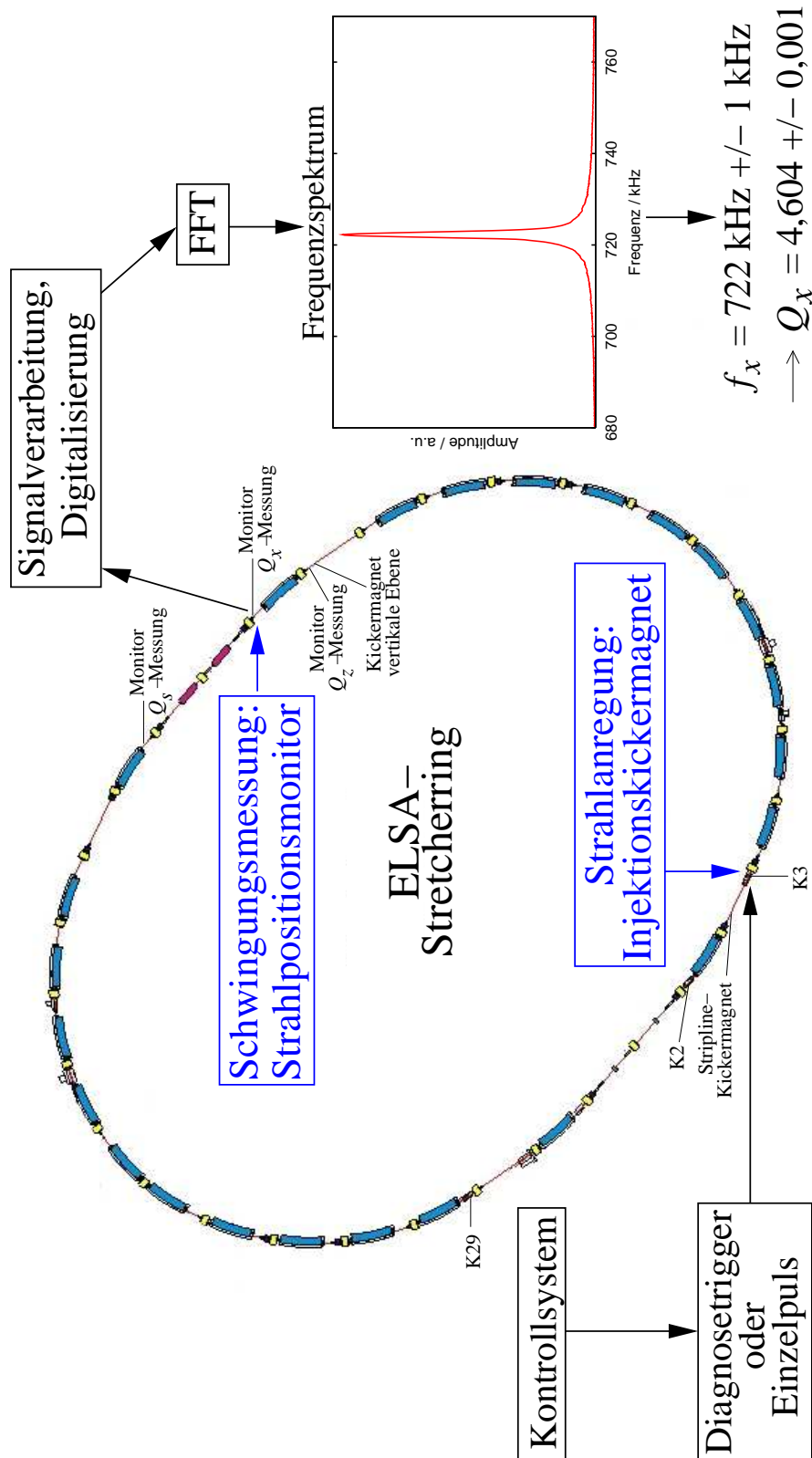
$$\Delta x' = \sqrt{\frac{\varepsilon_x}{\beta_{x,K}}} \quad (8.1)$$

mit der Betafunktion  $\beta_{x,K}$  an der Stelle des Kicker Magneten. Für die Schwingungsamplitude am Ort des Monitor gilt nach Gleichung (3.6):

$$x_M = \sqrt{\varepsilon_x \beta_{x,M}} = \sqrt{\beta_{x,K} \beta_{x,M}} \cdot \Delta x' . \quad (8.2)$$



**Abbildung 8.1:** Phasenraumdiagramm mit Emittanzellipse vor und nach einer Anregung mit einem Kicker Magneten in der horizontalen Ebene am Ort eines horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten.



**Abbildung 8.2:** Schematische Übersicht zur Messung des horizontalen Arbeitspunktes. Die Anregung kohärenter, horizontaler Betatronschwingungen erfolgt in einem Injektionskickermagneten und die Schwingungsmessung mit einem Strahlpositionsmontior. Zusätzlich sind die Positionen aller Injektionskickermagnete, des Kickermagneten der vertikalen Ebene, des Stripline-Kickermagneten sowie der Monitore zur Detektion der Strahlschwingungen gekennzeichnet.

Wie aus Gleichung (8.2) zu entnehmen ist, sollten Positionen für Kickermagnet und Monitor mit großen Betafunktionen  $\beta_{x,K}$  und  $\beta_{x,M}$  gewählt werden, um eine große Schwingungsamplitude am Ort des Monitors zu erreichen.

Die Betafunktionen an den Positionen der drei Injektionskickermagnete sind wegen der Nähe zu einem fokussierenden Quadrupolmagneten nahezu identisch (siehe Tabelle 8.1). Bei der Wahl des Strahlpositionsmonitors wurde darauf geachtet, dass die Betafunktion an dieser Stelle groß ist (vgl. Kap. 5). Die Wahl fiel auf einen in Strahlrichtung gesehen vor einem horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten (QF 16) stehenden Monitor an der in Abbildung 8.2 gekennzeichneten Stelle, wo die Betafunktion  $\beta_{x,M} \approx 14$  m beträgt. Zusätzlich wurde darauf geachtet, dass an dieser Stelle Dispersionsfreiheit vorliegt, um eventuell störende Synchrotronsatelliten im Spektrum zu unterdrücken. In Tabelle 8.1 sind die Spannungen der drei Kickermagnete angegeben, die für die Injektion verwendet werden und nicht angepasst werden können. Eine Abschätzung des Kickwinkels mit diesen Spannungen der drei Injektionskickermagnete ergab, dass Kicker K3 an der in Abbildung 8.2 dargestellten Position zur Anregung kohärenter, horizontaler Betatronschwingungen verwendet werden kann. Die Anregung in Abständen von minimal 20 ms während der Energieerhöhung erfolgt durch einen Diagnostetriggerpuls. Der Zeitpunkt der Pulserzeugung wird im Kontrollsystem definiert (vgl. Kap. 6).

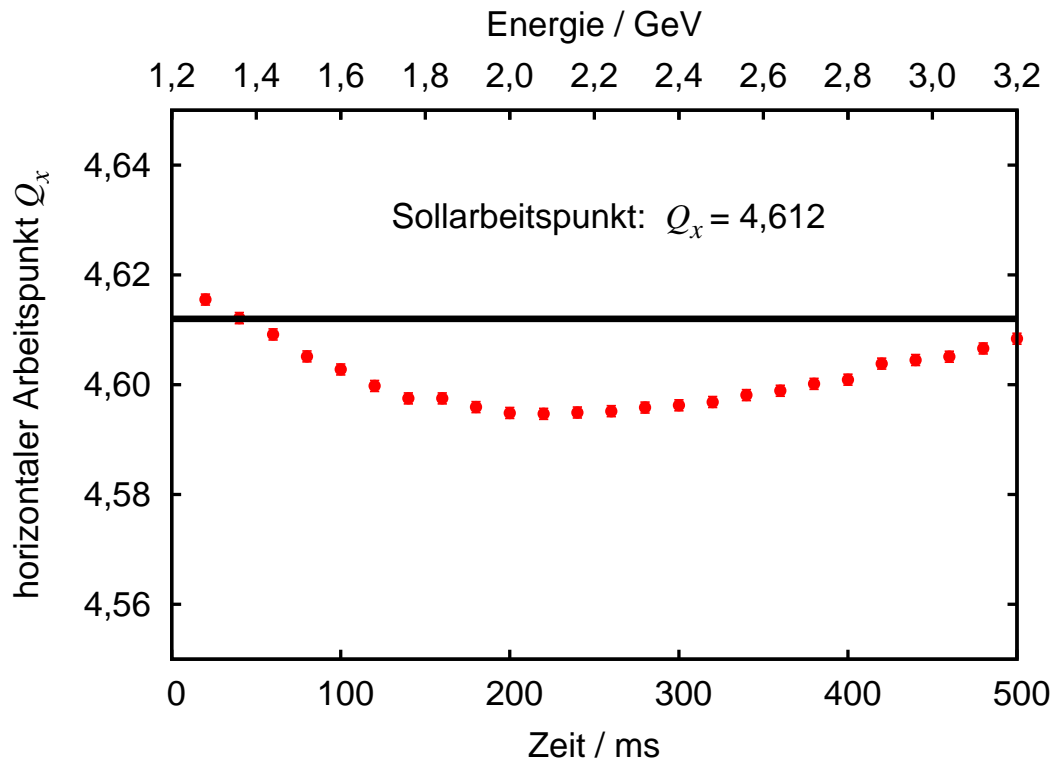
Die kohärent angeregten horizontalen Strahlschwingungen werden mit Hilfe des Strahlpositionsmonitors, wie in Kapitel 5 beschrieben, aufgenommen, verarbeitet und digitalisiert. Nach der Fourieranalyse wird das aufgenommene Frequenzspektrum im Kontrollsystem dargestellt und ist somit sofort einsehbar (vgl. Kap. 6). Aus dem ausgewählten Bereich des Spektrums wird die dem Peak zugehörige Frequenz ermittelt. Daraus kann nach Gleichung (3.60) der Nachkommaanteil des horizontalen Arbeitspunktes bestimmt werden, wobei beachtet werden muss, dass mit der typischerweise eingestellten Magnetoptik des Stretchringes  $Q_{x,N} > 0,5$  gilt. Betatronschwingungsfrequenz und Nachkommaanteil des horizontalen Arbeitspunktes werden ebenfalls unmittelbar nach der Messung im Kontrollsystem angegeben. Bei mehreren, aufeinanderfolgenden Messungen wird der zeitliche Verlauf der Betatronschwingungsfrequenz und des horizontalen Arbeitspunktes im Kontrollsystem dargestellt.

## 8.2 Messung und Korrektur des horizontalen Arbeitspunktes während der schnellen Energierampe

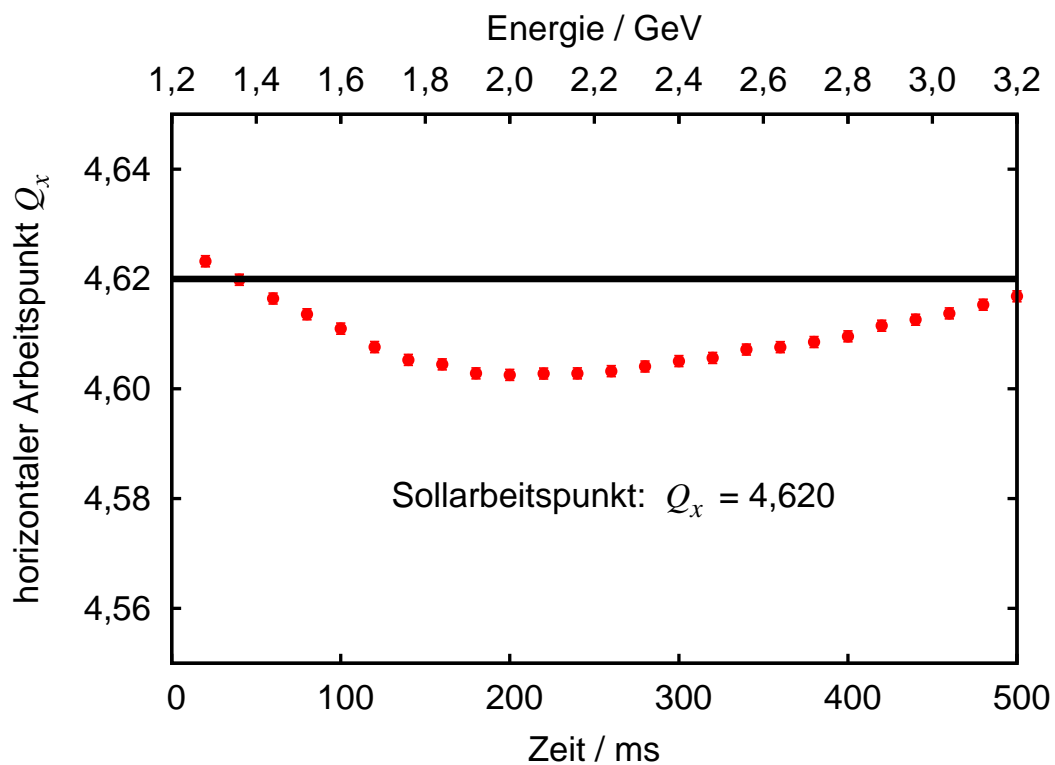
Da die Messung des horizontalen Arbeitspunktes in kurzen Abständen im Millisekundenbereich bisher nicht möglich war, wurden Messungen während der Energierampe vor Inbetriebnahme des in dieser Arbeit vorgestellten Arbeitspunktmesssystems nur im Speichermodus mit einer vergleichsweise lang andauernden Energierampe während eines Zeitraums von 10 s durchgeführt (vgl. [27]). Schon diese Messungen zeigten, dass sich die transversalen Arbeitspunkte während der Energierampe verändern. Messungen im Nachbeschleunigungsmodus während der schnellen Energierampe mit Abständen von minimal 20 ms wurden erst im Rahmen dieser Arbeit realisiert und werden im Folgenden beschrieben.

Während der schnellen Energierampe von typischerweise  $4 \frac{\text{GeV}}{\text{s}}$  im Nachbeschleunigungsmodus werden die Magnetfelder erhöht. Insbesondere die Erhöhung der Dipolmagnetfelder kann zu dynamischen Effekten führen, beispielsweise zur Anregung von Wirbelströmen in der elektrisch leitenden Vakuumkammerwand des Strahlrohres. Hierdurch können kurzfristig inhomogene Magnetfelder entstehen, die auf den Elektronenstrahl einwirken und zu einer Arbeitspunktverschiebung hin zu optischen Resonanzen führen können. Insbesondere motivieren diese zu erwartenden





(a) Messungen im Abstand von 20 ms bei einem Sollarbeitspunkt von  $Q_x = 4,612$ .



(b) Messungen im Abstand von 20 ms bei einem Sollarbeitspunkt von  $Q_x = 4,620$ .

**Abbildung 8.3:** Veränderung des horizontalen Arbeitspunktes während der Energierampe im Stretcherring bei zwei unterschiedlich eingestellten Sollarbeitspunkten. Die Rampengeschwindigkeit betrug zum Zeitpunkt der Messungen 4 GeV/s. Diese Messungen zeigen den gleichen Verlauf des horizontalen Arbeitspunktes während des Beschleunigungsvorgangs. Der Arbeitspunkt variiert bei beiden Messungen um  $\Delta Q_{\max} \approx 0,021$ .

dynamischen Effekte Messungen in Zeitabständen im Millisekundenbereich und einer relativen Genauigkeit im Promillebereich. Damit sind kleine Verschiebungen nachweisbar, um den horizontalen Arbeitspunkt auf  $10^{-3}$  während des Beschleunigungsvorgangs stabilisieren zu können.

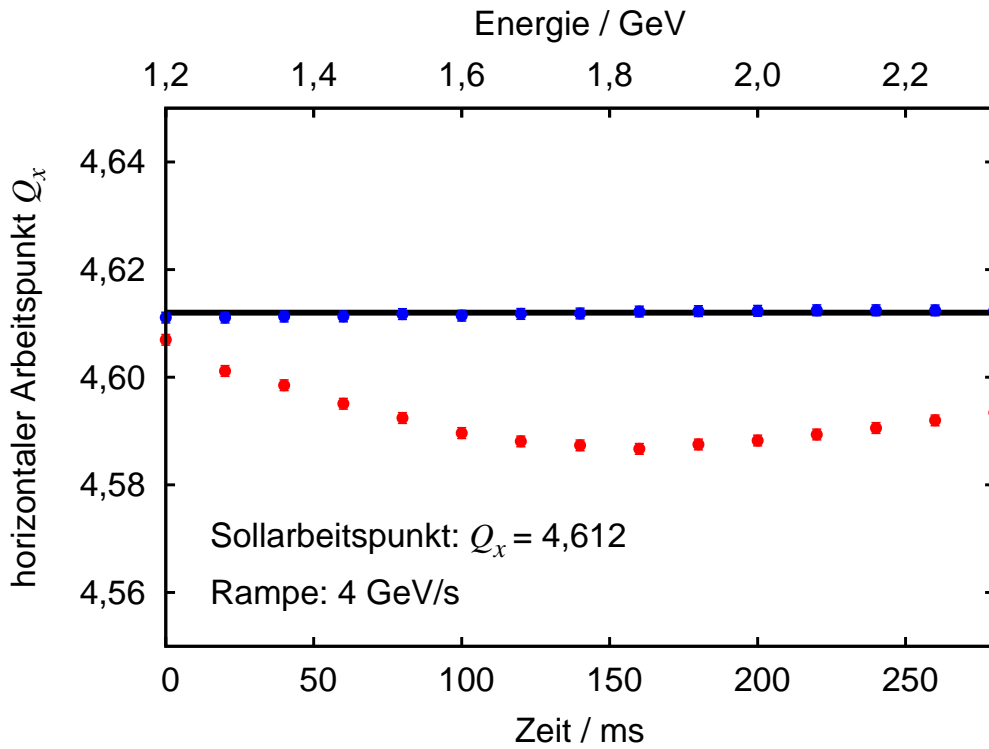
Abbildung 8.3 zeigt gemessene horizontale Arbeitspunkte während der schnellen Energierampe. Die Energie wurde von der typischen Injektionsenergie in den Stretcherring von 1,2 GeV auf 3,2 GeV mit einer Rampgeschwindigkeit von 4 GeV/s erhöht. Es wurde der minimal mögliche Abstand von 20 ms zwischen den einzelnen Messungen gewählt. Zum Vergleich ist der durch die Magneto-optik vorgegebene, horizontale Sollarbeitspunkt mit angegeben. Eine Verschiebung des horizontalen Arbeitspunktes um  $\Delta Q_{x,\max} \approx 0,021$  ist deutlich zu erkennen. Dadurch ändert sich der Abstand zur nächsten optischen Resonanz, was je nach eingestelltem Sollarbeitspunkt zu Strahlverlust führen kann. Diese Messungen zeigen einen im Rahmen der Messgenauigkeit reproduzierbaren Verlauf des horizontalen Arbeitspunktes während des Beschleunigungsvorgangs. Wie im Folgenden beschrieben, können Korrekturen vorgenommen werden, um den horizontalen Arbeitspunkt während der Energierampe mit einer Genauigkeit von  $10^{-3}$  stabilisieren zu können.

Da die fokussierenden Eigenschaften der Magneto-optik durch den horizontalen und vertikalen Arbeitspunkt charakterisiert werden, sind zur Stabilisierung der Arbeitspunkte Korrekturen an den fokussierenden Elementen, den Quadrupolmagneten, während der Energierampe vorzunehmen. Ziel ist es, im Idealfall einen konstanten Arbeitspunktverlauf während der Energierampe zu erhalten. Aus den vorgegebenen transversalen Sollarbeitspunkten werden die Fokussierstärken der beiden Quadrupolfamilien, eine für die horizontale und eine für die vertikale Ebene, und daraus wiederum die zu applizierenden Stromwerte für die Quadrupolmagnete ermittelt. Die in Abbildung 8.3 dargestellten Verschiebungen des horizontalen Arbeitspunktes können folglich korrigiert werden, wenn der Sollarbeitspunkt während der Energieerhöhung angepasst wird. Aus den Messungen kann die Differenz zwischen Sollwert und gemessenem Arbeitspunkt zu den entsprechenden Zeitpunkten bestimmt werden. Die Zeitpunkte der Messungen liefern dabei die entsprechenden Stützstellen für die Korrektur des Arbeitspunktes, wobei in der Zeit zwischen zwei Messungen der Arbeitspunkt linear interpoliert wird. Ausgehend von diesen Berechnungen werden für den Zeitraum der Energieerhöhung die neuen Stromstärken der Quadrupolmagnete ermittelt. Nach einer Messung bei unkorrigiertem Arbeitspunkt können nach Applikation der entsprechenden Korrekturen die darauffolgenden Zyklen des Stretcherrings bei korrigiertem Arbeitspunkt durchgeführt werden.

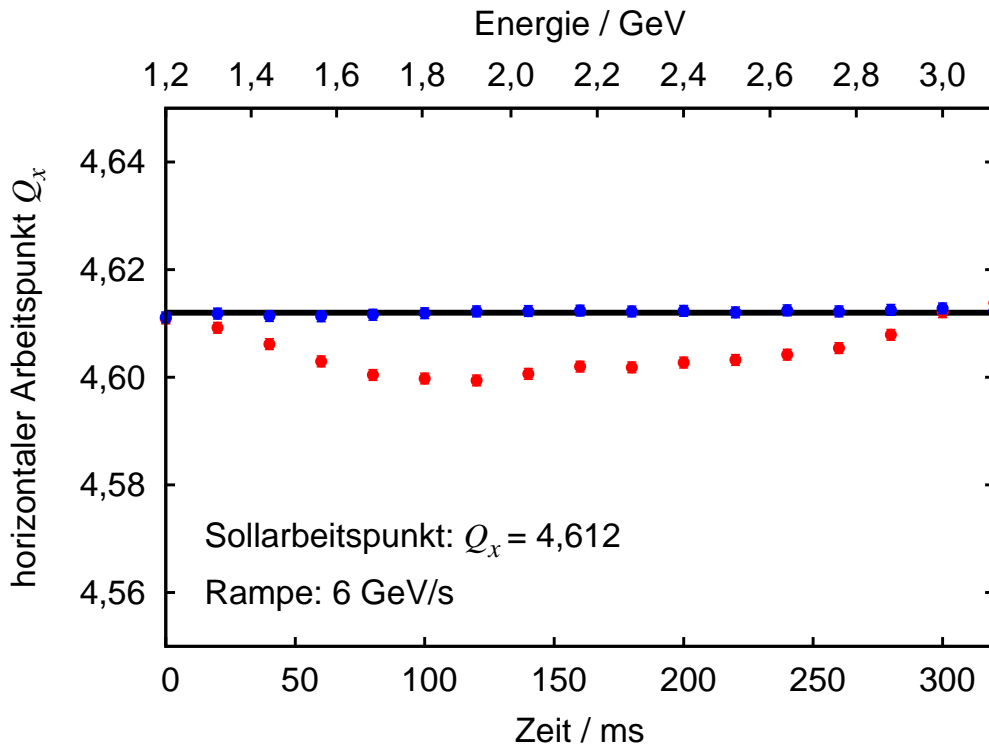
Es ist ratsam, die Messung des horizontalen Arbeitspunktes während der Energierampe vor jeder Strahlzeit und während einer längeren Strahlzeit zu wiederholen, um zu überprüfen, ob neue Korrekturen appliziert werden müssen.

Abbildung 8.4 zeigt Messungen, die während des Beschleunigungsvorgangs bei unkorrigiertem und korrigiertem Arbeitspunkt durchgeführt wurden. Die Messungen unter (a) wurden während der Energierampe von 1,2 GeV bis 2,4 GeV im Abstand von 20 ms mit einer für den Stretcherring typischen Rampgeschwindigkeit von 4 GeV/s und eingestelltem Sollarbeitspunkt von  $Q_x = 4,612$  durchgeführt. Zunächst wurde unkorrigiert während der Energierampe gemessen, um unmittelbar im Anschluss die oben beschriebenen Korrekturen vornehmen zu können. Die in Blau dargestellten Messungen zeigen einen im Rahmen der Messfehler konstanten zeitlichen Verlauf des horizontalen Arbeitspunktes.

In Abbildung 8.4 (b) ist eine weitere zeitliche Entwicklung des horizontalen Arbeitspunktes während einer anderen Strahlzeit dargestellt. Hierfür wurde eine Rampgeschwindigkeit von 6 GeV/s gewählt und die Änderung des horizontalen Arbeitspunktes untersucht. Die Energie wurde von 1,2 GeV auf 3,2 GeV erhöht und der Sollarbeitspunkt betrug  $Q_x = 4,612$ . Auch hier ist

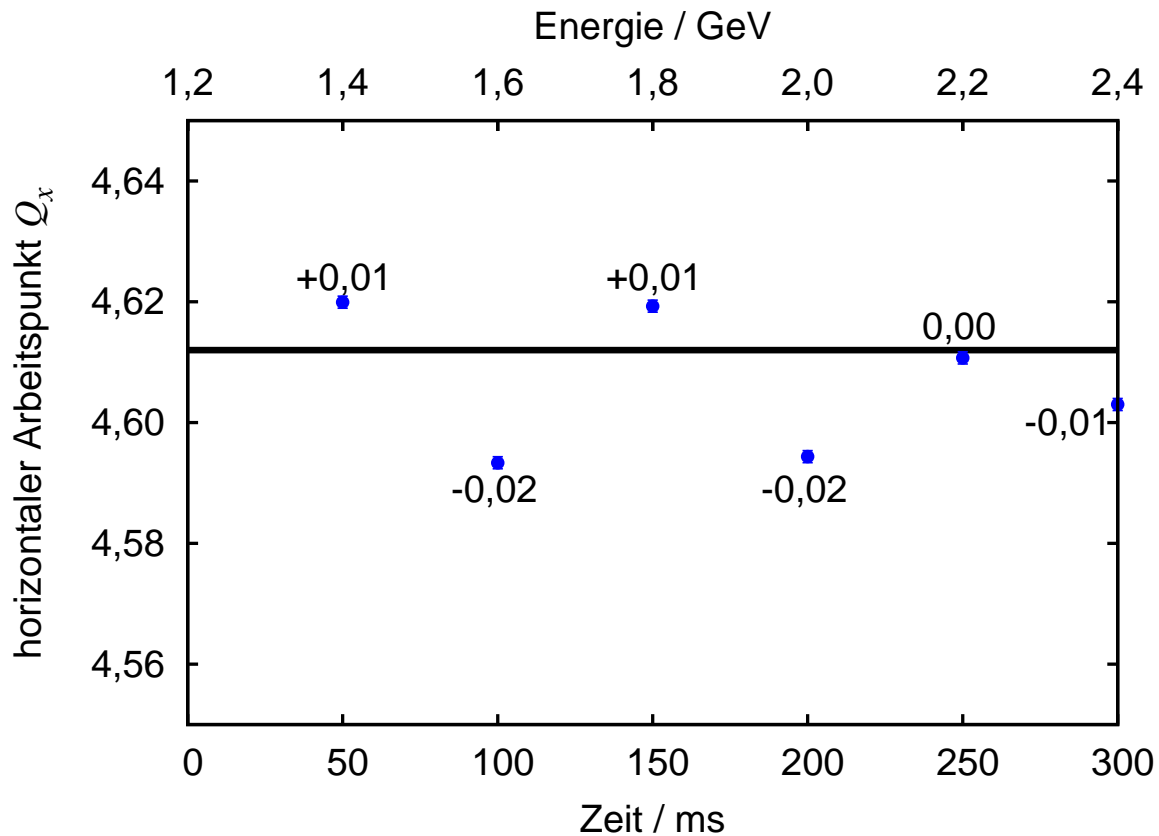


(a) Messungen im Abstand von 20 ms während der 4 GeV/s-Energierampe.



(b) Messungen im Abstand von 20 ms während der 6 GeV/s-Energierampe.

**Abbildung 8.4:** Zeitliche Entwicklung des horizontalen Arbeitspunktes während der schnellen Energierampe mit (a) 4 GeV/s von 1,2 GeV auf 2,35 GeV und (b) 6 GeV/s von 1,2 GeV auf 3,2 GeV. Messungen ohne eine Applikation der Korrekturen sind in Rot dargestellt. Unmittelbar im Anschluss an diese Messungen wurden Korrekturen appliziert und es ergibt sich ein im Rahmen der Messfehler konstanter Arbeitspunktverlauf. Diese Messungen sind in Blau dargestellt.



**Abbildung 8.5:** Gezielte Verschiebung des horizontalen Arbeitspunktes während der Energieerhöhung. Die Messungen wurden im Abstand von 50 ms durchgeführt.

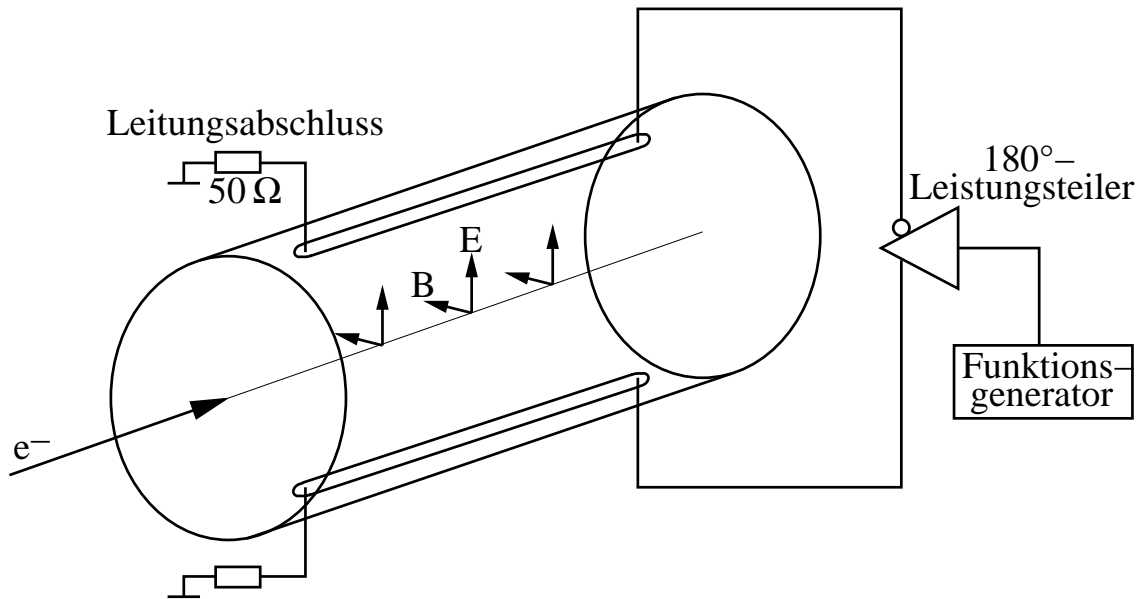
eine Variation bei den in Rot dargestellten Messungen deutlich zu erkennen. Die Stabilisierung wurde direkt im Anschluss an die Messungen des unkorrigierten horizontalen Arbeitspunktes vorgenommen und war, wie bei den in Blau dargestellten Messungen zu erkennen ist, erfolgreich.

Des Weiteren besteht die Möglichkeit, den horizontalen Arbeitspunkt während der Energieerhöhung durch Veränderung der Ströme in den Quadrupolmagneten gezielt zu verschieben. Dies wird beispielsweise angewandt, um zur Durchführung des vertikalen Arbeitspunktsprungs den Abstand zur nächsten optischen Resonanz zu vergrößern oder um während des Herunterrampens den Arbeitspunkt zu einer optischen Resonanz zu verschieben, um den nicht-extrahierten Reststrahl zu vernichten.

Eine gezielte Verschiebung hin zu verschiedenen horizontalen Arbeitspunkten auf der schnellen Energierampe ist in Abbildung 8.5 dargestellt. Hierfür wurde ein Abstand von 50 ms zwischen den einzelnen Messungen gewählt und die gezielten Verschiebungen wurde zusätzlich zu den applizierten Korrekturen zur Stabilisation vorgenommen. Zwischen den angegebenen Zeitpunkten wird der Arbeitspunkt linear interpoliert.

### 8.3 Methode der resonanten Anregung

Eine alternative Methode zur Messung der transversalen Arbeitspunkte wurde im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe der resonanten Anregung kohärenter Betatronschwingungen durch einen Stripline-Kickermagneten durchgeführt. Wegen der geringen Dämpfung und der deshalb hohen



**Abbildung 8.6:** Funktionsweise eines Stripline-Kickermagneten: Wenn der Elektronenstrahl und die Spannungswelle den Kicker von entgegengesetzten Richtungen durchlaufen, wird der Strahl abgelenkt.

Güte des Schwingungssystems wächst die Amplitude im Resonanzfall stark an. Diese Methode der resonanten Anregung kann eine Messung des Arbeitspunktes im Millisekundenbereich nicht gewährleisten, da für jede Messung ein Durchfahren der Resonanzkurve erforderlich ist. Diese für Messungen im Nachbeschleunigungsmodus ungeeignete Methode der Anregung wird im Folgenden für die Messung des horizontalen Arbeitspunktes vorgestellt.

### 8.3.1 Der Stripline-Kickermagnet

In einem Stripline-Kickermagneten wird mit Hilfe von elektrischen und magnetischen Feldern der Teilchenstrahl periodisch abgelenkt und so zu kohärenten Schwingungen angeregt (siehe Abb. 8.6). Die elektrischen und magnetischen Kräfte auf den Elektronenstrahl werden aufaddiert, wenn die externe Spannungswelle und der hindurchgehende Elektronenstrahl den Stripline-Kickermagneten aus entgegengesetzten Richtungen passieren (vgl. [57]).

Der in Rahmen dieser Arbeit verwendete Stripline-Kickermagnet besteht aus einer Anordnung aus vier länglichen Hochfrequenzelektroden, mit deren Hilfe man ein Hochfrequenzsignal  $U(t) = U_0 \cos(\omega_{\text{gen}} t)$  erzeugen kann. Jeweils zwei gegenüberliegende Elektroden ermöglichen die Anregung kohärenter Schwingungen in der horizontalen oder vertikalen Ebene und können wahlweise angesteuert werden. Der Magnet wird durch einen Leistungsverstärker mit einer maximalen Ausgangsleistung von 100 W angesteuert. Der Verstärker vor dem Stripline-Kickermagneten erlaubt eine Ansteuerung bis maximal 10 MHz durch einen Funktionsgenerator. Jedes Hochfrequenzelektrodenpaar ist an den 100 W-Leistungsverstärker über einen 180°-Leistungsteiler gekoppelt. Die Frequenz kann mit Hilfe eines Funktionsgenerators variiert werden. Im Resonanzfall  $\omega_{\text{gen}} = \omega_{\beta_x, N} = Q_x \omega_U$  wird die Amplitude der horizontalen Strahlschwingungen maximal und der Arbeitspunkt  $Q_x$  kann ermittelt werden.

Ein Foto des im Stretcherring angebrachten Stripline-Kickermagneten zeigt Abbildung 8.7. Durch eine Relais-Schaltung kann ausgewählt werden, welches der beiden Elektrodenpaare zur

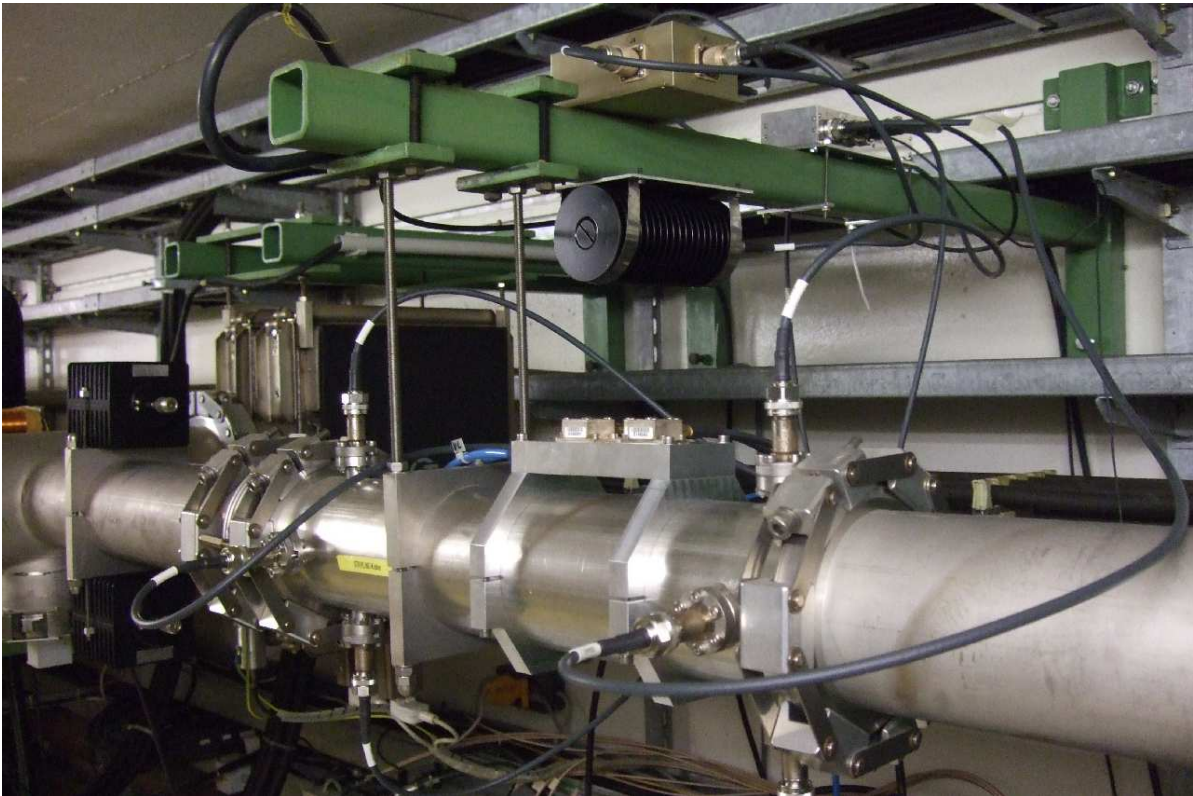


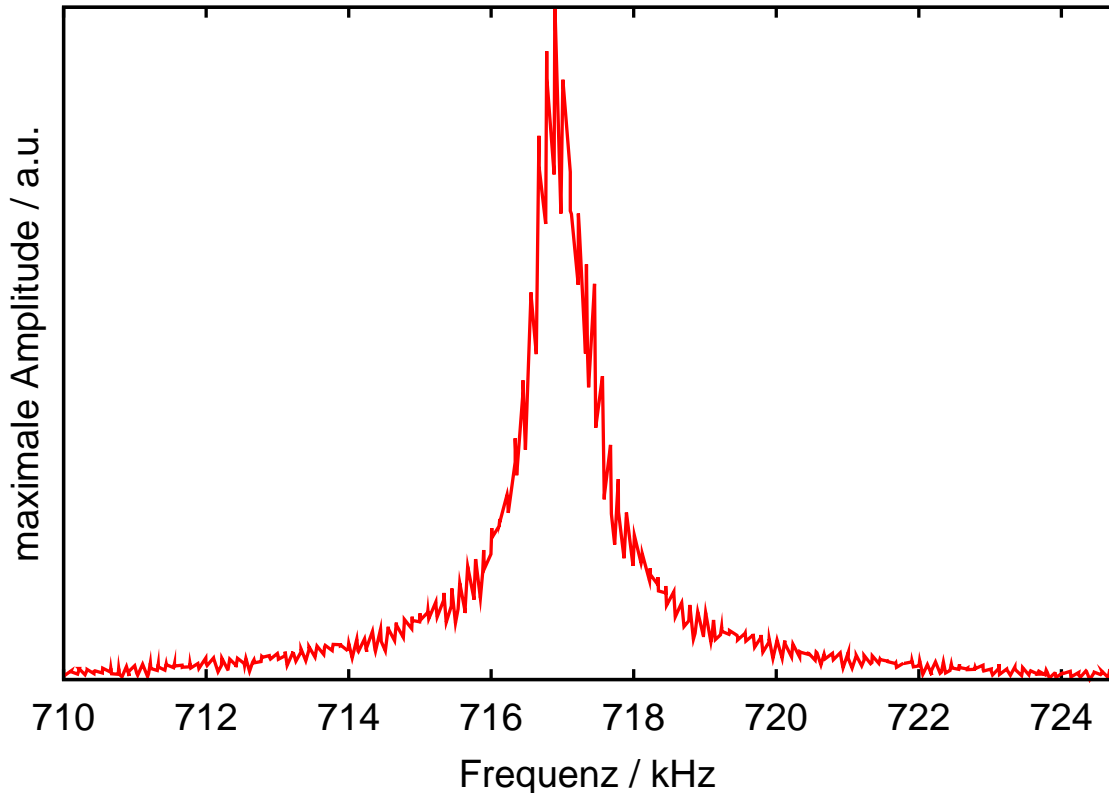
Abbildung 8.7: Der Stripline-Kicker im Stretcherring.

Anregung kohärenter Betatronschwingungen angesteuert werden soll. Die Position des Stripline-Kickermagneten im Stretcherring ist in Abbildung 8.2 dargestellt.

### 8.3.2 Messung des horizontalen Arbeitspunktes

Nach der Anregung kohärenter horizontaler Betatronschwingungen mit einem Stripline-Kickermagneten erfolgt die Aufnahme der Ablagedaten in gleicher Weise wie bei der Messung mit einer gepulsten Anregung mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors. Eine Durchführung der Fouriertransformation ist eigentlich nicht erforderlich, da eine Bestimmung der maximalen Amplitude ausreichen würde: Bei dieser Methode werden erzwungene Schwingungen erzeugt und der Elektronenstrahl schwingt mit der Anregungsfrequenz, die durch die Einstellungen am Funktionsgenerator gegeben ist. Da aber für diese Messungen auf das in Kapitel 5 beschriebene System zur Aufnahme, Verarbeitung und Digitalisierung des Ablagesignals zurückgegriffen werden konnte, wurde die Schwingungsfrequenz bei diesen Messungen durch eine Analyse des Frequenzspektrums ermittelt.

Ein Frequenzspektrum zur Bestimmung der Betatronschwingungsfrequenz ist in Abbildung 8.8 dargestellt. Man erkennt das starke Ansteigen der Amplitude im Resonanzfall. Die Anregungsfrequenz wurde über einen Zeitraum von 8 s in einem Bereich von 710 kHz bis 724,7 kHz am Funktionsgenerator variiert. In diesen 8 s wurden im Speichermodus im Abstand von 20 ms insgesamt 400 Schwingungsmessungen durchgeführt. Im Anschluss wurde die Fourieranalyse vollzogen und aus jedem Spektrum die maximale Amplitude mit der dem Peak zugehörigen Frequenz in dem Frequenzbereich von 710 kHz bis 724,7 kHz ermittelt. Alle so bestimmten 400



**Abbildung 8.8:** Frequenzspektrum zur Messung des horizontalen Arbeitspunktes mittels resonanter Anregung. Aus der ermittelten Resonanzfrequenz lässt sich der horizontale Arbeitspunkt bestimmen.

maximalen Amplituden und zugehörigen Frequenzen wurden gegeneinander aufgetragen, was in Abbildung 8.8 dargestellt ist. Aus der ermittelten Resonanzfrequenz  $f_{\text{Res}} \approx 717$  kHz, die Auskunft über die Betatronschwingungsfrequenz  $f_{\beta_x}$  gibt, kann der Nachkommaanteil des horizontalen Arbeitspunktes nach Gleichung (3.60) ermittelt werden. Hierbei muss beachtet werden, dass für den horizontalen Arbeitspunkt bei diesen Messungen  $Q_{x,N} > 0,5$  gilt. Der Nachkommaanteil des horizontalen Arbeitspunktes betrug bei der dargestellten Messung  $Q_{x,N} \approx 0,607$ . Zum Vergleich wurde im Anschluss eine zeitnahe Messung mit einer gepulsten Anregung durchgeführt, die das gleiche Ergebnis lieferte.

Diese Methode mit resonanter Anregung kann zwar die Messung des horizontalen Arbeitspunktes gewährleisten, dies aber nur mit vergleichsweise langen Beobachtungszeiten, was in Anbetracht der gewünschten Zeitauflösung während der schnellen Energierampe im Nachbeschleunigungsmodus nicht akzeptabel ist. Verkürzt werden könnte diese Art der Messung mit einer Ansteuerung des Striplinekickermagneten mit einem Signalgenerator auf DDS<sup>45</sup>-Basis anstatt eines Funktionsgenerators (vergleiche hierzu [39]). Die Schwingungsfrequenz ist durch die Anregungsfrequenz gegeben. Die Messung wird auf eine Bestimmung der Amplitude beschränkt und ist auch in kürzeren Zeitabständen möglich. Dies wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht realisiert, da mit Hilfe der gepulsten Anregung mit einem Injektionskickermagneten Messungen in Abständen im Millisekundenbereich während der schnellen Energierampe möglich sind.

<sup>45</sup>Direct Digital Synthesis





## 9 Entwicklung und Aufbau eines Kickermagneten zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen

Für die Messung des vertikalen Arbeitspunktes wurde im Rahmen dieser Arbeit an ELSA ein neuer Kickermagnet zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen entwickelt und in Betrieb genommen. Im Folgenden wird die Entwicklung und der Aufbau des neuen Kickermagneten dargestellt, bevor in Kapitel 10 die Messungen des vertikalen Arbeitspunktes vorgestellt werden.

Zunächst werden die Anforderungen an den Kickermagneten beschrieben, womit die Positionierung im Stretcherring und die Geometrie des Magneten festgelegt werden konnte. Danach wird auf die einzelnen Komponenten des Magneten näher eingegangen. Im Anschluss werden schließlich der Aufbau des Kickerpulsers sowie die Ansteuerelektronik vorgestellt.

### 9.1 Anforderungen an den Kickermagneten

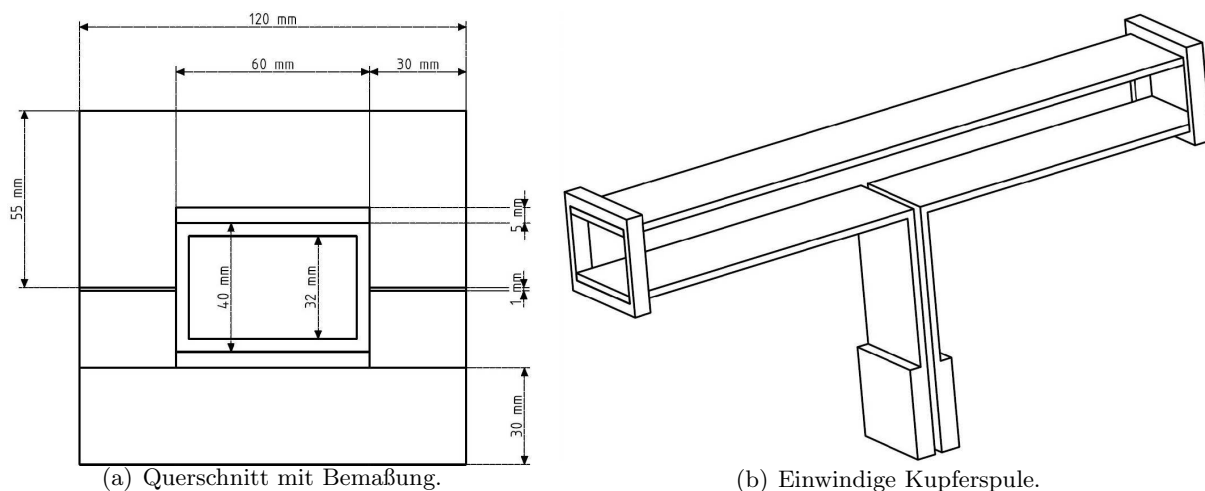
Das Ziel bei der Entwicklung des Kickermagneten war die Erzeugung eines ausreichend großen Kickwinkels, um die durch ihn kohärent angeregten, vertikalen Betatronschwingungen mit Hilfe eines Strahlpositionsmonitors detektieren zu können. Hierbei wurde beachtet, dass die Länge des Kickerpulses kleiner ist als die Umlaufzeit der Elektronen im Stretcherring. Dies bedeutet, dass das strahlablekende Feld innerhalb von 548 ns auf- und abgebaut werden muss. Damit wird gewährleistet, dass alle Elektronen des Strahls genau einmal angeregt werden. Für so einen schnell gepulsten Magneten, der mit Spannungen im Kilovoltbereich betrieben wird, ist eine geringe Induktivität notwendig.

#### 9.1.1 Positionierung im Beschleuniger

Damit die Amplitude der angeregten Betatronschwingung möglichst groß ist, muss für die Positionierung ein Ort mit großer vertikaler Betafunktion gewählt werden. Hierfür kommt eine Stelle vor oder hinter einem horizontal defokussierenden, also vertikal fokussierenden, Quadrupolmagneten in Frage. Da nach ersten Abschätzungen mit einer benötigten Strahlrohrlänge des Kickermagneten von etwa 0,5 m zu rechnen war, boten sich aufgrund der vorhandenen Magnetstruktur wenig geeignete Einbauorte im Stretcherring an (vgl. Abb. 8.2). Prinzipiell kamen nur zwei geeignete Positionen im Ring in Frage, nämlich in Strahlrichtung gesehen hinter dem Quadrupolmagneten QD 1 oder vor QD 15. Die vertikale Betafunktion nimmt aufgrund der Kantenfokussierung der Dipolmagnete nicht in jedem horizontal defokussierenden Quadrupolmagneten den gleichen Wert an (vgl. Abb. 3.2). Deshalb fiel die Entscheidung auf eine Positionierung des Kickermagneten in Strahlrichtung gesehen vor Quadrupolmagnet QD 15 an der Stelle  $s \approx 71,5$  m, da in der Nähe von diesem die vertikale Betafunktion größer ist als hinter QD 1. Dies ist auch dann noch der Fall, wenn sich zwischen dem Kicker- und dem Quadrupolmagneten der Strahlpositionsmonitor zur Detektion der vertikalen Betatronschwingungen befindet (vgl. Kap. 5). Die angesprochenen Positionen im Stretcherring von Kickermagnet und Monitor sind in Abbildung 8.2 gekennzeichnet.

#### 9.1.2 Abschätzung des Ablenkwinkels

Um abschätzen zu können, welcher Kickwinkel  $\Delta z'$  benötigt wird, um eine ausreichend große Amplitude der kohärent angeregten Betatronschwingungen am Ort des Strahlpositionsmonitors zu erhalten, wird die schon in Kapitel 8.1 hergeleitete Gleichung (8.2) – jetzt angewandt auf die



**Abbildung 9.1:** Aufbau des Kickermagneten. Die Stromzufuhr geschieht auf der Unterseite in der Mitte des Kickermagneten.

vertikale Ebene – verwendet. Für den benötigten Kickwinkel erhält man:

$$\Delta z' = \frac{z_M}{\sqrt{\beta_{z,K}\beta_{z,M}}} \quad (9.1)$$

Hierbei ist  $\beta_{z,K}$  die Betafunktion am Ort des Kickermagneten und  $\beta_{z,M}$  die Betafunktion am Ort des Strahlpositionsmonitors, der die Detektion der vertikalen Betatronschwingungen übernimmt.  $z_M$  ist die Schwingungsamplitude am Ort des Monitors.

Die Werte für die Betafunktionen an verschiedenen Stellen im Stretcherring können mit typischen Arbeitspunktwerten von dem Computerprogramm MAD-X berechnet werden [22]. Der Ort des Strahlpositionsmonitors wurde wie in Kapitel 5 beschrieben ausgewählt. Er befindet sich an der in Abbildung 8.2 gekennzeichneten Stelle. Man erhält folgende Werte für die Betafunktionen, wobei sich der Wert von  $\beta_{z,K}$  auf die Mitte des Magneten bezieht:

$$\beta_{z,K} \approx 15 \text{ m} \quad \text{und} \quad \beta_{z,M} \approx 17 \text{ m} . \quad (9.2)$$

Zur Abschätzung des Ablenkungswinkels benötigt man die Amplitude der Schwingung am Ort des Strahlpositionsmonitors, die groß genug sein muss, um die Schwingungen detektieren zu können. Unter Berücksichtigung der Monitorempfindlichkeit<sup>46</sup>, des Rauschens<sup>47</sup> und eines gewünschten Signal-Rausch-Verhältnisses von 100 beträgt die geforderte Amplitude der vertikalen Betatronschwingung am Ort des Strahlpositionsmonitors  $z_M \approx 5 \text{ mm}$ . Um mindestens diese geforderte Amplitude zu erhalten, konnte von folgendem benötigten Kickwinkel ausgegangen werden:

$$\Delta z' \approx 350 \text{ } \mu\text{rad} . \quad (9.3)$$

### 9.1.3 Geometrie des Kickermagneten

Durch das über seine gesamte Länge nahezu homogene Magnetfeld im Kickermagneten wird der Elektronenstrahl abgelenkt. Um dem Strahl ablenken zu können, ist eine ausreichend große

<sup>46</sup>Bei einer Arbeitsfrequenz von 500 MHz, einem Strom von 1 mA und unter Berücksichtigung der Amplitudenabschwächung durch ein 10 m Koaxialkabel kann von einer Spannung von 0,22 mV an den Elektronen des Monitors ausgegangen werden. Das entspricht einem Pegel von  $P = -60,1 \text{ dBm}$ . (vgl. [33])

<sup>47</sup>Die Rauschleistung einer Elektrode berechnet sich nach [46] wie folgt:  $P = 4kT\Delta f = 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ W}$  (mit  $\Delta f = \frac{f_0}{2}$ ).

|  |                             |
|--|-----------------------------|
| physikalische Apertur                      | 3 x 5 cm <sup>2</sup>       |
| Fenstergröße                               | 4 x 6 cm <sup>2</sup>       |
| Gaphöhe $h$                                | 6 cm                        |
| Leitermaterial                             | Kupfer (OF-Cu)              |
| Leiterquerschnitt                          | 0,5 x 6 cm <sup>2</sup>     |
| Jochmaterial                               | Ferrit 8C11                 |
| Außenmaße des Jochs                        | 11 x 12 cm <sup>2</sup>     |
| Länge des Jochs                            | 0,4 m                       |
| effektive Magnetfeldlänge $l_{\text{eff}}$ | 0,4672 m                    |
| Induktivität $L$                           | $\approx 0,5 \mu\text{H}$   |
| benötigter Maximalstrom $I_{\text{Peak}}$  | $\approx 400 \text{ A}$     |
| Kickwinkel $\Delta z'$                     | $\approx 350 \mu\text{rad}$ |

**Tabelle 9.1:** Parameter des Kickermagneten zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen.

Vakuumkammer erforderlich, dessen Geometrie wie im Folgenden beschrieben bestimmt wurde. Um die minimal erforderliche physikalische Apertur der Vakuumkammer zu ermitteln, muss die Strahlbreite am Ort des Kickermagneten bekannt sein. Üblich ist hier mindestens eine  $10\sigma_x$ - beziehungsweise  $10\sigma_z$ -Strahlbreite, um Strahlverlust zu minimieren. Die Strahlbreiten  $\sigma_x$  und  $\sigma_z$  am Ort des Kickermagneten bei  $s \approx 71,5 \text{ m}$  können mit Hilfe der Emittanz und der Betafunktion nach Gleichung (3.12) und (3.19) bestimmt werden und wurden für die typischen Arbeitspunkte und der ELSA-Maximalenergie von 3,5 GeV wie im Folgenden beschrieben ermittelt. Die Emittanzen betragen typischerweise  $\varepsilon_x = 1050 \text{ nmrad}$  und  $\varepsilon_z = 105 \text{ nmrad}$  (vgl. [51]). Hierbei wurde ein Wert von  $\varepsilon_z \approx 0,1 \cdot \varepsilon_x$  angesetzt, den man üblicherweise bei Elektronenkreisbeschleunigern wie ELSA durch die Kopplung der beiden transversalen Schwingungsebenen erhält (vgl. [63]). Dispersionsfunktion und die Betafunktionen sind für den gesamten Beschleunigerring in Abbildung 3.4 und 3.2 dargestellt. Die Dispersionsfunktion beträgt am Ort des Kickermagneten  $D_{x,K} \approx 1 \text{ m}$  und die Betafunktionen betragen  $\beta_{x,K} \approx 3 \text{ m}$  und  $\beta_{z,K} \approx 15 \text{ m}$ . Die natürliche Energiebreite beträgt  $\frac{\Delta E}{E} \approx 0,09\%$  (vgl. [51]). Damit erhält man für die  $10\sigma_x$ - und  $10\sigma_z$ -Strahlbreite am Ort des Kickermagneten:

$$10\sigma_x = 10 \cdot \sqrt{\varepsilon_x \beta_{x,K} + \left( D_{x,K} \frac{\Delta E}{E} \right)^2} \approx 2,0 \text{ cm} , \quad (9.4)$$

$$10\sigma_z = 10 \cdot \sqrt{\varepsilon_x \beta_{x,K}} \approx 1,3 \text{ cm} . \quad (9.5)$$

Die endgültige Apertur des Kickermagneten mit horizontal ungefähr 5 cm und vertikal ungefähr 3 cm reicht für diese Strahlbreiten aus.

Der Kickermagnet ist ein O-Dipolmagnet, dessen Querschnitt mit Bemaßung in Abbildung 9.1 (a) dargestellt ist<sup>48</sup>. Die Erzeugung des Magnetfeldes geschieht durch eine einwindige, stromdurchflossene Kupferspule mit einer Querschnittsfläche von  $0,5 \times 6 \text{ cm}^2$ . Eine einwindige Kupferspule gewährleistet eine geringe Induktivität. Dies wird in Kapitel 9.1.5 dargestellt. Daraus ergibt sich die Fenstergröße von  $4 \times 6 \text{ cm}^2$  mit der Gaphöhe  $h = 6 \text{ cm}$ . Die Kupferspule wird auf der unteren Längsseite des Magneten genau mittig durch eine Lücke in den Kickermagneten hinein- und wieder herausgeführt (siehe Abbildung 9.1 (b)). Die Verbindung der oberen und unteren Kupferplatten an den Enden des Kickermagneten geschieht durch Kupferrahmen. Um hohe Feldstärken

<sup>48</sup>Erstellt mit „Autodesk Inventor Professional“.

zu erreichen, wird die Kupferspule in einen Ferritblock eingebracht. Ferrite garantieren bei relativ hoher Permeabilität eine nahezu lineare und hystereselose Beziehung zwischen magnetischer Flussdichte  $B$  und Feldstärke  $H$  des Magnetfeldes. Der Ferritblock ist an zwei Stellen durch eine 1 mm dicke Kupferschiene unterbrochen, die durch Wirbelstromverluste verhindert, dass magnetische Feldlinien, die im Ferrit um das Gap laufen, schnell auf- und abgebaut werden können.

Für den benötigten Ablenkwinkel am Ort des Kickermagneten gilt näherungsweise

$$\Delta z' = \frac{l_{\text{eff}}}{R} = \frac{e}{p} B l_{\text{eff}} \approx 0,2998 \frac{B l_{\text{eff}}}{E/\text{GeV}} . \quad (9.6)$$

Hierbei ist  $B$  die Flussdichte und  $R$  der Bahnradius der Elektronen im Magneten. Da das Magnetfeld an den Magnetenden nicht sprunghaft ansteigt beziehungsweise abfällt, muss hier die effektive Magnetfeldlänge  $l_{\text{eff}}$  und nicht die Länge des Ferrit-Umschlusses des Kickermagneten eingesetzt werden.  $l_{\text{eff}}$  lässt sich näherungsweise wie folgt bestimmen (vgl. [56]):

$$l_{\text{eff}} = l + 2kh , \quad (9.7)$$

wobei  $k$  eine Konstante ist, die nach [56] mit  $k = 0,56$  gegeben ist.  $h$  ist die Gaphöhe, die für den Kickermagneten  $h = 6$  cm beträgt. Somit lässt sich die erforderliche Flussdichte  $B$  des Magnetfeldes mit dem in Gleichung (9.3) grob abgeschätzten Ablenkwinkel wie folgt bestimmen:

$$B = \frac{\Delta z'}{l_{\text{eff}} \cdot 0,2998} E \quad \text{mit } E \text{ in GeV} . \quad (9.8)$$

Die benötigte Flussdichte  $B$  steigt also mit der Energie der Elektronen an. Der im Folgenden berechnete Wert für  $B$  gilt für die Maximalenergie der Elektronen im Stretcherring von  $E = 3,5$  GeV. Anhand dieser Gleichung wurde die Länge des Kickermagneten auf 40 cm festgelegt. Für die effektive Feldlänge und das geforderte Magnetfeld erhält man:

$$l_{\text{eff}} \approx 0,4672 \text{ m} , \quad B \approx 9 \text{ mT} . \quad (9.9)$$

Für niedrigere Energien erwartet man bei konstantem Magnetfeld entsprechend größere Ablagen am Ort des Strahlpositionsmonitors.

Aus der Flussdichte  $B$  lässt sich der Strom  $I$  durch die Kupferspule abschätzen:

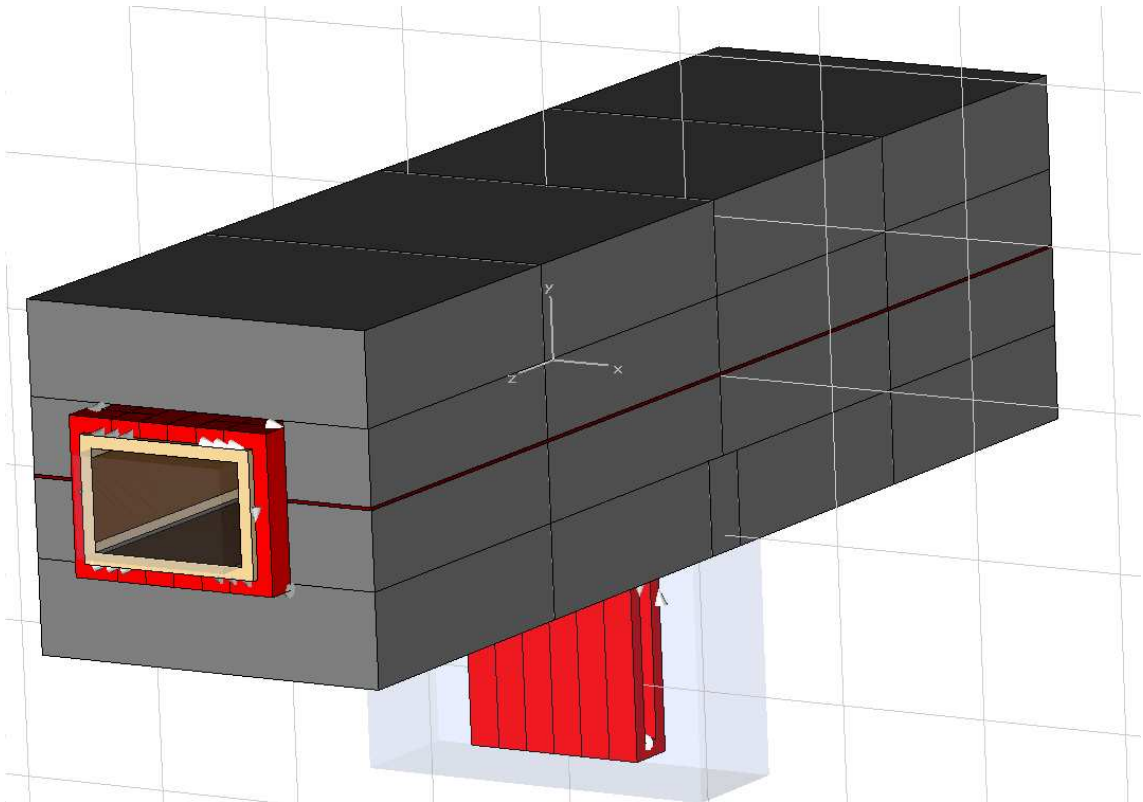
$$\begin{aligned} \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I & \implies B = \mu_0 \frac{I}{h + \frac{l}{\mu}} \approx \mu_0 \frac{I}{h} \\ & \implies I \approx \frac{h}{\mu_0} B \approx 400 \text{ A} . \end{aligned} \quad (9.10)$$

Hierbei ist  $\mu_0$  die Permeabilitätskonstante und  $\mu$  die relative Permeabilität des Ferrits, für die  $\mu \gg 1$  gilt.

Die in diesem Abschnitt ermittelten Werte sind in Tabelle 9.1 zusammengefasst. Die Bestimmung der Induktivität folgt in Kapitel 9.1.5.

#### 9.1.4 Numerische Simulationen

Zur Optimierung der Geometrie wurde die Feldverteilung des Kickermagneten mit dem Computerprogramm CST STUDIO SUITE™ der Computer Simulation Technology (kurz: CST) GmbH simuliert [11]. CST STUDIO SUITE™ ist eine Software für elektromagnetische Simulationen, die



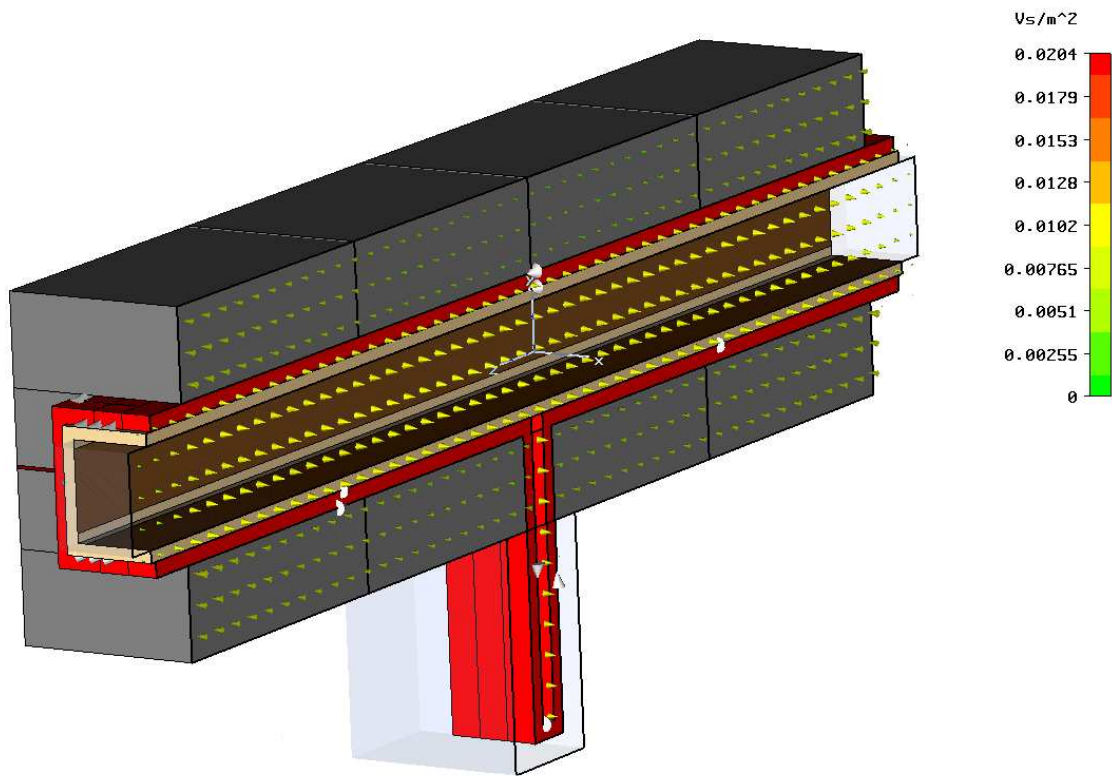
**Abbildung 9.2:** Optimierte Geometrie des Kickermagneten (dargestellt mit CST Particle Studio®).

verschiedene Module beinhaltet. Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Modul CST PARTICLE STUDIO® (kurz: CST PS) ist für die Analyse von geladenen Teilchen in dreidimensionalen, elektromagnetischen Feldern nutzbar und ist eng verknüpft mit dem Modul CST EM STUDIO® (kurz: CST EMS) für die Simulationen elektromagnetischer Feldverteilungen, das die Maxwell-Gleichungen numerisch auf einem diskreten Gitter löst und mit dem ein Magnetdesign erstellt werden kann.

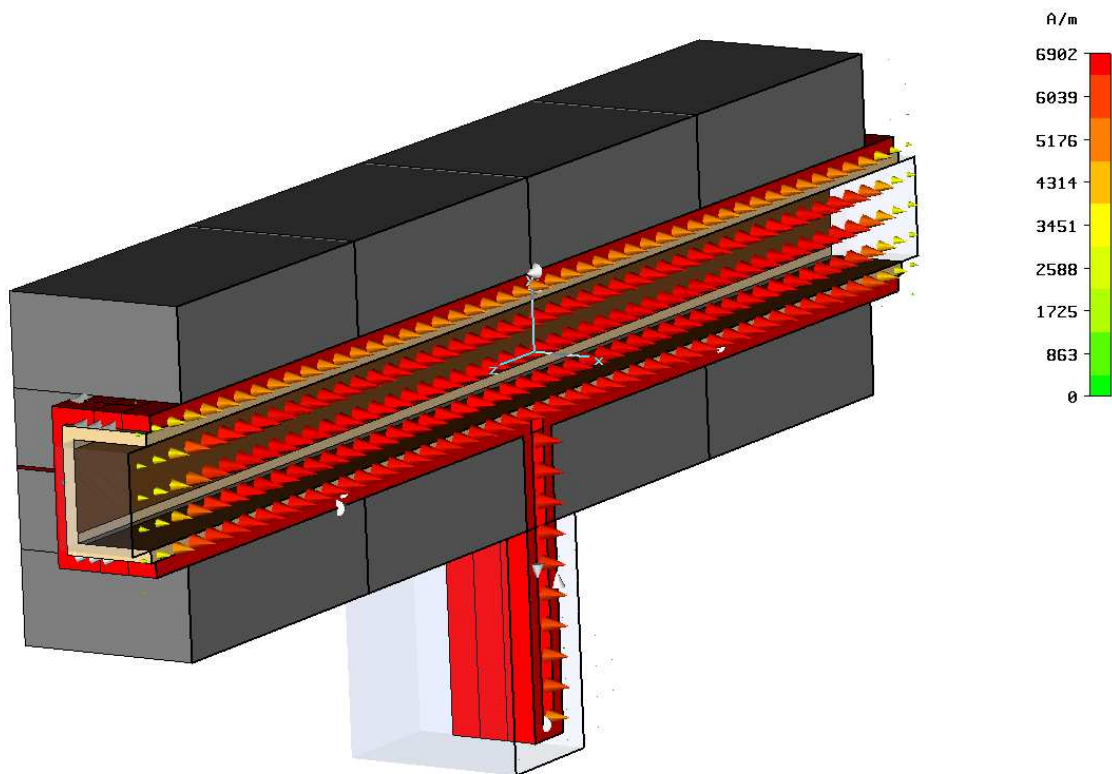
Der endgültige Aufbau des Kickermagneten ohne Magnetgehäuse ist in Abbildung 9.2 dargestellt. Zu erkennen ist der Kupferleiter, der auf der Unterseite durch eine Lücke im Ferrit in den Kickermagneten hinein- und herausgeführt wird, um ein möglichst homogenes Magnetfeld zu erreichen. Die Kupferspule ist von Ferritblöcken verschiedener Größe umgeben, um hohe Feldstärken erzeugen zu können.

Abbildung 9.3 (a) beziehungsweise (b) zeigt das berechnete  $B$ - beziehungsweise  $H$ -Feld für den Kickermagneten in einer zweidimensionalen Darstellung. Simuliert wurde hier für einen Strom durch den Kupferleiter mit der Stromstärke 400 A. Wie zu erkennen ist, kann ein homogenes Dipolfeld über einen weiten Bereich erzeugt werden. An den Rändern des Magneten fällt das Feld schnell ab. Durch die Kupferrahmen zur Verbindung des oberen und unteren Leiters an den beiden Magnetenden wird das Magnetgap nicht verkleinert. Diese Simulationen zeigen, dass das gewählte Magnetdesign zu den avisierten Parametern führt.

Mit CST PARTICLE STUDIO® wurde eine Analyse der Teilchenbahn durch den Magneten durchgeführt und der Ablenkwinkel im Kickermagneten bestimmt. Man erhält einen Ablenkwinkel von  $\Delta z' \approx 320$  grad für einen Strom durch die Kupferspule von 400 A und eine Energie



(a)  $B$ -Feld des Kickermagneten in einer zweidimensionalen Simulation.



(b)  $H$ -Feld des Kickermagneten in einer zweidimensionalen Simulation.

**Abbildung 9.3:** Feldverteilung im Kickermagneten simuliert mit dem Computerprogramm CST PARTICLE STUDIO®.

der Elektronen von 3,5 GeV. Dieser Wert liegt nur etwa 10% unterhalb des abgeschätzten Wertes (vgl. Gl. (9.3)).

### 9.1.5 Bestimmung der Induktivität

Für die Dimensionierung des Netzgerätes musste die Induktivität des Kickermagneten vor der Fertigstellung bekannt sein. Des Weiteren musste bei der Konstruktion beachtet werden, dass die Induktivität möglichst klein bleibt, um kurze Pulse realisieren zu können. Zur Abschätzung der Induktivität gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Einerseits ist die Induktivität eines Ferrit-Kickermagneten nach [56] näherungsweise gegeben durch:

$$L = \frac{2l_{\text{eff}}w^2\mu_0}{h} \left( b + \frac{a}{3} \right) . \quad (9.11)$$

Hierbei ist  $a$  die Spulendicke,  $2b$  der Abstand zwischen den Kupferleitern,  $h$  die Gaphöhe,  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante und  $w$  die Anzahl der Spulenwindungen. Um eine möglichst kleine Induktivität zu erzielen, wurde  $w = 1$  gewählt. Für  $a = 5$  mm,  $b = 25$  mm,  $h = 60$  mm und  $l_{\text{eff}} = 0,4672$  m ergibt sich der folgende Wert für die Induktivität des Kickermagneten:

$$L \approx 0,52 \text{ } \mu\text{H} . \quad (9.12)$$

Andererseits lassen sich Simulationen mit CST PARTICLE STUDIO<sup>®</sup> durchführen. Hieraus konnte für den Magneten die im Magnetfeld gespeicherte Energie  $W$  bestimmt werden. Aus der folgenden Beziehung lässt sich damit die Induktivität bestimmen:

$$W = \frac{1}{2}LI^2 \quad \implies \quad L \approx 0,55 \text{ } \mu\text{H} . \quad (9.13)$$

Basierend auf diesem höheren Wert wurde das Netzgerät des Magneten entwickelt, das in Kapitel 9.3 vorgestellt wird. Eine Bestimmung der tatsächlichen Induktivität des Kickermagneten konnte nach seiner Fertigstellung im Labor vorgenommen werden. Gemessen wurde hier ein Wert von  $L \approx 0,4 \text{ } \mu\text{H}$ .

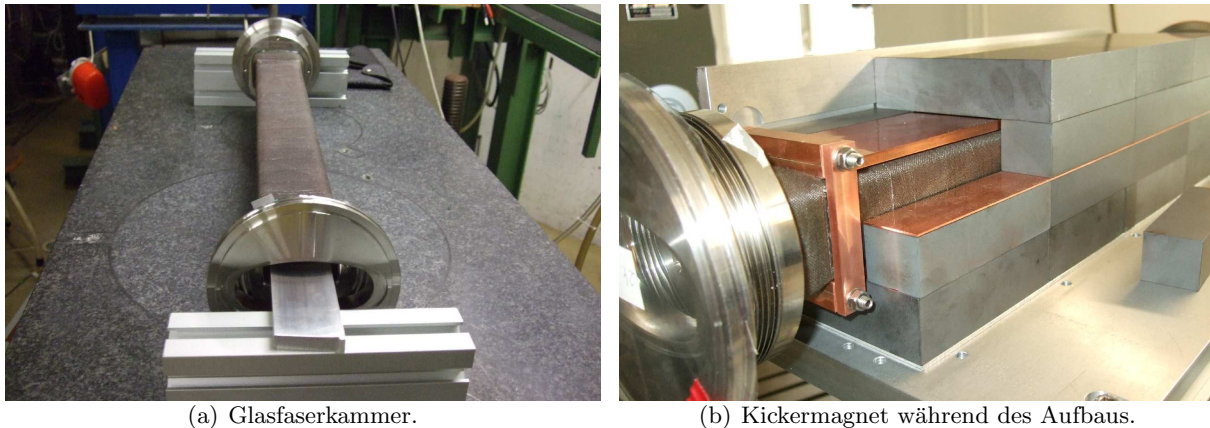
Die Pulsdauer des Magneten sollte eine Zeit von 548 ns für einen Umlauf der Elektronen im Stretcherring nicht überschreiten. Der Strom von 400 A wird auf dem Maximum der sinusförmigen Halbwelle des Kickerpulses erreicht (vgl. Kap. 9.3). Die Anstiegs- und Abfallzeit beträgt jeweils etwa 250 ns. Eine Zusammenfassung der Parameter befindet sich in Tabelle 9.1.

## 9.2 Aufbau des Kickermagneten

Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten des Kickermagneten zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen genauer beschrieben. Ein Foto des Kickermagneten im Stretcherring ist in Abbildung 9.6 zu sehen.

### 9.2.1 Vakuumkammer

Die Vakuumkammer ist eine speziell angefertigte Glasfaserkammer. Dieses Material wurde verwendet, um Wirbelströme zu verhindern, die durch das gepulste Magnetfeld in Vakuumkammern aus Metall entstehen. Aus Stabilitätsgründen wurde eine Dicke der Kammer von etwa 5 mm gewählt (siehe Abbildung 9.1 (a)). Die Innenseite der Vakuumkammerwand ist mit einer 80  $\mu\text{m}$  dicken Titanfolie beschichtet, um sie elektrisch leitfähig zu machen. Bei einer so geringen Dicke sind Verluste durch Wirbelströme vernachlässigbar klein. Durch die Beschichtung wird



**Abbildung 9.4:** Fotos der Glasfaserkammer und des Kickermagneten während des Aufbaus.

in Verbindung mit der wie ein Dielektrikum wirkenden Glasfaserkammer eine Abschirmung der elektromagnetischen Felder des Elektronenstrahls erreicht, indem die induzierten Ladungen auf der Vakuumkammerwand abgetragen werden. Die minimale Dicke der Beschichtung ergibt sich durch die Eindringtiefe der elektromagnetischen Welle in das leitende Material aufgrund des Skin-Effekts<sup>49</sup>. Titan besitzt eine hohe Leitfähigkeit und weist zudem gute Vakuumeigenschaften auf. An beiden Enden der Kammer sind Metallflansche angebracht, mit denen der Übergang auf die metallische Vakuumkammer des Beschleunigers möglich ist. Die Titanfolie ist mit den Flanschen der Vakuumkammer verbunden, um die induzierte Ladungen auf der Vakuumkammerwand abzuleiten. Ein Foto der verwendeten Glasfaserkammer ist in Abbildung 9.4 (a) zu sehen.

### 9.2.2 Kupferspule

Um eine hohe Leitfähigkeit zu erhalten, ist die Spule aus OF<sup>50</sup>-Kupfer gefertigt. Die Kupferspule besteht aus einer Windung, um die Induktivität des Kickermagneten gering zu halten (siehe Gl. (9.11)). Sie besitzt ein Rechteckprofil und eine Querschnittsfläche von  $0,5 \times 6 \text{ cm}^2$ . Die Spule ist von Ferriten umgeben und wird auf der Unterseite des Magneten genau mittig durch eine Lücke im Ferritjoch hinein- und herausgeführt. Die Kupferspule verläuft direkt oberhalb und unterhalb der Vakuumkammer, wie es auf dem Foto in Abbildung 9.4 (b) zu erkennen ist. Die Verbindung der oberen und unteren Kupferplatten an den Enden des Kickermagneten geschieht durch Kupferrahmen in der Weise, dass das Magnetgap hierdurch nicht verkleinert wird. Der Abstand der oberen und unteren Kupferplatten beträgt etwa 40 mm (vgl. Abb 9.1 (a)).

### 9.2.3 Ferrite

Aufgrund der benötigten kurzen Pulse werden Kickermagnete nicht mit Eisenkernen, sondern mit Ferritkernen ausgestattet. Im Vergleich zu Eisen entstehen im Ferrit bei der Magnetisierung nur vernachlässigbar kleine Wirbelströme, die die Aufbauzeit des Magnetfeldes verzögern. Die Kupferspule ist von Ferritblöcken umgeben, wie in Abbildung 9.4 (b) zu erkennen ist. Die Ferritquader werden mit einer  $25 \text{ }\mu\text{m}$  dicken Kaptonfolie von den Kupferleitern isoliert. Es wurden

<sup>49</sup>Der Skin-Effekt beschreibt das Eindringen elektromagnetischer Wellen in ein leitendes Medium. Die Eindringtiefe, die auch Skintiefe genannt wird, ist dabei abhängig von spezifischem Widerstand und relativer Permeabilität des Leiters sowie von der Frequenz der elektromagnetischen Welle.

<sup>50</sup>Oxygen Free



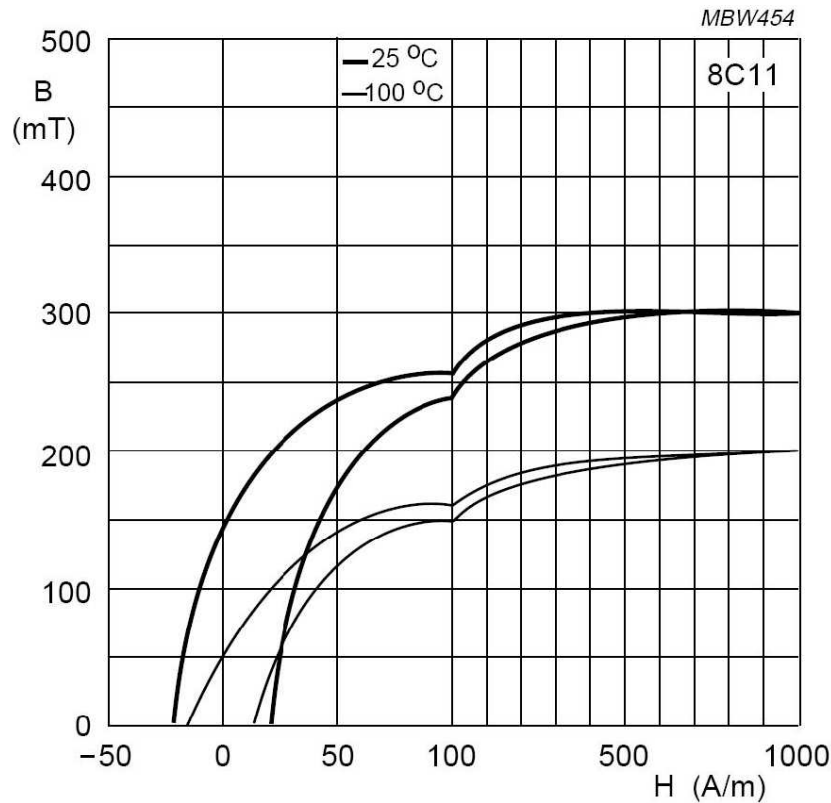


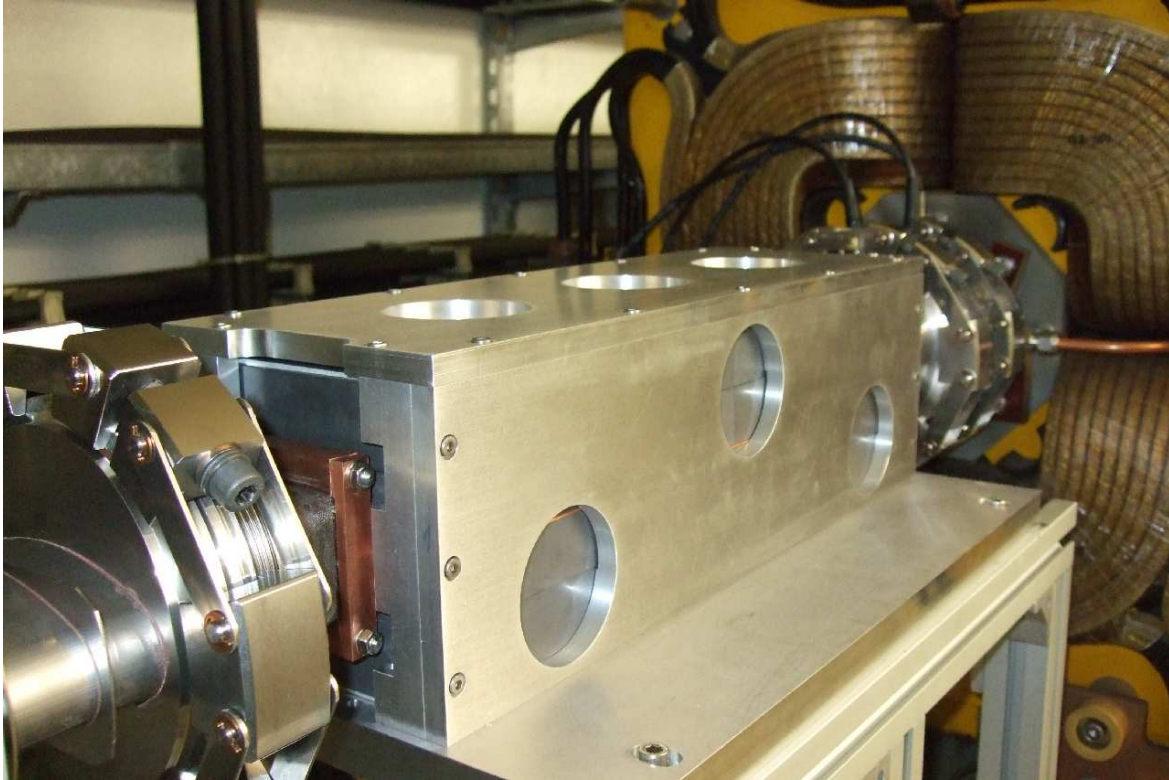
Abbildung 9.5: Hysteresekurve für Ferrite 8C11 der Firma FERROXCUBE [17].

insgesamt 26 Ferrite verschiedener Größe verwendet, die das Joch bilden. Durch die relativ hohe Permeabilität dieses Ferritmaterials im Vergleich zu anderen Jochmaterialien (z.B. Eisen) kann mit vergleichsweise kleinen Stromstärken das erforderliche Magnetfeld in einer Zeit kürzer als 548 ns auf- und wieder abgebaut werden, um den gewünschten Ablenkwinkel zu erzeugen. Die verwendeten NiZn-Ferrite 8C11 der Firma FERROXCUBE sind speziell für die Anwendung in Teilchenbeschleunigern ausgelegt (vgl. [17]). Die wichtigsten Parameter der Ferrite sind in Tabelle 9.2 angegeben.

Durch eine vergleichsweise schlechte elektrische Leitfähigkeit des Materials von nur  $\approx 10^{-5} \frac{1}{\Omega\text{m}}$  wird verhindert, dass die im Ferrit auftretenden großen Induktionsspannungen zu hohen Strömen führen, welche die Anstiegs- und Abfallzeit des Magnetfeldes verändern können. Dieser Verlust durch Wirbelströme ist gering im Vergleich zu Eisen als Jochmaterial. Neben dem Verlust durch Wirbelströme können noch Hystereseverluste auftreten, die aber wegen der nahezu hystereselo-

|  |   |
|--|---|
| Dichte                                   | $\approx 5100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
| spezifischer, elektrischer Widerstand    | $\approx 10^5 \Omega\text{m}$               |
| Anfangspermeabilität (bei 25°)           | 1200  |
| maximale Druckbelastbarkeit              | $5000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$         |
| linearer Temperaturexpansionskoeffizient | $7,5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$           |
| spezifische Wärmekapazität               | $750 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$          |

Tabelle 9.2: Spezifikationen der Ferrite 8C11 der Firma FERROXCUBE [17].



**Abbildung 9.6:** Der Kickermagnet zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen im Stretcherring an ELSA.

sen Beziehung zwischen  $B$  und  $H$  vernachlässigbar klein sind (vgl. Abb 9.5). Hinzu kommt, dass die Sättigungsfeldstärke (300 mT bei 25°C) weit über der maximalen Feldstärke des Kickermagneten liegt.

#### 9.2.4 Magnetgehäuse

Bei der Wahl eines geeigneten Gehäuses für den Magneten musste darauf geachtet werden, dass die Kupferleiter sowie die Ferrite gut fixiert sind. Das Aluminiumgehäuse des Kickermagneten bietet eine mechanische Halterung für die das Magnetjoch bildenden Ferritquader. Dadurch wird auch eine Fixierung der Kupferspule und der Vakuumkammer erreicht. Beim Aufbau musste besonders auf die Kanten der spröden Ferritquader geachtet werden, die möglichst fugenlos aneinander gesetzt wurden. Das Gehäuse besteht aus Aluminiumplatten, die durch Schrauben an den Seiten befestigt sind.

Ein Foto des Kickermagneten im Stretcherring ist in Abbildung 9.6 dargestellt.

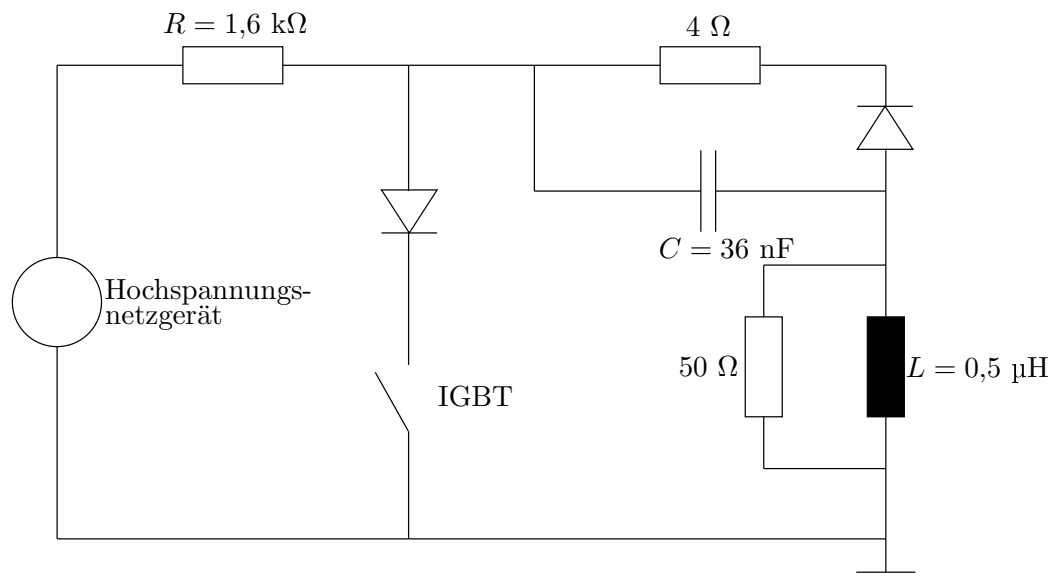
### 9.3 Aufbau des Pulsers und der Ansteuerelektronik

Nachdem in den letzten Abschnitten dieses Kapitels die benötigten Amplituden-, Anstiegs- und Abfallzeiten des Kickerpulses ermittelt wurden und der Aufbau des Kickermagneten beschrieben wurde, wird jetzt das Konzept des Kickerpulsers und des zugehörigen Netzgerätes erläutert. Die wichtigsten Daten des Kickerpulsers sind in Tabelle 9.3 zusammengestellt.

Für die Ansteuerung des Kickermagneten wurde ein Hochstrompulsers mit zugehöriger Ansteuer-

|                        |   |
|------------------------|---|
| Maximalstrom           | $I_{\text{Peak}} = 400 \text{ A}$ bei 1 m Kabellänge  |
| Maximalstrom           | $I_{\text{Peak}} = 395 \text{ A}$ bei 22 m Kabellänge |
| Ladespannung           | $U_C < 1800 \text{ V @ } 400 \text{ A}$               |
| Pulslänge              | $t_{\text{Puls}} \approx 500 \text{ ns}$              |
| Pulswiederholrate      | $f_{\text{Puls}} \leq 50 \text{ Hz}$                  |
| Pulsform               | Halbsinus   |
| Anstiegszeit 0% – 100% | $t_{\text{rise}} = 250 \text{ ns}$                    |
| Abfallzeit 100% – 0%   | $t_{\text{fall}} = 250 \text{ ns}$                    |

**Tabelle 9.3:** Kenndaten des Kickerpulsers.

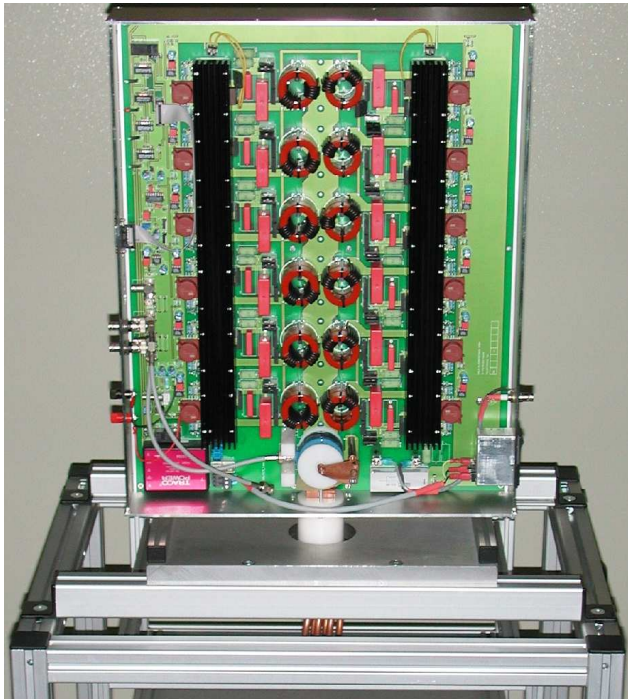


**Abbildung 9.7:** Schaltbild des Kickerpulsers (Quelle: [49]).

elektronik von der Firma PPT<sup>51</sup> entwickelt (vgl. [49]). Das Prinzip dieses Kickerpulsers ist in Abbildung 9.7 dargestellt. Die benötigten hohen Ströme erhält man mit einem mit hoher Spannung geladenen Kondensator, der über dem Kickermagneten mit der Induktivität  $L$  entladen wird. Die hohen Spannungen werden in einem Hochspannungsnetzgerät erzeugt. Der Kondensator  $C$  wird über den Widerstand  $R$  aufgeladen und dann zum gewünschten Zeitpunkt der vertikalen Strahlanregung entladen. Mit dem  $RLC$ -Schwingkreis erhält man einen sinusförmigen Strompuls. Nach einer halben Sinusschwingung bricht der Vorgang ab, da Dioden keine negativen Ströme übertragen. Durch Dioden im Schwingkreis kann die Pulsenergie teilweise für den nächsten Puls zurückgewonnen werden. Als Schalter dient bei dem in dieser Arbeit verwendeten Kickerpulsers eine zwölfstufige Halbleiter-Parallelanordnung mit jeweils zwei IGBTs<sup>52</sup> in Serienschaltung (vgl. [14]). Jede Stufe ist mit einer eigenen Kondensatorstufe ausgestattet und hat einen eigenen IGBT-Treiber und einen Impulsübertrager zur Potentialtrennung. Der Maximalstrom von 400 A und die Anstiegszeit von 250 ns des sinusförmigen Pulsstromes wird durch eine Gesamtkapazität von 36 nF und durch die Induktivität des Kickermagneten in Abhängigkeit von der eingestellten Ladespannung bestimmt. Ein Foto des Kickerpulsers ist in Abbildung 9.8 (a)

<sup>51</sup>Puls-Plasma-Technik

<sup>52</sup>Insulated Gate Bipolar Transistor (Bipolartransistor mit integrierter Gate-Elektrode)



(a) Kickerpulser



(b) Kickermagnet mit Pulser im Stretcherring

**Abbildung 9.8:** Foto des von der Firma PPT entwickelten Kickerpulsers und von seiner Befestigung unter dem Magneten im Stretcherring.

dargestellt.

Da sich die Ansterelektronik des Pulsers nicht im ELSA-Tunnel befindet, sondern in einem nahegelegenen Raum außerhalb des Beschleunigerbereichs, wurde der Kickerpulser mit Kabeln von 22 m Länge mit der Ansterelektronik verbunden. Hierdurch ergeben sich zeitliche Verzögerungen von zweimal 114 ns zwischen Triggereingang und Beginn des Hochstromimpulses. Hinzu kommt eine Zeitverzögerung des Kickerpulsers von 200 ns.

Der Pulser zusammen mit dem Kickermagneten im ELSA-Tunnel ist in Abbildung 9.8 (b) dargestellt. Der Pulser ist unterhalb des Magneten befestigt und wird von der während des Beschleunigerbetriebs auftretenden Synchrotronstrahlung abgeschirmt, um die empfindliche Elektronik zu schützen.

Durch die Ansterelektronik wird der Kickerpulser mit Spannung versorgt. Diese Ansterelektronik ist in mehrere Einschübe unterteilt, wie in Abbildung 9.9 zu erkennen ist. Die Einschübe sind von links nach rechts gesehen: AC/DC-Stromversorgung mit +5 V/+15 V/-15 V, AC/DC-Stromversorgung mit 24 V, Interlock für Vakuum- und Personenschutz, Spitzenstrom-Pulsüberwachung, Triggersteuerung und Triggergenerator, Sollwertvorgabe und Einschaltfeld sowie CAN<sup>53</sup>-Bus-Kontrollsystemanbindung.

Die Pulsüberwachung dient zur kontinuierlichen Kontrolle des Spitzenstroms des Kickerpulsers in Abhängigkeit von der eingestellten Ladespannung. Der Spitzenstrom wird gemessen und für die CAN-Bus-Interfaceanbindung aufbereitet. Zur Triggersteuerung ist ein isolierter, intern mit zwei 100  $\Omega$ -Widerständen abgeschlossener, BNC-Anschluss vorhanden. Mit der ansteigenden

<sup>53</sup>Controller Area Network

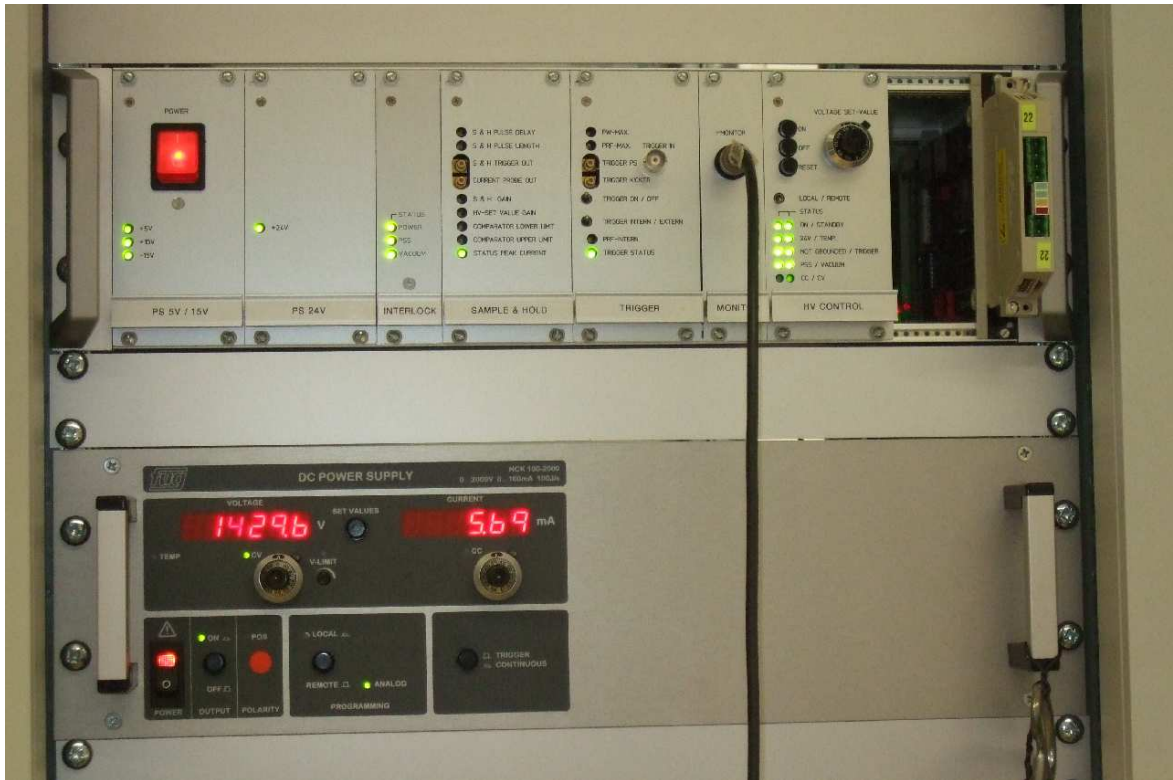
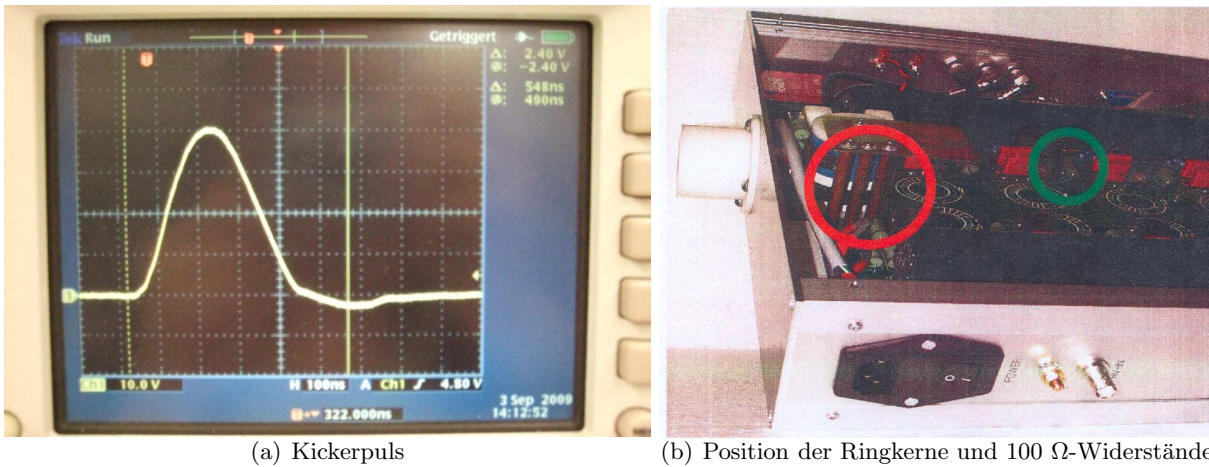


Abbildung 9.9: Foto der Ansteuerelektronik des Kickerpulsers.

Flanke des eingespeisten Triggerpulses wird ein Triggerpuls mit festgelegter Länge erzeugt. Das Einschaltfeld zur lokalen Steuerung ist die zentrale Baugruppe, die die Steuerbefehle für das Netzgerät und den Pulser generiert. Zur Umschaltung von der lokalen Steuerung auf die Fernsteuerung des Pulsers über das Kontrollsystem befindet sich auf der Frontplatte ein Kippschalter zur Umschaltung von „local“ auf „remote“. Zur Sollwertvorgabe für die Ladespannung vor Ort ist ein Potentiometer vorhanden. Bei Ansteuerung durch das Kontrollsystem werden die Steuerbefehle und der Sollwert durch die CAN-Bus-Interfacekarte<sup>54</sup> generiert. Dafür wird auf ein neu angelegtes CAN-Bus-System zurückgegriffen.

Die Halbsinus-Pulsform ist in Abbildung 9.10 (a) dargestellt. Deutlich zu erkennen ist der Unterschwinger am Ende des Pulses, der auch nach einer Dauer von 548 ns noch vorhanden ist. Zu seiner Reduzierung bestehen verschiedene Möglichkeiten zur Änderung der Pulsform. Die an der in Abbildung 9.10 (b) in Rot gekennzeichneten Stelle vorhandenen Ringkerne verändern je nach Anzahl das Abschaltverhalten der Dioden im Kickerpulser. Bei einer Erhöhung der Anzahl der Ringkerne wird die Pulsform durch Reduzierung des Unterschwingers verändert. Allerdings bewirkt eine zu hohe Anzahl von Ringkernen eine Verlängerung der Anstiegszeit. Zusätzlich sind 100  $\Omega$ -Widerstände zur Veränderung der Pulsdauer im Kickerpulser an der in Abbildung 9.10 (b) in Grün gekennzeichneten Stelle vorhanden. Zur Reduzierung der Pulslänge um etwa 50 ns müssen diese Widerstände entfernt werden. Allerdings führt eine Verkürzung der Pulslänge wiederum zu einer Erhöhung des Unterschwingers [49]. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Anregungen des Elektronenstrahls wurde auf eine Erhöhung der Anzahl

<sup>54</sup>Bei der CAN-Bus-Interfacekarte handelt es sich um eine Einfacheuropakarte vom Typ ADA24-IO8 der Firma EuKontroll Energiesysteme Mikroelektronik GmbH.



(a) Kickerpuls

(b) Position der Ringkerne und 100  $\Omega$ -Widerstände

**Abbildung 9.10:** (a) zeigt ein Foto der Halbsinus-Pulsform des Kickermagneten. Das Übersetzungsverhältnis des Strommonitors beträgt  $0,1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$ . (b) zeigt ein Foto des Kickerpulsers mit Kennzeichnung der Position der Ringkerne und 100  $\Omega$ -Widerstände zur Beeinflussung der Pulsform (vgl. [49]).

der Ringkerne verzichtet, um eine längere Pulsanstiegszeit zu vermeiden. Die Pulsform entsprach der in Abbildung 9.10 (a) dargestellten.

## 10 Messung des vertikalen Arbeitspunktes

Neben einer Messung des longitudinalen und horizontalen ist auch eine Messung des vertikalen Arbeitspunktes in einem Beschleuniger von großer Bedeutung. Wie für den horizontalen Arbeitspunkt schon gezeigt, verschiebt sich auch der vertikale Arbeitspunkt während der Energierampe aufgrund dynamischer Effekte. Dadurch ändert sich der Abstand zu den optischen Resonanzen, die auch während der Durchführung des Arbeitspunktsprungs nicht gekreuzt werden dürfen. Beim Betrieb mit polarisierten Elektronen ändern sich die Strahlenergien, bei denen intrinsische Resonanzen auftreten (siehe Kap. 4). Um den Arbeitspunktsprung von  $\Delta Q_z \approx 0,1$  zum richtigen Zeitpunkt durchführen zu können, müssen die Energien bei denen intrinsische Resonanzen auftreten – und somit der vertikale Arbeitspunkt – bekannt sein. Bevor eine Messung des vertikalen Arbeitspunktes mit Hilfe des in Kapitel 9 beschriebenen Kickermagneten an ELSA möglich war, wurde von einem durch die Magneto-optik vorgegebenen vertikalen Arbeitspunkt ausgegangen und empirisch optimiert (vgl. [27]).

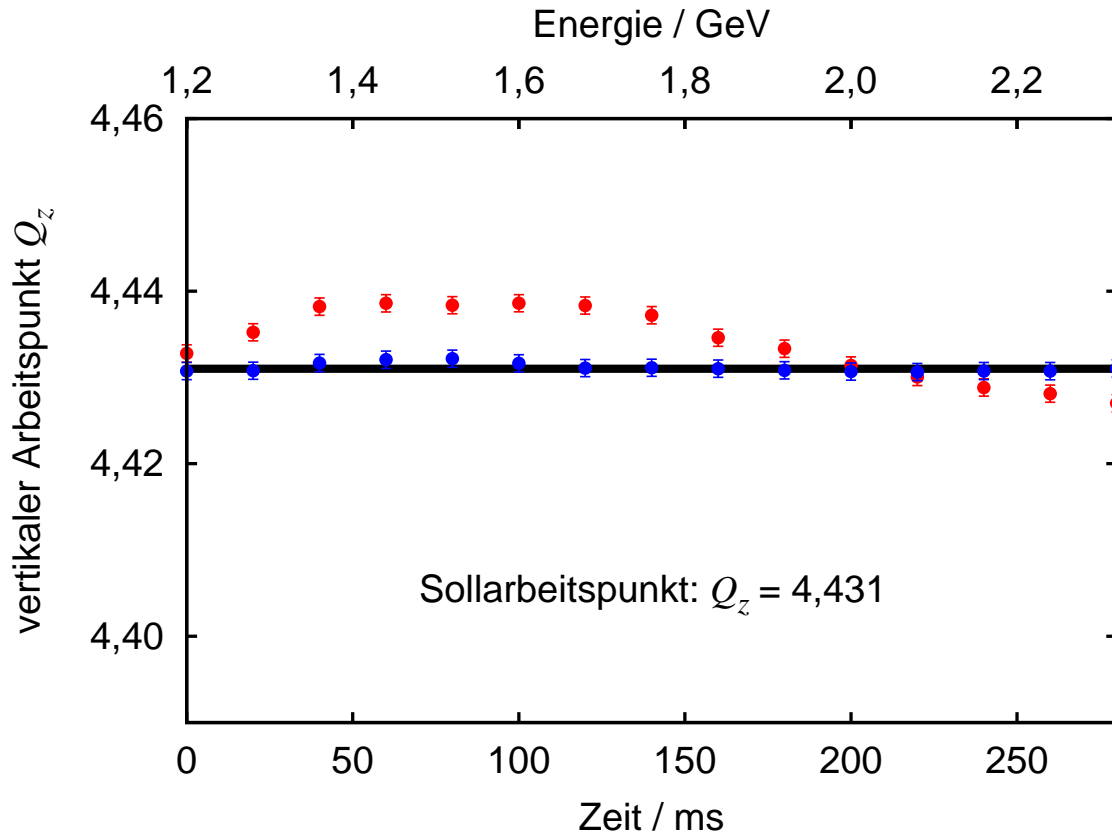
Die Messung und Korrektur des vertikalen Arbeitspunktes während der schnellen Energierampe wurde im Rahmen dieser Arbeit realisiert und wird in diesem Kapitel beschrieben.

### 10.1 Realisierung der Messung des vertikalen Arbeitspunktes an ELSA

Zur Messung des vertikalen Arbeitspunktes muss der Elektronenstrahl in der vertikalen Ebene zu kohärenten Schwingungen angeregt werden, um die Strahlschwingungen mit einem Strahlpositionsmonitor an einer festen Stelle im Beschleunigerring detektieren zu können. Zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen wird der in Kapitel 9 vorgestellte Kickermagnet verwendet. In Abbildung 8.2 ist eine schematische Übersicht für die Messung des horizontalen Arbeitspunktes dargestellt. Das Prinzip der Messung des vertikalen Arbeitspunktes ist analog, nur dass die Anregung und Detektion der kohärenten, vertikalen Betatronschwingungen an anderen, in der Abbildung gekennzeichneten, Positionen des Stretcherrings stattfinden. Die Detektion der Strahlschwingungen geschieht mit einem Strahlpositionsmonitor, der sich an einer Stelle großer, vertikaler Betatronfunktion befindet – also in der Nähe eines vertikal fokussierenden Quadrupolmagneten –, um eine große Schwingungsamplitude am Ort des Monitors zu erhalten. Die vertikalen Strahlschwingungen werden, wie in Kapitel 5 beschrieben, aufgenommen, verarbeitet und digitalisiert. Nach der durchgeführten schnellen Fouriertransformation wird das Frequenzspektrum im Kontrollsystem wie in Kapitel 6 beschrieben dargestellt und ist somit sofort einsehbar. Aus der dem Peak zugehörigen Frequenz wird der Nachkommaanteil des vertikalen Arbeitspunktes nach Gleichung (3.59) bestimmt, da im Stretcherring typischerweise  $Q_{z,N} < 0,5$  gilt. Nachkommaanteil und zugehörige Frequenz werden unmittelbar nach der Messung im Kontrollsystem angegeben. Die Anregung vertikaler Strahlschwingungen in Abständen von minimal 20 ms während der Energieerhöhung erfolgt mit Hilfe eines Diagnosetriggerpulses (vgl. Kap. 6). Der Zeitpunkt der Pulserzeugung kann im Kontrollsystem definiert werden. Bei mehreren Messungen wird der zeitliche Verlauf des vertikalen Arbeitspunktes im Kontrollsystem dargestellt.

### 10.2 Messung und Korrektur des vertikalen Arbeitspunktes während der schnellen Energierampe

Messungen des vertikalen Arbeitspunktes während der schnellen Energierampe zeigt Abbildung 10.1. Diese Messungen wurden während einer Energierampe von 1,2 bis 2,35 GeV mit einer Genauigkeit von etwa  $10^{-3}$  durchgeführt. Die Rampengeschwindigkeit betrug bei diesen Messungen 4 GeV/s. Es wurde der minimal mögliche Abstand von 20 ms zwischen den einzelnen Messungen



**Abbildung 10.1:** Zeitliche Entwicklung des vertikalen Arbeitspunktes mit (blau) und ohne (rot) Korrektur während der schnellen Energierampe von 4 GeV/s im Stretcherring an EL-SA. Unmittelbar im Anschluss an die in Rot dargestellten Messungen wurden die Korrekturen appliziert und es ergibt sich ein im Rahmen der Messfehler konstanter Arbeitspunktverlauf.

gewählt. Der Sollarbeitspunkt von  $Q_z = 4,431$  ist mit angegeben. Die in Rot dargestellten Messungen zeigen eine Verschiebung des vertikalen Arbeitspunktes um  $\Delta Q_{z,\max} \approx 0,012$ , verursacht durch dynamische Effekte während des Beschleunigungsvorgangs. Durch die Verschiebung wird der Abstand zur nächsten optischen Resonanz verändert, was im schlimmsten Fall zu Kreuzung dieser und somit zu Strahlverlust führen kann. Beim Betrieb mit polarisierten Elektronen ändern sich nach Gleichung (4.7) die Strahlenergien, bei denen intrinsische Resonanzen auftreten. Eine Stabilisation ist erforderlich.

Die Korrektur des vertikalen Arbeitspunktes wird analog zu der in Kapitel 8 für die horizontale Ebene beschriebenen Korrektur durchgeführt: Aus den Messungen wird die Differenz zwischen Sollwert und gemessenem Arbeitspunkt bestimmt. In der Zeit zwischen zwei Messungen wird der Arbeitspunkt linear interpoliert. Ausgehend von diesen Berechnungen werden für den Zeitraum der Energieerhöhung die neuen Stromstärken für die Quadrupolmagnete berechnet. Nach Applikation der Korrekturen werden die darauffolgenden Zyklen des Nachbeschleunigungsmodus mit korrigiertem, vertikalem Arbeitspunkt durchgeführt. Messungen mit einem auf  $10^{-3}$  stabilisierten vertikalen Arbeitspunkt geben die in Blau dargestellten Messwerte in Abbildung 10.1 wieder. Die Korrekturen wurden im Anschluss an die Messungen vorgenommen, die in Rot dargestellt sind. Auch eine gezielte Verschiebung der vertikalen Arbeitspunktes zusätzlich zu den Korrekturen ist möglich, um beispielsweise zur Durchführung des Arbeitspunktsprungs den Abstand zur nächsten optischen Resonanz zu vergrößern (vgl. Kap. 8).



Während einer längeren Strahlzeit und vor jeder neuen Strahlzeit ist es ratsam, die Messung der beiden transversalen Arbeitspunkte während des Beschleunigungsvorgangs zu wiederholen und eventuell neue Korrekturen zu applizieren.



## 11 Zusammenfassung

An der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA wurde im Rahmen dieser Arbeit ein System zur Arbeitspunktmessung und -korrektur entwickelt und in Betrieb genommen. Die für das experimentelle Programm an ELSA wichtigen Arbeitspunktmessungen während der schnellen Energieerhöhung werden in dieser Arbeit vorgestellt.

Die zur Messung des horizontalen Arbeitspunktes benötigte Anregung kohärenter, horizontaler Betatronschwingungen erfolgt mit einem der Injektionskickermagnete. Zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein schnell gepulster Kickermagnet entwickelt und in Betrieb genommen, wodurch Messungen des vertikalen Arbeitspunktes im Nachbeschleunigungsmodus während der Energieerhöhung an ELSA erstmals möglich gemacht wurden. Dieser O-Dipolmagnet mit Ferrit als Jochmaterial ist in der Lage, das strahlablekende Feld mit einer Pulswiederholrate von maximal 50 Hz innerhalb von 548 ns – das entspricht der Umlaufzeit der Elektronen im Stretcherring an ELSA – auf- und abzubauen. Der zur effizienten Anregung erforderliche Strom von etwa 400 A wird auf dem Maximum der sinusförmigen Halbwelle des Kickerpulses erreicht.

Zur Anregung longitudinaler Synchrotronschwingungen wird ein Phasensprung der zur Beschleunigung der Elektronen verwendeten Hochfrequenz durchgeführt.

Die Detektion der Strahlschwingungen erfolgt mit drei Strahlpositionsmonitoren, jeweils einem für die horizontale, vertikale und longitudinale Ebene, indem das zeitliche Verhalten des Ladungsschwerpunktes eines Elektronenbunches umlaufsynchro aufgenommen wird. Bei den Betatronschwingungen handelt es sich um amplitudenmodulierte Schwingungen und bei den Synchrotronschwingungen um frequenzmodulierte Schwingungen um einen Modulationsträger, die mit Hilfe des Differenz- beziehungsweise des Summensignals der Monitorelektroden detektiert werden können. Zur Bestimmung der aufmodulierten Signale wird die Trägerfrequenz demoduliert. Die Durchführung einer FFT liefert das Frequenzspektrum mit den relevanten Linien zur Bestimmung des jeweiligen Arbeitspunktes. Die Anbindung an das Kontrollsystem erlaubt eine automatisierte Messung der Arbeitspunkte während des Routinebetriebs an ELSA.

Mit den in dieser Arbeit präsentierten Messungen der transversalen Arbeitspunkte in Abständen von 20 ms werden die Arbeitspunktverschiebungen aufgrund dynamischer Effekte während der schnellen Energierampe (typischerweise  $4 \frac{\text{GeV}}{\text{s}}$ ) wiedergegeben. Durch Arbeitspunktverschiebungen ändern sich die Abstände zu den optischen Resonanzen, die nicht gekreuzt werden dürfen, um Strahlverlust zu vermeiden, und – bei Betrieb mit polarisierten Elektronen – die Strahlenergien, bei denen intrinsische Resonanzen auftreten. Um die für die Polarisationserhaltung notwendigen Arbeitspunktsprünge von typischerweise  $\Delta Q_z \approx 0,1$  zum richtigen Zeitpunkt während der Energieerhöhung durchführen zu können, müssen der vertikale und horizontale Arbeitspunkt bekannt sein. Korrekturen an den fokussierenden Elementen des Beschleunigers erlauben einen mit einer Genauigkeit von  $10^{-3}$  festgelegten Arbeitspunkt. Es werden Messungen in dieser Arbeit vorgestellt, die bei korrigiertem Arbeitspunkt durchgeführt wurden.

Um zur Durchführung des vertikalen Arbeitspunktsprungs den Abstand zur nächsten optischen Resonanz zu vergrößern und um während des Herunterrampens zur Vernichtung des Reststrahls den Arbeitspunkt zu einer optischen Resonanz hin zu verschieben, wird eine gezielte Verschiebung des Arbeitspunktes benötigt, die Vorgehensweise ist in dieser Arbeit beschrieben.

Auch Messungen des Synchrotronarbeitspunktes werden in dieser Arbeit vorgestellt. Synchrotronschwingungen verursachen eine Modulation des Spinarbeitspunktes. Um beim Einsatz der

Sprungquadrupolmagnete die Synchrotronsatelliten der intrinsischen Resonanzen mit überspringen zu können, kann durch einen linearen Anstieg der Resonatorspitzenspannung während des Beschleunigungsvorgangs der Synchrotronarbeitspunkt hin zu kleinen Werten verschoben werden.

Aus der Messung des Synchrotronarbeitspunktes lässt sich die Länge der Elektronenpakete im Stretcherring bestimmen, was in dieser Arbeit vorgestellt wird.

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und in Betrieb genommene System zur Messung und Korrektur der Arbeitspunkte wird seit Ende 2009 erfolgreich während des Strahlbetriebs an ELSA eingesetzt.

## Abbildungsverzeichnis

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Übersicht der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA . . . . .  | 4  |
| 2.2 | Betriebsmodi des Elektronenbeschleunigers . . . . .   | 5  |
| 2.3 | Das Crystal-Barrel-Experiment an ELSA . . . . .   | 8  |
| 3.1 | Koordinatensystem zur Beschreibung von Teilchenbewegungen . . . . .   | 12 |
| 3.2 | Verlauf der horizontalen und vertikalen Betafunktion im Stretcherring . . . . .   | 13 |
| 3.3 | Emittanzellipse im horizontalen Phasenraum für ein einzelnes Teilchen . . . . .   | 15 |
| 3.4 | Verlauf der horizontalen Dispersionsfunktion im Stretcherring . . . . .   | 17 |
| 3.5 | Prinzip der Phasenfokussierung im Kreisbeschleuniger . . . . .  | 20 |
| 3.6 | Arbeitspunktdiagramm . . . . .  | 24 |
| 3.7 | Zeitliches Signal und Frequenzspektrum für punktförmige und ausgedehnte Elektronenbunche im Kreisbeschleuniger . . . . .  | 31 |
| 3.8 | Schematisches Strahlspektrum eines einzelnen, punktförmigen Bunches im Kreisbeschleuniger . . . . .   | 32 |
| 4.1 | Erhöhung der Resonanzkreuzungsgeschwindigkeit intrinsischer Resonanzen durch sprunghafte Veränderung des vertikalen Arbeitspunktes mittels gepulster Quadrupolmagnete . . . . . | 44 |
| 5.1 | Querschnitt durch einen Strahlpositionsmonitor . . . . .  | 46 |
| 5.2 | Fotos der Monitortypen des früheren und aktuellen Strahl Diagnosesystems . . . . .  | 47 |
| 5.3 | Schematische Übersicht zur Signalaufnahme, Bildung der Summen- und Differenzsignale und Demodulation bis hin zur Darstellung des Frequenzspektrums . . . . .                    | 49 |
| 5.4 | Zeitsignal zur Detektion horizontaler Betatronsoschwingungen . . . . .  | 54 |
| 5.5 | Ausgewählter Bereich eines Frequenzspektrums zur Bestimmung des horizontalen Arbeitspunktes . . . . .   | 56 |
| 6.1 | Ablauf der Arbeitspunktmessung im Kontrollsystem . . . . .  | 59 |
| 6.2 | Kontrollsystemmenü zur Einstellung des Diagnostetriggers . . . . .  | 60 |
| 6.3 | Kontrollsystemmenü zur Messung des longitudinalen, horizontalen und vertikalen Arbeitspunktes . . . . .   | 61 |
| 7.1 | Schematische Übersicht des Aufbaus zur Messung des longitudinalen Arbeitspunktes . . . . .  | 64 |
| 7.2 | Messungen des longitudinalen Arbeitspunktes während eines Zeitraums länger als ein vollständiger ELSA-Zyklus des Nachbeschleunigungsmodus . . . . .                             | 65 |
| 7.3 | Messung der Variation des longitudinalen Arbeitspunktes während der Energierampe . . . . .  | 66 |
| 7.4 | Messungen des longitudinalen Arbeitspunktes mit und ohne Verschiebung während der Energierampe . . . . .  | 68 |
| 7.5 | Änderung der Länge der Elektronenbunche in Abhängigkeit von der Energie . . . . .   | 69 |
| 8.1 | Phasenraumdiagramm mit Emittanzellipse vor und nach einer Anregung mit einem Kickermagneten . . . . .   | 72 |
| 8.2 | Schematische Übersicht zur Messung des horizontalen Arbeitspunktes . . . . .  | 73 |
| 8.3 | Messung der Veränderung des horizontalen Arbeitspunktes während der Energierampe . . . . .  | 75 |
| 8.4 | Messungen des horizontalen Arbeitspunktes mit und ohne Stabilisation während der Energierampe . . . . .   | 77 |
| 8.5 | Gezielte Verschiebung des horizontalen Arbeitspunktes . . . . .   | 78 |
| 8.6 | Funktionsweise eines Stripline-Kickermagneten . . . . .   | 79 |
| 8.7 | Foto des Stripline-Kickermagneten im Stretcherring . . . . .  | 80 |

---

|      |   |    |
|------|---|----|
| 8.8  | Frequenzspektrum zur Messung des horizontalen Arbeitspunktes mittels resonanter Anregung . . . . .  | 81 |
| 9.1  | Querschnitt durch den Kickermagneten zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen mit Bemaßung und verwendete Kupferspule . . . . . | 84 |
| 9.2  | Aufbau des Kickermagneten . . . . .   | 87 |
| 9.3  | Feldverteilung im Kickermagneten in zweidimensionaler Darstellung . . . . .   | 88 |
| 9.4  | Fotos der Glasfaserkammer und des Kickermagneten während des Aufbaus . . . . .  | 90 |
| 9.5  | Hysteresekurve für Ferrite 8C11 der Firma FERROXCUBE . . . . .  | 91 |
| 9.6  | Foto des Kickermagneten zur Anregung kohärenter, vertikaler Betatronschwingungen im Stretcherring an ELSA . . . . .                             | 92 |
| 9.7  | Schaltbild des Kickerpulsers . . . . .  | 93 |
| 9.8  | Foto des Kickerpulsers und des Kickermagneten mit Pulser im Stretcherring an ELSA . . . . .   | 94 |
| 9.9  | Foto der Ansteuerelektronik des Kickerpulsers . . . . .   | 95 |
| 9.10 | Foto der Halbsinus-Pulsform des Kickermagneten und Foto des Pulsers mit Kennzeichnung der pulsformenden Elemente . . . . .                      | 96 |
| 10.1 | Messungen des vertikalen Arbeitspunktes mit und ohne Korrektur während der Energierampe . . . . .   | 98 |

## Literatur

- [1] ADERHOLD, S.: *Ein System zur Puls- und Energiekompression am Elektronenbeschleuniger ELSA*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2008
- [2] AQRAWI, A.: *Wakefelder, Impedanzen und Strahlinstabilitäten am Elektronenbeschleuniger ELSA*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007
- [3] BALLING, A.: *Präzise Closed Orbit-Korrektur in einem schnell rampenden Stretcherring an ELSA*, Universität Bonn, Diss., - in Vorbereitung
- [4] BALLING, A.: Precision closed orbit correction in a fast ramping stretcher ring. In: *PAC'09 Conf. Proc.* (2010)
- [5] BARGMANN, V. ; MICHEL, L. ; TELEGGI, V.: Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field. In: *Phys. Rev. Lett.* 2 (1959), S. 435
- [6] BELL, J. S.: Hamiltonian Mechanics. In: *CERN Accelerator School - Advanced Accelerator Physics, Vol. 1* (1987)
- [7] BRYANT, P. J. ; JOHNSON, K.: *The Principles of Circular Accelerators and Storage Rings*. Cambridge University Press, 1993
- [8] CHAO, A. W.: *Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators*. Wiley-Interscience Publication, 1993
- [9] CHIANG, W. ; TABAKIN, F.: Completeness Rules for Spin Observables in Pseudoscalar Meson Photoproduction. In: *Phys. Rev. C* 55 (1997), S. 2054–2066
- [10] COOLEY, J. ; TURKEY, J.: An Algorithm for the Machine Computation of Complex Fourier Series. In: *Math. Comp.* 19 (1965), S. 297–301
- [11] CST: *Gesellschaft für Computer-Simulationstechnik mbH.* – Bad Nauheimer Str. 19, 64289 Darmstadt
- [12] DIETRICH, J. ; KEIL, J. ; MOHOS, I.: Closed-Orbit Correction Using the New Beam Position Monitor Electronics of ELSA Bonn. In: *Proceedings of the 4th European Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators* (1999)
- [13] DREIST, A.: *Das Injektionssystem des ELSA-Stretcherringes*, Universität Bonn, Diss., 1989
- [14] DRESSLER, O. ; PICKERT, V. ; REDIESS, C.: IGBT Driver Circuit in Inductive Adder Technology for Pulsed Power Applications. In: *PCIM Europe 2008* (2008)
- [15] EBERHARDT, M. ; WITTSCHEN, J. ; GOWIN, M. ; HILLERT, W. ; NEFF, B.: The 50 keV Source of Polarized Electrons at ELSA: Past and Future. In: *Proceedings of the 17th International Spin Physics Symposium* 915 (2006), S. 1031–1036
- [16] ELSNER, D. u. a.: Linearly polarised photon beams at ELSA and measurement of the beam asymmetry in  $\pi^0$ -photoproduction off the proton. In: *Eur. Phys. J. A* 39 (2009), S. 373–381
- [17] FERROXCUBE: *Data Sheet 8C11: Material specification.* 2004
- [18] GENTNER, M.: *Präparation von Teilchenstrahlen für Experimente der Hadronenphysik: langsame Extraktion an ELFE@DESY und ELSA, sowie Strahlkühlung an HERA*, Universität Bonn, Diss., 2001

- [19] GÖTZ, T.: *Vollautomatische Messung des ELSA-Arbeitspunktes mit "EPOS"*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 1990
- [20] GÖTZ, T.: *Entwicklung und Inbetriebnahme eines verteilten Rechnerkontrollsystems zur Steuerung der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA, unter besonderer Berücksichtigung der Anforderungen des Nachbeschleunigungsbetriebs bis 3.5 GeV*, Universität Bonn, Diss., 1995
- [21] HERWARD, H. G.: The Elementary Theory of Landau Damping. In: *CERN 65-20* (1965)
- [22] HERR, W. ; SCHMIDT, F.: A MAD-X Primer. In: *CERN - AB Department* (2004)
- [23] HILLERT, W.: *Erzeugung eines Nutzstrahls spinpolarisierter Elektronen an der Beschleunigeranlage ELSA*, Universität Bonn, Habilitation, 2000
- [24] HILLERT, W.: The Bonn Electron Stretcher Accelerator ELSA: Past and future. In: *Eur. Phys. J. A* 28 (2006), S. 139–148
- [25] HINTERBERGER, F.: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*. 2. Auflage. Springer Verlag, 2008
- [26] HOFFMANN, M.: *Bau und Test gepulster Quadrupolmagnete zur Querung intrinsischer depolarisierender Resonanzen in ELSA*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 1998
- [27] HOFFMANN, M.: *Beschleunigung polarisierter Elektronen in der Bonner Elektronen-Beschleunigeranlage ELSA*, Universität Bonn, Diss., 2001
- [28] HOFFMANN, M. H. W.: *Hochfrequenztechnik - Ein systemtheoretischer Zugang*. Springer Verlag, 1997
- [29] HOFMANN, N.: *Inbetriebnahme eines Single-Bunch-Injektorsystems an LINAC 1 für ELSA*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2009. – in Vorbereitung
- [30] JENKINS, M. ; WATTS, G.: *Spectral Analysis and its applications*. Emerson-Adams Press, Inc., 1998
- [31] KAMMER, S.: *Strahlpolarimetrie am CBELSA/TAPS-Experiment*, Universität Bonn, Diss., 2010
- [32] KEIL, J.: *Aufbau eines breitbandigen Intensitätsmonitors zur Messung, Überwachung und Optimierung der ELSA-Füllstruktur*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 1994
- [33] KEIL, J.: *Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Universität Bonn, Diss., 2000
- [34] KHAN, S.: *Collective Phenomena in Synchrotron Radiation Sources*. Springer Verlag, 2006
- [35] KLARNER, F.: *Aufbau eines neuen Injektors für einen single-bunch-Betrieb an LINAC 1 für ELSA*, Universität Bonn, Diss., - in Vorbereitung
- [36] KNÖCHLEIN, G. ; DRECHSEL, D. ; TIATOR, L.: Photo- and Electroproduction of Eta Mesons. In: *Z. Phys.* A352 (1995), S. 327–343
- [37] KRÖNUNG, D.: *Ein Energiekompressorsystem für die Beschleunigeranlage ELSA*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2009
- [38] LANDAU, L.: On the Vibration of the Electronic Plasma. In: *J. Phys. USSR* 10 (1949)



- [39] LAZAAR, A.: *Ein System zur Messung der Arbeitspunkte an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2008
- [40] LEDUFF, J.: Longitudinal Beam Dynamics in Circular Accelerators. In: *CERN Accelerator School - Fifth General Accelerator Physics School* (1992)
- [41] LEE, S. Y.: *Accelerator Physics*. 2. Auflage. World Scientific Publishing, 2004
- [42] LIPPERT, C.: *Entwicklung und Aufbau eines Strompulsers für die Injektionskicker magneten des ELSA-Stretcherringes*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 1987
- [43] LÖRING, U. u. a.: The light-baryon spectrum in a relativistic quark model with instanton-induced quark forces. In: *Eur. Phys. J. A* 10 (2001), S. 447–486
- [44] MEINKE, H. H. ; GUNDLACH, F. W. ; LANGE, K. (Hrsg.) ; LÖCHERER, K. H. (Hrsg.): *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik - Band 3: Systeme*. 5. Auflage. Springer-Verlag, 1992
- [45] MENZEL, D. H.: *Fundamental Formulas of Physics*. Prentice-Hall Physics Series, 1955. – 116–122 S
- [46] MÜLLER, R.: *Halbleiterelektronik 15 - Rauschen*. Springer-Verlag, 1989
- [47] NECKENIG, M.: *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Verbesserung der Zeitstruktur des extrahierten Strahles aus dem Stretcherring ELSA*, Universität Bonn, Diss., 1993
- [48] PATZELT, S.: *Aufbau einer neuen externen Strahlführung für Detektortests an ELSA*, Universität Bonn, Diss., - in Vorbereitung
- [49] PPT, Puls-Plasma-Technik: *Technische Dokumentation - ELSA Diagnose-Kickerpulsers und Ansteuerelektronik*. 2008
- [50] PREISNER, O.: *Numerische Studien zur langsamen Resonanzextraktion an ELSA*, Universität Bonn, Diss., - in Vorbereitung
- [51] PREISNER, O.: *Studien zur Magneto-optik am Bonner Elektronenbeschleuniger ELSA bei Energien bis 5 GeV*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007
- [52] PRESS, W. H. ; TEUKOLSKY, S. A. ; VETTERLING, W. T. ; FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Second Edition*. Cambridge University Press, 1988
- [53] ROTH, A.: *Multibunch-Feedbacksysteme für ELSA*, Universität Bonn, Diss., - in Vorbereitung
- [54] SANDS, M.: The Physics of Electron Storage Rings. An Introduction. In: *SLAC Report No.121* (1971)
- [55] SCHILLO, M.: *Das Strahldiagnosesystem für ELSA*, Universität Bonn, Diss., 1991
- [56] SCHNELL, G.: *Magnete : Grundlagen, Aufbau, Anwendungen*. Thieme, 1973
- [57] SERIO, M.: Tune Measurements. In: *CERN Accelerator School - 4th General accelerator physics school* (1991)
- [58] SIEMANN, R. H.: Bunched Beam Diagnostics. In: *AIP Conf. Proc.* 184 (1989), S. 430–471

- 
- [59] STEIER, C.: *Polarisierte Elektronen in der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Universität Bonn, Diss., 1999
- [60] THOMAS, L. H.: The Kinematics of an Electron with an Axis. In: *Phil. Mag.* 3 1 (1927)
- [61] WALKER, R. P.: Quantum Excitation and Equilibrium Beam Properties. In: *CERN Accelerator School - Fifth General Accelerator Physics School* (1992)
- [62] WERMELSKIRCHEN, C.: *Das Kontrol- und Steuersystem der Bonner 3,5 GeV Elektronen-Stretcheranlage ELSA*, Universität Bonn, Diss., 1988
- [63] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics – Basic Principles and Linear Beam Dynamics*. 1. Auflage. Springer-Verlag, 1993
- [64] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics 2 – Nonlinear and Higher-Order Beam Dynamics*. Springer Verlag, 1995
- [65] WILLE, K.: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. 2. Auflage. Teubner-Studienbücher, 1996
- [66] WILSON, E.: Transverse Beam Dynamics. In: *CERN Accelerator School - Fifth General Accelerator Physics School* (1992)
- [67] WILSON, E.: *An Introduction to Particle Accelerators*. Oxford University Press, 2001
- [68] ZIMMERMANN, R.: *Ein longitudinales Feedback Kicker-Cavity für ELSA*, Universität Bonn, Diplomarbeit, - in Vorbereitung

## Lebenslauf

### Angaben zur Person

---

Name: Eberhardt  
Vorname: Maren  
Geburtsdatum: 03.12.1978  
Geburtsort: Rheinbach

### Ausbildung

---

1985 - 1989 Albert-Schweitzer-Grundschule Wesseling  
1989 - 1998 Käthe-Kollwitz-Gymnasium Wesseling  
- Abschluss Abitur  
10/1998 - 02/2004 Studium der Physik an der Universität Bonn  
- Abschluss Diplom (sehr gut)  
ab 08/2004 Promotionsstudium in Physik an der Universität Bonn



## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen der vorliegenden Arbeit beigetragen haben.

Herrn Priv.-Doz. Dr. W. Hillert möchte ich für die Vergabe des interessanten Themas und für die Betreuung und Begutachtung dieser Arbeit während der vergangenen Jahre danken. Besonders hervorheben möchte ich seine Hilfs- und Diskussionsbereitschaft und dass mir die Möglichkeit geboten wurde an Konferenzen teilzunehmen, auch außerhalb der Uni Bonn Kontakte zu knüpfen und an interessanten Themen mitzuarbeiten.

Bei Herrn Prof. Dr. R. Beck möchte ich mich für die Übernahme des Koreferates bedanken. Des Weiteren gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Meißner und Herrn Prof. Dr. Klaus, die sich bereit erklärt haben, Mitglieder der Promotionskommission zu werden.

Herrn Dr. Frommberger danke ich für seine große Unterstützung während der Messzeiten, für viele hilfreiche Gespräche und natürlich für alle Hilfestellungen zum Kontrollsystem von ELSA. Herrn Neff, Herrn Brock und Herrn Dr. Dieckmann möchte ich für die gute Zusammenarbeit bei Aufbau und Inbetriebnahme des Kickermagneten bedanken. Der kompletten Mannschaft der Beschleunigeranlage möchte ich ebenfalls meinen Dank aussprechen.

Bei André Roth möchte ich mich für die gute und freundschaftliche Zusammenarbeit bedanken. Besonderen Dank an Oliver Boldt, Holger Eberhardt, Michael Lage, Oliver Preisner, Thorsten Pusch, André Roth und meine Mutter für das Korrekturlesen dieser Arbeit. An alle DoktorandInnen, DiplomandInnen und Bachelor-StudentInnen dieser Arbeitsgruppe vielen Dank für wertvolle Anregungen, Diskussionen, Hilfestellungen und für das tolle Arbeitsklima der letzten Jahre.

Mein intensivster Dank gilt Benjamin Rodenbach, der mich während der letzten Jahre immer tatkräftig unterstützt und mich durch Höhen und Tiefen begleitet hat. Vielen Dank auch an meine Brüder, ihr seid klasse. Mein letzter und ganz besonderer Dank gilt meiner Mutter, die mich während der Zeit der Arbeit immer unterstützt und mir das Studium erst ermöglicht hat.

